ANNALEN
DER
PHYSIK

GEGRÜNDET 1799 DURCH F. A. C. GREN
UND FORTGEFÜHRT DURCH L. W. GILBERT,
J. C. POGGENDORFF, G. u. E. WIEDEMANN,
P. DRUDE

VIERTE FOLGE

BAND 85
DER GANZEN REIHE 390. BAND

KURATORIUM:
M. PLANCK, E. WARBURG

UNTER MITWIRKUNG
DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT
HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK

MIT SECHSUNDZWANZIG TAFELN

1928

LEIPZIG · VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH

GHM

OBERLIN COLLEGE LIBRARY

Anon. Fund
J.E.S.
10.00

WITHDRAWN
from
OBERLIN COLLEGE
LIBRARY
301088

Inhalt

Vierte Folge. Band 85

Erstes Heft

Seite
1. **Karl Kohl.** Über kurze ungedämpfte elektrische Wellen. (Hierzu Tafel I bis IV.) 1
2. **Hanns Rückert.** Diffusionskoeffizienten von Flammengasionen in Abhängigkeit von der Temperatur 63
3. **H. Ott.** Die Kristallstruktur des Graphits. (Hierzu Tafel V u. VI.) 81
4. **F. Krüger, O. Reinkober und E. Koch-Holm.** Reststrahlen von Mischkristallen 110

Redaktionsschluß am 18. Januar 1928

Zweites Heft

1. **M. J. O. Strutt.** Eigenschwingungen einer Saite mit sinusförmiger Massenverteilung 129
2. **J. Schemel.** Über Trägerrekombination in Gasen 137
3. **Günther Schulz.** Über die Prüfung optischer Systeme mit Rastern. (Hierzu Tafel VII bis IX.) 189
4. **Béla Pogány.** Über die Wiederholung des **Harressschen** Versuches. II. Mitteilung. (Hierzu Tafel X.) 244

Redaktionsschluß am 25. Januar 1928

Drittes Heft

1. **Marcel Schein.** Über die Feinstruktur und den Zeemaneffekt der Quecksilberresonanzlinie 257
2. **R. Glocker, E. Kaupp und H. Widmann.** Über die Erregung von Fluoreszenzlicht durch Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlänge 313
3. **Albert Wigand.** Messungen des luftelektrischen Potentialgefälles vom Luftschiff aus. (Hierzu Tafel XI.) 333
4. **Rudolf Frerichs.** Stoß zweiter Art, Anregung und Wiedervereinigung in der Glimmentladung. (Hierzu Tafel XII.) . . 362

Redaktionsschluß am 4. Februar 1928

Viertes Heft

Seite

1. **Bernhard Frey.** Beitrag zur Kenntnis des Funkenpotentials in Stickstoff 381
2. **Ernst Wagner und Paul Ott.** Versuche über die Polarisation spektralzerlegter Röntgenstrahlen 425
3. **Hanns Haas.** Über die Polarisation der Eisen-K_α-Strahlung. (Hierzu Tafel XIII.) 470
4. **G. Panconcelli-Calzia.** Strobokinematographien und Zeitlupenaufnahmen von membranösen Zungen- und Polsterpfeifen sowie von menschlichen Mundlippen 483
5. **Wilhelm Anderson.** Über die Hypothese von G. v. Gleich, daß bei einem bewegten Elektron die Masse konstant sei und die Ladung veränderlich 494

Redaktionsschluß am 21. Februar 1928

Fünftes Heft

1. **K. F. Niessen.** Über die annähernden komplexen Lösungen der Schrödingerschen Differentialgleichung für den harmonischen Oszillator 497
2. **E. Rupp.** Zur Polarisation des Kanalstrahllichtes in schwachen elektrischen Feldern. I. Das Abklingleuchten von H_β in einem elektrischen Querfeld. (Hierzu Tafel XIV und XV.) 515
3. **Heinrich Kurtz.** Die Absorption der Kohlenstoff-K-Strahlung in C, N und O 529
4. **Rudolf Weyrich.** Zur Theorie der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen längs der Erdoberfläche 552
5. **Martin Rusch.** Berichtigung und Zusatz zu meiner Arbeit: „Über Lichtbrechung an Gasen im Sichtbaren und Ultrarot (6,76 μ) und Bestimmung der Kalkspateigenschwingung bei 6,76 μ“ 581
6. **Fritz Herold.** Über die Geschwindigkeitsverteilung lichtelektrischer Elektronen 587
7. **G. Mierdel.** Untersuchungen über den elektrodenlosen Ringstrom. (Hierzu Tafel XVI.) 612
8. **Georg Joos.** Bemerkung zu meiner Arbeit über Farbe und Magnetismus von Ionen 641
9. **P. Selényi.** Nachtrag zu meiner Arbeit: „Über die elektrolytische Zersetzung des Glases“ 643
10. **M. Travniček.** Nachtrag zur Arbeit: „Über das Spektrum der CaSrS-Samarium-Mischphosphore“ 645
11. **Franz Rusch.** Ein Apparat zur Bestimmung der Siedepunktserhöhung. (Hierzu Tafel XVII.) 647

Redaktionsschluß am 19. März 1928

Sechstes Heft

Seite

1. **E. Hiedemann.** Über die Hochfrequenz-Glimmentladung in Wasserstoff. (Hierzu Tafel XVIII bis XX.) 649
2. **Helmut Moser.** Über Ausleuchtung und Tilgung der Phosphore durch Licht bei verschiedenem Gattungsatom 687
3. **Gustav Mie.** Untersuchungen zum Problem der Quantenelektrik. (Erste Mitteilung) 711
4. **P. Lenard.** Über die Elektrizitätsleitung in Flammen . . . 730
5. **Franz Quittner.** Einwanderung von Ionen aus wäßriger Lösung in Glas 745
6. **A. Michels.** Mechanische Einflüsse auf die elektrische Leitfähigkeit von Metallen 770

Redaktionsschluß am 17. April 1928

Siebentes Heft

1. **M. J. O. Strutt.** Skineffekt in zylindrischen Leitern . . . 781
2. **Boris Malyscheff.** Bemerkung zu der Beziehung zwischen Farbe und Magnetismus der Ionen 794
3. **Max Wien.** Über den Spannungseffekt der Leitfähigkeit von Elektrolyten in niedrigeren Feldern 795
4. **M. Blumentritt.** Das Verhalten verdünnter Elektrolyte bei hohen Feldstärken 812
5. **K. Rücker.** Messung des kinetischen Wärmeeffektes in Luft, Wasserstoff und Argon 831
6. **M. J. O. Strutt.** Magnetische Feldverdrängung und Eigenzeitkonstanten 866
7. **Chr. Gerthsen.** Über die von der Aufprallstelle von Wasserstoffkanalstrahlen auf Metalle ausgehenden Strahlungen . . 881
8. **Ilsemarie Schaper.** Beiträge zur Kenntnis der Sulfidphosphore 913
9. **L. S. Ornstein und E. F. M. van der Held.** Absolute Intensitätsmessungen an einer Natriumflamme und Verweilzeiten . 953
10. **Ludwig Bergmann.** Über einen Röhrensender für kurze ungedämpfte Wellen. (Hierzu Tafel XXI.) 961
11. **J. Mattauch.** Versuche über die Druckabhängigkeit der Photophorese 967

Redaktionsschluß am 2. Mai 1928

Achtes Heft

1. **E. Rupp.** Über die Winkelverteilung langsamer Elektronen beim Durchgang durch Metallhäute. (Hierzu Tafel XXII bis XXIV.) 981
2. **Paul Kunze.** Absolute Intensität der Hg-Linie 2537 . . . 1013
3. **H. C. v. Alphen.** Strahlungsmessung an Wolframlampen . . 1058

Seite
4. R. Glocker und H. Schreiber. Quantitative Röntgenspektralanalyse mit Kalterregung des Spektrums 1089
5. Georg Ostroumoff. Zur Frage über die Energieverteilung zwischen dem Sender und dem regenerativen Empfänger. . . 1103
6. A. v. Fischer-Treuenfeld. Über das Atomgewicht 1113
7. Alexander v. Muralt. Über die normale Stromdichte bei der Glimmentladung. (Hierzu Tafel XXV.) 1117
8. L. Vegard und E. Esp. Über die Kristallstruktur der Alaune. (Hierzu Tafel XXVI.) 1152

Redaktionsschluß am 24. Mai 1928

Nachweis zu den Figurentafeln

Tafel I—IV.	K. Kohl
„ V u. VI.	H. Ott
„ VII—IX.	G. Schulz
„ X.	B. Pogány
„ XI.	A. Wigand
„ XII.	R. Frerichs
„ XIII.	H. Haas
„ XIV u. XV.	E. Rupp
„ XVI.	G. Mierdel
„ XVII.	F. Rusch
„ XVIII—XX.	E. Hiedemann
„ XXI.	L. Bergmann
„ XXII—XXIV.	E. Rupp
„ XXV.	A. v. Muralt
„ XXVI.	L. Vegard u. E. Esp

1928 № 1

ANNALEN DER PHYSIK

VIERTE FOLGE. BAND 85

---

1. *Über kurze ungedämpfte elektrische Wellen;*
von Karl Kohl

(Hierzu Tafel I bis IV)

(Erlanger Habilitationsschrift)

Ziel der Arbeit bildet die Erzeugung möglichst kurzer und energiereicher ungedämpfter Wellen und weitere Klärung des sie erzeugenden Elektronenmechanismus. Nach einem kurzen Überblick über die bisherige experimentelle Bearbeitung des Gebietes wird eine große Anzahl besonders gefertigter Röhren auf ihre Schwingfähigkeit und Schwingbedingtheit hin untersucht mit dem Resultat: Die Erzeugung kürzester Wellen mit Elektronenröhren ist sowohl mit positiver Spannung an der Anode als auch am Gitter möglich, und in beiden Fällen an die Existenz eines kleinen schwingfähigen Gebildes (Thomsonscher Kreis) gebunden. Auf Grund des experimentellen Materials wird eine gemeinsame Erklärung für beide Arten der Schwingungserzeugung gegeben zugleich mit kritischer Würdigung der bisherigen Theorien. Den Schluß bilden quantitative Messungen zur Prüfung der theoretischen Anschauungen und zugleich als Nachweis für die meßtechnische Brauchbarkeit der erzeugten kürzesten Wellen bis herab zu 30 cm Wellenlänge.

Inhaltsübersicht

Einleitung. — I. Bisherige experimentelle Untersuchungen über kurze ungedämpfte elektrische Wellen; a) Versuche mit dem Lichtbogen; b) Versuche mit der Elektronenröhre; 1. Die Methode der Rückkoppelung; 2. Die Methode Barkhausen-Kurz; 3. Die Methode der Verwendung von Sekundärelektronen; 4. Die Methode der Oberwellen. — II. Eigene experimentelle Untersuchungen; a) Entwicklung der Kurzwellenanodenschaltung; 1. Versuche mit käuflichen Röhren; 2. Einzelheiten der Erzeugungsweise bei der entwickelten Anodenschaltung; 3. Versuche mit besonderer Gittervorspannung; 4. Versuche mit gashaltigen Röhren; — 5. Versuche mit sehr langen Wellen; 6. Weitere Versuche mit Neukonstruktionen von Elektronenröhren; α) Verkleinerung der Wellen durch Leitungsverkürzung; β) Versuche mit Veränderungen des Gitteranodensystems; b) Untersuchungen der Gitterschaltung; 1. Versuche

mit käuflichen Röhren; 2. Vergleichende Versuche von Gitter- und Anodenschaltung; 3. Abhängigkeit der Wellenlänge von Anoden- und Gitterzuführung und der Gitterspannung; 4. Die Wellenlängenverkürzungen durch Verkleinerung der Gitteranodenkapazität; 5. Steigerung der Schwingenergie; 6. Weitere Verkürzung der Gitter-Anodensystemzuführungen; 7. Die Anodenspirale; 8. Die 30-cm-Kurzwellenröhre. — III. Theoretische Betrachtungen zum Problem der Erzeugung kürzester elektrischer Wellen; a) Bisherige Theorien; 1. Die Theorie von **Barkhausen** und **Kurz**; 2) Die Theorie von **Gill** und **Morrell**; 3. Weitere Erklärungsversuche; b) Eigene Betrachtungen; 1. Allgemeine Betrachtungen; 2. Die Hilfsvorstellung der Stromverteilungsschwingungen; 3. Die formale Erklärung durch den negativen Widerstand; 4. Die physikalischen Möglichkeiten des vorliegenden negativen Widerstandes; 5. Der auf der Influenzwirkung der gesteuerten Elektronen beruhende negative Röhrenwiderstand; α) Laufzeit und Schwingungsdauer; β) Der physikalische Inhalt des Begriffs „negativer Widerstand"; γ) Der negative Widerstand der Influenzwirkung; δ) Die ungedämpfte Erregung eines Schwingkreises durch eine oszillierende Ladung; 6. Die Theorie der Anodenschaltung; 7. Die Theorie der Gitterschaltung; α) Das einfache Gitteranodenkreissystem; β) Das gekoppelte System: Schwingkreis-Elektronenfontäne; γ) Anodenpotential größer bzw. gleich Null. — IV. Quantitative Messungen; 1. Meßanordnung; 2. Messungen zur Anodenschaltung; 3. Messungen zur Gitterschaltung; 4. Messungen mit der 30-cm-Kurzwellenröhre. — Zusammenfassung und Ausblick.

Einleitung

Die experimentelle Erzeugung ungedämpfter elektrischer Schwingungen hoher Frequenz gelang bekanntlich erst mit der Entdeckung des schwingenden Lichtbogens, bei dem allerdings die Lichtbogenhysterese den Bestrebungen, die Frequenz immer weiter zu steigern, bald ein Ziel setzten. Erst mit der Erfindung der Hochvakuumelektronenröhre als trägheitslosen Schalter ist es in Verbindung mit der **Meissner**schen Rückkoppelungsmethode gelungen, die Erzeugung ungedämpfter Wellen bis zur Größenordnung von 10 bzw. 1 m experimentell zu verwirklichen. Es besteht nun die merkwürdige Tatsache, daß über diese Größenordnung hinaus die Erzeugung noch kürzerer Wellen unter 1 m nur mit einer gegenüber der Rückkoppelungsschaltung ganz abweichenden Schaltung der Elektronenröhre, nämlich mit positiver Spannung am Gitter, mit negativer Spannung an der Anode, wie **Barkhausen** und **Kurz** (12) (die Literaturangabe befindet sich am Schlusse der Arbeit) zuerst gefunden haben, bis jetzt gelungen ist. Die

Besonderheiten dieser Erzeugungsweise und die dabei gemachten Beobachtungen, wie z. B. die Spannungsabhängigkeit der erzeugten Wellen, lassen es wohl als möglich erscheinen, daß es sich hier um einen ganz besonderen Erzeugungsmechanismus der Schwingungen durch die Elektronen in der Röhre handelt, wie ja auch Barkhausen und Kurz selbst als Erzeugungsursache für die Schwingungen die durch und um das Gitter schwingenden Elektronen angegeben haben. Die mathematische Durchprüfung dieser Anschauung der reinen Elektronenschwingungen — irgendwelche Leitergebilde sollen nach dieser Anschauung ja keine Rolle spielen — brachte einigermaßen befriedigende Übereinstimmung mit der Erfahrung. Über das Zustandekommen dieser Elektronenschwingungen gibt jedoch diese Theorie keinerlei Aufschluß. Auch spätere Theorie (vgl. w. u.) konnten dafür keine befriedigende Erklärung geben. Im Gegensatz zu Barkhausen, Kurz und Scheibe (23) haben nun aber andere Forscher (18) eine Abhängigkeit von den äußeren Leitungsführungen gefunden. Nachdem Scheibe selbst neuerdings diese Befunde als wohl unzutreffend bezeichnet, so ist die Frage nach dem Einfluß der Zuleitungen auf die Schwingungen durchaus noch als offen anzusehen.

Schließlich liegt auch die Frage nahe, können nicht auch mit positiver Spannung an der Anode in ähnlicher Weise derartige kurze Wellen erzeugt werden. Ganz damit im Zusammenhang steht die zweckmäßige Dimensionierung der Röhre selbst und die Entscheidung darüber, welche Röhren besonders für diese Schwingungserzeugung geeignet sind. Die experimentelle Bearbeitung dieser letzteren Aufgabe[1]) schien insbesondere deshalb wünschenswert, weil mit der Durchkonstruktion einer derartigen Röhre dem dringenden Bedürfnis physikalischer Meßtechnik Genüge geleistet werden kann, nachdem bisher ein empfindlicher Mangel an derartigen Kurzwellenröhren zu verzeichnen war.

Bevor nun von dem Gang dieser Untersuchung berichtet werde, der zur Erreichung des gesteckten Zieles eingeschlagen wurde, möge zunächst ein kurzer Überblick über die bisherige experimentelle Bearbeitung und die erzielten Resultate des Problems gegeben werden.

---

1) Die Dimensionierung der Röhre.

I. Bisherige experimentelle Untersuchungen über kurze ungedämpfte Wellen

a) Versuche mit dem Lichtbogen

Die ersten Versuche zur Erzeugung ungedämpfter elektrischer Wellen im Gebiete der Hertzschen Wellen wurden ebenso wie bei langen Wellen zuerst mit dem Lichtbogen angestellt. Es sind hier zunächst Beobachtungen von K. W. Wagner (1) anzuführen, der mit Metallichtbögen bei Betriebsspannungen von 5000 bzw. 440 Volt und Bogenstromstärken von 0,1—0,5 Amp. und Bogenlängen von 0,1—0,2 mm äußerst hochfrequente Schwingungen vermutlich von der Größenordnung eines Meters beobachtete. Später hat N. Stschodro (2) und noch später W. G. Cady (3) ähnliche Versuche angestellt. Wie Wagner bereits selbst angibt, handelt es sich bei den extremen Frequenzen jedenfalls um Schwingungen dritter Art, d. h. um gedämpfte Schwingungen.[1]) Neuerdings wurde von E. Zeppler und W. Schwarz (4) eine Lichtbogenschaltung für Hertzsche Wellen angegeben, die aber anscheinend auch nur gedämpfte Schwingungen liefert. Die Versuche lassen erkennen, obwohl der Lichtbogen an sich als einfachster negativer Widerstand sich ganz besonders gut zur Erzeugung ganz kurzer Wellen eignen würde, er andererseits doch infolge seiner starken Hysterese als Ionenstrecke nur durch Stoßerregung, also gedämpft wirksam ist. Weitere Versuche sind sodann mit dem Lichtbogen nicht bekannt geworden, wohl auch nicht mehr angestellt worden, da inzwischen in der Elektronenröhre ein wesentlich besserer Schwingungserzeuger gefunden wurde.

b) Versuche mit der Elektronenröhre

Bei den Versuchen mit der Elektronenröhre lassen sich folgende verschiedene Methoden erkennen: 1. die Methode der Rückkoppelung, 2. die Methode von Barkhausen-Kurz, 3. die Methode der Verwendung von Sekundärelektronen, 4. die Methode der Oberwellen.

---

1) Versuche an Metallichtbögen mit Betriebsspannungen von 100 bis 50000 Volt, die vor kurzem im hiesigen Institut ausgeführt wurden, ließen ebenfalls aus der mangelnden Interferenzfähigkeit zur Bildung stehender Wellen am Lechersystem erkennen, daß es sich jedenfalls um Schwingungen dritter Art handelt.

1. Die Methode der Rückkoppelung

Diese Methode versucht direkt durch Übertragung des Erzeugungsprinzips für lange Wellen auch bei der Erzeugung von kurzen Wellen zum Ziel zu gelangen. Es müssen zunächst ganz einfach zu diesem Zweck alle frequenzbestimmenden Schaltelemente entsprechend verkleinert werden. Die Schwierigkeit besteht nur darin, die Röhre schwingfähig zu erhalten. Ganz parallel damit läuft die starke Energieabnahme der erzeugten Schwingungen mit abnehmender Wellenlänge; anders ausgedrückt heißt dies, es ist äußerst schwierig, kleine negative Widerstände mit genügend großem Spannungs- und Strombereich herzustellen.

Die ersten Versuche nach dieser Methode der Rückkoppelung für lange Wellen zur Erzeugung kurzer Wellen wurden von Gutton und Touly (8) ausgeführt. Sie geben eine Schaltung an, nach der ein kleiner Schwingkreis zwischen Gitter und Anode liegt, bestehend aus der Gitteranodenkapazität, den Zuleitungen und einem Blockkondensator von der Größenordnung 1000 cm; an diesem Kondensator liegt die Anodenspannung etwa 320 Volt. Der Minuspol der Batterie ist mit der Kathode verbunden. Als Röhrentype verwenden sie die kleinste Type der französischen Militärtelegraphie. Als kürzeste erzeugte Welle geben sie etwa 2 Meter an. Der Schwingstrom wird mit einem Hitzdrahtinstrument im Gitterkreis gemessen.

In etwas anderer Weise geht Van der Pol (10) zur Erzeugung kürzester Wellen vor. Er legt an eine kleine Empfangsröhre sowohl als Anodenkreis als auch als Gitterkreis je ein kleines Lechersystem von etwa 60 cm Länge. Die Gitteranodenkapazität wirkt als innere Rückkoppelung. Durch Veränderung der Längen der Lechersysteme oder durch Veränderung der kleinen Kapazität, die die Anodenbatterie im Anodenkreis überbrückt, läßt sich die Wellenlänge verändern. Die kleinste erzeugbare Wellenlänge beträgt bei dieser Anordnung 3,65 m.

Bemerkenswert ist weiter eine Schaltung von J. S. Townsend und J. H. Morrell (9), die der Schaltung von Gutton und Touly ähnlich ist, wobei nur statt eines Thomsonschen Schwingkreises ein kurzes Lechersystem Verwendung findet. Die wirksame Länge des Systems wird durch einen verschiebbaren Blockkondensator von etwa 1000 cm eingestellt. Am anderen, der Röhre nahen Ende liegt ein kleiner Überbrückungskondensator zur Feinabstimmung. Es gelang mit der Anordnung bis herab zu etwa 5 m Wellenlänge Wellen zu erzeugen. Später ist es W. **Huxford** (34) mit dieser Schaltung gelungen, kürzeste Wellen von 1 m Länge zu erzeugen.

Ein anderer Weg, um insbesondere kurze energiestärkere Wellen zu erzeugen, wurde erstmalig von **Holborn** (14) beschritten, indem er zwei Röhren, und zwar Telefunkenröhren RS5 CII, zu einer Gegentaktschaltung verbindet. Er legt dabei sowohl an die beiden Anoden als auch an die beiden Gitter je ein verstellbares Lechersystem. Die beiden Lechersysteme werden dann im Gegentakt durch die Rückkoppelungswirkung der beiden Gitteranodenkapazitäten ungedämpft erregt. Die untere, dabei erhältliche Wellengrenze liegt bei etwa 2,4 m.

Faßt man das experimentelle Ergebnis all dieser Rückkoppelungsschaltungen zusammen, so läßt sich sagen, daß gerade noch 1 m Wellenlänge als unterste Wellenlängengrenze erreicht worden ist. Quantitative Messungen jedoch bis herab zu dieser Wellengrenze sind aber bis jetzt nicht durchgeführt worden.

2. Die Methode von Barkhausen-Kurz

Wesentlich erfolgreicher hat sich die Schaltung zur Erzeugung kürzester Wellen erwiesen, die von H. **Barkhausen** und K. **Kurz** (12) anläßlich von Messungen des Gasgehalts von Elektronenröhren[1]) entdeckt wurde. Wie bereits oben erwähnt, liegt dabei am Gitter eine hohe positive Spannung, an der Anode eine mehr oder minder negative bzw. kleine positive Spannung. Die dabei verwandten Röhren waren die im Kriege hergestellten Schottröhren, Type H, K, L, M, N. Die erzeugten Wellen hatten im allgemeinen die Länge 1—2,5 m. Die kürzest erzeugte Welle betrug 43 cm. Bemerkenswerterweise zeigten sich die erzeugten Wellen vollständig unabhängig von äußeren Zuleitungen, stark abhängig aber von den angelegten Spannungen und dem Heizstrom. **Barkhausen** und **Kurz** beobachteten außerdem zuweilen sprunghafte Änderungen in der

---

[1]) Vgl. z. B. H. **Möller**, Die Elektronenröhren. Samml. Viehweg 49. S. 146.

Wellenlänge und in der Intensität. Ferner wurden die Schwingungen nur beobachtet bei streng zylindrisch symmetrischen Röhren.

Die Methode von **Barkhausen-Kurz** wurde erstmalig für Meßzwecke von **Schriever** (13) mit Wellen von 54—59 cm angewandt.

Mit derselben Schaltung wurden von L. **Bergmann** (16) Strahlungsmessungen mit Wellen von etwa 2 m durchgeführt.

W. **Kopp** (20) untersucht stehende Wellen von 1—2 m Wellenlänge ebenfalls in der Schaltung von **Barkhausen** und **Kurz** mit L-Schottröhren.

Weiterhin wurde die Schaltung zur Untersuchung der Beugung elektrischer Wellen an dielektrischen Zylindern von Cl. **Schäfer** und J. **Merzkirch** (21) verwendet und dabei zugleich diese Methode der Schwingungserzeugung näher untersucht. Verwendet wurden wieder Schottröhren. Es wurde auch gefunden, daß nicht symmetrisch gebaute Röhren ebenfalls schwingen. Wie von **Barkhausen** und **Kurz**, wurden auch hier sprunghafte Wellenlängenänderungen bei gleichbleibenden Betriebsbedingungen beobachtet und zwar z. B. von einer 68 cm-Wellenlänge in eine solche 34 cm Wellenlänge. Die erzeugten Schwingungen liegen hauptsächlich im Wellenbereich 70 bis 180 cm. Die Feindrähtigkeit des Gitters wird als notwendige Bedingung für das Auftreten der Schwingungen angesehen.

Wesentlich neues experimentelles Tatsachenmaterial brachte die Untersuchung von **Gill** und **Morell** (18); die von ihnen benutzte Röhrentype war die Type M. T. 5 der Marconi-Gesellschaft. Ähnlich wie bei der Anodenschaltung von **Townsend** und **Morrell** (vgl. oben) koppeln **Gill** und **Morrell** hier bei der Gitterschaltung an Gitter und Anode ein Lechersystem an, das durch einen verschiebbaren Blockkondensator auf verschieden wirksame Länge eingestellt werden konnte. Von den erhaltenen Resultaten sei folgendes mitgeteilt:

Die erzeugte Wellenlänge zeigt sich bei konstanter Betriebsspannung von der Länge des galvanisch an die Röhre angekoppelten Lechersystems abhängig (bei 44 Volt Gitterspannung, Veränderung der Wellenlänge von 320—451 cm). Andererseits zeigt sich, daß das Lechersystem bei konstant gehaltener Längeneinstellung durch Veränderung der Gitterspannung V_g zu Schwingungen verschiedener Wellenlänge angeregt werden kann, die mit maximaler Energie auftreten, wenn zwischen dem Lechersystem und den erzeugten Schwingungen Resonanz besteht. Zusammengehörige Werte von λ und V_g bei den maximalen Schwingungen genügen der Beziehung: $\lambda^2 \cdot V_g =$ const.

Diese wichtigen Befunde weisen auf eine wesentliche Lücke in der Theorie von **Barkhausen** und **Kurz** hin, wurden aber auch angezweifelt (52), bis heute aber noch nicht widerlegt.

Eine eingehende Untersuchung dieser Schwingungserzeugung wurde sodann von A. **Scheibe** (23) mit besonders gebauten Röhren durchgeführt, der die Resultate von **Barkhausen** und **Kurz** weiter stützen konnte. Ein Einfluß äußerer Schwingkreise auf die Frequenz konnte nicht festgestellt werden, wohl aber auf die Intensität durch eine Art Resonanzabstimmung. Außer den normalen Wellen von der Größe 330 cm bis herab zu etwa 60 cm wurden noch kurze Wellen bis zu etwa 30 cm beobachtet, von denen noch nicht entschieden werden konnte, ob es sich um Oberwellen handelt.

Eine bemerkenswerte Beobachtung machte weiterhin **Breit** (31, 32, 33). Er beobachtete bei Empfängerröhren mit positiver Spannung am Gitter und isolierter Anode ungedämpfte Wellen von etwa 60 cm, wobei die Anode sich statisch negativ auflädt. Diese negative Aufladung erweist sich als Kriterium für die auftretenden Schwingungen. Möglichst genaue zentrische Anordnung von Anode, Gitter und Kathode erweist sich als notwendig.

Grechowa (44, 45) koppelt nach Art der Holbornschaltung vgl. oben) zwei Röhren parallel, wobei die hohe positive Spannung am Gitter liegt, sie findet dabei die erzeugten Wellenlängen von den Längen der angekoppelten Lechersysteme abhängig. In der zweiten Arbeit (44) versucht **Grechowa** weiter, den Einfluß des Restgases auf die Schwingungen und findet im Druckbereich von $5 \cdot 10^{-8}$ mm Hg bis $1 \cdot 10^{-4}$ mm Hg Unabhängigkeit der Wellenlänge und Intensität der Schwingungen vom Druck. Mit weiter zunehmendem Druck nimmt die Intensität der Schwingungen ab, bis sie bei 10^{-2} mm Hg erlöschen.

Kapzov (46) kommt auf Grund einer Reihe untersuchter

Schaltungen ähnlich wie **Gill** und **Morrell** zu dem Resultat, daß äußere Schwingkreise die Wellenlänge beeinflussen, außerdem findet er noch eine Wellenlängenabhängigkeit vom Quecksilberdampfdruck. Die untersuchten Schwingungen hatten eine Wellenlänge von etwa 1—2 m.

M. T. **Grechowa** (45) untersucht in einer weiteren Arbeit die Abhängigkeit der Wellenlänge bei einer Gegentaktschaltung von der Anodenkreislänge und findet, für die Wertepaare von Gitterspannung V_g und der Wellenlänge λ, die jeweils bei einer bestimmten Anodenkreislänge maximale Schwingungen liefern, die Beziehung $\lambda^2 \cdot V_g =$ const. nahezu erfüllt.

Um die Energie der Schwingungen noch wesentlich zu steigern, wurde verschiedentlich (42, 45) mit Erfolg versucht, mehrere Röhren gekoppelt durch verbindende Lechersysteme zu synchronen Schwingungen zu erregen. Da aber diese Versuche nichts wesentlich Neues zur Klärung des Mechanismus der Schwingungserzeugung beitragen, so sei auf diese Versuche an dieser Stelle nicht weiter eingegangen.

Zum Schlusse sei noch eine Arbeit von S. J. **Zilitinkewitsch** (41) angeführt, der unabhängig von **Barkhausen** und **Kurz** dieselbe Methode findet und untersucht. Er beobachtet den Resonanzeinfluß eines einpolig an die Anode angeschalteten Leiterstückes auf den Anodenstrom, der sich als periodisch abhängig von der Länge dieses Stückes ergibt. Er findet dabei Wellen bis zu etwa 40 cm.

In einer kürzlich mitgeteilten Untersuchung findet schließlich **Pierret** (50) ähnlich wie **Zilitinkewitsch** periodische Änderungen des Anodenstroms in Abhängigkeit von der Anodenzuleitungslänge; für die Wellenlänge findet er dabei bei konstanten Betriebsbedingungen nur unwesentliche Änderungen. Die Wertepaare λ, V_g für maximale Schwingungsintensität gehorchen nicht der Beziehung $\lambda^2 \cdot V_g =$ const. sondern das Produkt nimmt mit wachsender Spannung zu. Die erzeugten Wellen liegen im Gebiet von 30—150 cm.

3. Die Methode der Verwendung von Sekundärelektronen

Mit einer Schaltung ganz ähnlich der, die **Gill** und **Morrell** (vgl. oben) bei ihrer Untersuchung der Methode von **Barkhausen-Kurz** angewandt haben, untersuchen sie in einer weiteren Arbeit (36) die Marconiröhre M. T. 5 nach Art des Dynatrons von **Hull** (11) auf die Erzeugungsmöglichkeit von kurzen Wellen. An der Anode lagen dabei etwa +40 bis +160 Volt, am Gitter etwa +120 bis +300 Volt. Die erhaltenen Resultate sind im wesentlichen dieselben wie bei ihrer ersten Arbeit. Bei konstanten Betriebsbedingungen hängt die Wellenlänge von der Länge des Lechersystems ab. Bei konstanter Länge des Lechersystems hängt die Wellenlänge nur von der Differenz der Spannungen von Gitter und Anode ab und genügt der Beziehung: $\lambda^2 \cdot (V_g - V_a) = \text{const.}$

Die Schwingungserzeugung beruht auf der zwischen Anode und Kathode durch die Sekundärelektronenemission verursachte fallende Charakteristik der Röhre. Als kürzeste Welle wird eine solche von 34 cm Länge erhalten.

Eine ähnliche Untersuchung, wie die von **Gill** und **Morrell**, wurde von **J. Sahanek** (38) durchgeführt. Das erforderliche Potential an der Anode wird durch einen veränderlichen Widerstand zwischen Gitter und Anode erzielt, zwischen die er außerdem einen kleinen veränderlichen Schwingkreis legt, der für die Frequenz der Schwingungen bestimmend gefunden wird. Ein ähnlicher Schwingkreis zwischen Gitter und Kathode beeinflußt nur die Intensität der erzeugten Schwingungen. Die Erzeugungsweise beruht, wie bei **Gill** und **Morrell**, auf der Sekundärelektronenemission an der Anode.[1]

4. Die Methode der Oberwellen

Auf dem Wege von Oberschwingungen zu kurzen ungedämpften Wellen unter einem Meter zu gelangen, haben erstmalig **Gutton** und **Pierret** (39) versucht. Bei einer Grundwelle von einigen Metern gelang der Nachweis bis zur 7. Oberschwingung. Höhere Oberschwingungen konnten wegen der beträchtlichen Intensitätsabnahme nicht nachgewiesen werden. Die kleinste Welle, die so erhalten wurde, betrug 21 cm.

Bemerkt sei noch, daß neuerdings auch wieder Versuche mit Funkenerregung zur Erzielung möglichst kurzer energiereicher Wellen, allerdings unter Verzicht auf völlige Ungedämpftheit unternommen wurden. Esau[1]) ist es auf diese Weise gelungen, Wellen von etwa 30 cm mit einer Energie von etwa 70 Watt herzustellen.

---

[1] Eine ähnliche Methode für längere Wellen behandelt **H. Rottgardt**, Ztschr. f. techn. Phys. 6. S. 610. 1925.

II. Eigene experimentelle Untersuchungen

a) Entwicklung der Kurzwellenanodenschaltung

1. Versuche mit käuflichen Röhren

Ziel der Untersuchung war zunächst eine Kurzwellenschaltung mit hoher positiver Spannung an der Anode mit Rückkoppelung zu entwickeln, die möglichst kurze Wellen unter der Größe von 1 Meter zu erzeugen gestattet, zugleich mit der Absicht, dadurch entscheiden zu können, ob der Erzeugungsmechanismus derartiger kurzer Wellen tatsächlich derselbe wie bei der Erzeugung langer Wellen ist und ob vielleicht in diesem Wellengebiet, bei dem ja die Elektronenlaufzeiten bereits von derselben Größenordnung wie die Schwingungsdauern der erzeugten Schwingungen werden, dadurch ein verändertes Arbeiten der Röhre überhaupt und damit eine andere Erzeugungsweise der Schwingungen bedingt ist.

Bei der Wahl der Ausgangsschaltung zur Erzeugung von kurzen Wellen aus den Schaltungen für lange Wellen schied zunächst die induktive Rückkoppelungsschaltung aus, da ja bei extrem kurzen Wellen die notwendige Verkleinerung aller wirksamen Selbstinduktionen eine genügend wirksame Rückkoppelungsselbstinduktion nicht erwarten lassen konnte. Unter den kapazitiven Rückkoppelungsschaltungen schien es ebenfalls zweckmäßig, zur Erreichung des Zieles jede überflüssige Kapazität zu vermeiden. Da eine solche, sollte sie als Rückkoppelung wirken, genügend klein sein müßte, damit an ihr noch wirksame Spannungen auftreten können, andererseits dadurch aber ein weiteres frequenzbestimmendes Element zur Verwendung käme, so schien es also zweckmäßig, von der Kühn-Huthschen Schaltung[2]) auszugehen, da diese Schaltung (Fig. 1a) ja gerade auf der Rückkoppelungswirkung der auf keinen Fall vermeidbaren inneren Gitteranodenkapazität beruht.

---

[1]) Vgl. Vortrag von Prof. Dr. A. Esau, gehalten auf der Tagung des Deutsch. Funktechn. Verbandes in Jena. Funk, Wochenschr. des Funkwesens, Heft 43. S. 609.

[2]) S. z. B. Banneitz, Taschenb. d. drahtl. Telegr. Fig. 808.

Nach orientierenden Versuchen mit Wellen von der Größenordnung 100 m mit Röhrentypen V T 52 und S T 12[1]) konnten mit diesen Röhren Schwingungen bis zur Wellenlänge von 5—10 m erzielt werden. Zu diesem Zweck wurden die Selbstinduktionen und Kapazitäten der beiden Schwingkreise systematisch verkleinert, so daß schließlich nur noch kleine einlagige Spulen übrig blieben, deren Selbstinduktion und Eigenkapazität das Schwinggebilde je im Anoden- und Gitterkreis abgaben.

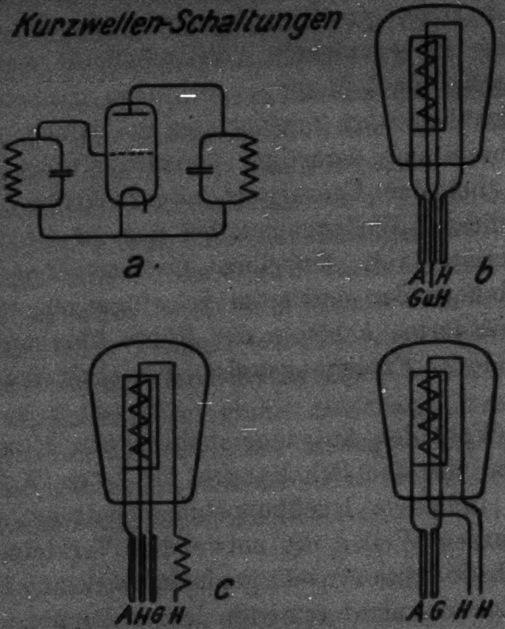


Fig. 1

Das Auftreten der Schwingungen wurde zum Teil gleich an dem Absinken des Anodenstromes mit einem Milliamperemeter beobachtet. Die beiden Typen hatten V-förmigen Glühfaden und Doppelplattenanoden. Weitere Versuche mit einer Type V T 106 mit zylindrischer Anode, zentrischem Gitter und Glühfaden führten schließlich dazu, die Spulen immer kleiner werden zu lassen, bis schließlich nur einfache Drähte von etwa 8 cm Länge bei einer Anodenspannung von 220 Volt, 12 MA. Anodenstrom Wellen von etwa 2 m ergaben. Die Zuleitungsdrähte ließen sich nach einigen Versuchen noch weiter verkürzen, bis schließlich der Blockkondensator, der zur Überbrückung der Anodenspannung eingeschaltet war, und der sich für die Schwingungen als ganz wesentlich ergab, unmittelbar an den Röhrenfuß angeschlossen war. Bei etwa 20 MA. Anodenstrom und Anodenspannung von 360—440 Volt konnten hierbei Wellen von 75 cm Länge am Lechersystem gemessen werden.

---

[1]) Firma Südd. Telefon-Apparate-Draht- und Kabelwerke Nürnberg.

Fig. 1b zeigt die Schaltung. Das Schwinggebilde bestand also nur noch aus der Röhre selbst, deren Elektrodenzuleitungen, und zwar erstens die Anode A, zweitens das Gitter G, verbunden mit dem einen Heizdraht H_1, drittens dem anderen Heizdraht H_2, durch einen dreiteiligen Blockkondensator solcher Größe überbrückt wurden, daß das Schwinggebilde in sich geschlossen und von den äußeren Zuleitungen (in der Figur nicht gezeichnet) unabhängig wurde. Fig. 2, Taf. I zeigt eine Abbildung dieses Kurzwellensenders selbst. Der untere dreiteilige Kondensator ist hier noch variabel gestaltet und diente nur zum Aufsuchen der günstigsten Verhältnisse. Die merkwürdige Überbrückung der beiden Heizfadenenden durch einen Kondensator bei dieser Schaltung diente jedenfalls nur zum besseren Schließen des Schwinggebildes in sich. Der Abdrosselung des Schwingkreises von den Zuleitungen dienten auch noch die auf der Fig. 2, Taf. I ersichtlichen drei kleinen einlagigen Drosselspulen.

Die Strahlung dieses kleinen Senders erwies sich ohne jegliche Antenne, also lediglich von der Röhre selbst herrührend, als sehr gut. In etwa 4 m Entfernung konnten noch mit linearem Empfänger $\lambda/2$-Länge am Detektor mit einem Zeigermillivoltmeter von Siemens & Halske, 30—40 Teile Ausschlag (1 Teil = 10^{-4} Volt), nachgewiesen werden. Der elektrische Vektor der Wellen lag nahezu parallel zur Anodenzylinderachse, d. h. parallel zum Röhrensystem.

Versuche mit einer Type (Fig. 3a, Taf. I) mit etwas längerem Anodenzylinder V T 57 ergaben bei 5,5 Volt Heizspannung 1,1 Amp. Heizstrom, 300 Volt Anodenspannung, 12 MA. Emission, Steilheit $6 \cdot 10^{-4}$ MA./Volt, Durchgriff 8 Proz., bei den Betriebsbedingungen 24 MA. Anodenstrom und 600 Volt Anodenspannung etwa 80 cm Wellenlänge.

Die weitere Frage war nun, welche Teile sind frequenzbestimmend und für den Schwingungsvorgang wesentlich. Um diese Frage experimentell entscheiden zu können, wurde die Schaltung in mannigfacher Weise abgeändert. Zunächst zeigte sich, daß das Gitter *G* (Fig. 1 c) auch kapazitiv für die Schwingungen angeschlossen werden konnte, wenn in die dadurch freigewordene Heizzuführung eine weitere Drosselspule gelegt wurde. Damit war die Möglichkeit gegeben, dem Gitter eine besondere Spannung erteilen zu können und einen auftretenden Gitterstrom zu messen. Die Verwendung einer besonderen Gittervorspannung brachte keine wesentliche Verbesserung der Energie der erzeugten Schwingungen. Es zeigte sich nur, daß bei konstanter Heizung mit abnehmender Gittervorspannung etwa im Verhältnis des Durchgriffs die Anodenspannung erhöht werden mußte, d. h. also die Zugspannung in der Gitterebene konstant bleiben mußte, um dieselbe Schwingungsenergie wieder zu erhalten. Im folgenden wurde daher von der Verwendung einer eigenen Gittervorspannung im allgemeinen abgesehen.

Die Beobachtung des Gitterkreises ergab, daß im Augenblick des Einsetzens der Schwingungen, was dadurch erreicht wurde, daß bei konstanter Anodenspannung der Heizstrom langsam gesteigert wurde, gleichzeitig ein Gitterstrom zu fließen begann. Im obigen Fall der V T 57 betrug er etwa 0,4 MA. Es zeigte sich weiter durch Vergleich des mit dem Detektor in einem angekoppelten kleinen aperiodischen Kreis gemessenen Schwingstromes, daß der auftretende Gitterstrom gleichsinnig wächst und abnimmt, wenn durch Veränderung der Heizung die Intensität der Schwingungen geändert wird. Der auftretende Gitterstrom erweist sich demzufolge eindeutig mit den auftretenden Schwingungen verknüpft und bildet so einen bequemen Indikator für das Einsetzen und die Stärke der Schwingungen. Dieses Auftreten des Gitterstromes wies damit zugleich auf das Auftreten einer Wechselspannung am Gitter hin.

Die weitere Frage war nun, in welcher Weise kreist der Schwingstrom in der Röhre. Um dies zu entscheiden, welche von den unteren Schlußkapazitäten wesentlich für den Schwingungsvorgang ist, wurden jeweils zwei von den Zuleitungen zu Gitter, Anode, Kathode durch einen kleinen Kondensator überbrückt. Das Resultat zeigt Fig. 1d, es zeigt sich, daß Anode und Gitterzuführung durch einen kleinen Kondensator von etwa 50 cm Kapazität überbrückt werden müssen, um die Schwingungen aufrecht zu erhalten. Außerdem zeigte sich, daß von dem Übergang der Schaltungen von Fig. 1b zu Fig. 1c zu Fig. 1d die Wellenlänge konstant geblieben ist, woraus gefolgert werden kann, daß als frequenzbestimmender Kreis der kleine Schwingkreis anzusehen ist, der aus der Gitteranodenkapazität und den inneren Zuleitungen zu Gitter und Anode als Selbstinduktion besteht. Die äußere Kapazität dient dabei nur als Blockkondensator, um den Schwingkreis in sich zu schließen. Experimentell zeigte sich auch, wenn dieser Blockkondensator kleiner und kleiner gemacht wird, daß die Intensität der Schwingungen abnimmt, um schließlich abzureißen.

Damit war als experimentelles Resultat gewonnen: es lassen sich noch bis herab zu 75 cm Wellenlänge Schwingungen mit Röhren mit positiver Anode dadurch erzeugen, daß ein kleiner Thomsonscher Schwingkreis, der aus dem Röhrensystem gebildet werden kann, erregt wird. Damit war schließlich auch der Weg zu kürzeren Wellen klar vorgezeichnet, nämlich als experimentelle Aufgabe, den Kreis weiter zu verkleinern.

2. Einzelheiten der Erzeugungsweise bei der entwickelten Anodenschaltung

Bemerkenswert ist, daß die Röhren bei den eben angegebenen Betriebsbedingungen etwa gerade zu Beginn des Sättigungsgebietes arbeiten. Das Schwingenlassen der Röhren konnte auf verschiedene Arten erfolgen. Erstens dadurch, daß die Heizung und damit die Emission allmählich gesteigert wurde bei konstanter Anodenspannung, bis schließlich die Schwingungen mit endlicher Amplitude anspringen. Geht man dann mit der Heizung etwas zurück, so sinkt der Schwingstrom entsprechend ab, um schließlich bei einer bestimmten minimalen Emission wieder ganz abzureißen. Zweitens bei genügend starker Heizung durch plötzliches Einschalten des Heizstromes.

Drittens bei genügend starker Heizung durch plötzliches Einschalten der Anodenspannung. In allen Fällen schwingen somit die Röhren nicht mit kleiner Amplitude an, sondern müssen erst durch entsprechende Schaltstöße zu endlicher Schwingungsamplitude angestoßen werden. Läßt man durch allmähliches Steigen der Emission die Röhren anschwingen, und steigert man die Emission bei konstanter Anodenspannung weiter, so geht der Gitterstrom und der Schwingstrom fast gleichzeitig über ein Maximum, um dann wieder abzunehmen, und schließlich bei einem bestimmten Wert der Heizung abzureißen. Andererseits, ändert man die Anodenspannung bei konstanter Emission, so geht ebenfalls bei einer bestimmten Spannung Gitter- und Schwingstrom über ein Maximum, um dann wieder bei einer bestimmten Anodenspannung abzureißen.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß je ein Wertepaar von Anodenstrom und Anodenspannung maximale Schwingungen ergeben und dieses Wertepaar sich gleichsinnig nach größerer Stromstärke hin verschiebt, wobei zugleich die Schwingenergie im ganzen anwächst. Die Wellenlänge zeigt dabei innerhalb der Meßgenauigkeit keine Änderung. Die Tabelle gibt die Lage zweier Maxima für die Schwingungen bei der Röhre VT 57 3409 an mit ihren relativen Schwingenergien.

Anodenspannung Volt	Heizstrom Amp.	Anodenstrom MA.	Gitterstrom MA.	Schwingenergie
440	1,1	23	0,85	22
600	1,13	27	0,40	34

Die Anbringung der Drosseln hinter dem unteren Blockkondensator beeinflußte wesentlich die erzeugte Schwingenergie, nicht aber die Wellenlänge. Die Zuleitungen zwischen Kondensator und Drosseln mußten möglichst klein sein, damit möglichst große Energie erzielt wurde.

Mit Röhrentypen mit plattenförmigen bzw. Kastenanoden konnten wie z. B. bei der Type VT 27 bis zu Belastungen von 600 Volt Anodenspannung, 31 MA. Anodenstrom, keine Schwingungen erzielt werden, ebenfalls nicht mit Zweifachröhren bei Belastungen bis zu 200 Volt Anodenspannung und 50 MA. Anodenstrom.

3. Versuche mit besonderer Gittervorspannung

VT57 8432 ergab beim Gitterpotential Null, 22 MA. Anodenstrom, 1,2 Heizstrom, 560 Volt Anodenpotential, maximale Schwingungen von 90 cm Wellenlänge, desgleichen im Gitterpotentialbereich ± 4 Volt Schwingungen derselben Wellenlänge. Wurde die Gittervorspannung stärker negativ gemacht, so traten sprunghaft vom Gitterpotential −6 Volt an, Schwingungen auf, die auf dem Lechersystem nicht mehr nachgewiesen werden konnten und bis zu etwa −44 Volt vorhanden blieben. Wie sich aus dem Zu- und Abschalten der Drosselspulen in den Zuleitungen und aus der Lage der statischen Gitterspannungsanodenstrom-Charakteristik ergab, handelte es sich in diesem Falle um reine Rückkoppelungsschwingungnn der Drosselspulenzuleitungen als schwingendes System, wie sie sich zu Anfang dieser Untersuchungen im Anschluß an die Kühn-Huthsche Schaltung ergeben haben. Es zeigte sich somit, daß die kurzen Schwingungen auf das Sättigungsgebiet, nahe an dem oberen Knick der Gitterspannungsanoden-Charakteristik beschränkt sind.

4. Versuche mit gashaltigen Röhren

Erwähnt sei noch, daß stark gashaltige Röhren, was an dem Auftreten von Gitterströmen bis zur Größenordnung von 0,1 bzw. 1 MA. bei negativer Gittervorspannung von einigen Volt zu erkennen ist, durchaus unkonstantes Verhalten und auch sonst mannigfache Abweichungen zeigen. So zeigten z. B. die beiden stark gashaltigen Röhren V T 57 2073 und 1028 bei Gittervorspannung −19,5 bzw. −18 Volt 30 MA. Anodenstrom, 600 Volt Anodenspannung ohne Schwingungen etwa 0,1 MA. Ionenstrom. Bei stärkerer Heizung traten plötzlich sprunghaft Schwingungen von 80 cm Wellenlänge auf, wobei der Ionenstrom unter Vorzeichenwechsel in einen Elektronenstrom umsprang und bei 45 MA. bzw. 38 MA. Anodenstrom etwa 0,4 MA. Elektronengitterstrom ergab. Infolge der stark wechselnden ungleichmäßigen Betriebsbedingungen für die Schwingungen wurden derartige gashaltige Röhren nicht weiter untersucht. Bei den untersuchten Röhren betrug der Gitterionenstrom meist unter 10^{-5} MA., wobei stets reproduzierbare Versuchsbedingungen vorhanden waren.

5. Versuche mit sehr langen Wellen

Versuche mit der Röhre V T 57 72092 ergaben auch noch längere Wellen von etwa 400 m Wellenlänge, indem parallel ein variabler kleiner Drehkondensator bis zu etwa 250 cm parallel zur Gitteranodenkapazität gelegt wurde, woran beiderseits je eine Honigwabenspule von 25 Windungen, die durch einen Blockkondensator von 6000 cm zu einem Schwingkreis geschlossen wurden, angeschlossen war. Die Betriebsbedingungen 40 MA. Anodenstrom, 600 Volt Anodenspannung, 2 MA. Gitterstrom, ergaben Schwingungen, die der Eigenfrequenz des Kreises, je nach der Einstellung des variablen Drehkondensators entsprachen. In diesem Falle dürfte es sich wohl um normale Rückkoppelungsschwingungen in der Kühn-Huthschen Schaltung handeln. Vgl. hierzu eine Untersuchung von Kiebitz (43).

6. Weitere Versuche mit Neukonstruktionen von Elektronenröhren

Das weitere Ziel, das nun verfolgt wurde, war, den frequenzbestimmenden kleinen Schwingkreis so klein wie möglich zu machen durch Konstruktion besonderer Röhrentypen. Zu diesem Zweck mußten einerseits die Zuleitungen, d. h. die wirksamen Selbstinduktionen, andererseits die Gitteranodenkapazität weiter verkleinert werden.

a) Verkleinerung der Wellen durch Leitungsverkürzung

Zum Zweck der Leitungsverkürzung wurde zunächst noch versucht, den Schlußkondensator in den Röhrenfuß einzubauen, und unmittelbar an die Durchführungsstellen anzuklemmen. Es gelang aber nicht dabei, die Röhre zum Schwingen zu bringen. Es wurde daher versucht, ohne weiteres den Kondensator mit ins Vakuum hineinzusetzen und unmittelbar an das System anzuklemmen (Fig. 4b, Taf. II). Die dabei gewonnene Leitungsverkürzung betrug etwa 4 cm. Jedoch gelang es ebenfalls nicht, eine derartig hergestellte Röhre zum Schwingen zu bringen. Da zunächst anzunehmen war, daß die Verkürzung zu unstetig vorgenommen wurde, so wurden zunächst zwei Röhren, bei denen die Länge der Leitungen, d. h. der wirksamen Selbstinduktion im Vakuum, etwa derjenigen der noch schwingfähigen Röhren mit Außenkondensatoren entsprach, hergestellt

(Fig. 4c). Doch auch zwei solche Röhren konnten nicht zum Schwingen gebracht werden. Da alle Einwände, wie schlechtes Vakuum, starke Dämpfung durch Glimmer u. dgl. nicht zutreffend erschienen, so wäre daran zu denken gewesen, die Systemnachbildung der Röhre im Innern ganz genau bis in alle Einzelheiten nach den Röhren mit Außenkondensatoren zu gestalten. Davon wurde aber Abstand genommen und zunächst Röhren gebaut mit vollständig abgerundeter Sockelquetschung, so daß mit dem Außenkondensator vollständig an die Leitungsdurchführungen herangegangen werden konnte (Fig. 4a, Taf. II).

Die Untersuchung dieser Röhren (6 Stück), deren elektrische Daten etwa denjenigen der bereits oben untersuchten Type VT57 entsprach, ergab nun, daß die Röhren nur schwingfähig blieben, wenn mit dem Schlußkondensator nicht weiter als bis auf etwa 2 cm Entfernung an die Quetschung herangegangen wurde. Hierbei ergab Type VT57r 1 bei einer Anodenspannung von 760 Volt 35 MA. Anodenstrom, 0,4 MA. Gitterstrom kräftige Schwingungen von 65 cm Länge, so daß am linearen Oszillator mit Detektor 30 Teile 10^{-4} Volt in Meterentfernung noch zu messen waren. Die übrigen Röhren ergaben ähnliche Resultate. Nur eine der Röhren zeigte etwa doppelte Schwingungsenergie. Sie unterschied sich nur durch etwas stärkere Gitterzuführung; drei daraufhin ähnlich nachgebaute Röhren ergaben aber auch keine energiereicheren Schwingungen.

β) *Versuche mit Veränderungen des Gitteranodensystems*

Um mit kleinerer Emissionsstromstärke und hohen Spannungen noch Schwingungen zu erhalten, wurden Röhren mit etwas kleinerem, etwa dem halben Durchgriff, nämlich 4 bis 4,5 Proz. gegenüber 8 Proz. gebaut. Es konnten damit tatsächlich 760 Volt Anodenspannung mit 10—14 MA. Emission Schwingungen von etwa 70 cm Wellenlänge erzielt werden. Die etwas längere Welle erklärt sich ohne weiteres aus der vergrößerten Gitteranodenkapazität.

Nachdem der Verkleinerung des Kreises durch Verkürzung der Zuleitungen auf Grund der obigen Versuche eine Grenze gesetzt war — höhere Spannungen waren tunlicherweise nicht anzuwenden, um die Röhre nicht durch zu starke Energiebelastung nach kurzer Zeit zu zerstören —, so wurde zur Verkleinerung der Anodengitterkapazität übergegangen. Zunächst wurde die ursprüngliche Anoden- und Gitterlänge von 28 mm auf die Hälfte verkleinert (Fig. 5a). Drei derartige Röhren ergaben bei 760 Volt Anodenspannung 40 MA. Anodenstrom, 0,4 MA. Gitterstrom, Schwingungen von 60 cm Wellenlänge; allerdings von geringerer Intensität im linearen Oszillator bei 20 cm Abstand von der Röhre, etwa 10 Teile 10^{-4} Volt. Es wurde nun durch weitere Verkürzung der Anode auf ein Viertel der normalen Länge versucht, die Welle noch weiter herabzudrücken, doch konnten solche Röhren bei Anwendung von Anodenspannungen bis zu 760 Volt und Anodenströmen bis zu 45 MA. nicht zum Schwingen gebracht werden.

Ein anderer Versuch wurde gemacht, indem zur Verringerung der Gitteranodenkapazität der Anodenzylinder den doppelten Durchmesser erhielt (Fig. 5b). Eine derartig hergestellte Röhre mit einer Steilheit von $11 \cdot 10^{-4}$ MA./Volt und einem Durchgriff von 4 Proz. lieferte bei 600 Volt Anodenspannung und 20 MA. Anodenstrom nur Wellen von etwa Metergröße, wobei der Schlußkondensator wieder nur bis auf 2 cm an die Quetschung des Fußes herangebracht werden konnte. Die wirksame Gitteranodenkapazität war demnach anscheinend nicht herabgesetzt worden.

Das Resultat der bisherigen Versuche ist demnach: Es lassen sich kleine Schwingkreise, bestehend aus der Gitteranodenkapazität und deren Zuleitungen bei Anodenspannungen bis zu 760 Volt und Anodenströmen bis zu etwa 40 MA. bis zu einer Wellenlänge von etwa 60 cm zu ungedämpften Schwingungen erregen.

b) Untersuchungen der Gitterschaltung

1. Versuche mit käuflichen Röhren

Nachdem es in den vorangehenden Untersuchungen gelungen war, in das Wellengebiet einzudringen, das sonst für gewöhnlich nur mit der Methode von Barkhausen und Kurz erreicht werden konnte, erschien es besonders wünschenswert, mit den untersuchten Röhren und den darin enthaltenen Schwingungskreisen Schwingungen nach der Methode von Barkhausen und Kurz erzeugen zu können, um auf diese

Weise einen tieferen Einblick in den Elektronenmechanismus dieser Schwingungserzeugung zu bekommen. Beruhten die Schwingungen nach Barkhausen und Kurz rein auf Elektronenschwingungen um das positive Gitter, so müßten zum mindesten, falls gerade diese Elektronenschwingungen bei den eben untersuchten Röhren in Resonanz mit dem vom System Anode–Gitter und dessen Zuleitungen gebildeten Schwingkreis kämen, besondere Verhältnisse, wie z. B. besonders energiereiche Schwingungen u. dgl. zu erwarten sein.

Bereits früher unternommene Versuche mit der Röhrentype VT 106, sowie einer Type VT 16 mit einem besonders großen Durchgriff 27 Proz., allerdings ohne den äußeren bei der Anodenschaltung stets angewandten Schlußkondensator, hatten seinerzeit nicht zur Erzeugung von Schwingungen nach der Methode von Barkhausen und Kurz führen können, bzw. die maßgebenden Schwingbereiche auffinden lassen. Nunmehr wurden von neuem diese Versuche aufgenommen, wobei insbesondere eine Vorstellung als Arbeitshypothese diente, auf die weiter unten bei der theoretischen Erklärung der beobachteten Vorgänge eingegangen werden möge.

Vorausgeschickt möge noch werden, daß die ausgeführten Versuche durchwegs mehr orientierender als exaktmessender Weise ausgeführt wurden. Insbesondere wurde auf letzte Genauigkeit bei den Messungen von Betriebsdaten und Wellenlängen deshalb verzichtet, um jede Röhre möglichst vielseitig untersuchen zu können. Andererseits wurde die Röhre bei der Untersuchung nahe ihrer Belastungsgrenze durch nicht zu lange Beanspruchung möglichst zu schonen versucht. Nicht zuletzt gebot auch die stets nur beschränkte Anzahl der zur Verfügung stehenden, besonders angefertigten Röhren, diese orientierende Untersuchungsweise anzuwenden.

Die ersten Versuche mit positiver Spannung am Gitter und Anodenpotential Null, gelangen mit einer Philippdoppelgitterröhre D 6 (Fig. 3b, Taf. I). Dabei wurde das Raumladegitter als Gitter, und das eigentliche Steuergitter und die Anode zusammen als Anode verwendet oder auch Steuergitter und Anode einzeln. Die Gitterzuleitung und Anodenzuleitung wurden wieder unmittelbar am Fuße durch einen Blockkondensator von etwa 50 cm Kapazität überbrückt. Es gelang mit

36 MA. Emission bei 0,57 Heizstrom und + 80 bzw. + 160 Volt am Raumladegitter 60 cm bzw. 55 cm Wellen zu erzeugen. Wurde die Anode freigelassen und das Steuergitter als Anode verwendet, so konnten bei 80 Volt 50 cm Wellen mit verhältnismäßig großer Energie erzeugt werden. Wurde Steuergitter und Anode zusammen als Anode verwendet, so konnten bei + 100 Volt am Raumladegitter schwache Schwingungen von 60 cm erhalten werden.

Versuche mit der Eingitterröhre V T 17 946 (Fig. 3 c, Taf. I) mit einer Steilheit $2{,}7 \cdot 10^{-4}$ Milliamp./Volt und einem Durchgriff 13,5 Proz. ergaben bei 25 MA. Emission 240 Volt am Gitter, bereits Wellen von 35 cm Länge, die gerade noch nachgewiesen werden konnten. Mit der Type V T 17 939 konnten mit 240 Volt Gitterspannung, 30 MA. Gitterstrom 0,64 MA. Anodenstrom etwa 38 cm Wellen erhalten werden.

Die Belastung dieser Röhren war dabei so groß, daß nach kurzer Zeit unter starken Zerstäubungserscheinungen von Kathode und Anode die Glühkathoden durchbrannten.

Die Versuche ließen insgesamt ganz entsprechend wie bei der Anodenschaltung den Einfluß des aus der Gitteranodenkapazität und deren Zuleitungen gebildeten Schwingkreises erkennen. Dadurch ermutigt, wurde nun an die systematische Prüfung dieser Vermutung gegangen, indem nun nochmals die Versuche mit den Typen V T 106 und V T 57 aufgegriffen wurden.

Derartige Versuche mit der Type V T 106 2360 ergaben nun bei 22 bzw. 22 und 25 MA. Gitterstrom und Gitterspannungen von 60 bzw. 120 und 200 Volt Schwingungen von 80 bzw. 60 und 50 cm Wellenlänge mit meßtechnisch durchaus ausreichender Energie.

Weitere Versuche gelangen nun schließlich auch mit der Type V T 57 8432, und zwar ließen sich bei 20 MA. Gitterstrom und Gitterspannungen von 80 bzw. 120, 160, 200, 240 und 280 Volt Schwingungen mit den Wellenlängen 80 bzw. 75, 60, 50 und 45 cm nachweisen. Bemerkenswert ist hier bei der Gitterschaltung dieser Röhren, wie bereits bei der Type V T 106 beobachtet wurde, die starke Spannungsabhängigkeit der erzeugten Schwingung bei ein und derselben Schaltung des Gitter- und Anodenzuleitung überbrückenden

Kondensators. Bei den eben erwähnten Versuchen war derselbe 2,5 cm von der Quetschung entfernt.

Type VT 57 1023 zeigte in ähnlicher Weise bei 8 MA. Gitterstrom, Gitterspannungen von 40, 80, 120 Volt das Auftreten spannungsabhängiger Schwingungen von 80, 72, 65 cm Wellenlänge.

2. Vergleichende Versuche von Gitter- und Anodenschaltung

Von den Versuchen, die nun zum Vergleich der Betriebsbedingungen von Gitter- und Anodenschaltung und den damit erzeugten Wellenlängen durchgeführt wurden, seien die mit der Röhre VT 57 8432 erhaltenen Resultate mitgeteilt. Wurden Gitter- und Anodenzuleitung unmittelbar am Fuße in der üblichen Weise durch den Blockkondensator überbrückt, so gab die Röhre in der Anodenschaltung bei 480—600 Volt Anodenspannung und 22 MA. Anodenstrom Schwingungen von 80 cm Wellenlänge in der Gitterschaltung bei 12 MA. Gitterstrom und 60 bzw. 200 Volt Gitterspannung Schwingungen von 80 bzw. 55 cm Wellenlänge.

Wurden die Zuleitungen um 1,5 cm verlängert, so gibt die Röhre in der Anodenschaltung bei 440 Volt Anodenspannung und 24 MA. Anodenstrom Schwingungen von 100 cm Wellenlänge. In der Gitterschaltung mit 60, 160 und 200 Volt Gitterspannung und 28, 40, 50 MA. Gitterstrom Schwingungen von 80, 60, 60 cm Wellenlänge.

Im ganzen zeigt sich also die Wellenlänge bei der in der Gitterschaltung erzeugten Schwingung bei derselben Schaltung des Kondensators etwas kürzer als bei der Anodenschaltung, was sich wohl in Einklang mit der geänderten Betriebskapazität zwischen Gitter und Anode bei den beiden Schaltungen bringen läßt. Wie sich schon früher zeigte, zeigt sich auch hier in der Anodenschaltung die Wellenlänge innerhalb der Meßgenauigkeit spannungsunabhängig, dagegen bei der Gitterschaltung besonders bei den längeren Wellen wesentlich spannungsabhängig.

3. Abhängigkeit der Wellenlänge von Anoden- und Gitterzuführung und der Gitterspannung

Diese Versuche wurden zunächst mit der Type VT 57 r 1 (Fig. 4a, Taf. II) durchgeführt. War der schließende Blockkondensator 2,5 cm vom Fuße entfernt, so ergaben sich bei 25 MA. Gitterstrom und 40 bzw. 80 Volt Gitterspannung ein Anodenstrom von 8 MA. und kräftige Schwingungen von 80 bzw. 70 cm Wellenlänge. Bemerkenswert war hier der große Anodenstrom, der auch sonst immer gleichsinnig mit der Intensität der Schwingungen auftritt. Während nun bei der Anodenschaltung es nicht gelungen ist, mit der Schlußkapazität auf weniger als 2 cm Entfernung an den Fuß heranzugehen, konnte hier derselbe unmittelbar angeklemmt werden. Dabei ergab die Röhre V T 57 r 1 bei 40, 80, 120 Volt Gitterspannung Schwingungen von 70, 60, 55 cm Wellenlänge.

Die Röhre V T 57 r 1 ergab auch ohne den Schlußkondensator noch, wenn auch schwächere Schwingungen, und zwar bei 40 bzw. 160 Volt Gitterspannung Schwingungen von 80 bzw. 50 cm Wellenlänge. Anscheinend genügt hier die durch die Zuleitung durch die Quetschung des Fußes vorhandene Kapazität, um den Schwingkreis zu schließen. Dies zeigt sich auch dadurch, daß durch allmähliches Entfernen des Schlußkondensators vom Fuße es nicht gelingt, die Wellenlänge beliebig lang zu machen. Diese nähert sich vielmehr asymptotisch einer Grenze. So ergab auch Type V T 57 r 2 bei allmählicher Entfernung des Schlußkondensators bei konstanter Gitterspannung 80 Volt eine asymptotische Annäherung der Wellenlänge von 70 cm am Fuße bis auf 90 cm bei völliger Entfernung der Schlußkapazität.

Als Hauptresultat der Untersuchung in der Gitterschaltung war damit erhalten: Die Schwingungen sind im wesentlichen ähnlich wie bei der Anodenschaltung durch die Existenz eines kleinen Schwingkreises bestimmt, der aus dem Gitteranodensystem der Röhre und dessen Zuleitungen besteht.

Zu bemerken ist noch, daß für jede Oszillatoreinstellung, d. h. für jede Stellung des angeklemmten Schlußkondensators, zwar insbesondere bei längeren Wellen eine starke Spannungsabhängigkeit vorhanden ist, daß aber bei konstanter Emission die erzeugte Schwingung für eine ganz bestimmte Betriebsspannung und damit für eine bestimmte Wellenlänge maximale Energie annimmt. Bei der obigen Versuchsreihe der Röhre V T 57 8432 lag dieses Maximum der Schwingungsenergie zwischen 80 und 120 Volt bei einer Wellenlänge von

75 cm. In dieser Tatsache drückt sich ganz besonders der bestimmende Einfluß des Schwingkreises aus.

4. Die Wellenlängenverkürzungen durch Verkleinerung der Gitteranodenkapazität

Das Hauptziel der folgenden experimentellen Untersuchung war, die Wellenlänge der erzeugten Schwingungen weiter zu verkürzen. Da sich, wie bei der Anodenschaltung auch hier in der Gitterschaltung bereits gezeigt hatte, daß gerade die Verkleinerung des von der Röhre selbst gebildeten Schwingkreises zur Verkleinerung der Welle führt, so wurde dieser Weg im folgenden in der Hauptsache verfolgt.

Versuche mit der Type V T 57 r 6 ergaben bei 25 MA. Gitterstrom und 10 bzw. 8 MA. Anodenstrom kräftige Schwingungen bei 160 bzw. 200 Volt Gitterspannung, wobei der Kondensator 1,7 cm vom Fuße entfernt war, bzw. unmittelbar an ihn angeschlossen war, mit der Wellenlänge 65 bzw. 45 cm.

Da damit der Verkürzung der Zuleitungen von Gitter und Anode zunächst eine Grenze gesetzt war, so mußte die weitere Verkleinerung des Schwingkreises durch Verkleinerung der Gitteranodenkapazität zu erreichen versucht werden.

Die erhaltenen Resultate, die zunächst mit einer Röhrentype V T $57^{1}/_{2}$ (Fig. 5a, Taf. II) mit halber Anoden- bzw. Gitterlänge unter Beibehaltung der Röhrenquerdimensionen, d. h. Gitter- und Anodenradius, wie bei der Type V T 57, erhalten wurden, gibt folgende Tabelle an:

Type	Anodenstrom MA.	Gitterstrom MA.	Gitterspannung Volt	Wellenlänge cm
V T $57^{1}/_{2}$ 8 u	20	2	120	45
9	15	1	110	46
10	25	3	120	48
13	26	2,5	120	50
l	30	5	100	50
k	18	3	100	50
ks	entsprechend wie k			
16 u	30	10	160	50

Bei sämtlichen Röhren war der Schlußkondensator unmittelbar am Fuße angeschlossen, der ebenfalls wie bei V T 57 r rund gestaltet war. Für diese Schaltung wurde jeweils die günstigste Spannung aufgesucht und die Wellenlänge gemessen. Im Mittel hat sich somit für diese Type VT $57^1/_2$ eine Wellenlänge von etwa 50 cm mit einer Betriebsspannung von etwas über 120 Volt am Gitter ergeben.

Als Anodenpotential wurde Null gewählt, da sich zeigte, daß bereits bei etwa + 2 Volt die Schwingungen überhaupt aussetzen; bei negativem Gitterpotential bis etwa — 40 Volt waren Schwingungen vorhanden, aber wesentlich schwächer. Wie der Tabelle zu entnehmen ist, wurden auch Röhren gebaut mit besonders starkem Heizfaden für eine normale Belastung von 2,4 Amp. Diese Röhren zeigten aber auch kein wesentlich anderes Verhalten als die mit schwächerem Faden.

Um das Gitteranodensystem möglichst zu vereinfachen, wurde bei den Typen 8u und 16u das Gitter nur von einer Strebe, und zwar der unteren getragen; da diese Röhren ebenfalls noch gute Schwingungen lieferten, wurde diese Vereinfachung im folgenden beibehalten.

(Eine besondere Versuchstype mit kleinerem Anodendurchmesser konnte nicht zum Schwingen gebracht werden.)

Da durch diese Versuche jedenfalls weiter erwiesen war, daß durch Verkleinerung der Gitter–Anodenkapazität die erzeugte Welle verkleinert werden kann, so wurden auch Röhren (Fig. 6a, Taf. III) mit ein Viertel der normalen Anodenlänge wieder unter Beibehaltung der Röhrenquerdimensionen, gebaut und untersucht. Die erhaltenen Resultate sind in folgender Tabelle aufgeführt.

Type	Anodenstrom MA.	Gitterstrom MA.	Gitterspannung Volt	Wellenlänge cm	Intensität
VT 57 1/4 a2	0,4	10	400	36	mittel
Schlußkondensator 1,7 cm von der Quetschung entfernt			240	50	schwach
			160	50	stark
a4	0,9	10	400	36	mittel
	1,0	13	400	36	mittel
	0,02	7	320	36	schwach
a5	1,1	15	400	36	schwach

Die Versuche zeigen, daß bei dieser weiteren Halbierung eine weitere Verkürzung der Wellenlänge auf 36 cm bei einer

Betriebsspannung von 400 Volt am Gitter erzielt werden konnte. Die Versuche an der Röhre a2 zeigen auch wieder den Einfluß des Schwingkreises, in dem eine Verlängerung der Zuleitungen um 1,7 cm die Wellenlänge von 36 cm auf 50 cm verlängert bei einer Betriebsspannung von 160 Volt. Röhre a4 zeigt als besonderes Verhalten das Auftreten von Schwingungen mit kleinerem und größerem Gitterstrom, wobei der Übergang von dem einen Bereich in den anderen Bereich sprunghaft erfolgt.

Eine weitere Type VT 57 wurde mit etwas größerem Durchgriff gebaut, wobei das Gitter aus nur 4 Windungen statt 5, wie bei den übrigen Röhren der Type VT 57¹/₄, bestand. Die Röhre ergab bei 28 MA. Gitterstrom 1 MA. Anodenstrom, 400 Volt Gitterspannung, Wellen von 35 cm Länge mit etwas geringerer Intensität.

Nachdem somit durch diese systematische Verkürzung des Anodenzylinders bis auf ein Viertel der normalen Länge es gelungen ist, die Wellenlänge jeweils parallellaufend damit zu verkleinern, wurde auch noch der weitere Versuch unternommen, Röhren (Fig. 6b, Taf. III) mit einem Achtel der normalen Länge, d. h. etwa 3,5 mm lang, herzustellen.

Die mechanische Herstellung solcher Röhren mit derartig kleinem System, bei dem das Gitter nunmehr aus drei Windungen bestand, gelang auch. Erhebliche Schwierigkeiten bereitete aber die Entgasung dieser Röhren. Die Entgasung war wie bei den obigen Röhrentypen in der Weise vorgenommen worden, daß auf dem Pumptisch durch an Gitter und Anode angelegte positive Spannungen von 600—700 Volt bei stark geheizter Glühkathode diese Systeme und ihre Zuleitungen durch Elektronenbombardement zu heller Rotglut erhitzt wurden. Zu dieser Erhitzung waren etwa 20—30 Watt notwendig. Da bei diesen kleinen Röhren die Glühkathode bei etwa 5 mm Glühfadenlänge normal Sättigungsströme nur von der Größenordnung 1 MA. lieferte, so führte die beim Ausglühen der Systemteile erforderliche, etwa 10fache Überlastung, bereits während des Pumpverfahrens zur Zerstörung des Fadens. Die Erhöhung der Entgasungsspannung von 600 Volt auf mehrere tausend Volt führte ebenfalls nicht zum Ziele, weil bei diesen Spannungen bereits der auftretende elektrostatische Zug, selbst bei der Emission von nur etwa 1 MA. bereits die mechanische Festigkeit des Fadens überschritt und so ebenfalls zur Zerstörung des Fadens führte. Röhren, die schließlich mit aller Vorsicht, doch einigermaßen entgast und fertiggestellt werden konnten, blieben zwar bei mäßiger, ganz kurzfristiger Belastung mit 1—2 MA. Gitterstrom und Gitterspannungen bis zu 760 Volt gasfrei, ließen aber keine Schwingungen feststellen. Bei stärkerer Belastung bis zu etwa 15—25 MA. zeigten sich ebenfalls noch keine Schwingungen, dabei wurden aber die Röhren sehr bald gasig, so daß weitere Versuche nicht mehr unternommen werden konnten. Versuche, wie z. B. Entgasung mit induktiver Heizung, Abänderung des Systems u. dgl. wurden in dieser Richtung zunächst nicht weiter unternommen.

Vorerst wurde noch eine Zwischentype V T 57i mit einer Anodenzylinderlänge von 5 mm und einem Gitter mit 8 Windungen hergestellt. Die Röhren V T 57i1 und i2, i3 lieferten bei 40 MA. Gitterstrom 400 Volt Gitterspannung, 1 MA. Anodenstrom zwar noch Schwingungen, aber von derartig geringer Intensität, daß ihre Wellenlänge nicht mit Sicherheit, vermutlich etwa 40 cm, festgestellt werden konnte.

5. Steigerung der Schwingenergie

Das Hauptziel der folgenden Untersuchung mußte daher zunächst sein, die Intensität der Schwingungen möglichst zu steigern. Zu diesem Zwecke wurde auf die Type V T 57 $^1/_4$ zurückgegriffen. Bei den bisherigen Röhrentypen war die Reihenfolge der Drahtzuleitungen durch die Quetschung des Fußes: Anode, Heizdraht, Gitter, Heizdraht. Es schien nun besonders vorteilhaft für die Schwingungserzeugung, wenn es gelänge, das Schwingungssystem Gitter—Anode noch weiter zu isolieren und noch besser zu definieren, als bisher. Zu diesem Zwecke wurden Röhren mit breiterer Quetschung des Fußes gebaut, wobei einerseits die Zuleitungen für Gitter und Anode von den Heizzuführungen um etwa 8 mm weggerückt wurden und andererseits zur Vermeidung der jedenfalls undefinierten Kapazität in der Quetschung des Fußes zwischen den Zuleitungen von Gitter und Anode diese Zuleitungen um etwa 10 mm auseinandergerückt wurden. Die Durchführungen durch den Sockel waren dabei nunmehr in der Reihenfolge: Gitter, Anode, Heizdraht, Heizdraht angeordnet.

Eine Versuchstype V T 57 1 in derartiger Ausführung zeigt Fig. 7a, Taf. III. Versuche mit dieser Type zeigten, daß die Veränderungen der Leitungsführungen gegenüber der alten Type zulässig waren. Eine Reihe von Versuchsröhren (Fig. 7b, Taf. III) mit ein Viertel der normalen Anodenlänge V T $57^1/_4$ g 1, g 2, i 4, h 1, h 3, zeigten, daß die erzeugten Schwingungen wesentlich stärker als bei den früheren Typen V T $57^1/_4$ waren. So ergab z. B. i 4 bei 760 Volt Gitterspannung 30 MA. Gitterstrom, 1 MA. Anodenstrom kräftige Schwingungen mit einer Wellenlänge von 35 cm; so daß bei 30 cm Abstand von der Röhre noch etwa 10 Teile 10^{-4} Volt mit Detektor im linearen Oszillator gemessen werden konnten.

6. Weitere Verkürzung der Gitter–Anodensystemzuführungen

Nachdem es auf diese Weise gelungen war, wieder Schwingungen von größerer Energie zu erhalten, konnte weiter versucht werden, die Wellenlänge zu verkürzen. Da die Gitter–Anodenkapazitätsverkleinerungen zunächst nicht mehr zum Ziele geführt hatten, so wurde nunmehr wieder die Verkürzung der Zuleitung von Gitter und Anode, d. h. der wirksamen Selbstinduktionen versucht. Da der Kondensator außen bereits an den Fuß herangerückt war, so wurde nun versucht, das innere System, das bisher noch etwa 1 cm von der inneren Seite der Quetschung entfernt eingesetzt war, auf $^1/_2$ cm Entfernung herabzusetzen.

Eine Reihe von Versuchsröhren glückten deshalb nicht, weil das niedriggesetzte System bereits beim Entgasungsprozeß im Glühzustande die Quetschung so stark erhitzte, daß dadurch Sprünge im Sockel auftraten. Eine Type V T $57^1/_4$ i 5 gelang schließlich doch und ergab bei 760 Volt Gitterspannung 25 MA. Gitterstrom, 0,8 MA. Anodenstrom noch meßbare Wellen von 32 cm Länge.

7. Die Anodenspirale

Nachdem so auf dem Wege der Verkürzung der Zuleitungen wieder eine Grenze erreicht war, wurde nochmals versucht, die Eigenfrequenz des kleinen Schwingkreises durch

Verkleinerung der Gitteranodenkapazität herabzusetzen. Da die Längenverkürzung der Anode nicht mehr mit Erfolg durchgeführt werden konnte, so wurde die Oberflächenverkleinerung jetzt dadurch versucht, daß der Anodenzylinder durch eine Anodenspirale ersetzt wurde.

Eine derartige Type V T $57^1/_4$ k1 (Fig. 8a, Taf. IV) wurde gebaut, bei der das Gitteranodensystem aus zwei konaxialen Spiralen von je fünf Windungen bestand. Die Windungen waren im ganzen durch die Haltestreben kurz geschlossen, so daß die Spiralen keinesfalls als kleine Selbstinduktionen wirken konnten. Diese Type lieferte nun überraschenderweise Schwingungen, zwar nicht, wie eigentlich beabsichtigt war, von kürzerer Wellenlänge, wohl aber mit beträchtlich größerer Energie, etwa das Fünffache als bei der entsprechenden Type V T $57^1/_4$ mit vollem Anodenzylinder. Die Röhre V T $57^1/_4$ k1 lieferte bei 760 Volt Gitterspannung und 25 MA. Gitterstrom, 2 MA. Anodenstrom und eine Welle von 35 cm. Im linearen Oszillator konnten mit dem Detektor bis zu 50 Teilen 10^{-4} Volt in etwa 30 cm Entfernung von der Röhre mit dem Zeiger-Millivoltmeter gemessen werden. Der konstant gebliebenen Wellenlänge zufolge mußte die Betriebskapazität sich nicht geändert haben. Eine Deutung für die in überraschender Weise auftretende große Energie soll weiter unten gegeben werden.

Das somit erhaltene günstige experimentelle Resultat versprach nun unzweifelhaften Erfolg, mit der Wellenlänge noch weiter herabzukommen, wenn jetzt auch der Einbau des Schlußkondensators in die Röhre selbst, was ja zu Beginn dieser Untersuchung bereits versucht, aber nicht geglückt war, vorgenommen würde. Dieser Weg wurde nun im folgenden wieder beschritten.

8. Die 30-cm-Kurzwellenröhre

Die fertige Kurzwellenröhre mit ins Vakuum eingebauten Schlußkondensator, die nun hergestellt wurde, zeigt Fig. 8b, Taf. IV. Wie ersichtlich, besteht der Schwingkreis aus den beiden 5 mm langen Spiralen mit je fünf Windungen, deren etwa 20 mm lange halbkreisförmige Haltestreben als Selbstinduktion und den kleinen Plattenglimmerkondensator als Schlußkondensator. Das ganze System ist fest auf die beiden

Sockeldurchführungen von Gitter und Anode montiert. Die beiden Streben seitwärts bilden die Haltestreben für die Glühkathode.

Die Verwendung von $^1/_{10}$ mm starken Glimmerplättchen als Dielektrikum zwischen den Kondensatorplatten erwies sich vorteilhafter als die Ausbildung dieses Kondensators als Luftkondensator, da sich auf diese Weise viel besser eine feste Justierung und Zentrierung der beiden Spiralen ineinander erzielen ließ. Die Verwendung von Glimmer in der Röhre erwies sich hochvakuumtechnisch bei gründlich vorgenommener Entgasung unter starkem Ausheizen durchaus als unbedenklich. Die konaxiale Justierung der Glühkathode in bezug auf die beiden Spiralen erwies sich ebenfalls als notwendig zur Erzielung möglichst günstiger Verhältnisse für die Schwingungserzeugung. Besonders mußte darauf gesehen werden, daß die ganze Montage so durchgeführt wurde, daß im Betriebszustande, bei dem die Gitterspirale und auch deren Zuleitung zur Rotglut gelangen konnten, das zentrierte System sich möglichst wenig unter dem Einfluß der thermischen Dehnungen verzog.

Derartige Röhren lieferten nun bei etwa 20 MA. Gitterstrom und 600 Volt Gitterspannung kräftige Schwingungen von rund 30 cm Wellenlänge. Es gelang im linearen Oszillator mit Thermoelement in etwa 60 cm Entfernung noch Ströme von der Größenordnung eines Milliampere zu messen. Über derartige Messungen wird im Schlußteil unserer Untersuchung noch näher berichtet werden.

Die somit entwickelte 30-cm-Kurzwellenröhre stellt den augenblicklichen Stand und somit das bisherige experimentelle Resultat der vorliegenden Untersuchung dar. Das hier zur Schwingungserzeugung verwendete Gitteranodensystem mit seinen Zuleitungen besitzt noch derartige Ausdehnung, daß seine weitere Verkleinerung noch durchaus möglich ist und wesentliche Verkürzung der Wellenlänge noch erwarten läßt. Die weitere Bearbeitung dieser Seite des Problems ist zurzeit noch im Gange und dürfte nach den bisherigen Resultaten in der Hauptsache nur mehr ein, wenn auch noch mit mannigfach praktischen Schwierigkeiten behaftetes, technisches Problem der Röhrenfabrikation sein.

III. Theoretische Betrachtungen zum Problem der Erzeugung kürzester elektrischer Wellen

a) Bisherige Theorien

Die Theorie der Erzeugung ungedämpfter elektrischer Schwingungen vermittels Rückkoppelung ist in ihrer allgemeinen Fassung jedenfalls auch bei der Erzeugungsweise extrem kurzer Wellen formal verwendbar, kann aber dieser formalen Allgemeinheit wegen nicht zur Klärung der physikalischen Vorgänge bei der Erzeugung solcher kurzer Wellen beitragen. Eine eigentliche Theorie dieser Vorgänge ist auch auf dieser Grundlage speziell für kurze Wellen nicht entwickelt worden.

Wenn wir den speziellen Mechanismus der Erzeugung durch Sekundärelektronen (36), der physikalisch an sich prinzipiell ziemlich klar liegt, und für unseren Fall der experimentellen Erzeugung nicht in Frage kommt, im folgenden ausschließen, so sind zunächst als vorliegende theorische Versuche des Schwingungsmechanismus der Elektronen bei extrem kurzen Wellen einerseits die Arbeiten von Barkhausen und Kurz, andererseits hauptsächlich der theoretische Versuch von Gill und Morrell ihrem Prinzip nach anzuführen.

1. Die Theorie von Barkhausen und Kurz

Nach Barkhausen und Kurz (12) sind die erzeugten Schwingungen verursacht durch um das positive Gitter schwingende Elektronen. Die von ihnen entwickelte Theorie beschränkt sich darauf, die Spannungsabhängigkeit der Laufzeiten der Elektronen unter Berücksichtigung der Querdimensionen der Röhre, d. h. Gitter- und Anodenradius zu berechnen und diese der Schwingungsdauer der erzeugten Schwingungen gleichzusetzen. Der ganze Vorgang wird somit mehr kinematisch erfaßt, die Frage, wodurch die Elektronen zu diesen synchronen Schwingungen veranlaßt werden, bleibt unbeantwortet. Zu der durchgeführten Theorie ist sodann weiter zu bemerken, daß sie jedenfalls nur in erster Annäherung Geltung beanspruchen darf, da der Elektronenlauf unter Annahme rein statischer Verhältnisse durchgerechnet wird, worin implizite die Voraussetzung steckt, daß die auftretenden Wechselspannungen klein sind und demnach vernachlässigt werden können. Diese Voraussetzung trifft aber jedenfalls, wie das Experiment selbst zeigt, nicht zu, da der auftretende positive Elektronenstrom — der zudem übrigens zur Entdeckung dieser Schwingungen führte — zeigt, daß an der Anode jedenfalls eine Wechselspannung von der Größenordnung der negativen Anodenspannung wirksam sein muß. Gerade aus dieser Tatsache der an der Anode auftretenden Wechselspannung ist sodann gleich weiter zu folgern, daß deren Größe jedenfalls als an einem Leitersystem wirksam, von diesem abhängig sein muß und somit zum mindesten für die Intensität der Schwingungen mit in Frage kommt. Im Rahmen einer allgemeinen Theorie müßten diese Beziehungen jedenfalls mit Berücksichtigung finden.

2. Die Theorie von Gill und Morrell

In ganz anderer Weise gehen **Gill** und **Morell** (18) vor. Sie betrachten die Energieabgabe der laufenden Elektronen, wenn an der Anode eine kleine Wechselspannung liegt. Als Schwingungsbedingung finden sie, daß diese Energie nur positiv ist, wenn ein Teil der laufenden Elektronen die Anode erreicht und von ihr aufgenommen werden. Das Auftreten eines Elektronenanodenstroms ist hier somit wesentliche Voraussetzung. Der Fall der stets negativen Anode bleibt demzufolge als besonderer Fall überhaupt ungelöst. Andererseits zeigt die Voraussetzung der kleinen Wechselspannung auch hier die nur näherungsweise Gültigkeit der ganzen Betrachtung. Die Berücksichtigung des Einflusses der Röhrenteile und deren Zuleitungen wird theoretisch auch hier nicht versucht, obwohl die experimentellen Beobachtungen es nahegelegt hätten.

3. Weitere Erklärungsversuche

Ein weiterer Erklärungsversuch ist von **Tank** (30) gemacht worden. Er betrachtet ebenfalls die Schwingungen nach der Methode von **Barkhausen** und **Kurz** als reine Elektronenschwingungen, die dadurch zustandekommen, daß der Elektronenstrom durch die Rückwirkung einer Raumladung mit einer Phasendifferenz 180 Grad sich selbst steuert.

Neuerdings sucht **Tonks** (51) den Fall der positiven Anode durch einen bei Sättigung auftretenden negativen Widerstand zu erklären. Unterhalb der Sättigung ist dieser negative Widerstand nur klein. Eine nähere Erklärung für das Zustandekommen dieses negativen Widerstandes als auch dessen Schaltung wird aber nicht gegeben. Eine ähnliche Ansicht wurde auch bereits von Pagliarulo (22) in einem kurzen Sitzungsbericht geäußert.

Nach diesem gegenwärtigen Stand des Problems ist somit der eigentliche Mechanismus der Schwingungserzeugung von Barkhausen und Kurz als durchaus ungeklärt anzusehen.

b) Eigene Betrachtungen

1. Allgemeine Betrachtungen

Von ganz allgemeinem Gesichtspunkt aus betrachtet, fällt das vorliegende Problem unter das allgemeine Problem der Verwandlung von Gleichstrom unter Verwendung geeigneter rein elektrischer Schaltelemente in Wechselstrom. In dieser Allgemeinheit läßt sich das Problem durch eine Differentialgleichung allgemein n. Ordnung für die zeitliche Abhängigkeit von Strom- und Spannung darstellen, wobei deren Koeffizienten durch die Schaltelemente bestimmt und selbst wieder von Strom bzw. Spannung abhängig sein können. Die Schwingbedingungen werden dann identisch mit den Hurwitzschen Determinantenbedingungen für zeitlich periodische Lösungen der obigen Differentialgleichung. Theoretische Versuche in dieser Richtung führten zur Aufstellung einer linearen Differentialgleichung vierter Ordnung, wobei insbesondere die allgemeinen Ansätze von Ollendorf (28) für die Elektronenröhre als Verstärker, sowie auch die Auffassung der Röhre als allgemeiner asymmetrischer Vierpol (29) Verwendung finden konnte. Da aber die Diskussion dieser Gleichung für die experimentelle Lösung des Problems keine weiteren Gesichtspunkte bot, wurde dieser Weg zunächst nicht weiter verfolgt.

2. Die Hilfsvorstellung der Stromverteilungsschwingungen

Als äußerst fruchtbar im ganzen Verlauf der experimentellen Untersuchung hatte sich dagegen eine anschauliche Vorstellung der Erzeugung der Schwingungen durch Stromverteilung des Emissionsstroms auf Gitter und Anode erwiesen, womit die ungedämpfte Erregung des stets veränderten kleinen Schwingkreises in der Röhre sowohl in der Anoden- als auch in der Gitterschaltung verstanden werden konnte, wie im folgenden kurz skizziert werden möge.

Wird an einem Thomsonschen Schwingungskreis (Fig. 9a) eine Gleichspannungsbatterie *B* mit dem positiven Pol an die Mitte *M* der Selbstinduktion angeschlossen, der andere Pol der Batterie an einen Schalthebel *S* zwischen den Kondensatorbelegungen *C* 1 und *C* 2, so kann der Gleichstromkreis

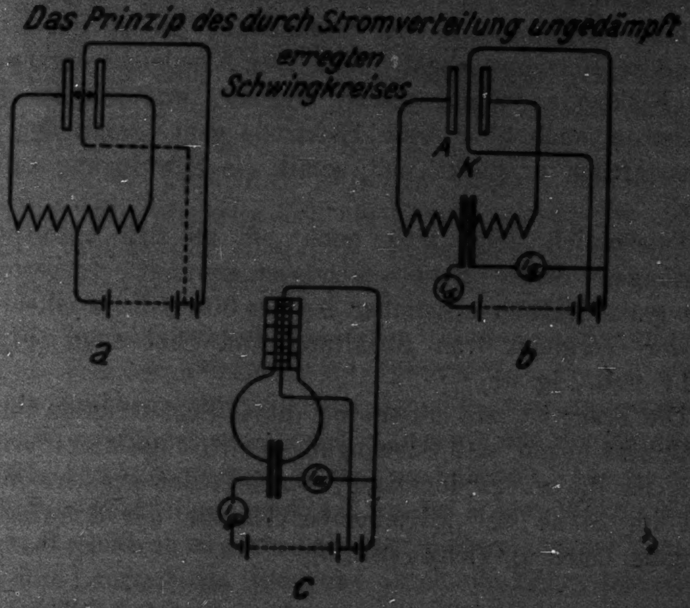

Das Prinzip des durch Stromverteilung ungedämpft erregten Schwingkreises
A
K
a
b
c

Fig. 9

mit der Batterie durch abwechselndes Anlegen des Schalthebels an die Kondensatorbelegungen im Rhythmus der Eigenschwingungen des Kreises abwechselnd über die beiden Hälften der Selbstinduktion geschlossen werden und damit der Schwingkreis zu ungedämpften Schwingungen erregt werden. Bildet man den Schalthebel zu einer Glühkathode aus (vgl. die gestrichelte Linie im Schema der Fig. 9a), so kann deren Emissionsstrom als trägheitsloser Schalter wirken, der sich selbsttätig im Rhythmus der Eigenschwingungen des Kreises an die jeweils positive Belegung des Kondensators anschließt. Die vollkommene Symmetrie scheint allerdings das Anschwingen nur schwer zu ermöglichen. Zum Zwecke besserer Anschwingfähigkeit erscheint eine asymmetrische Schaltung, wie sie Fig. 9b zeigt, besser geeignet.

Hier besitzt nur die *eine* Elektrode eine positive Spannung, die andere besitzt das Ruhepotential Null; die beiden getrennten Hälften des Schwingkreises sind in diesem Falle durch einen genügend großen Blockkondensator kapazitiv überbrückt. Der Schwingungsvorgang ist dann kurz folgender: Ein Schaltstoß geht hier zunächst über die Spannungselektrode und lädt durch den damit verbundenen Anstoß des Kreises die andere Belegung negativ auf. Der Ausgleichsvorgang läßt diese Elektrode sodann positiv werden, wodurch ein Elektronenstrom auch über diese Elektrode geht, damit den Ausgleichsvorgang verstärkt und somit die Schwingung aufrecht erhält.

Tatsächlich zeigt sich auch bei all den untersuchten Schaltungen dieses Schaltschema angewandt. Insbesondere ist es ganz deutlich erkennbar bei der 30-cm-Kurzwellenröhre, wie der Vergleich von Schaltung und Bild zeigt (Fig. 8b, Taf. IV und Fig. 9c).

Die Frage ist, wie müssen bei dieser Schaltung die Phasenverhältnisse liegen, daß Schwingungen sich ungedämpft erregen. Damit ist die Frage identisch, wo liegt der negative Widerstand im Sinne der allgemeinen Theorie der Schwingungserzeugung nach **Barkhausen**. (5)

8. Die formale Erklärung durch den negativen Widerstand

Um einen **Thomson**schen Schwingkreis zu ungedämpften Schwingungen zu erregen, muß im allgemeinen der negative Widerstand in Serie mit dem Kreis oder parallel zur Kapazität des Schwingkreises liegen. Von diesen beiden Fällen ist aber hier anscheinend keiner zutreffend.

Da nun experimentell beobachtet wurde, daß sowohl in der Anodenschaltung als auch in der Gitterschaltung Schwingungen noch vorhanden sind, einerseits wenn das Gitter bzw. die Anode vollständig isoliert und nur kapazitativ der Kreis durch den Blockkondensator geschlossen wurde, so müßte, wenn überhaupt ein negativer Widerstand im gewöhnlichen

Sinn hier wirksam ist, dieser zwischen Kathode und der jeweiligen Spannungselektrode, d. h. anders ausgedrückt, parallel zur Selbstinduktion des Spannungszweiges liegen. (Vgl. Fig. 9b.) In diesem Falle muß der Serienwiderstand W des Schwingkreises zwischen A und K, im Resonanzfall, d. h.

$$2\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0, \quad W = \frac{w_1 \cdot w_2}{w_1 + w_2} = \frac{(w + i\omega L)\left(w + i\omega L - i\frac{1}{\omega C}\right)}{2w + i\left(2\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

gleich dem negativen Widerstand zwischen Kathode und Anode bzw. Kathode und Gitter in der Gitterschaltung sein. Auf diese Weise lassen sich formal die Schwingungen sowohl in der Gitter- als auch in der Anodenschaltung gemeinsam erklären. Es fragt sich nur, ob der somit formal festgelegte negative Widerstand auch in allen Fällen physikalische Realität besitzt, d. h. ob tatsächlich entweder statisch oder auch nur dynamisch eine derartig fallende Charakteristik, wie sie dem negativen Widerstand entspricht, zwischen Kathode und der Spannungselektrode tatsächlich vorhanden ist.

4. Die physikalischen Möglichkeiten des vorliegenden negativen Widerstandes

Als denkbare Möglichkeiten für die Erzielung eines negativen Widerstandes zwischen der Kathode und der Spannungselektrode kämen allgemein höchstens folgende Fälle in Frage:

1. Rückkoppelung in der Art wie bei langen Wellen, 2. Gas, 3. Sekundärelektronen, 4. ein negativer Widerstand, der irgendwie durch die Laufzeit des Elektrons durch die Röhre bedingt ist.

Der Fall 2 scheidet sofort aus, da stets bei derartig hohem Vakuum gearbeitet wurde, daß eine fallende Charakteristik, die sich übrigens statisch hätte feststellen lassen müssen, nicht auftreten konnte. Ebenso scheidet der Fall 3 aus, da die Spannung an der Sekundärelektrode stets für Sekundärelektronen zu klein war. Auch hier hätte sich übrigens statisch eine fallende Charakteristik feststellen lassen müssen, was aber nicht der Fall war.

So kommt zunächst nur der Fall 1 vorerst zur näheren Untersuchung in Frage. Der durch Rückkoppelung bei der Elektronenröhre erzeugte negative Widerstand beruht darauf, daß bei erhöhtem Durchgang von Elektronen durch die Röhre, was durch die vermittels des Rückkoppelungselementes an der Steuerelektrode erzielte Spannung erreicht werden kann, der Spannungsabfall im Ballastkreis steigt, der Spannungsabfall an der Röhre selbst deshalb wegen der konstanten Anodenspannung fällt. In diesem Falle besteht daher zwischen Strom und Spannungsschwankung im wesentlichen eine Phasendifferenz von 180°. Offensichtlich beruht aber diese Erscheinung zugleich noch auf der weiteren, meist stillschweigend übergangenen Voraussetzung, daß die Stromstärke der Röhre den Spannungsschwankungen praktisch ohne Phasendifferenz folgt, d. h., daß die Strecke Kathode—Spannungselektrode rein Ohmschen Widerstand besitzt, was seinerseits auf der tieferen Ursache beruht, daß die wirksame Zugspannung so hoch ist, daß die Elektronen im Vergleich zur Schwingungsdauer zeitlos diese Strecke passieren. Dieser wichtige Sachverhalt drückt sich ganz unscheinbar in dem hier zutreffenden Ersatzschema der Fig. 9b darin aus, daß der negative Widerstand rein galvanisch nur mit Ohmschem Widerstand an die Spannungselektrode angeschlossen ist.

Auf diese Weise wäre nun tatsächlich die Schwingungserzeugung bei der oben entwickelten Anodenschaltung erklärbar, solange die Laufzeit der Elektronen durch die Röhre klein im Verhältnis zur Schwingungsdauer ist.

Dieser Fall liegt jedenfalls bei den obenerwähnten langwelligen Versuchen in der Anodenschaltung vor (43), die dadurch ihre restlose Erklärung finden.

5. Der auf der Influenzwirkung der gesteuerten Elektronen beruhende negative Röhrenwiderstand

a) Laufzeit und Schwingungsdauer

Die Laufzeiten der Elektronen durch die Röhre in der Anodenschaltung bei Anodenspannungen von einigen hundert Volt werden, wie sofort Überschlagsrechnungen ergeben, von der Größenordnung der Schwingungsdauer bei Wellen unter 1 m. Das drückt sich bereits auch in der experimentellen Feststellung aus, daß die Erzeugung dieser kurzer Wellen unter 1 m jeweils an eine bestimmte minimale Anodenspannung gebunden ist, unterhalb der keine Schwingungen mehr gewonnen werden können.

In diesem Falle der Gleichheit der Größenordnung von Laufzeit und Schwingungsdauer folgt die Stromstärke des Elektronenstromes nicht mehr den augenblicklichen Spannungsschwankungen der Steuerelektrode und es kann dann die Schwingungserzeugung nicht mehr durch den gewöhnlichen, durch Rückkoppelung erzielten negativen Widerstand erklärt werden.

Bei der Gitterschaltung ist die Schwingungsdauer der beobachteten erzeugten Schwingungen stets von der Größenordnung der Laufzeit, worauf ja die näherungsweise Gültigkeit der Theorie von Barkhausen und Kurz beruht, und deshalb muß von vornherein bei der Gitterschaltung auf Erklärungen eines durch Rückkoppelung bedingten negativen Widerstandes, bei dem Strom und Spannung eine Phasendifferenz von 180° besitzen, verzichtet werden.

Es bleibt somit nur die letzte Erklärungsweise, daß der wirksame negative Widerstand im Sinne der allgemeinen Theorie der Schwingungserzeugung, im Sinne von Barkhausen irgendwie durch die Laufzeit der Elektronen durch die Röhre bedingt ist, was im folgenden versucht werden soll für die Gitter- als auch Anodenschaltung zu zeigen. Nämlich, daß es im Gegensatz zu dem bei trägheitslos gesteuerten Elektronenstrom auftretenden negativen Röhrenwiderstand, der bei langen Röhren wirksam ist, noch eine andere Art von negativem Röhrenwiderstand gibt, der bei einem gesteuerten Elektronenstrom mit endlicher Laufzeit auftritt, und der speziell bei der Erzeugung von extrem kurzen Wellen wirksam wird. In dem Grenzgebiet zwischen langen und kurzen Wellen beruht die Schwingungserzeugung auf der Summationswirkung beider Arten von negativem Widerstand.

β) Der physikalische Inhalt des Begriffs „negativer Widerstand“

Es erscheint zunächst notwendig, das Wesen des negativen Widerstandes nochmals für sich zu betrachten. Dazu ist zunächst zu bemerken, daß fallende Charakteristik und negativer Widerstand nicht identisch sind, was sich auch darin ausdrückt, daß für die Schwingungserzeugung selbst nicht die statische, wenn auch fallende Charakteristik, sondern die dynamische Charakteristik maßgebend ist. Somit erweist sich als Definition für den negativen Widerstand eines elektrischen Leiters folgende allgemeine Formulierung als zweckmäßig:

Ein elektrischer Leiter besitzt dann sogenannten negativen Widerstand in bezug auf eine bestimmte Gleichstromlage, wenn sein Energieverbrauch bei Pendelungen um diese Gleichstromlage kleiner wird.

Als Bedingung für die Erzeugung ungedämpfter Schwingungen durch einen solchen Leiter ergibt sich sodann ohne weiteres, daß der Mehrverbrauch an Energie im Verbrauchskreis bei Schwingungen um eine bestimmte Gleichstromlage gerade durch die Energieersparnis in diesem Leiter gedeckt werden muß.

So beruht z. B. die Wirksamkeit der Elektronenröhre bei der Erzeugung von langen Wellen darauf, daß der Energieverbrauch im Schwingzustand der Röhre aus der Röhre hinaus sich in den Verbrauchskreis verschiebt, was dadurch geschieht, daß Wechselstrom und Wechselspannung mit einer Phasendifferenz von 180° auftreten.

γ) Der negative Widerstand der Influenzwirkung

Das Prinzip der im folgenden entwickelten Schwingungserzeugung beruht nun darauf, daß die zur Schwingungserzeugung erforderliche Verschiebung des Energieverbrauchs aus der Röhre in den Verbrauchskreis durch die Influenzwirkung der in der Röhre laufenden Elektronenmengen auf das Gitter–Anodensystem bewirkt wird, wenn die Elektronen mit einer Laufzeit durch die Röhre gehen, die mit der Schwingungsdauer vergleichbar ist.

Daß die endliche Laufzeit notwendig ist, ist ohne weiteres daraus zu erkennen, daß bei sehr rascher Annäherung an einen Leiter die gleichnamige Elektrizitätsmenge nicht sofort abfließen kann, wenn in der Ableitung wirksame Selbstinduktion vorhanden ist, so daß bevor die Influenzladung sich voll ausbilden kann, die erzeugende und sich nähernde Elektrizitätsmenge den Leiter vorher erreicht und die Influenzwirkung vollkommen aufhebt. Geschieht aber die Annäherung der influenzierenden Ladung im Verlaufe einer Zeit, die mit der zum Abfließen der gleichnamigen Menge durch die Selbstinduktion der Leitung bedingten Zeit vergleichbar wird, so bildet sich durch die

Influenzwirkung ein Strom aus, dessen Energieverbrauch durch den Energieinhalt der angenäherten influenzierenden Ladung bestritten wird.

Dieser Sachverhalt ist nun bei der Erzeugungsweise extrem kurzer Wellen, bei der die Elektronenlaufzeiten mit der Schwingungsdauer vergleichbar werden, vorliegend, wie nun weiter gezeigt werden soll.

δ) Die ungedämpfte Erregung eines Schwingkreises durch eine oszillierende Ladung

Bewegt sich zwischen dem System Gitter und Anode, das zugleich als frequenzbestimmende Kapazität eines kleinen Schwingkreises wirkt, eine periodisch gesteuerte Ladung, so kann durch die durch Influenzwirkung bewirkte Energieabgabe dieser Ladung an dem Kreis eine ungedämpfte Schwingung aufrecht erhalten werden.

Die weitere Frage ist nun einerseits, wie liegen bei dieser besonderen Erzeugungsweise die erforderlichen Phasenverhältnisse von Strom und Spannung, die vermutlich von der gewöhnlichen Arbeitsweise der Röhre bei zeitlos gesteuerten Elektrodenströmen verschieden sein werden; andererseits wie kommt die hierzu erforderliche Steuerung dieser Ströme im Falle der Selbsterregung zustande. Zu diesem Zwecke untersuchen wir zunächst den einfachen Fall: Eine negative Ladung wird periodisch zwischen den Platten des Kondensators eines Schwingkreises hin- und herbewegt und fragen uns, in welcher Weise dieser Kreis dadurch zu erzwungenen Schwingungen angeregt werden kann. Wir betrachten somit den Fall der Fremderregung, d. h. die Ladung soll unter dem Einfluß äußerer Kräfte bewegt werden. Würde der genügend große Kondensator, in dem die Ladung bewegt werde, nur durch einen Ohmschen Widerstand geschlossen sein, so würde einer mit der Geschwindigkeit v bewegten Ladung e in jedem Augenblick ein Strom $e \cdot v$ auf Grund der Influenzwirkung in dem Ohmschen Widerstand entsprechen, und insbesondere z. B. einer harmonischen Bewegung der Ladung ein Strom $i = e \cdot v_0 \cdot \sin \omega t$. Die aufgeprägte elektromotorische Kraft und die Bewegung der Ladung sind in diesem Falle stets in Phase.

Ist der Kondensator durch eine Selbstinduktion mit Widerstand zu einem Schwingkreis geschlossen, so muß jedenfalls bei derselben Bewegung der Ladung, die dem Kreis aufgeprägte Spannung E dieselbe und mit der Bewegung der Ladung in Phase sein. Für den erzeugten Strom ergibt sich dann die einfache, für Wechselströme gültige Beziehung:

$$i = \frac{E}{\sqrt{w^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega c}\right)^2}} .$$

Für den Resonanzfall, d. h. wird die Ladung im Rhythmus der Eigenfrequenz des Kreises bewegt, so wird die bewegte Ladung in dem Kreise einen maximalen Strom hervorrufen. Für diesen Fall sind dann erzeugter Strom, wirksame aufgeprägte elektromotorische Kraft und auch die Bewegung der Ladung im Kondensator sämtlich in Phase. Für Erregung außerhalb der Resonanz ergibt sich als Phasenbeziehung zwischen erzeugtem Strom und erzeugender Ladungsbewegung

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{\omega c}}{w} .$$

Die Phasenbewegung kann also 90° nicht überschreiten.

Betrachten wir die Phasenverhältnisse in bezug auf die Spannung am Kondensator, so ergibt sich für den Resonanzfall als optimalem Fall, daß die Ladungsbewegung im Kondensator in Phase mit dem Verschiebungsstrom durch den Kondensator ist. Die bewegte negative Ladung bewegt sich also in unserem Falle jeweils auf den positiver werdenden Kondensatorbelag zu.

Mit dieser Betrachtung sind somit die Grundlagen gewonnen für die Beantwortung der Frage, wie bewegte Raumladungen wirken müssen, um durch Energieabgabe vermittels Influenzwirkung einen Schwingungskreis zu ungedämpften Schwingungen zu erregen. Da es bei dieser ganzen Erzeugungsweise nur darauf ankommt, daß das Produkt $e \cdot v$ sich periodisch ändert, in dem eben behandelten Falle war e konstant und v periodisch veränderlich, so ist ohne weiteres auch der einfache Fall möglich, daß z. B. v konstant ist und sich e periodisch ändert.

Im folgenden soll nun auf dieser Grundlage eine theoretische Erklärung der Schwingungsvorgänge für die Anoden- und Gitterschaltung gegeben werden.

6. Die Theorie der Anodenschaltung

Wie bereits oben ausgeführt wurde, ist für die Anodenschaltung die Schwingungserzeugung durch einfache Rückkoppelung wie bei langen Wellen so lange möglich, als die Laufzeit der Elektronen klein gegenüber der erzeugten Schwingungsdauer ist. Strom- und Spannungsschwankungen zwischen Kathode und Anode besitzen dann im wesentlichen die Phasendifferenz 180° und die Röhre wirkt so im gewöhnlichen Sinne als negativer Widerstand. Anders liegen die Phasenbeziehungen, wenn die Laufzeit der Elektronen von der Größenordnung der erzeugten Schwingungsdauer wird. Es ist dann z. B. der Fall sogar denkbar, daß Strom und Spannung zwischen Kathode und Anode ständig konstant bleiben und dennoch die Röhre schwingungserzeugend wirken kann, nämlich auf Grund der Laufzeit der Elektronen, d. h. der nicht mehr stationären Bewegung in der Röhre. So kann in diesem Falle der Strom wie soeben erwähnt, zwischen Kathode und Anode wegen dieser nicht stationären Bewegung ständig konstant bleiben zwischen Gitter und Anode, dagegen in seiner Stärke periodisch schwanken, wodurch der Fall der Energieübertragung durch Influenz von den sich zwischen der Gitteranodenkapazität bewegenden Elektronen auf den Schwingkreis möglich werden kann. Im allgemeinen Falle wird die Röhre folgende Arbeitsweise besitzen:

Wie sich überschlagsmäßig ergibt, sind selbst bei der Größenordnung von etwa 10 MA. Schwingstrom in dem kleinen Schwingkreis die an der Gitteranodenkapazität, deren Größe etwa $^1/_2$ cm betrage, auftretenden Spannungen größenordnungsgemäß höchstens 10 Volt, also noch so klein, daß die Elektronengeschwindigkeit hier in der Anodenschaltung zwischen Gitter und Anode praktisch als konstant angesetzt werden kann. Demzufolge muß die Elektronenbewegung zwischen der Gitteranodenkapazität derart sein, daß im wesentlichen die Gesamtzahl der zwischen Gitter und Anode laufenden Elektronen periodisch schwankt. Den obigen allgemeinen Betrachtungen zufolge müssen dabei diese Schwankungen gleichphasig mit dem Verschiebungsstrom durch die Gitteranodenkapazität erfolgen. Diese periodischen Schwankungen können nun erzeugt werden durch die Steuerwirkung des Gitters, das durch die Schwingungen des kleinen Schwingkreises selbst gerade die richtige Steuerspannung phasenrichtig aufgedrückt bekommt.

Den aufgenommenen statischen Charakteristiken zufolge liegt zwar der Arbeitspunkt der Röhre etwa gerade am Beginn des Sättigungsgebietes, doch läßt sich dabei entsprechend den oben angeführten Gitterpotentialen eine Gittersteuerung des Anodenstroms durchaus noch annehmen.

Der Schwingungsvorgang spielt sich sodann im einzelnen folgendermaßen ab. Ist der kleine Schwingkreis irgendwie einmal angestoßen, so wird im Augenblick des positiven Gitters für eine größere Elektronenmenge der Durchgang durch das Gitter freigegeben. In diesem Augenblick ist die Wechselspannung der Anode gerade negativ. Infolge der endlichen Elektronengeschwindigkeit erreicht der Strom zwischen Gitter und Anode nicht sofort den der augenblicklichen Steuerspannung entsprechenden Wert, sondern wird sein Maximum erst dann erreichen, wenn die Anodenwechselspannung etwa durch Null zu positiver Spannung übergeht. Dabei muß die Anodenspannung für den optimalen Fall gerade so gewählt sein, daß etwa die Elektronenlaufzeit zwischen Gitter und Anode etwa gleich einer halben Schwingungsdauer ist. Dann stellt sich gerade die Phasenbeziehung ein, die oben als Bedingung dafür erkannt wurde, daß die bewegte Ladung Energie an den Kreis abgibt, was immer dann der Fall ist, wenn eine vermehrte Elektronenmenge auf die positiver werdende Anode zuläuft.

Wird mit der Anodenspannung unter diese günstige Spannung weiter heruntergegangen, so könnten theoretisch abwechselnd Anodenspannungsgebiete mit und ohne Erregungsfähigkeit zu erwarten sein, je nachdem ob der Lauf der gesteuerten Elektronenmengen im Raum Gitter-Anode phasenrichtig oder nicht erfolgt.

Zum Schlusse möge noch an dem bereits oben erwähnten Beispiele unter ganz speziellen Annahmen das Prinzip dieser Schwingungserzeugung erläutert werden.

Bedeute in Fig. 10 *K* die Kathode, *G* das Gitter, *A* die Anode, die Wellenlinie, den durch das Gitter gesteuerten

Emissionsstrom der Kathode, der sich von der Kathode zur Anode in der Zeit einer ganzen Schwingungsdauer fortbewegen soll, so zeigt die Figur, daß die Gesamtelektronenzahl zwischen Kathode und Anode und damit auch der Strom zwischen Kathode und Anode stets konstant ist. Dagegen ändert sich periodisch die Elektronenmenge und damit der Strom zwischen Gitter und Anode und zwar, wie ersichtlich, gleichphasig mit dem Verschiebungsstrom durch die Gitteranodenkapazität, also ganz entsprechend der für die Schwingungserzeugung durch Influenzwirkung oben gefundener notwendiger Phasenbeziehung. Der schwingende Kreis zwischen *G* und *A* vermag sich also durch die Steuerung des Gitters selbst die zwischen Gitter und Anode wandernden Elektronenmengen in ihrer Größe derart selbst zu schaffen, daß sie durch Influenzwirkung Energie dem Kreis zuführen.

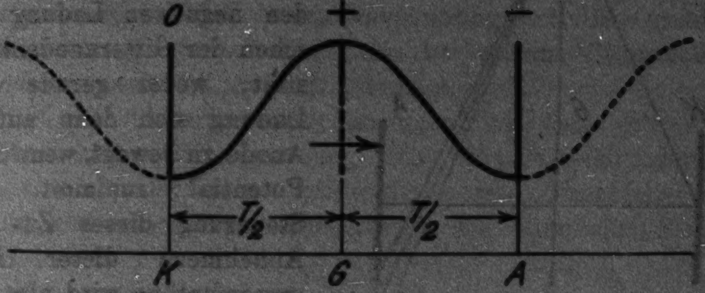


Fig. 10

7. Die Theorie der Gitterschaltung

a) Das einfache Gitteranodenkreissystem

Die Erklärung der Wirkungsweise für die Gitterschaltung ergibt sich nach unserer Vorstellung prinzipiell höchst einfach, und zwar auch für den Fall, daß das Anodenpotential so stark negativ ist, daß auch im Schwingzustand kein Elektronenstrom an der Anode auftreten kann. Da sich gerade in diesem Falle besonders klar der Schwingungsvorgang erkennen läßt, so werde dieser Fall zunächst behandelt. Im statischen Zustand des positiven Gitters und der negativen Anode kehren die Elektronen in der Potentialfläche Null zwischen den beiden Elektroden um. Wird der kleine Schwingkreis zwischen

Gitter und Anode zu Schwingungen angestoßen, so wird dadurch die Potentialfläche Null periodisch im Rhythmus der Eigenfrequenz des Kreises verlegt, so daß dadurch die von der Gitterpotentialfläche ausgehende Elektronenfontäne periodisch in ihrer Höhe, und zwar gleichphasig mit den Anodenpotentialschwankungen schwankt (Fig. 11). (Vgl. den schematischen Potentialverlauf in Fig. 11.) Eine derartige periodische Schwankung ist aber identisch mit einer oszillierenden negativen Ladung zwischen der Gitteranodenkapazität, wobei gerade diese Ladung sich dann auf die Anode zu bewegt, wenn deren Potential zunimmt. Die Steuerung dieses Zu- und Abnehmens dieser Elektronenfontäne wird also nach unserer Auffassung durch die Wechselspannung an der Anode bewirkt, die ihrerseits der Anode erst durch den schwingenden Kreis aufgedrückt wird. Diese Erklärung unterscheidet sich somit wesentlich von den bisherigen Theorien, nach denen die Elektronen sich irgendwie selbst steuern.

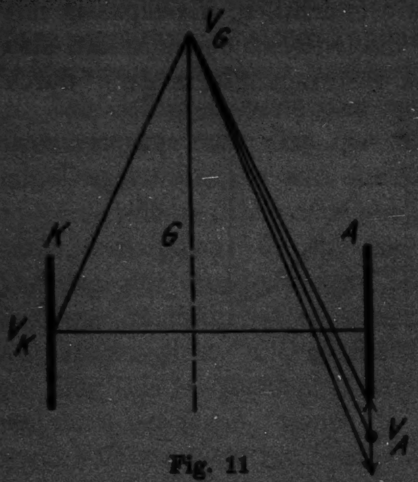


Fig. 11

Ein periodisches Schwanken des Gitterstroms erweist sich dabei primär nicht als notwendig, wird aber im allgemeinen sekundär dadurch zustande kommen, daß durch periodische Zu- und Abnahme der vom Gitter ausgehenden und in den Raum Gitter—Anode sich erstreckenden Elektronenfontäne zugleich eine Wechselkomponente für den Gitterstrom auftritt, die um etwa 90° der Spannung am Kondensator nacheilt und nicht weiter zur Schwingungserzeugung beiträgt.

Unsere Erklärungsweise unterscheidet sich auch weiterhin insbesondere von der Theorie von Barkhausen und Kurz, nach der anzunehmen ist, daß jeweils eine größere Elektronenmenge synchron durch und um das Gitter schwingt, und so die Schwingungen erzeugen soll.

Wie soeben betont wurde, ist hier im Gegensatz zur

Anodenschaltung nicht die nichtstationäre Verteilung des Anodenstroms in der Röhre das Wesentliche, sondern daß dieser ziemlich stationäre Elektronenstrom seine räumliche Lage zwischen Gitter und Anode in der Röhre unter dem Einfluß des periodischen Wanderns der Umkehrlage periodisch ändert und so durch Influenzwirkung auf die Gitteranodenkapazität dem kleinen Schwingkreis Energie zuführt.

Wie eine Überschlagsrechnung leicht ergibt, sind diese Verlagerungen der Potentialfläche Null unter dem Einfluß der Anodenwechselspannung nur ziemlich klein; z. B. bei 600 Volt Gitterspannung, -20 Volt Anodenspannung und einer Anodenwechselspannung von etwa 2 Volt, bei einem Gitteranodenabstand von etwa 2,5 mm nur einige μ.

Bei den bisherigen Ausführungen hat sich die Wahl einer bestimmten Gitterspannung nicht als prinzipiell erforderlich erwiesen. Der kleine Schwingkreis wird demzufolge rein im Rhythmus seiner Eigenschwingungen den räumlichen Stromverlauf steuern.

β) Das gekoppelte System: Schwingkreis-Elektronenfontäne

Die erhaltenen experimentellen Resultate weisen darauf hin, daß Schwingungen größter Energie bei einer ganz bestimmten Gitterspannung erhalten werden, für die etwa die Beziehung $\lambda^2 \cdot V_g = \text{const}$ gilt, wenn das Anodenpotential Null ist (45). Wie sich aus dem Vergleich mit den Rechnungen von Barkhausen und Kurz bzw. Scheibe ergibt, ist die Laufzeit des Elektrons vom Gitter zum Umkehrpunkt und zurück etwa gleich der halben Schwingungsdauer der erzeugten Schwingungen. Es scheint demnach eine Art Resonanz zwischen den laufenden bzw. um das Gitter schwingenden Elektronen und dem kleinen Schwingkreis vorhanden zu sein, wenn maximale Schwingungen auftreten. Dieser Sachverhalt läßt sich auch so ausdrücken, daß in diesem Falle gleichsam die auf Grund der Gittervorspannung vorhandene Eigenschwingung der Elektronen gleich der Eigenschwingung des Kreises wird. Diese Vorstellung, zusammen mit dem experimentellen Befund, daß die erzeugte Schwingungsdauer bei ein und demselben Schwingkreis, besonders bei längeren Wellen, auch noch spannungsabhängig ist, führt zu der weiteren theoretischen Vorstellung, daß der durch die Schwingungen des kleinen Schwingkreises gesteuerte Elektronenstrom zwischen Gitter und Anode seinerseits nicht allein den Schwingkreis zu Schwingungen erregt, sondern das kombinierte System, bestehend aus dem Schwingkreis und der an das Gitter elektrostatisch gekoppelten schwingenden Elektronenfontäne.

Eine quantitative mathematische Theorie dieser Vorstellungen erscheint erst möglich, wenn ein nach diesen Gesichtspunkten bearbeitetes, umfassendes experimentelles Material über die Schwingbereiche, der Abhängigkeit der erzeugten Schwingungen von den Spannungen und der Eigenfrequenz des Schwingkreises sowie den erzeugten Schwingenergien vorliegt. Die qualitativen Messungen im folgenden Schlußteil der Untersuchung sind nur als orientierende Vorarbeiten der Meßmethodik und der weiteren experimentellen Bearbeitung dieses gesamten Problems anzusehen.

Theoretisch ist noch zu bemerken, daß die zuletzt vertretene Anschauung der Erzeugungsweise der Schwingungen in der Gitterschaltung gewissermaßen der Schwingungserzeugung mit Zwischenkreis ähnlich anzusehen ist, wenn man als ersten Kreis die Energie aufnehmenden periodisch laufenden Elektronen und als zweiten, als eigentlich steuernden Kreis, den kleinen Schwingkreis ansieht. Von diesem Gesichtspunkt aus kann die Spannungsabhängigkeit der Schwingungen als Art Zieherscheinungen gedeutet werden und ebenso auch die bereits oben erwähnten, von Barkhausen und Kurz und auch von Cl. Schäfer beobachteten sprunghaften Änderungen der Wellenlänge.

Damit im Zusammenhang möge nur ganz kurz noch auf Untersuchungen der ungedämpften Erregung zweier elektrostatisch gekoppelter Schwingkreise von Tatarinow (53) bzw. Morugina (54) hingewiesen werden, in denen die erzeugten Frequenzen und Energien in Abhängigkeit von der Verstimmung der beiden Kreise, d. h. dem Quotienten der Eigenfrequenzen der beiden Kreise bestimmt wird. Setzen wir in die dortigen Resultate als Eigenfrequenzen in unserem Falle die Eigenfrequenz des kleinen Schwingkreises und die oben definierte Frequenz der Elektronenbewegung in bezug auf das Gitter ein, so lassen sich damit sowohl die Beobachtungen dieser Untersuchung als auch z. B. Beobachtungen von Grechowa (45) vergleichen, wie das z. B. die auf Grund dieser Theorie gezeichnete Fig. 12 erkennen läßt. Da dem Elektron an sich in unserem Falle keine eigentliche reelle Frequenz zukommt, so kann nur das Kurvenstück zwischen *A B* zum Vergleich herangezogen werden. In diesem Stück können z. B. die von Grechowa gemachten Messungen gerade dem Teil nahe der Wendetangente dieser Kurve entsprechen. Eine weitere eingehende Diskussion dieser theoretischen Vorstellungen kann aber erst, wie schon oben ausgeführt, erfolgen, wenn umfassenderes, genaueres Beobachtungsmaterial zur Verfügung steht.

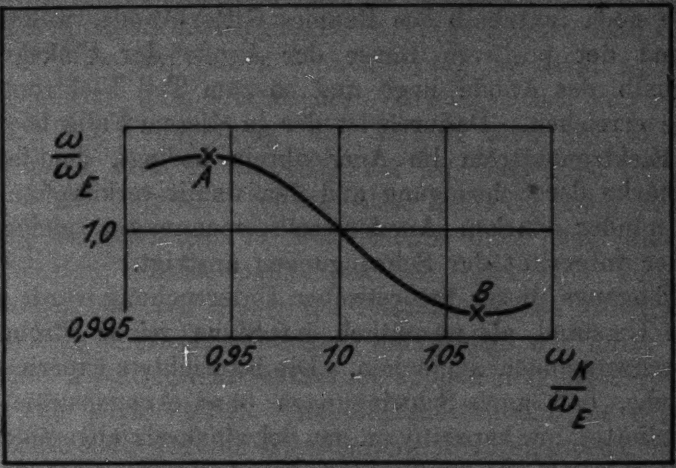


Fig. 12

γ) Anodenpotential größer bzw. gleich Null.

Es verbleibt nur noch der Fall des positiven Anodenpotentials bzw. des Potentials Null zu betrachten. Zunächst wird bei positivem Anodenpotential der Umkehrpunkt außerhalb des Raumes Gitter-Anode jenseits der Anode verschoben. Damit fällt notwendigerweise ein Teil der anregungsfähigen Elektronenbewegung außerhalb dieses Raumes und es ist klar, daß bei entsprechend hohem positiven Anodenpotential deshalb die Anregung zu klein wird. Einerseits zeigt das Experiment, daß bei höheren Potentialen an der Anode zunächst ein Bereich kommt, in dem die Röhre keine Schwingungen mehr liefert. Jenseits dieses Bereiches kommt dann experimentell die Anregung durch Sekundärelektronen in Frage. Dieser Fall wurde aber als auf ganz anderer, aber doch als auf wohlbekannter Grundlage beruhend, hier von vornherein ausgeschlossen.

Beim Fall des Anodenpotentials Null pendelt der Umkehrpunkt während der negativen Phase des Anodenpotentials gerade noch innerhalb des Raumes Gitter-Anode, wohingegen während der positiven Phase der Anode der Umkehrpunkt außerhalb der Anode liegt und so zum Teil Elektronen die Anode erreichen. Dadurch ist der in diesem Falle beobachtbare Elektronenstrom im Anodenkreis bedingt, der je nach der Stärke der Schwingung und den damit verknüpften mehr oder minder starken Anodenwechselspannungen gleichsinnig mit der Intensität der Schwingungen ansteigt.

Eingangs dieser theoretischen Untersuchung wurde gerade dieser Umstand als wesentlich im Sinne reiner Stromverteilungsschwingungen angesehen. Die beobachtete experimentelle Tatsache, daß auch Schwingungen ohne Anodenstrom, d. h. bei isolierter, nur kapazitiv an den Schwingkreis angeschlossener Anode möglich ist, zeigte, daß das Auftreten eines Anodenstroms für die Schwingungserzeugung nicht wesentlich sein kann. Der zuletzt gegebenen Erklärung der Schwingungserzeugung zufolge muß dagegen sogar angenommen werden, daß die durch den auftretenden Anodenstrom verringerte Anzahl der bewegten Elektronen, die als schwingungserzeugend erkannt wurden, für die zweite Halbphase dadurch verringert werden. Somit erscheint es als zweckmäßig, den Anodenstrom bei Anodenpotential gleich und größer Null möglichst klein zu halten, er spielt eigentlich nur die Rolle des energieverzehrenden Indikators der Schwingungen. Diese Erkenntnis erklärt wohl auch die große Energiesteigerung, die der Ersatz des vollen Anodenzylinders durch die Anodenspirale gebracht hat.

Im Prinzip dürfte damit der ganze Vorgang der Schwingungserzeugung sowohl bei der Gitter- als auch bei der Anodenschaltung weitgehend erklärbar sein. Eine ins einzelne gehende quantitative Theorie wird erst versucht werden können, wenn es gelungen ist, genügend quantitativ experimentell das gesamte Gebiet zu durchforschen. In diesem Sinne bewegt sich auch noch die gegenwärtige Fortsetzung der Untersuchung des vorliegenden Problems.

IV. Quantitative Messungen

1. Meßanordnung

Unter den Indikatoren, die für quantitative Messungen der hochfrequenten Schwingungen in Frage kamen, sind einerseits solche, die auf reiner Gleichrichtung beruhen, andererseits diejenigen mit thermischer Wirkungsweise zu unterscheiden. Die Verwendung von Röhren zum Zwecke der Gleichrichtung und Verstärkung der zu messenden Schwingungen wurde versucht, jedoch ohne befriedigenden Erfolg, was seine Hauptursache im wesentlichen darin hat, daß für diese kleinsten Wechselspannungen von etwa 10^{-4} Volt die Krümmungen bzw. die Knicke der Charakteristiken zu schwach sind. Erfolge mit Röhren dürften demzufolge nur unter vorhergehender Hochfrequenzverstärkung und nachfolgender Gleichrichtung zum Ziele führen. Als einziger brauchbarer Gleichrichter ergab sich nur die Verwendung von Detektoren, wobei sich insbesondere die Kombination Bleiglanz bzw. Rotzinkerz gegen eine Spitze von Siliciumbronze als höchst empfindlich erwiesen hatten; bei geringerer Empfindlichkeit, aber mit wesentlich besserer Konstanz konnte Silicium gegen Stahl verwendet werden.

Der experimentellen Erfahrung zufolge, daß alle thermischen Indikatoren gegenüber dem Detektor und der Röhre durchschnittlich um zwei Größenordnung kleinere Meßspannungen ergaben, kann als Beitrag zum Detektorproblem gefolgert werden, daß die oben erwähnten Detektorenkombinationen bei den höchsten Frequenzen bis zu etwa 10^9 Hertz noch rein als Gleichrichter und nicht thermisch wirken.

Bei Verwendung des Detektors konnte das oben schon erwähnte Zeigergalvanometer mit 10^{-4} Volt Empfindlichkeit pro Skalenteil verwendet werden. Von den thermischen Indikatoren wurden Vakuumthermoelemente und Vakuumbaretter auf ihre Brauchbarkeit hin untersucht, ein Thermoelement mit 15 μ-Fäden von Eisen und Konstanten erwies sich am geeignetsten. Verwendet wurde dazu das spannungshochempfindliche Spulengalvanometer von Hartmann und Braun, Type 176 mit 2,5 Ohm innerem Widerstand, einer Stromempfindlichkeit von $1{,}18 \cdot 10^{-8}$ Amp. pro Millimeter Ausschlag bei 1 m Skalenabstand, entsprechend einer Spannungsempfindlichkeit bei voller Dämpfung von $6 \cdot 10^{-8}$ Volt. Als nicht sehr bequem erwies sich nur die beträchtliche Schwingungsdauer von 15 Sekunden für eine halbe Schwingung. Das Thermoelement wurde mit Hochfrequenz eines kleinen Versuchssenders mit einer Wellenlänge von 1720 m geeicht, wobei der Anschluß an die absolute Eichung durch Messung der Stromstärke mit einem Milliamp.-Hitzdrahtinstrument mit einem Meßbereich von 6—60 MA. erreicht werden konnte. Der kleinste Eichstrom selbst wurde vermittels Unterteilung durch eine vorher stromgeeichte variable Koppelung aus der größeren gemessenen Stromstärke gewonnen. Mit einer Genauigkeit von einigen Prozent konnten so im linearen Oszillator mit Thermoelement noch Ströme von der Frequenz 10^9 Hertz und 0,1 bis 1 MA. gemessen werden. Die gewonnene Eichkurve zeigte nahezu quadratische Abhängigkeit der Thermospannung von der Stromstärke. Der Vergleich des geeichten Thermoelements mit dem Detektor für verschiedene Stromstärken ergab Proportionalität zwischen beiden, d. h. also ebenfalls quadratische Stromempfindlichkeit für den Detektor. Dabei wurde der Detektor nicht mehr als bis zu etwa 10 Millivolt belastet, um reproduzierbare Verhältnisse zu haben.

Das Lechersystem, zwei 2 m lange, 3 mm starke gutverspannte Messingdrähte mit einem Abstand von 12 cm, trug an der der Röhre zugewandten Seite eine Koppelungsschleife; am anderen Ende eine Alluminiumscheibe von 52 cm Durchmesser als reflektierende Wand. Durch Verschieben eines Schlittens auf dem Lechersystem (Fig. 13, Taf. IV), der den Detektor bzw. das Thermoelement mit variabler induktiver Koppelung trug, wurde die Feldstärkenverteilung der stehenden Welle und damit die Wellenlänge der Schwingungen bestimmt. Die Ferneinstellung des Schlittens war durch einen Rollenschnurlauf mit in Kugellager gelagerten Achsen auf Bruchteile eines Millimeters möglich. Ebenso wurde die Fernablesung der Schlittenstellung vermittels Fernrohr unter Verwendung zweier total reflektierender Prismen ausgeführt. Die Beleuchtung der abzulesenden Stelle der Skala geschah mit einem Parallellichtstrahl eines Nernststiftes unter gleichzeitiger Verwendung eines der Ableseprismen.

Die Wellenlängemessung durch Verschieben der Reflexionswand am Ende des Lechersystems wurde anfangs ebenfalls ausgeführt. Da sich aber zeigte, daß bei dieser Meßmethode, die mehr einem Resonanzverfahren entspricht, Oberwellen gemessen wurden, die bei Messungen der oben erwähnten Feldstärkeverteilung längs des unverändert gelassenen Lechersystems nicht nachgewiesen werden konnten, so mußte es sich in diesem Falle um zusätzliche störende Reflexionen handeln, die insbesondere bei den kürzesten Wellen von etwa 30 cm Wellenlänge auftraten. Diese Methode wurde deshalb bei den endgültigen Messungen nicht verwendet.

2. Messungen zur Anodenschaltung

In folgendem seien zunächst Versuche mit der Anodenschaltung wiedergegeben, die mit einer Röhre V T 57 1 r aufgenommen wurden, wobei der Schlußkondensator 22 mm vom Fuße entfernt war. Die Schwingenergie wurde mit geeichtem Detektor bis auf einen Proportionalitätsfaktor gemessen.

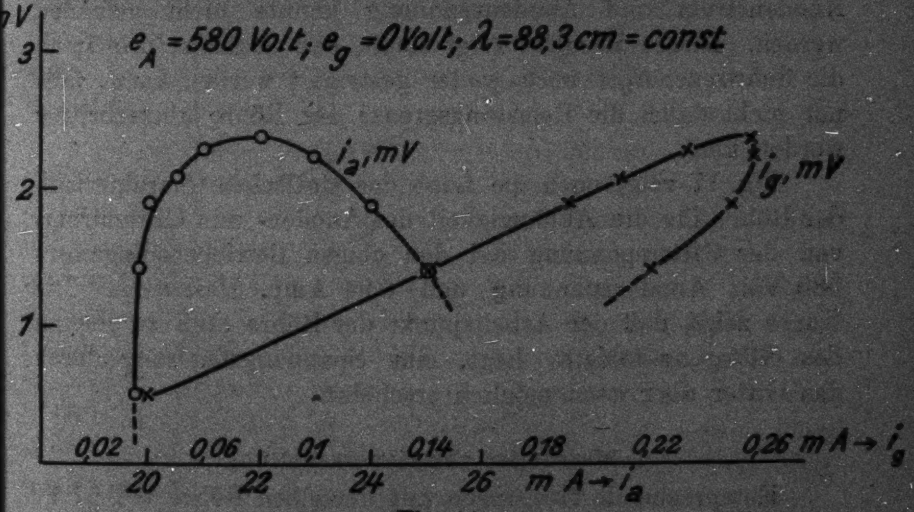


Fig. 14

Die Fig. 14 zeigt bei einer konstanten Anodenspannung von 580 Volt und Gitterpotential Null, daß die Schwingenergie in Abhängigkeit von der Emission bzw. dem Anodenstrom über ein Maximum geht und gleichsinnig hiermit der Gitterstrom; dabei wurden die beiden Kurven in derselben Richtung durchlaufen. Es zeigt sich, daß der Gitterstrom zwar qualitativ, aber nicht ein-eindeutig mit den Schwingungen verknüpft ist. Die Wellenlänge erweist sich in dem ganzen Bereich als konstant, gleich 88,3 cm.

Die Abhängigkeit der Schwingenergie von der Anodenspannung bei konstantem Anodenstrom von 21 MA. und Gitterpotential Null geht, wie aus Fig. 15 zu entnehmen ist, ebenfalls über ein Maximum. Dabei zeigt sich eine kleine Wellenlängenabhängigkeit von 90,8 cm bei 520 Volt Anodenspannung auf 87,2 cm bei etwa 600 Volt.

So zeigt sich allgemein, daß für jede Heizstromstärke bzw. Anodenstrom es stets eine optimale Anodenspannung gibt, andererseits für jede bestimmte Anodenspannung einen optimalen Anodenstrom. Die Gesamtheit dieser Wertepaare zeigt Fig. 16a. Bestimmt man zugleich die zugehörige Schwingenergie, so erweist sich diese nahezu als linear abhängig von der Anodenspannung (Fig. 16b). Ein absolutes Maximum der Energie für ein bestimmtes Wertepaar von Anodenstrom und Anodenspannung konnte nicht gefunden werden. Dieses Resultat zeigt somit, daß zunächst prinzipiell die Schwingenergie noch weiter gesteigert werden kann, falls nur nicht dabei die Belastungsgrenze der Röhre überschritten werden muß.

Fig. 17 zeigt noch die Lage der statischen Charakteristik der Röhre für die Abhängigkeit des Anoden- und Gitterstroms von der Gitterspannung bei den obigen Betriebsbedingungen 580 Volt Anodenspannung und 0,94 Amp. Heizstrom. Die Kurve zeigt, daß der Arbeitspunkt der Röhre etwa zu Beginn des Sättigungsgebietes liegt, eine Spannungsteuerung durch das Gitter aber noch möglich erscheint.

3. Messungen zur Gitterschaltung

Entsprechende Messungen mit derselben Röhre V T 57 Ir wurden in der Gitterschaltung durchgeführt, wie Fig. 18 zeigt. Das Kurvenblatt läßt erkennen, daß ebenfalls für eine bestimmte Gitterspannung die Schwingenergie in Abhängigkeit

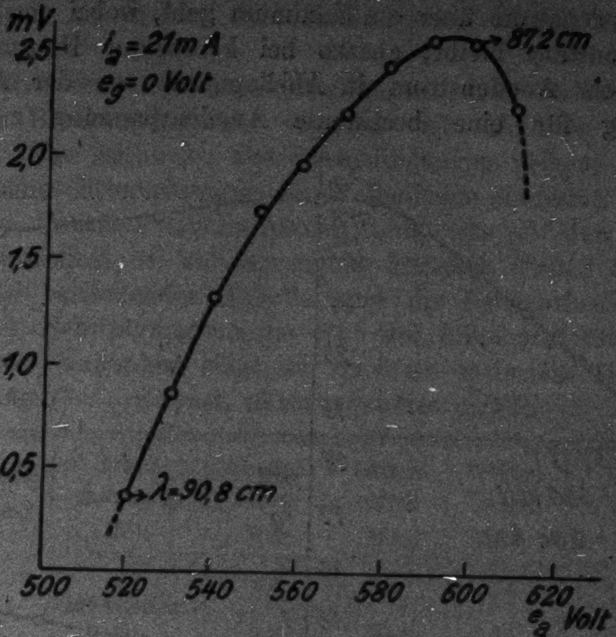

mV
i_a = 21 mA
e_g = 0 Volt
87,2 cm
λ = 90,8 cm
2,5
2,0
1,5
1,0
0,5
500
520
540
560
580
600
620
e_a Volt

Fig. 15

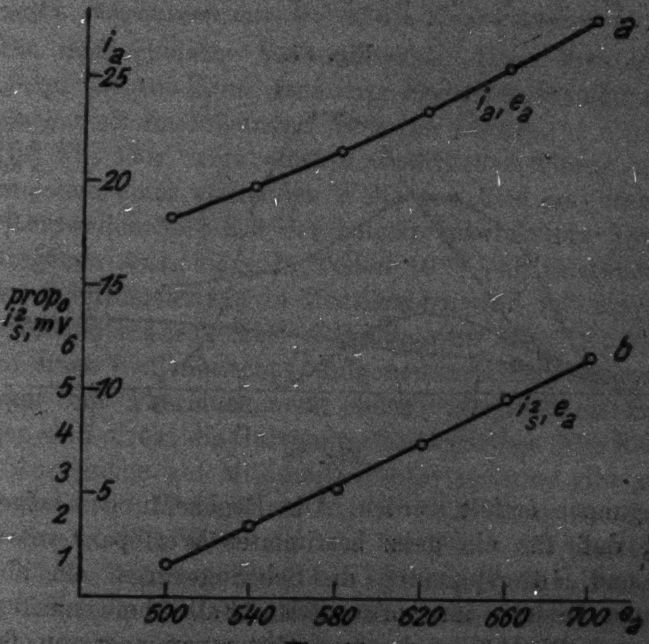

i_a
25
20
15
10
5
prop$_o$
i_s^2, mV
6
5
4
3
2
1
a
i_a, e_a
b
i_s^2, e_a
500
540
580
620
660
700
e_a

Fig. 16

vom Anodenstrom über ein Maximum geht, wobei die Wellenlänge konstant bleibt, ebenso bei konstanter Heizung bzw. konstantem Anodenstrom in Abhängigkeit von der Anodenspannung für eine bestimmte Anodenspannung maximale

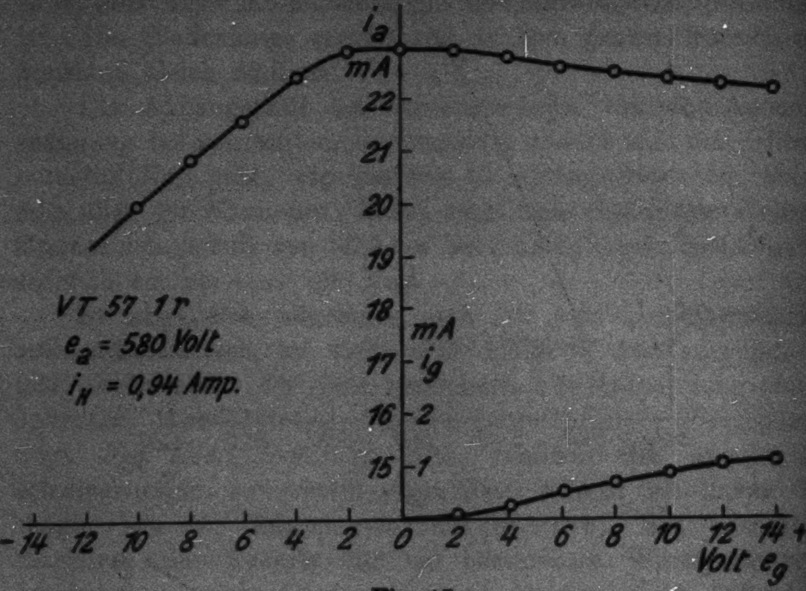


Fig. 17

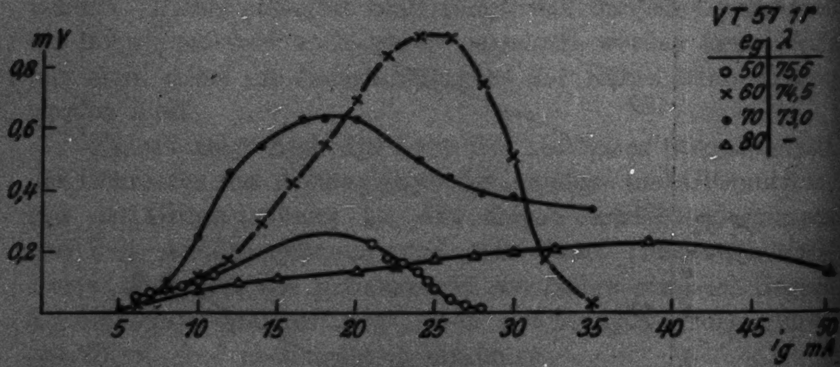


Fig. 18

Schwingungen erzielt werden. Die Beobachtungen zeigen hier weiter, daß für ein ganz bestimmtes Wertepaar von Gitterstrom und Gitterspannung die Schwingenergie ein absolutes Maximum besitzt, im vorliegenden Falle bei einem Gitterstrom von 25 MA. und einer Gitterspannung von 60 Volt;

dabei war der untere Schlußkondensator 17 mm vom Fuße entfernt.

Für andere Oszillatoreinstellungen, d. h. Stellungen des unteren Blockkondensators ergaben sich ähnliche Beobachtungen. Die optimalen Betriebsbedingungen zeigen, daß mit wachsender Gitterspannung die Wellenlänge abnimmt, zugleich aber die Emission erhöht werden muß, was auf den schlechteren Nutzeffekt bei der Erzeugung kürzerer Wellen schließen läßt. In beistehender Tabelle sind die Betriebsbedingungen optimaler Schwingungsenergie für drei Kondensatorstellungen angegeben, außerdem zeigt sie für diese optimalen Daten die Beziehung $\lambda^2 \cdot V_g = \text{const.}$ näherungsweise erfüllt.

Kondensator-entfernung	Gitter-spannung Volt	Anoden-strom MA.	Gitter-strom MA.	Wellen-länge cm	$\lambda^2 \cdot V_g$
17	68 (interpoliert)	3,6	25	75	$3{,}8 \cdot 10^5$
8	90	5,3	33,5	65	$3{,}8 \cdot 10^5$
1	130	9,0	40	55	$3{,}9 \cdot 10^5$

4. Messungen mit der 30-cm-Kurzwellenröhre

Die meßtechnische Verwendbarkeit dieser kurzen Wellen von 30 cm soll an Hand genauerer Energiemessungen mit dem Thermoelement im folgenden dargetan werden.

Die Fig. 19a zeigt eine Feldstärkenverteilung auf dem Lechersystem einer stehenden Welle von 31,6 cm, erzeugt mit einer Kurzwellenröhre K 3 der zuletzt entwickelten Type. Die aufgetragenen Ausschläge in Teilen 10^{-4} Volt in Abhängigkeit von der Schlittenstellung in Zentimetern sind mit einem Bleiglanz-Siliciumbronzedetektor aufgenommen. Fig. 19b zeigt den Verlauf eines Wellenbauches, aufgenommen mit dem erwähnten Oszillator mit Thermoelement und Spiegelgalvanometer, aufgetragen sind direkt die Galvanometerausschläge. Die Reduktion dieser Ausschläge auf Milliampere/Schwingstrom gibt strengen Sinusverlauf der Wellenform für die Umgebung des Scheitels der Welle, wie Fig. 19c zeigt. In der Nähe der Knotenstellen treten kleine Deformationen der Kurve auf, da einerseits bei der Bestimmung idealer Nullebenen mit endlich ausgedehntem Indikator solche unvermeidlich sind, andererseits die Meßgenauigkeit bei einem Strom von der Frequenz 10^9 Hertz unter 0,1 MA. natürlich nicht mehr ganz ausreichend ist.

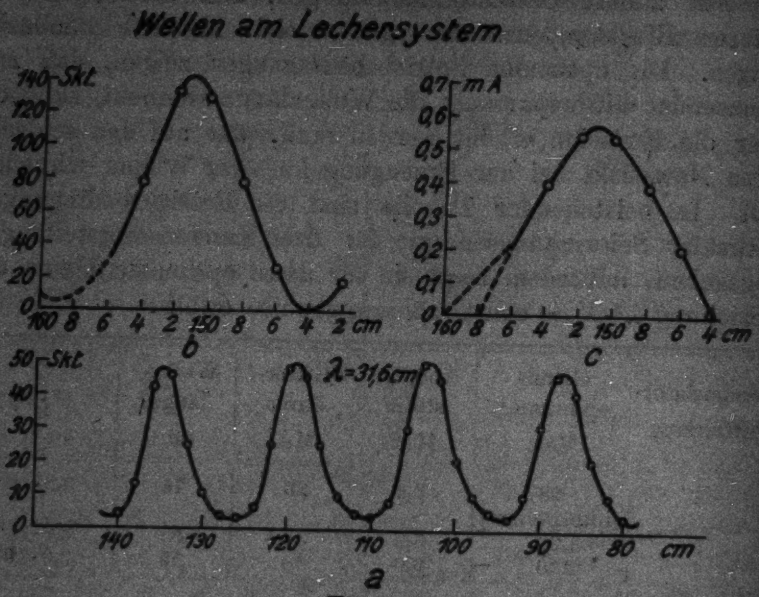


Fig. 19

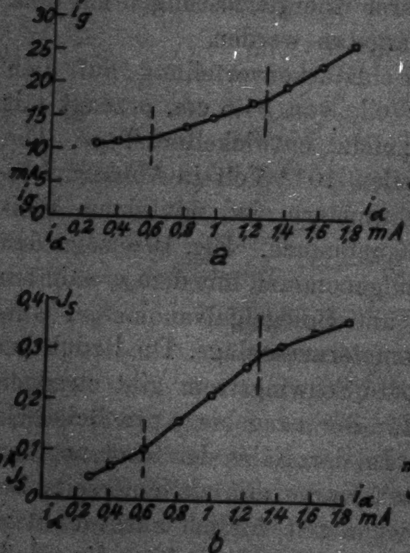


Fig. 20

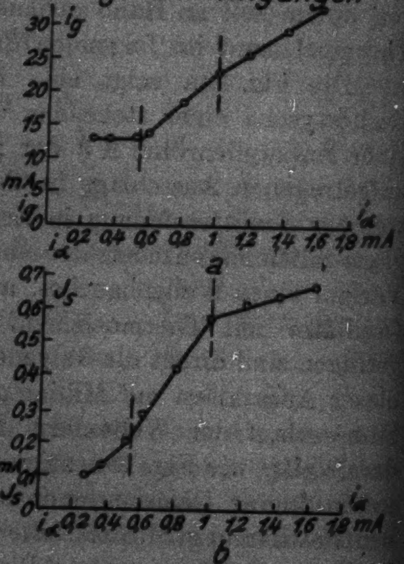


Fig. 21

Die strenge Sinusform der Welle stellt ferner eine Bestätigung für die obige Theorie der Erzeugung der Wellen als reine Kondensatorkreisschwingungen dar.

Figg. 20a und 20b stellen Messungen mit der Kurzwellenröhre K3 mit der schon oben erwähnten Welle 31,6 cm, die Figg. 21a und 21b solche mit der Kurzwellenröhre K4 mit einer Welle 28,8 cm dar. Die Gitterspannung war dabei konstant 600 Volt, die Anodenspannung 0 Volt.

Untersucht wurde die Verteilung auf Anode und Gitter unter gleichzeitiger Messung des Schwingstromes, der in etwa 60 cm Entfernung von der Röhre im linearen Oszillator mit Thermoelement gemessen wurde. Die Beobachtungen lassen lineare Abhängigkeiten von Anodenstrom, Gitterstrom und Schwingstrom erkennen. Dabei lassen sich anscheinend verschiedene Stabilitätsbereiche unterscheiden, die sowohl für den Anodenstrom, als auch für den Schwingstrom in gleichen Gebieten des Schwingstromes liegen. Die Messungen zeigen weiterhin damit die Bedeutung des Anodenstromes als Indikator für den Schwingstrom, worauf bereits oben im theoretischen Teil des Näheren hingewiesen wurde.

Die beobachteten Stabilitätsbereiche sind allem Anschein nach bereits statisch bedingt und scheinen nicht unmittelbar mit den auftretenden Schwingungen verknüpft zu sein, worauf an anderer Stelle des Näheren noch weiter eingegangen werden wird.

Zusammenfassung und Ausblick

1. Es wurden experimentell Kurzwellenschaltungen entwickelt, die gestatten in der Anodenschaltung ungedämpfte Wellen als Grundwellen bis etwa 60 cm; in der Gitterschaltung solche mit meßtechnisch ausreichender Energie zunächst bis etwa 30 cm zu erzeugen, womit der bisher zur Verfügung stehende Meßbereich um etwa eine Oktave erweitert werden konnte.

2. Für diese Schaltungen wurden eigens besondere Röhrentypen durchkonstruiert und damit der experimentelle Nachweis geliefert, daß die Erzeugungsweise dieser Schwingungen wesentlich durch die Existenz eines kleinen Schwingkreises bedingt ist, der in der Hauptsache von dem Gitteranodensystem und dessen Zuleitung in der Röhre selbst gebildet wird.

3. Für die Wirkungsweise der beiden Schaltungen wurde eine Theorie entwickelt, die darauf beruht, daß für den Fall, daß die Elektronenlaufzeit in der Röhre von der Größenordnung der Schwingungsdauer der erzeugten Schwingung wird, die Röhre einen negativen Widerstand dadurch erhält, daß die nicht mehr stationäre Elektronenbewegung in der Röhre durch Influenzwirkung Energie an den zu erregenden Schwingkreis abgibt; die Röhre für extrem kurze Wellen somit eine wesentlich andere Art der Schwingungserzeugung besitzt als für lange Wellen.

4. Quantitative Messungen lassen die reine Sinusform und die meßtechnisch ausreichende Energie der Schwingungen bis herab zu den kürzesten erzeugten Wellen von etwa 30 cm Wellenlänge erkennen.

Hinsichtlich der Frage, wieweit die experimentelle Erzeugung kürzester elektrischer Wellen nach den Erfahrungen vorliegender Untersuchung gelingen dürfte, ist zu sagen, daß es durchaus möglich erscheint, mit der Wellenlänge bis auf etwa 10—15 cm herabzukommen. Die Frage ist nur, ob die erforderliche Belastung die zulässige Belastungsgrenze nicht überschreitet.

Schließlich möge hier auch noch eine allgemeine Bemerkung Platz finden. Die obigen theoretischen Erklärungen beruhen vollständig auf **Maxwell**schen Vorstellungen bzw. solchen der klassischen Elektronentheorie. Die vorliegenden Untersuchungen lassen demzufolge gewissermaßen auch den Schluß zu, daß bei periodischer Bewegung von freien Elektronen von der Frequenz bis zur Größenordnung von 10^9 Hertz noch durchaus die klassischen Vorstellungen hier Gültigkeit besitzen. Andererseits könnte aber vielleicht doch der Fall zu erwarten sein, daß weitere Beobachtungen auch von dieser Seite her experimentelles Material ergeben, das weiteren Aufschluß über den Energieumsatz, der sich am einzelnen Elektron vollzieht und der gerade den Hauptinhalt der Quantenvorstellungen der Wechselwirkung von Energie und Materie bildet, geben kann. Vielleicht können auch gerade die stabilen Schwingungszustände derartig hochfrequent-schwingender Systeme verknüpft mit ihren stabilen Elektronenbewegungen

Licht in das Rätsel der stationären Zustände im Atom und Molekül bringen.

Zum Schlusse ist es mir mehr als eine angenehme Pflicht, der Firma Südd. Telefon-Apparate-, Kabel- und Drahtwerke A.-G., Nürnberg, insbesondere Hrn. Oberingenieur Dr. G. Liebert auf das herzlichste zu danken für das überaus große Entgegenkommen, gastweise in dem dortigen Röhrenlaboratorium die Mittel zur Verfügung erhalten zu haben, so daß es mir gelingen konnte, die oben untersuchten Röhren selbst durchkonstruieren und fertigstellen zu können.

Erlangen, Physikalisches Institut der Universität, den 10. November 1927.

Literaturverzeichnis

1) **K. W. Wagner**, Der Lichtbogen als Wechselstromerzeuger. Diss. Göttingen, S. 97/110. 1910.

2) **N. Stschodro**, Ann. d. Phys. 27. S. 225. 1908.

3) **W. G. Cady**, Phys. Ztschr. 10. S. 623. 1909.

4) **E. Zeppler** u. **W. Schwarz**, Jahrb. f. drahtl. Telegr. 27. S. 186/7. 1926.

5) **H. Barkhausen**, Das Problem der Schwingungserzeugung. Leipzig 1907.

6) **H. Greinacher**, Verhandl. d. D. Phys. Ges. 14. S. 856. 1912.

7) **H. Busch**, Stabilität, Labilität und Pendelungen in der Elektrotechnik, Diss. Leipzig 1913.

8) **C. Gutton** u. **H. Touly**, Compt. rend. 168. S. 271. 1919.

9) **J. G. Townsend** u. **J. H. Morrell**, Phil. Mag. 42. S. 265. 1921.

10) **Van der Pol**, Phil. Mag. (6) 38. S. 90. 1919.

11) **H. A. W. Hull**, Jahrb. d. drahtl. Telegr. 14. S. 47 u. 157. 1919.

12) **H. Barkhausen** u. **K. Kurz**, Phys. Ztschr. 21. S. 1. 1920.

13) **O. Schriever**, Ann. d. Phys. 63. S. 645. 1920.

14) **F. Holborn**, Ztschr. f. Phys. 6. S. 328. 1921.

15) **W. Kossel**, Jahrb. d. Radiologie 18. S. 349. 1921.

16) **L. Bergmann**, Messungen im Strahlungsfelde eines ungedämpften Erregers. Ann. d. Phys. 67. S. 13. 1922.

17) **R. Whiddington**, Phil. Mag. (6) 44. S. 1064. 1922.

18) **E. Gill** u. **J. Morrell**, Electric waves obtained by walves. Phil. Mag. (6) 44. S. 162. 1922.

19) **G. Joos**, Ann. d. Phys. 69. S. 505. 1922.

20) **W. Kopp**, Ann. d. Phys. 72. S. 525. 1923.

21) **Cl. Schäfer** u. **J. Merzkirch**, Ztschr. f. Phys. 23. S. 166. 1923.

22) **W. Pagliarulo**, Theorie of oscillating electric circuit. Kurzer Sitzungsbericht Phys. Rev. 23. S. 300. 1924.

23) A. Scheibe, Ann. d. Phys. 73. S. 54. 1924.

24) Cl. Schäfer, Ztschr. f. Phys. 24. S. 350. 1924.

25) G. Wuckel, Ann. d. Phys. 73. S. 427. 1924.

26) F. Goldschmidt, Verhandl. d. D. Phys. Ges. [3] 5. S. 68. 1924.

27) E. Habann, Jahrb. d. drahtl. Telegr. 24. S. 115 u. 135. 1924.

28) Fr. Ollendorf, Elektronenröhren im Wechselstromkreis. Arch. f. Elektrotechn. 13. S. 274. 1924.

29) H. Wigge, Jahrb. f. drahtl. Telegr. 23. S. 13. 1924.

30) F. Tank, Sur les oscillations de Barkhausen. Arch. scient. Phys. et. Nat. (5) 6. S. 320/21. 1924.

31) G. Breit, A method of producing short wave length oscillations in electron tubes. Journ. of Soc. Americ. 9. S. 706/22. 1924.

32) G. Breit, A singular case of electron tube oscillations. Phys. Revue 23. S. 300. 1924.

33) G. Breit, A singular case of electron tube oscillations. Journ. Frankl. Inst. 197. S. 355. 1924.

34) W. C. Huxford, Phys. Rev. (2) 25. S. 686. 1925.

35) K. Rottgardt, Ztschr. f. techn. Phys. 6. S. 610. 1925.

36) E. Gill u. J. Morrell, Phil. Mag. (6) 49. S. 369. 1925.

37) R. Bock, Ztschr. f. Phys. 31. S. 534. 1925.

38) J. Sahanek, Phys. Ztschr. 26. S. 368. 1925.

39) C. Gutton u. E. Pierret, Sur les Harmoniques d'oscillations à ondes très courtes. Compt. rend. 180. S. 1910/12. 1925.

40) R. Bamsay, Simplifyet Lecher wires for short waves Measurements. Journ. opt. Soc. Americ. 11. S. 641/44. 1925.

41) S. J. Zilitinkewitsch, Die Elektronenschwingungen innerhalb der Eingitterröhre. Arch. f. Elektrotechn. 15. S. 470. 1926.

42) A. Scheibe, Jahrb. f. drahtl. Telegr. 27. S. 1. 1926.

43) F. Kiebitz, Jahrb. f. drahtl. Telegr. 27. S. 168. 1926.

44) M. T. Grechowa, Ztschr. f. Phys. 35. S. 50 u. 59. 1926.

45) M. T. Grechowa, Ztschr. f. Phys. 38. S. 621. 1926.

46) N. Kapzow, Ztschr. f. Phys. 35. S. 129. 1926.

47) L. Bergmann, Ann. Phys. 82. S. 594. 1927.

48) O. Emmersleben, Ann. d. Phys. 82. S. 712. 1927.

49) R. Mesany, Les ondes electriques courtes. S. 108/25. Paris 1927.

50) E. Pierret, Sur les oscillations des Barkhausen obtenues de lampes françaises. Compt. rend. 184. S. 1428/30. 1927.

51) L. Tonks, Space charge as a cause of negative resistance in a triode. Phys. Rev. (2) 29. S. 918. 1927.

52) F. Banneitz, Taschenb. d. drahtl. Telegr. Springer 1927 (S. 994. A. Scheibe).

53) W. W. Tatarinow, Arch. f. Elektrotechn. 12. S. 16/25. 1928.

54) S. Morugina, Arch. f. Elektrotechn. 15. S. 466.

(Eingegangen 22. November 1927)

2. *Diffusionskoeffizienten von Flammengasionen in Abhängigkeit von der Temperatur;*
von Hanns Bückert

(Gekürzte Frankfurter Dissertation)

I. Meßmethode

Im Anschluß an die Arbeit von F. Lauster[1]), der die Abhängigkeit der Beweglichkeit von Flammengasionen von der Temperatur untersuchte, sollte in der vorliegenden Arbeit der Zusammenhang zwischen dem Diffusionskoeffizienten von Flammengasionen und der Temperatur ermittelt werden.

Zur Messung wurde die Townsendsche Durchströmungsmethode[2]) verwendet. Sie beruht darauf, daß die ionisierte Luft mit konstanter Geschwindigkeit durch Röhren von verschiedener Länge gesaugt und danach jedesmal die relative Leitfähigkeit gemessen wird.

Townsend, der die Diffusion der Ionen als Diffusion zwischen dem „Ionengas“ und dem „neutralen Gas“ betrachtet, gelangt unter Annahme der allgemeinen Diffusionsgleichungen zu folgender Differentialgleichung:

$$(1) \qquad \frac{D}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\left(r\,\frac{\partial p}{\partial r}\right) - \frac{2\,V}{a^2}\,(a^2 - r^2)\,\frac{\partial p}{\partial r} = 0.$$

Hierbei ist D der Diffusionskoeffizient, p der Partialdruck der Ionen, V die Windgeschwindigkeit in Richtung der Rohrachse, a der Rohrradius, r die Koordinate in Richtung des Rohrradius und D die Koordinate in Richtung der Rohrachse.

Die Lösung der Gleichung (1) ergibt:

$$(2) \qquad R = 4\left(0{,}1952\, e^{-\frac{7{,}313\, D\, z}{2\, a^2\, V}} + 0{,}0243\, e^{-\frac{44{,}5\, D\, z}{2\, a^2\, V}} + \ldots\right).$$

R ist das Verhältnis der Ionenzahl, die an irgendeiner Stelle z durch den Röhrenquerschnitt wandert, zu der Ionen-

---

1) F. Lauster, Ztschr. f. Phys. 3. 396. 1920.

2) J. S. Townsend, Phil. Trans. 193. 129. 1899.

zahl, die bei $z = 0$ in die Röhre eingetreten ist. Experimentell ist es nicht möglich, die Zahl der Ionen zu ermitteln, die in die Röhre eintreten. Es ist wesentlich einfacher, die Ionenzahl beim Austritt aus Röhren von verschiedener Länge z_1 und z_2 zu bestimmen, wenn in beiden Fällen gleich viele Ionen in die Röhren eintreten. Das Verhältnis dieser beiden Werte ist dann:

$$(3) \qquad y = \frac{n_1}{n_2} = \frac{0{,}1952\, e^{-\frac{7{,}313\, D z_1}{2 a^2 V}} + 0{,}0243\, e^{-\frac{44{,}5\, D z_1}{2 a^2 V}}}{0{,}1952\, e^{-\frac{7{,}313\, D z_2}{2 a^2 V}} + 0{,}0243\, e^{-\frac{44{,}5\, D z_2}{2 a^2 V}}}\,.$$

Um den Wert *D* aus den experimentellen Resultaten abzuleiten, muß eine Kurve gezeichnet werden von der Gleichung:

$$(4) \qquad y = \frac{0{,}1952\, e^{-x} + 0{,}0243\, e^{-\frac{44{,}5}{7{,}313} \cdot x}}{0{,}1952\, e^{-\frac{z_2}{z_1} \cdot x} + 0{,}0243\, e^{-\frac{44{,}5}{7{,}313} \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot x}}\,,$$

wobei:

$$(5) \qquad x = \frac{7{,}313\, D z_1}{2 a^2 V} \text{ ist.}$$

Experimentell ergibt sich aus dem Verhältnis der beiden Leitfähigkeiten n_1 und n_2, die nach dem Durchgang der ionisierten Luft durch z_1 und z_2 bestimmt werden, der Wert y, mit dessen Hilfe sich aus der Kurve, die der Gleichung (4) entspricht, der Wert x ermitteln läßt. *D* erhält man dann aus Gleichung (5).

II. Versuchsanordnung

Fig. 1 gibt die Versuchsanordnung wieder. Die Luft wird bei *A* durch Glaswolle hindurch angesaugt, um sie von groben Verunreinigungen zu befreien, und gelangt in den Vorwärmeofen *B*. Dort wird sie durch elektrische Widerstandsheizung von Zimmertemperatur auf Temperaturen bis zu 120° C gebracht. Sie tritt dann in das vertikale Messingrohr *C* von 32 mm Innendurchmesser ein, das ebenfalls mit einer Heizwicklung versehen ist, um einen Temperaturabfall in diesem Rohr zu verhüten. Die Temperatur wird durch zwei Thermometer an den Stellen *D* und *F* kontrolliert. In dem Rohr *C* befindet sich vertikal verschiebbar der Brenner *G* mit Wasserstoff-, Kohlenoxyd- oder Leuchtgasflamme als Ionisationsquelle. Die so ionisierte Luft kommt dann in den Zylinderkondensator *H*, im folgenden mit „Siebkondensator“ be-

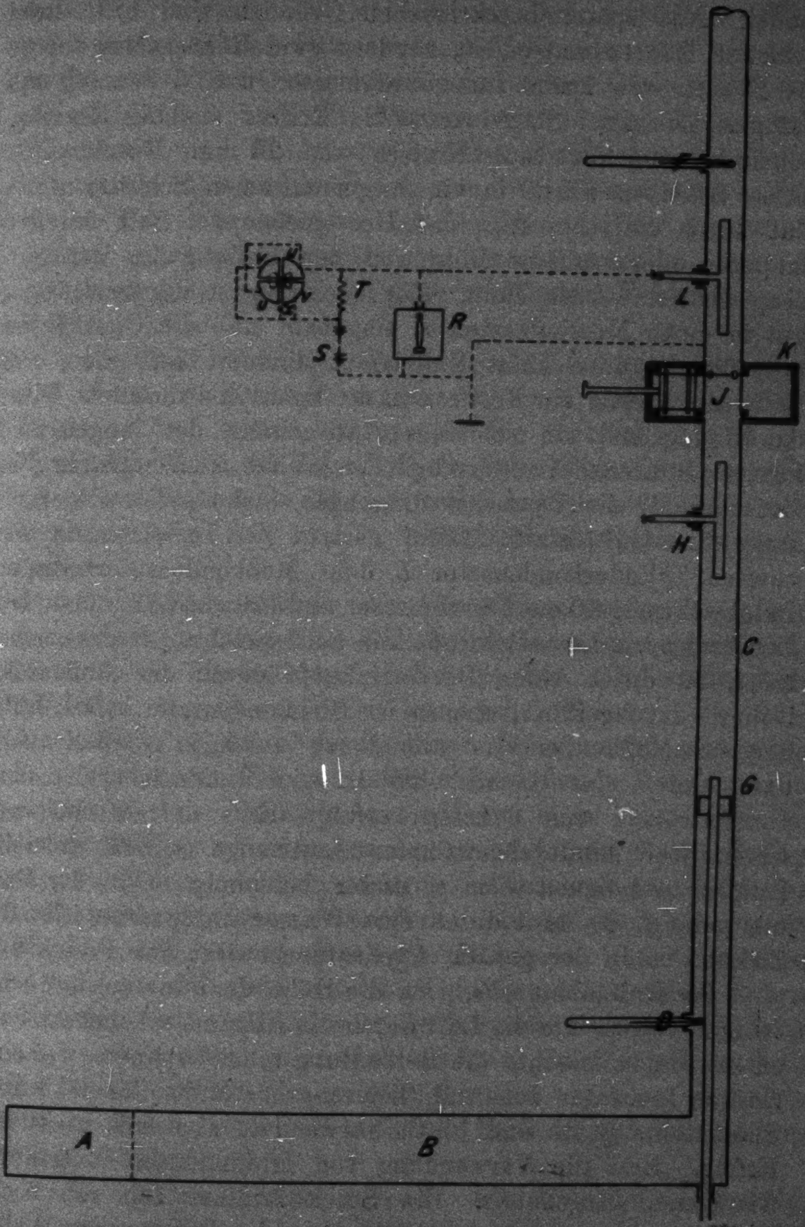


Fig. 1

zeichnet, dessen Innenelektrode eine Länge von 80 mm und einen Durchmesser von 10 mm hat. Daran schließen sich die Messingröhren z_1 oder z_2 an, in denen die Diffusion stattfindet. Aus später beschriebenen Gründen sind nicht zwei einfache Röhren verwendet, sondern zwei Röhrensätze von je 24 Röhren von 1 mm Innendurchmesser und 5 bzw. 40 mm Länge. Die zwei Sätze von je 24 Röhren sind in Messingscheiben eingelötet auf Kreisen von 20 mm Durchmesser. Diese Scheiben sitzen in einem gemeinsamen Schlitten J so, daß durch einfaches Hin- und Herschieben der Satz mit den längeren oder kürzeren Röhren in den Luftweg des Rohres C eingeschaltet werden kann. Zur Dichtung ist der Schlitten J gut in einen Messingkasten K eingepaßt und die Gleitflächen mit einer dünnen Haut Heißdampfzylinderöl bestrichen, was auch gleichzeitig ein Festfressen des Schlittens verhütet. Diese Anordnung soll ein schnelles Auswechseln der langen und kurzen Röhrenansätze ermöglichen, ohne daß sich in der Zwischenzeit die Versuchsbedingungen, insbesondere die Ionisationsflamme, ändern. Dann gelangt der Luftstrom in den zweiten Zylinderkondensator L, den „Meßkondensator“, dessen Innenelektrode 10 mm Durchmesser und 100 mm Länge hat. Die Zuführung zur Innenelektrode, die auch gleichzeitig diese selbst trägt, ist durch einen Bernsteinknopf durch das Außenrohr isoliert durchgeführt, ebenso im Siebkondensator. Die Luft, der im Meßkondensator alle Ionen entzogen werden, geht dann durch eine Gasuhr, bei der eine Umdrehung bei dem Durchströmen von 3 Litern erfolgt. Aus der in einer gewissen Zeit hindurchgeströmten Luftmenge Q läßt sich die Luftgeschwindigkeit V in z_1 und z_2 berechnen. Von der Gasuhr gelangt die Luft durch eine Wasserstrahlpumpe, die die Zirkulation in der ganzen Apparatur bewirkt, ins Freie.

Die Ionisationsquelle. Da die Höhe der Flamme nur 8 bis 10 mm betrug, um die Luft durch die Flamme möglichst wenig zu erwärmen, machte die Herstellung eines Brenners, der eine zeitlich konstante Ionenzahl liefert, große Mühe. Zuerst wurde Speckstein, Quarz und Platin verwendet, aber mit negativem Erfolg. Erst die Verwendung von Iridiumdüsen lieferte befriedigende Ergebnisse. Ein Stück Iridiumblech von 5 mm Durchmesser und 0,5 mm Dicke, das eine Bohrung von 0,1 bis

0,2 mm hatte, war auf das Brennerrohr mit Silberlöt aufgelötet. Das Brennerrohr war ungefähr 1 m lang, trug 100 mm unterhalb der Düse eine Gradführung und konnte im Rohr *C* auf- und abgeschoben werden, um bei konstanter Windgeschwindigkeit das Ionenalter im Meßkondensator verändern zu können. Das Gas gelangte aus einem Gasbehälter über ein Wattefilter und ein Manometer zu dem Brennerrohr. Wasserstoff und Kohlenoxyd wurden direkt aus der Bombe entnommen bei einem Druck von 40—75 mm Quecksilbersäule. Um Schwankungen des Druckes und der Zusammensetzung zu vermeiden, wurde das Leuchtgas einem Gasometer entnommen, der jeweils aus dem städtischen Rohrnetz wieder aufgefüllt wurde.

Der Siebkondensator. Da mit Sicherheit anzunehmen war, daß wir es bei diesen Versuchen nicht mit Ionen einheitlicher Größe zu tun hatten, konnte an die Stabelektrode *H* eine Spannung bis zu 16 Volt (äußeres Rohr *C* war immer geerdet) gelegt werden, um so die leichter beweglichen (kleinen) Ionen herauszufangen und so den Diffusionskoeffizienten zu beeinflussen.

Die Diffusionsröhren. Um die Rekombination der Ionen beim Durchgang durch z_1 und z_2 auf ein zu vernachlässigendes Minimum zu beschränken, mußte die Zeit z/V, während der die Ionen in z waren, sehr kurz sein. Da nach dem Ausdruck $D \cdot z/a^2 \cdot V$ das a^2 proportional z/V ist, mußte a möglichst klein gewählt werden, um den Fehler durch Rekombination zu eliminieren. Nimmt man nur Ionen eines Vorzeichens, um diesen Fehler zu umgehen, so entsteht durch die Selbstabstoßung der Ionen ein anderer Fehler, der den Diffusionskoeffizienten scheinbar vergrößert. Um den Abstand zwischen Flamme und unterem Rand der Röhren z_1 und z_2 konstant zu halten, damit jedesmal Ionen gleichen Alters in die Röhren eintreten, mußte beim Einsatz der kürzeren Röhren die Flamme entsprechend höher geschoben werden. Dasselbe gilt auch für die Innenelektrode *H*, um den Abstand zwischen *H* und z_1 bzw. z_2 einerseits und *H* und dem Brenner andererseits konstant zu halten.

Die elektrische Meßanordnung. Alle Metallteile außer den beiden Innenelektroden (und den Heizwicklungen) waren immer geerdet. An der Innenelektrode des Meßkondensators lag eine Spannung von ± 200 Volt; diese hohe Spannung mußte angewandt werden, da im ungünstigsten Falle, d. h. bei der größten Windgeschwindigkeit und bei den geringsten Beweglichkeiten (tiefe Temp.), erst bei 170 Volt Sättigung eintrat, also erst dann alle Ionen herausgefangen wurden. Je nachdem man nun die positiven oder negativen Ionen untersuchen wollte, lud man die Innenelektrode negativ oder positiv auf. Ursprünglich wurde die Innenelektrode mit einem Wulfschen Zweifadenelektrometer *R* verbunden, dieses ganze System auf ± 200 Volt geladen und dann die Rückgangszeit zwischen zwei bestimmten Marken gemessen, die umgekehrt proportional der Ionenzahl ist. Es wurden dann bei konstanter Windgeschwindigkeit *V* einmal die langen und einmal die kurzen Röhren in den Luftweg eingeschaltet. Aus den beiden Rückgangszeiten ließ sich dann nach Gleichung (4) und (5) der Diffusionskoeffizient *D* berechnen. Um aber diese langen Meßzeiten zu verkürzen, wurde folgende Anordnung getroffen: Der positive oder negative Pol einer 200-Volt-Akkumulatorenbatterie *S*, deren anderer Pol geerdet war, wurde über einen hochohmigen Widerstand *T* mit der Innenelektrode des Meßkondensators verbunden. Je ein Ende des Widerstandes war mit je einem Quadrantenpaar (*U* und *V*) eines Dolezalekschen Quadrantenelektrometers *W* verbunden. Die Nadel des Elektrometers *X* war ebenfalls mit dem Quadrantenpaar, das auf der Batterieseite des Hochohmwiderstandes lag, verbunden. Die Aufhängung der Nadel bestand aus einem Wollastondraht von 5 μ Durchmesser. Floß im Meßkondensator ein Ionenstrom, so entstand an den Enden des Hochohmwiderstandes eine Spannungsdifferenz, die durch das Ohmsche Gesetz bestimmt ist und mit dem Quadrantenelektrometer gemessen wurde. Die Schaltung des Elektrometers war also die Doppel- oder idiostatische Schaltung (Kohlrausch), nur daß bei den vorliegenden Messungen auf einem höheren Niveau (200 Volt) gearbeitet wurde. Während bei der normalen Doppelschaltung Nadel und ein Quadrantenpaar geerdet sind und das zweite Paar die zu untersuchende Spannung erhält, war im vorliegenden Falle Nadel und ein Quadrantenpaar auf ± 200 Volt und das zweite auf einer etwas geringeren Spannung. Der

Hochohmwiderstand mußte in der Größenordnung 10^{10} Ohm sein, damit im Instrument ein geeigneter Ausschlag entstand. Diese Widerstände wurden durch Kathodenzerstäubung von Platin selbst hergestellt. Hierzu wurden massive Glasstäbchen von 5 mm Durchmesser und 25—100 mm Länge an den beiden Enden auf eine Länge von 10 mm mit einer Platinierungsflüssigkeit platiniert. An den äußeren Enden wurden dann die Zuleitungen angebracht. Diese Maßnahme hatte den Zweck, einen sicheren Kontakt zwischen den Zuleitungen und dem zerstäubten Material zu gewährleisten. Die Glasstäbchen hatten von der Kathode verschiedene Entfernungen, um sie verschieden stark zu bestäuben. Die Widerstände wurden sofort nach Öffnen des Zerstäubungsgefäßes in flüssiges Pizein getaucht. Dieser Pizeinüberzug schützte die Widerstände tadellos gegen mechanische und Temperatureinflüsse. Um jederzeit die Größe des Widerstandes kontrollieren zu können, war an die Leitung Widerstand–Innenelektrode noch das Wulfelektrometer geschaltet. Wurde nun das auf der Batterieseite liegende Ende des Widerstandes (nebst einem Quadrantenpaar) geerdet und die Kapazität, bestehend aus dem zweiten Quadrantenpaar, Wulf, Innenelektrode und den dazu gehörigen Leitungen, auf irgendeine beliebige Spannung aufgeladen, so konnte man am Wulf die Entladegeschwindigkeit der Kapazität über den zu messenden Widerstand ermitteln und hieraus den Widerstand selbst berechnen. Der für die Messungen verwendete Widerstand wurde so zu $2{,}6 \cdot 10^{10}$ Ohm bestimmt. Um nun noch die Empfindlichkeit der ganzen Meßanordnung ermitteln zu können, wurde noch die Eichkurve des Quadrantenelektrometers aufgenommen. Als Empfindlichkeit ergab sich im Mittel $7 \cdot 10^{-13}$ Amp. Um die empfindliche Meßanordnung gegen Störungen zu schützen, waren alle Leitungen in geerdeten Metallrohren und die Zuführungen zu den Instrumenten in geerdeten Metallgehäusen verlegt; in einem derselben war auch der Hochohmwiderstand untergebracht. Die Einführung des Dolezalekschen Quadrantenelektrometers ermöglichte ein wesentlich schnelleres Messen wie mit dem Wulfschen Elektrometer, so daß während der kurzen Meßzeit die Versuchsbedingungen, besonders die Flamme, konstant blieben.

Die Messungen fanden stets nachts zwischen 12 und 5 Uhr statt, da die Störungen des Quadrantenelektrometers nur um diese Zeit fehlten.

III. Messungen

Zunächst wurden die Messungen mit einer Wasserstofflamme als Ionisationsquelle ausgeführt. Bei einem Quecksilberdruck von 40 mm brannte die Flamme ungefähr 10 mm hoch. Schwankungen des Druckes um 2 mm, d. h. um 5 Proz. des Druckes hatten keinen meßbaren Einfluß auf die Stromstärke im Meßkondensator; diese geringen Schwankungen hatten also keinen Einfluß auf die in der Flamme produzierte Ionenmenge. Die Windgeschwindigkeit in den engen Rohrsätzen, die sich aus den Angaben der Gasuhr berechnen ließ, betrug 177 cm/sec oder 354 cm/sec. Wenn die Windgeschwindigkeit, die auf 1 Proz. konstant gehalten werden konnte, von 354 auf 177 cm/sec erniedrigt wurde, mußte natürlich die Flamme so verschoben werden, daß das Ionenalter im Meßkondensator konstant blieb. Das Alter der Ionen betrug bei allen Messungen, bei denen es nicht variiert wurde, 6 Sek. Bei konstantem Alter und verschiedenen Windgeschwindigkeiten ergaben sich immer dieselben Werte für den Diffusionskoeffizienten.

Der Gang der Messung war folgender: Zu Beginn und zum Schluß einer jeden Messung wurde der Hochohmwiderstand gemessen, der sich während aller Messungen als konstant erwies. Nach Einregulierung der Windgeschwindigkeit wurde ebenfalls vor und nach jeder Messung der „natürliche“ Strom gemessen, der durch den Hochohmwiderstand floß, ohne daß die Flamme brannte. Dieser Strom, der zum Teil durch Isolationsfehler entstand und höchstens 2—3 Proz. des zu messenden Stromes ausmachte, wurde von diesem immer subtrahiert. Mit der Messung wurde schließlich erst begonnen, wenn einige Zeit nach dem Anzünden der Flamme der Strom im Meßkondensator konstant geworden war. Dann wurde der Strom gemessen, wenn der Luftstrom mit den Ionen einmal durch die kurzen und dann durch die langen Röhren gegangen war. Das Verhältnis der beiden Werte ist y, woraus sich nach Gleichung (4) und (5) der Diffusionskoeffizient D berechnen läßt.

Eine beliebig herausgegriffene Beobachtungsreihe zeigt den Gang der Berechnung:

Leuchtgasflamme: Lufttemp. 100° C, Ionenalter 6 Sek., Windmenge pro Minute: $Q = 4120\ \mathrm{cm}^3$.

Ausschlag

bei Durchgang durch die langen Röhren $z_1 : n_1 = 26{,}9$ Sek.
" " " " " " $z_2 : n_2 = 34{,}5$ "
" " " " " " $z_1 : n_1 = 26{,}3$ "

$y = \frac{n_1}{n_2} = \frac{26{,}6}{34{,}5} = 0{,}771$; aus der graphischen Darstellung der Gleichung (4) wird $x = 0{,}222$ gefunden. Nach Gleichung (5) wird dann

$$D = \frac{x \cdot 2 \cdot a^2 \cdot V}{7{,}313 \cdot z_1}.$$

Die pro Minute durch die 24 Röhrchen von $a = 0{,}5$ mm Radius gesaugte Luftmenge ist $Q = 4120\ \mathrm{cm}^3/\mathrm{min.}$, woraus

$$V = \frac{Q}{60 \cdot 24 a^2 \cdot \pi}$$

und

$$D = \frac{x \cdot Q \cdot 2 \cdot a^2}{60 \cdot 24 \cdot 7{,}313 \cdot a^2 \cdot \pi \cdot z_1} = \frac{x \cdot Q}{66168},$$

$$D = \frac{0{,}222 \cdot 4120}{66168} = 0{,}01385.$$

Es wurde zunächst die *Abhängigkeit des Diffusionskoeffizienten von der Temperatur* untersucht für positive und negative Ionen. Aus der Fig. 2 und Tab. 1 ist zu ersehen, daß bei Steigerung der Temperatur auf 50° fast keine Änderung des Diffusionskoeffizienten eintritt. Erst zwischen 50° und 55° beginnt plötzlich ein Ansteigen von D. Der Kurvenverlauf ist bei positiven und negativen Ionen gleich, nur ist der absolute Wert der negativen etwas größer.

Tabelle 1

D in Abh. von der Temperatur (Wasserstoffflamme)

Positive Ionen		Negative Ionen	
T°	D	T°	D
27,5	0,00315	29,0	0,00369
47,5	0,00317	31,0	0,00374
49,5	0,00318	42,5	0,00371
65,5	0,00424	51,5	0,00377
67,0	0,00430	57,5	0,00440
80,0	0,00525	67,0	0,00525
99,0	0,00627	79,0	0,00592
102,0	0,00617	85,0	0,00685
106,0	0,00661	105,0	0,00740
121,5	0,00680	113,5	0,00794

Um zu untersuchen, ob die Ionen, die die Größe von *D* bedingen, einheitlich oder von verschiedener Größe sind, wurde an den Siebkondensator eine Spannung angelegt, die von 0 bis 16 Volt gesteigert wurde. Es konnten so die leichteren Ionen

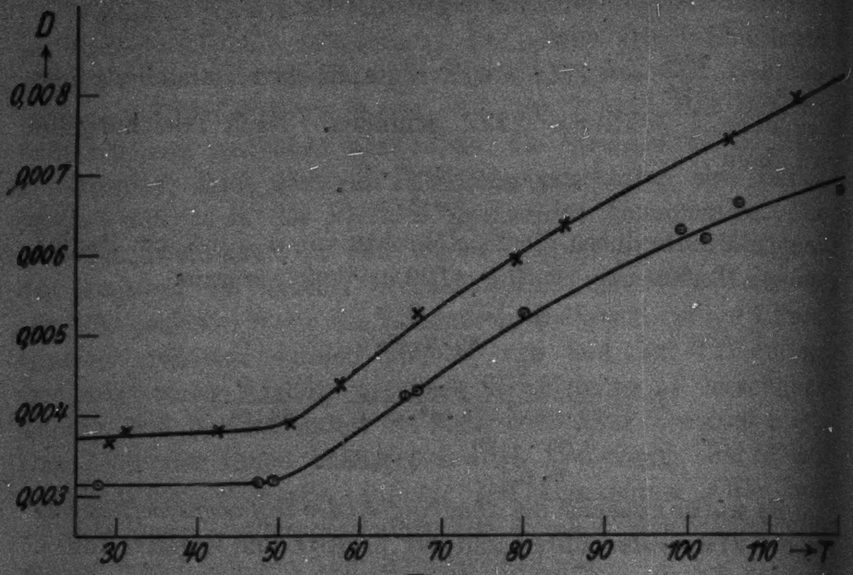


Fig. 2

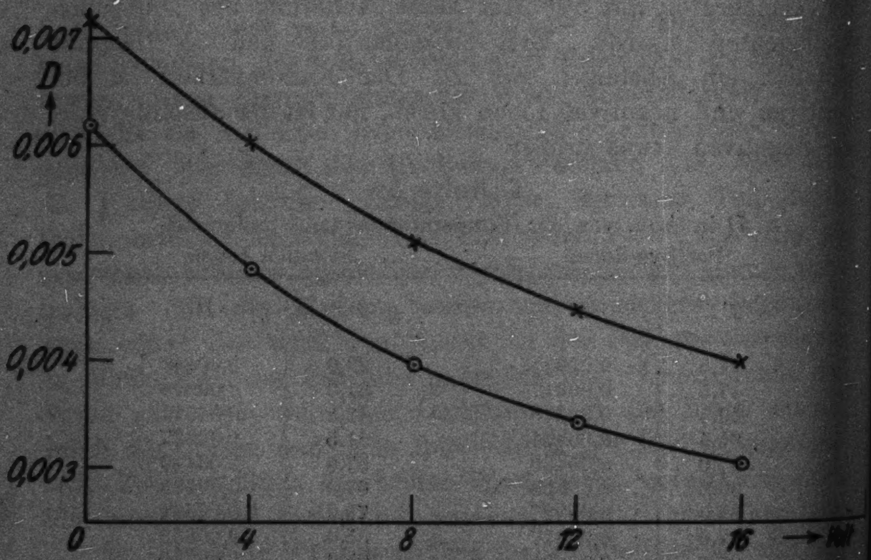


Fig. 3

sukzessive herausgefangen und dadurch *D* beeinflußt werden, da diese Ionen dann nicht mehr an der Diffusion teilnehmen. Fig. 3 und Tab. 2 wurden dadurch gewonnen, daß bei konstanter Temperatur von 100° C und konstantem Alter *D als Funktion von der Siebkondensatorspannung* aufgenommen wurde.

Tabelle 2

D in Abh. von der Siebkondensatorspannung
(100° const.; Wasserstofflamme)

Positive Ionen		Negative Ionen	
Volt	*D*	Volt	*D*
0	0,00618	0	0,00715
4	0,00483	4	0,00603
8	0,00396	8	0,00507
12	0,00340	12	0,00445
16	0,00303	16	0,00395

Alle Messungen bei konstanter Temperatur wurden bei 100° ausgeführt, da bei den tieferen Temperaturen an den Rohrwänden der Wasserdampf, der bei der Verbrennung des Wasserstoffes und des Leuchtgases entstand, kondensierte und bei längerer Dauer der Messungen die Isolierfähigkeit des Bernsteins aufhob und durch Herablaufen an den Wänden die engen Rohrsätze verstopfte.

Es wurden dann noch bei konstanter Temperatur von 100° die *Abhängigkeit des D vom Alter der Ionen* gemessen (Fig. 4 und Tab. 3). Durch Verschieben der Flamme wurde das Ionenalter zwischen 3 und 6,6 Sek. variiert.

Tabelle 3

D in Abh. vom Ionenalter (100° const.; Wasserstofflamme)

Positive Ionen		Negative Ionen	
Alter in Sek.	*D*	Alter in Sek.	*D*
3,0	0,00780	3,0	0,00816
4,5	0,00734	4,5	0,00776
6,0	0,00613	6,0	0,00708
6,64	0,00536	6,64	0,00605

Während bei der Verbrennung des Wasserstoffes nur Wasserdampf entstand, wurde nun als Ionisator eine *Leucht-*

gasflamme verwendet, die außer dem Wasserdampf noch andere Verbrennungsprodukte lieferte. Das Leuchtgas strömte unter einem Wasserdruck von 25 mm aus dem Gasometer durch eine etwas erweiterte Iridiumdüse aus, aber so, daß die Flammenhöhe ebenfalls 10 mm betrug. Zunächst wurde wieder *D als*

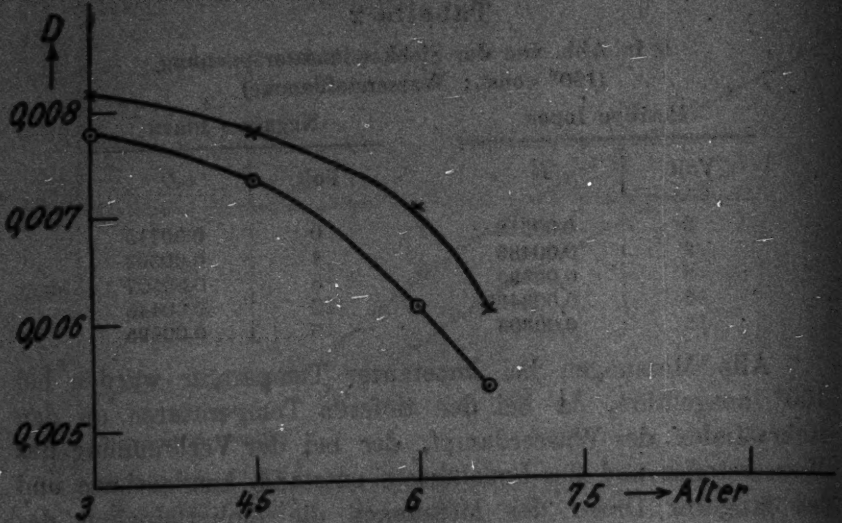


Fig. 4

Funktion von der Temperatur aufgenommen (Tab. 4). Da die Kurven bei Ionisation durch die Leuchtgasflamme (und auch durch die Kohlenoxydflamme) denselben Typus haben wie die entsprechenden bei Wasserstoff, werden sie nicht besonders wiedergegeben.

Tabelle 4

***D* in Abh. von der Temperatur (Leuchtgasflamme)**

Positive Ionen		Negative Ionen	
T °	*D*	*T* °	*D*
23,5	0,00386	26,0	0,00589
39,0	0,00394	40,0	0,00608
47,5	0,00406	48,5	0,00617
53,0	0,00487	54,5	0,00688
61,0	0,00560	60,0	0,00787
70,0	0,00847	79,5	0,01138
84,5	0,01052	100,0	0,01385
99,5	0,01208	118,0	0,01605
117,5	0,01342		

Das Alter betrug wieder 6 Sek. Es ergab sich ein ähnlicher Verlauf wie bei der Wasserstoffflamme als Ionisator. Zuerst nur allmähliches Ansteigen bis 50°, dann plötzlich ein stärkeres Anwachsen. Bei Leuchtgas steigen aber die Werte wesentlich höher an; bei 100° sind sie ungefähr doppelt so groß wie bei Wasserstoff unter denselben Bedingungen.

Bei der Bestimmung von *D in Abhängigkeit von der Siebkondensatorspannung* (Tab. 5) ergaben sich ganz ähnliche Kurven wie bei Wasserstoff.

Tabelle 5

D in Abh. von der Siebkondensatorspannung (100°; Leuchtgasflamme)

Positive Ionen		Negative Ionen	
Volt	*D*	Volt	*D*
0	0,01213	0	0,01388
4	0,00973	4	0,01157
8	0,00816	8	0,01008
12	0,00712	12	0,00878
16	0,00652	16	0,00775

Bei der Messung von *D als Funktion vom Ionenalter* (Tab. 6) zeigten sich aber wesentlich andere Ergebnisse. Während bei der Wasserstofflamme die Änderung von *D* zwischen dem Alter von 3—4,5 Sek. nur gering war, fiel *D* bei der Leuchtgasflamme zwischen 3 und 4,5 Sek. sehr stark ab.

Tabelle 6

D in Abh. vom Ionenalter (100°; Leuchtgasflamme)

Positive Ionen		Negative Ionen	
Alter in Sek.	*D*	Alter in Sek.	*D*
3,0	0,02005	3,0	0,02100
4,5	0,01451	4,5	0,01628
6,0	0,01208	6,0	0,01395
6,64	0,01118	6,64	0,01311

Um die Messungen mit einer vollkommen wasserfreien Flamme zu wiederholen, wurde als 3. Ionisator eine *Kohlenoxydflamme* verwendet, die als einziges Verbrennungsprodukt nur Kohlendioxyd lieferte. Das Kohlenoxyd strömte aus einer Bombe durch eine etwas veränderte Düse unter einem Quecksilberdruck von 75 mm aus, so daß die Höhe der Flamme ebenfalls wieder 10 mm betrug.

Tab. 7 gibt die *Abhängigkeit des D von der Temperatur* wieder.

Tabelle 7

D in Abh. von der Temperatur (Kohlenoxydflamme)

Positive Ionen		Negative Ionen	
T°	*D*	*T*°	*D*
26,5	0,00238	31,0	0,00232
39,0	0,00236	47,5	0,00229
50,0	0,00242	56,0	0,00263
54,0	0,00249	77,0	0,00345
60,0	0,00274	101,0	0,00410
69,5	0,00312	121,5	0,00434
82,0	0,00353		
100,0	0,00401		
118,0	0,00439		

Zwar erfolgte hier ebenfalls ein Anwachsen des *D* von ungefähr 50° ab, aber die Steigung war wesentlich geringer als bei den beiden anderen Ionisatoren. Außerdem ergaben sich im Gegensatz zu den anderen Ionisatoren die Werte für die positiven und negativen Ionen praktisch als gleich. Der mittlere Wert des *D* für positive und negative Ionen ist bei 100° für die Wasserstoffflamme mehr als das Doppelte und für die Leuchtgasflamme mehr als das Dreifache des Wertes für die Kohlenoxydflamme.

Auch Tab. 8, die *D als Funktion der Siebkondensatorspannung* wiedergibt, zeigt ebenfalls gleiche Werte für positive und negative Ionen, die wieder kleiner sind als die entsprechenden bei Wasserstoff und Leuchtgas.

Tabelle 8

D in Abh. von der Siebkondensatorspannung (100° const., Kohlenoxyd).

Positive Ionen		Negative Ionen	
Volt	*D*	Volt	*D*
0	0,00406	0	0,00403
4	0,00381	4	0,00376
8	0,00354	8	0,00348
12	0,00326	12	0,00321
16	0,00281	16	0,00287

Für die Abhängigkeit des *D* vom Ionenalter (Tab. 9) ergab sich aber ein ganz anderes Bild.

Tabelle 9

D in Abh. vom Ionenalter (100°, Kohlenoxyd)

Positive Ionen		Negative Ionen	
Alter in Sek.	*D*	Alter in Sek.	*D*
3,0	0,01015	3,0	0,01014
4,5	0,00823	4,5	0,00804
6,0	0,00401	6,0	0,00410

Während bei Steigerung des Alters von 3 auf 6 Sek. bei Wasserstoffflamme der Wert des *D* auf 80 Proz. seines ursprünglichen Wertes sank und bei Leuchtgas auf 60 Proz., fiel bei Kohlenoxyd der Wert auf 40 Proz.

Im Anschluß hieran möchte ich einen Vergleich mit früheren Messungen bringen. Über Diffusionskoeffizienten von größeren Ionenkomplexen sind meines Wissens noch keine Arbeiten erschienen. Für normale Ionen fanden Townsend, Salles und Frank und Westphal bei Zimmertemperatur in Luft im Mittel $D_{\text{pos.}} = 0{,}030$ und $D_{\text{neg.}} = 0{,}041$ bei Ionisation durch Röntgenstrahlen oder radioaktive Präparate. Bei Zimmertemperatur und 6-Sek.-Alter sind meine Werte ungefähr eine Zehnerpotenz kleiner als die für normale Ionen. Bei Steigerung der Temperatur und Verringerung des Alters kommen die Ergebnisse meiner Messungen dem Diffusionskoeffizienten normaler Ionen wesentlich näher. Für 3-Sek.-Alter und 100° erhält man für die Wasserstoffflamme als Ionisator $D_{\text{pos.}} = 0{,}00780$ und $D_{\text{neg.}} = 0{,}00816$, für die Leuchtgasflamme $D_{\text{pos.}} = 0{,}02005$ und $D_{\text{neg.}} = 0{,}02100$ und schließlich für die Kohlenoxydflamme $D_{\text{pos.}} = 0{,}01015$ und $D_{\text{neg.}} = 0{,}01016$.

IV. Schlußfolgerungen

Aus der Größe des Diffusionskoeffizienten folgt, daß wir es im vorliegenden Falle mit großen Ionenkomplexen zu tun haben, die eine sehr kleine Beweglichkeit besitzen. Wenn nun der Diffusionskoeffizient von einer bestimmten Temperatur ab (50—55° C) plötzlich stark zu wachsen beginnt, ist dieser Effekt nur so zu erklären, daß bei dieser Temperatur die zugeführte Wärmeenergie genügt, um einen Zerfall der großen Ionenkomplexe einzuleiten, der mit steigender Temperatur fortschreitet. Das Steigen des Diffusionskoeffizienten ist also darauf zurückzuführen, daß durch Abspalten der angelagerten Molekel der Ionradius verkleinert wird, daß also kleinere und leichter bewegliche Ionen entstehen. Dieselben Schlüsse zieht auch F. Lauster[1]) aus seinen unter ähnlichen Bedingungen gewonnenen Messungen über die Beweglichkeit von Flammengasionen in Abhängigkeit von der Temperatur. Seine Resultate lassen sich zum Vergleich heranziehen unter Anwendung der Townsendschen Beziehung $u = \frac{n \cdot e}{p} \cdot D$, wobei u die Beweglichkeit und n die Ionenzahl pro Kubikzentimeter, e das el. Elementarquantum, p der Partialdruck der Ionen und D der Diffusionskoeffizient bedeuten. Da $\frac{n \cdot e}{p}$ eine Konstante ist, besteht zwischen u und D direkte Proportionalität. Allerdings ist nach Lenard diese Beziehung für normale Ionen nur unter Hinzufügen eines Faktors gültig; ob die Gleichung auf große Ionenkomplexe angewendet werden darf, ist sehr fraglich. Tab. 10 gibt die aus den von Lauster gemessenen Beweglichkeiten nach der Townsendschen Beziehung berechneten Diffusionkoeffizienten und meine gemessenen Werte wieder. Da das Ionenalter bei Lauster 0,4 Sek. war, während bei meinen Messungen das kürzeste Alter 3 Sek. betrug, läßt sich kein einwandfreier Vergleich ziehen.

Tabelle 10

$T = 100°$ const.

Ionisator	Ionenart	D gemessen (Alter 3 Sek.)	D nach Lauster (Alter 0,4 Sek.)
Wasserstoff . .	pos.	0,00780	0,00864
„	neg.	0,00816	9,01066
Leuchtgas . .	pos.	0,02005	0,01045
„	neg.	0,02100	0,01257
Kohlenoxyd . .	pos.	0,01015	0,01416
„	neg.	0,01014	0,01706

Für die Wasserstoff- und Kohlenoxydflamme sind meine Werte etwas kleiner als die berechneten, was durch das größere

---

[1]) F. Lauster, Ztschr. f. Phys. 3. S. 396. 1920.

Alter bedingt sein kann. Eigentümlich ist nur, daß ich für die Leuchtgasflamme doppelt so große Werte fand, als sich aus der Berechnung nach den Lausterschen Beweglichkeiten ergaben. Dieser Unterschied ist vielleicht auf die Änderung in der Leuchtgaszusammensetzung zurückzuführen, denn während der Messungen Lausters 1919/20 enthielt das Leuchtgas einen hohen Prozentsatz an Wassergas und anderen Beimengungen, die heute nur noch in geringeren Mengen darin vorhanden sind.

Vergleicht man die Temperaturabhängigkeit des D für die drei Flammen, so findet man, daß bei der Kohlenoxydflamme nur ein viel geringeres Anwachsen von D gegenüber den beiden anderen Ionisatoren vorliegt, was darauf schließen läßt, daß die komplexen Ionen in diesem Fall schwerer zum Zerfall zu bringen sind. Man könnte also annehmen, daß die Anlagerungsprodukte bei der Wasserstoff- und Leuchtgasflamme vielleicht zum Teil aus Wasserdampf beständen, der sich leichter durch Temperatursteigerung abspalten läßt. Bei der Kohlenoxydflamme kommt als Anlagerungsprodukt außer den Luftmolekeln nur Kohlendioxyd in Frage, das nach den Versuchsergebnissen fester an dem Ion zu haften scheint. Daß die Gegenwart von Kohlendioxyd die Beweglichkeit stark herabdrückt, hat Erikson¹) kürzlich gezeigt.

Aus der zweiten Gruppe der Messungen, die die Abhängigkeit des D von der Siebkondensatorspannung betrachten, folgt der Schluß, daß bei 100° eine gewisse Menge kleinerer leicht beweglicher Ionen vorhanden sind, die zur Vergrößerung des Diffusionskoeffizienten beitragen. Beim Herausfangen dieser leicht beweglichen Ionen ist es selbstverständlich, daß dann nur noch die nichtzerfallenen großen Ionenkomplexe die Größe von D bedingen, da sie infolge ihrer geringen Beweglichkeit in dem schwachen Feld des Siebkondensators nicht aus dem Luftstrom entfernt wurden. Auch hierbei machen die durch die Kohlenoxydflamme erzeugten Ionen eine Ausnahme. Sie zeigen mit Steigerung der Siebelektrodenspannung nur einen geringen Rückgang von D, was den im vorhergehenden Absatz gefolgerten Schluß bestärkt, daß nämlich bei Kohlenoxyd

---

1) H. A. Erikson, Phys. Rev. 29. S. 389. 1927.

nur wenige Ionenkomplexe durch die Temperaturerhöhung zerfallen sind.

Aus den Untersuchungen über das Alter der Ionen geht hervor, daß mit steigendem Alter die Diffusion abnimmt, da sich allmählich immer mehr Anlagerungsprodukte an den Ionen festsetzen. Man erkennt daraus, daß es beim Vergleich von irgendwelchen charakteristischen Größen größerer Ionenkomplexe unbedingt notwendig ist, gleichaltrige Ionen zu betrachten.

Diese Arbeit wurde auf Anregung von Hrn. Geh.-Reg. Rat Prof. Dr. Wachsmuth am Physikalischen Institut der Universität Frankfurt am Main ausgeführt. Hrn. Geh. Rat Wachsmuth bin ich für die rege Anteilnahme und Unterstützung zu größtem Dank verpflichtet. Ebenso danke ich Hrn. Prof. Dr. K. W. Meissner für manchen wertvollen Ratschlag und Unterstützung.

Frankfurt a. Main, Physikalisches Institut, Juli 1927.

(Eingegangen 2. Dezember 1927)

3. *Die Kristallstruktur des Graphits*[1]);

von H. Ott

(Hierzu Tafel V und VI)

A. Allgemeines über die Ziele der Strukturforschung und über den Bindungscharakter des Kohlenstoffatoms

Die Hoffnung, das Problem der chemischen Bindung von der Seite der Strukturanalyse her erfolgreich angreifen zu können, hat sich bekanntlich bis jetzt noch nicht recht erfüllt. Zwar führten die Untersuchungen einiger *polarer* Gitter (z. B. Alkalihalogenide) im Verein mit der Bornschen Gittertheorie zu mancherlei erfreulichen Ergebnissen; auch die Bestätigung der Hauptgesichtspunkte der Wernerschen Koordinationslehre kann als erfreulicher Erfolg gebucht werden; um so größeres Dunkel herrscht trotz energischster Zugriffe noch immer über den Charakter der nichtpolaren Bindung, mag es sich um Elemente handeln oder um das Zusammentreten mehrerer Komponenten, so daß fast die Befürchtung nahegelegt wird, ob man auf diesem Gebiete überhaupt ohne Einführung wesentlich neuer Prinzipien weiterkommen kann.

Im Hinblick auf die Natur nichtpolarer Verbindungen beanspruchen vor allem die allotropen Modifikationen der Elemente und Verbindungen ganz besonderes Interesse. Wir wissen aus den bisherigen Strukturergebnissen, daß eine makroskopisch feststellbare Polymorphie der festen Körper bei mikroskopischer Betrachtung ihren bis jetzt einzig greifbaren Ausdruck findet in einer Umordnung der Gitterbestandteile (Zinkblende–Wurtzit, Kalkspat–Aragonit, Rutil–Anatas, Alkalihalogenide bei tiefer und hoher Temperatur Fe-α, β, δ $\rightarrow$ Fe-γ;

---

1) Die Hauptergebnisse dieser Arbeit wurden schon im Mai 1926 auf der Gauvereinsversammlung der Deutsch. Phys. Ges. in Stuttgart vorgetragen; als Habilitationsschrift wurde die Arbeit eingereicht im Februar 1927.

$Co_\alpha \rightarrow Co_\beta$, graues Zinn–weißes Zinn, Karborund I–II–III–IV). Inwieweit und welcher Art mit dieser rein geometrischen Umordnung eine Veränderung der Einzelatome, d. h. ihrer Kraftfelder, parallel geht, entzieht sich zurzeit noch völlig unserer Kenntnis. Aber gerade das ist der Angelpunkt des ganzen Problems. Zwar darf man die Hoffnung nicht überspannen, daß lediglich die Klarlegung der rein geometrischen Verhältnisse polymorpher Substanzen schon weitgehende Schlüsse über die Natur der Bindung erlaubt; immerhin kann aber die Klarlegung der geometrischen Konfiguration den Weg bereiten für die oben gestreifte schwerwiegende Frage betreffs Einführung neuer Prinzipien.

Unter den allotropen Modifikationen der Elemente haben die des Kohlenstoffs (Diamant und Graphit) fundamentales Interesse schon wegen der Rolle des Kohlenstoffs in der Chemie, die in der ungeheuren Mannigfaltigkeit begründet liegt, mit der dieses Element Verbindungen einzugehen imstande ist. Abgesehen von ihrer praktischen Bedeutung erlaubt diese Mannigfaltigkeit den aussichtsreichsten Angriff auf das Problem der chemischen Bindung. Hat man doch aus der Tatsache isomerer Derivate schon lange, bevor an eine Strukturanalyse durch Röntgenstrahlen gedacht werden konnte, eine Chemie der räumlichen Atomanordnung geschaffen (van t'Hoff, Kekulé usw.), deren Prinzip durch die Ergebnisse der Strukturanalyse als bestätigt angesehen werden muß, ja sogar das Diamantgitter war bereits lange vor seiner röntgenometrischen Analyse vermutet.[1])

Die von van t'Hoff abgeleitete konstante Vierwertigkeit des Kohlenstoffatoms mit tetraedrisch verteilten gleichwertigen Valenzen, die im Diamantgitter ihren greifbaren Ausdruck zu finden scheint, war geeignet, einen großen Teil der Eigenschaften organischer Verbindungen zu erklären[2]), namentlich nachdem der „ungesättigte" Charakter der sogenannten Doppel- und Dreifachbindung durch die Spannungstheorie A. v. Baeyers verständlich gemacht war. Im Verein mit dieser gelangte man

---

1) A. Nold, 1891; und unabhängig davon: A. Schoenfliess, 1913 (Göttinger Kongreß).

2) Die Existenz des CO und des Triphenylmethyl sind allerdings augenfällige Widersprüche gegen die konstante Vierwertigkeit.

sogar zu qualitativ richtigen Aussagen über die Stabilität der Kohlenstoffringe, indem man die geometrischen Verhältnisse der Ringbildung unter der Annahme tetraedisch zusammenstoßender Atome untersuchte. Die Stabilität der Fünfer- und Sechserringe schien dadurch geklärt.

Nach alldem lag die Vermutung nahe, daß auch bei der zweiten festen Modifikation des Kohlenstoffs, dem Graphit, die geometrische Konfiguration das Sinnbild einer tetraedrischen Vierwertigkeit zeige. Es könnte sich ja Diamant zu Graphit verhalten wie etwa Zinkblende zu Wurtzit oder wie die einzelnen Karborundmodifikationen, von denen die diamantähnliche kubische (sog. „amorphe") Modifikation anscheinend (wie künstlicher Diamant) überhaupt nicht in Form größerer Kristalle zu erhalten ist, während die übrigen hexagonalen und trigonalen Typen mit ihrem ausgesprochen blättchenförmigen Habitus eine ausgezeichnete Parallele (Leitfähigkeit!) zum Graphit bilden würden. Jedoch zeigten schon die ersten umfassenderen, von **Debye** und **Scherrer** stammenden Untersuchungen, daß die Polymorphie zwischen Diamant und Graphit schon rein geometrisch tiefer geht, als die der oben in Parallele gesetzten Substanzen. Eine gewisse Verwandtschaft, die das **Debye**sche Gitter noch mit dem Diamant aufwies, ging durch die weiteren Untersuchungen von **Hull**, **Mark**, **Bernal** und schließlich die vorliegende stufenweise immer weiter und sicherer verloren, so daß man an alles andere eher als an eine Versinnbildlichung der Vielwertigkeit des Kohlenstoffs im Graphitgitter oder der Valenz als gerichtete Einzelkraft denken kann. Eine Folgerung aus diesem Umstande findet sich am Schlusse dieser Arbeit.

B. Die historische Entwicklung der Röntgenanalyse des Graphitgitters

P. P. Ewald[1]) hat als erster aus Laueaufnahmen auf einen hexagonalen Elementarkörper mit dem Achsenverhältnis 1,633 geschlossen.

Debye und **Scherrer** haben in zwei Arbeiten[2]) verschiedene Graphitpräparate nach der Pulvermethode untersucht und fanden eine Struktur, bestehend aus zwei flächenzentrierten rhomboedrischen Gittern, die längs der trigonalen Achse um $p = 0{,}31$—$0{,}37$ verschoben sind. Die Rhomboederkante ergab sich zu 4,48 Å; der Rhomboederwinkel zu $\alpha = 68^\circ 27'$. Für den speziellen Parameterwert $p = 0{,}33$ ordnen sich die Atome in der Basis zu einer ebenen Sechsecksteilung an nach Art der Bienenwaben. Diese Ebenen folgen aufeinander in äquidistanten Abständen $c/3$; sie liegen nicht kongruent übereinander, sondern sind so verschoben, daß jede folgende die Sechsecksmitten der darunterliegenden zentriert. Erst die vierte Ebene ist mit der ersten identisch. Das Gitter zeigt eine große Verwandtschaft zum Diamantgitter und kann aus demselben durch Deformation abgeleitet werden. Das große Spaltungs- und Gleitungsvermögen des Graphits nach der Basis findet durch dieses Gitter zum erstenmal eine strukturelle Beleuchtung. Bemerkenswert ist außerdem, daß in der zitierten Arbeit die drei bisher unterschiedenen Kohlenstoffmodifikationen: Diamant, Graphit und amorpher Kohlenstoff (Kohle) auf zwei reduziert wurden: amorpher Kohlenstoff besteht aus kleinsten Graphitkriställchen von der Größenordnung der kolloidalen Teilchen.

---

[1]) **P. P. Ewald**, Sitzungsber. d. Münchn. Akad. 4. Juli 1914.

[2]) **P. Debye** u. **P. Scherrer**, Phys. Ztschr. 17. S. 277. 1916; 18. S. 291. 1917.

A. W. Hull[1]) hat jedoch das von Debye und Scherrer ermittelte Graphitgitter auf Grund eigener Pulveraufnahmen an natürlichem und künstlichem Graphit angefochten. Es kommt zu einer Struktur, die sich am einfachsten folgendermaßen beschreiben läßt: ein c-kantenzentriertes hexagonales Gitter, verschoben gegen eine hexagonale dichteste Packung um die Strecke $\frac{1}{3}\mathfrak{a}_1 + \frac{2}{3}\mathfrak{a}_2 + \frac{1}{14}\mathfrak{a}_3$. Das Gitter zeigt große Ähnlichkeit mit dem Diamantgitter; die Basisebenen sind nicht glatt, sondern gewellt, wie im Diamant. Das Gitter kann aus dem Debye-Scherrerschen abgeleitet werden, indem man jede zweite Basisebene identisch macht und die Sechsecksteilung durch Verschiebung der Hälfte der Atome um $\mathfrak{a}_3/14$ „wellt".

Um die Widersprüche der Strukturbestimmungen von Debye einerseits und Hull andererseits aufzuklären, haben

---

[1]) A. W. Hull, Phys. Rev. 10. S. 661. 1917.

O. **Hassel** und H. **Mark**[1]) verschiedene Graphitpräparate mit der Schichtlinien-, Laue- und Pulvermethode untersucht und einen hexagonalen Elementarkörper von der Größe $a = 2{,}46$ Å, $c = 6{,}79$ Å mit 4 C-Atomen sichergestellt. Es zeigte sich dabei die schon mehrfach in Erscheinung getretene Zweideutigkeit der Pulvermethode, indem sowohl die **Debyesche** wie die **Hullsche** quadratische Form innerhalb der unvermeidlichen (und bei der Pulvermethode mitunter sehr beträchtlichen) Fehlergrenzen mit dem Ergebnis der Schichtlinienmethode in Einklang sind. Die weiteren Untersuchungen auf Grund der Intensitätsdiskussion ergaben unter Benutzung der Strukturtheorie ein kantenzentriertes hexagonales Gitter, verschoben gegen eine dichteste Packung um den Wert $\frac{1}{3}a_1 + \frac{2}{3}a_2 + pa_3$ und $p = 0 \longrightarrow 0{,}1$. Die **Hullsche** Struktur ergibt sich mit $p = \frac{1}{12}$.

J. D. **Bernal**[2]), auf dessen Arbeit wir erst bei Beginn der vorliegenden Untersuchung aufmerksam wurden, kommt zu demselben Gitter wie **Mark** und zwar mit dem Parameter $p = 0$.

Trotzdem erschien eine völlig unabhängige Neuuntersuchung des Graphitgitters namentlich an einwandfreiem Material geboten.[3]) Dabei sollte möglichst wenig über die Symmetrie des Graphits vorausgesetzt werden, da die hexagonale bzw. trigonale Symmetrie mangels gut vermeßbarer Randflächen der Blättchen anscheinend nicht einmal ganz sicher steht. Sollte sich die **Marksche** oder **Bernalsche** Struktur bestätigen (an den Identitätsperioden war allerdings nicht mehr zu zweifeln), so war doch zu erwarten mit besserem Graphitmaterial den Verschiebungsparameter p genauer als bisher zu erfassen. Dieser Parameter, der die Wellung der Ebenen 001 bestimmt, hat mehr als geometrisches Interesse. $p = \frac{1}{12}$ ergibt tetraedrisch aneinanderstoßende Atome und wäre gewissermaßen als „räumliche Starrheit" der Valenzen zu deuten. (Man vgl. damit auch das auf S. 83 über die Stabilität der Fünfer- und Sechserringe Gesagte.)

---

[1]) O. **Hassel** u. H. **Mark**, Ztschr. f. Physik 25. S. 317—337. 1924.

[2]) J. **Bernal**, Proc. of the Roy. Soc. 106. S. 750—773. 1924; ebenso Ch. **Mauguin**, Bull. Soc. Fr. de Mineralog. 48. S. 32. 1926.

[3]) Weitere ältere Untersuchungen über den Graphit sind im „Strukturbericht" der Ztschr. f. Kristallographie aufgeführt.

C. Die Strukturanalyse des Graphits

I. Das untersuchte Material

Eine ernste Schwierigkeit bereitet die Beschaffung geeigneten Graphitmaterials für Schichtlinien und Laueaufnahmen. Im Handel käufliche Graphitblättchen sind samt und sonders wegen ihrer Verbiegungen unbrauchbar. Hr. Geheimrat von Groth hatte die Liebenswürdigkeit, uns auf die Graphiteinschlüsse in gewissen Kalkspaten hinzuweisen. Hr. Dr. Mark stellte uns in dankenswerter Weise eine Reihe solcher Kalkspate zur Verfügung, die er durch Vermittlung von Professor Kunz, Urbana, U. S. A., erhalten, aber zu der zitierten Arbeit nicht mehr verwendet hatte. Aus diesem Material wurden mit Salzsäure die in großer Zahl (20—30 pro Kubikzentimeter) eingeschlossenen Graphitblättchen ausgelöst. Es stand natürlich von vornherein nicht fest, ob man auf diesem Wege zu brauchbaren Kristallen kommt. Denn die Umstände, unter welchen diese Graphiteinschlüsse zustande kamen, sind naturgemäß völlig unbekannt und es konnte immerhin möglich sein, daß die Graphitblättchen durch die inneren Spannungen des Einbettungsmaterials beschädigt sind, um so mehr, als der einbettende Kalkspat nicht glasklar, sondern milchigtrüb war und die Einschlüsse anscheinend ohne Beziehung zu der Kalkspatsymmetrie regellos orientiert lagen. Die weitere Gefahr, daß diese Einschlüsse eine besondere Modifikation des Graphitgitters aufweisen, ist wohl nicht vorhanden, da die Entstehungstemperatur des Kalkspats doch so tief unter der des Graphits liegt, daß den Graphitkristallen nicht vom Einbettungsmaterial ein anderes Gitter aufgezwungen werden konnte. Im übrigen steht unser experimentelles Material in völligem Einklang mit dem bisher bekannten; nur ist es, was die Anzahl der Reflexionen und deren Intensität betrifft, bedeutend reichhaltiger. Die Auslösung mußte sehr langsam erfolgen, um die ausgelösten Blättchen nicht durch Wirbelung der Flüssigkeit zu gefährden. Die ausgelösten Blättchen erschienen mit Gasbläschen behangen an der Flüssigkeitsoberfläche, wurden mit einem Löffel abgeschöpft, vorsichtig gewaschen und auf eine Spiegelglasscheibe ausgegossen. Nach dem Trocknen wurden sie durch einen Tropfen Syndetikon oder auch Pelikanol, welcher sich an der Spitze eines Knetwachsstäbchens befand, aufgefangen und mittels des Stäbchens justiert, ohne daß das Blättchen berührt wurde; denn die Blättchen sind so empfindlich, daß eine Anzahl allein durch die Oberflächenspannung des Syndetikons beim Auftrocknen verbogen wurde. Von etwa 700 ausgelösten Kristallen erwiesen sich nur wenig mehr als ein halbes Dutzend als brauchbar. Die übrigen waren zum Teil in der Größe nicht geeignet oder verbogen oder recht häufig verzwillingt oder lieferten nicht die Homogenität der Röntgenreflexe, die zwecks leidlicher Photometrierung angestrebt werden mußte.

II. Die Translationsgruppe

Schichtlinienaufnahmen (Fig. 1 und 2, Taf. V) mit Cu–K- und Mo–K-Strahlung, welche mit der in der Phys. Zeitschr. 27. S. 598. 1926. beschriebenen Röhre hergestellt wurden, ergaben innerhalb der Meßgenauigkeit völlige Übereinstimmung mit den Daten von **Hassel** und **Mark**. Von der Veröffentlichung der Einzelergebnisse wollen wir daher absehen; es ergab sich eine hexagonale Translationsgruppe:

$$a = 2{,}48\ \text{Å}$$
$$c = 6{,}78\ \text{Å}.$$

III. Die Basisgruppe

1. Allgemeines

a) *Zahl der Atome der Basisgruppe*

Mit der Dichte 2,23 ergeben sich 4 Atome im hexagonalen Elementarparallelepiped, die durch Diskussion der Auslöschungen und Intensitäten lokalisiert werden müssen.

b) *Einschränkung der Atomkoordinaten*

Das Interferenzbild ist von einer strengen Gesetzmäßigkeit beherrscht, die namentlich auf der Drehaufnahme um die c-Achse zur Geltung kommt. Es liegt in der Natur der Sache, daß bei hexagonalen und trigonalen Strukturen meist diese Drehaufnahme eine strenge Gesetzmäßigkeit zeigt und dadurch besonders wertvoll für die Bestimmung der Basisgruppe ist.

Diese Gesetzmäßigkeiten sind folgende:

Bedeuten h_1, h_2, h_3 die Millerschen Indizes und wird eine Zahl k definiert durch $h_1 - h_2 \equiv k$ (mod 3), so gilt:

Für $k = 0$ sind *sämtliche* Reflexionen mit ungeradem h_3 ausgelöscht (Ia), dagegen die mit geradem h_3 stark vorhanden (Ib).

Für $k = \pm 1$ übertreffen die Reflexionen mit ungeradem h_3 ceteris paribus durchweg die mit geradem h_3 erheblich an Intensität (II).

Die Rhomboederbedingung ist also nicht erfüllt; die genauere Nachprüfung erfolgte durch Schaukeldiagramm mit Molybdän- und Sn–K-Strahlung (vgl. w. unten). Die Reflexionen der Basis 001, die im senkrechten Schichtliniendiagramm um die c-Achse nicht erscheinen, ordnen sich unter Ia und Ib ein. Die Gesetze Ia, Ib und II wurden an über 300 verschiedenen Reflexionen abgeleitet; weitere Auslöschungen als die von Ia geforderten, wurden nicht beobachtet; es ist aber vorerst noch zuzulassen, daß außerhalb des beobachteten Indizesgebietes noch weitere Auslöschungen existieren.

Aus den trigonalen und hexagonalen Raumgruppen der Strukturtheorie lassen sich nun alle die Raumgruppen ausschließen, welche Auslöschungen erfordern, die experimentell nicht vorhanden sind. Es verbleiben aber immer noch eine so große Zahl von Raumgruppen, daß deren Diskussion ins Uferlose führt. Die in der zitierten Arbeit von Hassel und Mark übrig bleibenden Raumgruppen scheinen nicht vollständig zu sein; unter der Annahme, daß die C-Atome im Graphit auch spezielle Lagen einnehmen können, kommt zu den dort angeführten Raumgruppen noch eine beträchtliche Anzahl hinzu. Um ein konkretes Beispiel anzuführen: es kann das Marksche Gitter in $\mathfrak{C}_3^1$ realisiert werden und zwar durch 4 Lagen mit je einem Freiheitsgrad bei geeigneter Wahl der 4 Parameter p.

Es wurde daher zur Lokalisierung der Atome ein Weg eingeschlagen, der gewisse Ähnlichkeit hat zu dem Verfahren, welches seinerzeit bei der Analyse der Karborundmodifikationen[1])

---

1) H. Ott, Ztschr. f. Krist. 61. S. 515—531. 1925; 62. S. 201—217. 1925; 63. S. 1—13. 1926.

zum Ziele führte: Der Strukturfaktor wurde mit unbestimmten Koordinaten aufgestellt und die Koordinaten wurden durch die beobachteten Nullstellen des Strukturfaktors (= Auslöschungen der Interferenzen) eingeschränkt. Es zeigte sich dabei klar, in welcher Hinsicht eine ev. vorhandene hexagonale oder trigonale Pseudosymmetrie im Interferenzbild hervortreten müßte, was die Sicherheit der Gitterbestimmung natürlich auf eine andere Basis stellt.

Die Aufgabe der Koordinateneinschränkung aus den Auslöschungen läßt sich durch eine geometrische Betrachtung lösen:

Unter der Annahme, daß alle C-Atome der Basisgruppe gleich stark streuen, lautet der Strukturfaktor einer vieratomigen Basisgruppe in allgemeinen Koordinaten:

$$(1)\quad \begin{cases} S = 1 + e^{2\pi i(\varrho_1{}^2 h_1 + \varrho_2{}^2 h_2 + \varrho_3{}^2 h_3)} + e^{2\pi i(\varrho_1{}^3 h_1 + \varrho_2{}^3 h_2 + \varrho_3{}^3 h_3)} \\ \qquad + e^{2\pi i(\varrho_1{}^4 h_1 + \varrho_2{}^4 h_2 + \varrho_3{}^4 h_3)}. \end{cases}$$

Die $\varrho_i{}^\varkappa$ stellen die Atomkoordinaten des $\varkappa$-ten Atoms der Basisgruppe dar; sie sind positive Brüche zwischen 0 und 1 einschließlich der unteren Grenze. Unbeschadet der Allgemeinheit dieser Untersuchung ist der Koordinatenanfangspunkt in das erste Atom gelegt. In der komplexen Gaussschen Zahlenebene stellt die rechte Seite des Ausdrucks (1) einen Linienzug von 4 Einheitsvektoren dar, die im Falle einer Auslöschung ($|S|^2 = 0$ und daher auch $S = 0$) einen geschlossenen Linienzug bilden müssen. Diese Forderung können 4 Einheitsvektoren aber nur erfüllen, wenn sie entweder eine Raute oder einen Winkelhaken bilden. In beiden Fällen sind je zwei der Vektoren notwendig antiparallel, d. h. die Phasen der Vektoren unterscheiden sich um π. Daher ist z. B. für eine Auslöschung:

$$\varrho_1{}^2 h_1 + \varrho_2{}^2 h_2 + \varrho_3{}^2 h_3 = \tfrac{1}{2} + \text{g. Z.}$$

(g. Z. = ± ganze Zahl einschließlich der Null)

und

$$\varrho_1{}^3 h_1 + \varrho_2{}^3 h_2 + \varrho_3{}^3 h^3 = \varrho_1{}^4 h_1 + \varrho_2{}^4 h_2 + \varrho_3{}^4 h_3 + \tfrac{1}{2} + \text{g. Z.}$$

Durch Einführung des Auslöschungsgesetzes Ia folgen aus dieser Darstellung weitgehende Einschränkungen der Koordinaten $\varrho_i{}^\varkappa$. Die Durchführung ist jedoch kompliziert und unübersichtlich, weshalb von der Wiedergabe an dieser Stelle abgesehen werden möge.

Bei dem Bestreben, das in Frage stehende Problem zu vereinfachen, ist der Verfasser auf ein Prinzip gestoßen, welches sich für beliebige Strukturen verallgemeinern ließ und inzwischen an anderer Stelle veröffentlicht worden ist.1) Es liefert dieselben Ergebnisse, wie die oben angedeutete Betrachtung, aber prägnanter und übersichtlicher.

2. Koordinateneinschränkung nach einer algebraischen Methode

Wir betrachten die Zonen $k=0$ und fordern, daß das an etwa 300 Reflexionen gewonnene Auslöschungsgesetz (Ia) für das ganze Indizesfeld gelte; zufällig noch hinzutretende Auslöschungen sollen zunächst keine Berücksichtigung finden. Nach Ia sind die Zonen $k=0$ in allen ungeraden Schichtlinien h_3 des Drehdiagramms um die c-Achse ausgelöscht; damit ist gleichbedeutend, daß die Reflexion $h_1 h_2 h_3$, wobei $k=0$ und $h_3=1$ sei, in allen ungeraden Ordnungen ausgelöscht ist. Der Strukturfaktor für die m-te Ordnung $(m h_1, m h_2, m)$ der Netzebene $(h_1, h_2, 1)$ werde mit S_m bezeichnet und lautet:

$$S_m = \sum_1^4{}_\kappa\, e^{2\pi j(\varrho_1^\kappa h_1 + \varrho_2^\kappa h_2 + \varrho_3^\kappa)m} = \alpha_\kappa^m, \tag{2}$$

wenn

$$\alpha_\kappa = e^{2\pi i(\varrho_1^\kappa h_1 + \varrho_2^\kappa h_2 + \varrho_3^\kappa)} \tag{3}$$

gesetzt wird.

S_m stellt also die m-te Potenzsumme der Zahlen α_κ dar, welche ihrerseits die Wurzeln der algebraischen Gleichung2)

$$\Pi(x-\alpha_\kappa) = x^4 + a_1 x^3 + a_2 x^2 + a_3 x + a_4 = 0 \tag{4}$$

sind.

Nach bekannten algebraischen Sätzen lassen sich die Koeffizienten a_i der Gleichung (4) durch die Potenzsummen S_m der Wurzeln α_κ ausdrücken. Die diesbezüglichen Formeln, sog. Newtonsche Formeln, heißen:

$$\begin{aligned} S_1 + a_1 &= 0, \\ S_2 + S_1 a_1 + 2a_2 &= 0, \\ S_3 + S_2 a_1 + S_1 a_2 + 3a_3 &= 0, \\ S_4 + S_3 a_1 + S_2 a_2 + S_1 a_3 + 4a_4 &= 0. \end{aligned}$$

---

1) H. Ott, Ztschr. f. Krist. 66. S. 135—158. 1927.

2) Den Hinweis auf diese Gleichung verdankt der Verfasser Hrn. Prof. Charathéodory.

Da aber $S_1 = S_3 = 0$, findet man:

$$a_1 = a_3 = 0; \qquad a_2 = -\frac{S_2}{2}; \qquad a_4 = \frac{S_2^2}{8} - \frac{S_4}{4}.$$

(4) wird daher zu:

$$x^4 - \frac{S_2}{2} x^2 = -\frac{S_2^2}{8} + \frac{S_4}{4}. \tag{4a}$$

Diese Gleichung wird befriedigt durch die Koordinaten 000 des ersten Atoms der Basisgruppe ($\alpha_1 = 1$):

$$1 - \frac{S_2}{2} = -\frac{S_2^2}{8} + \frac{S_4}{4}.$$

Daher kann (4a) auch in der Form

$$x^4 - \frac{S_2}{2} x^2 = 1 - \frac{S_2}{2}$$

geschrieben werden und hat die Lösung:

$$x^2 = \frac{S_2}{4} \pm \sqrt{1 - \frac{S_2}{2} + \frac{S_2^2}{16}} = \frac{S_2}{4} \pm \left(1 - \frac{S_2}{4}\right) = 1 \text{ oder } \frac{S_2}{2} - 1.$$

Die vier Wurzeln der Gleichung (4) sind daher:

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} x_1 &= \alpha_1 = 1, \\ x_2 &= \alpha_2 = -1, \\ x_3 &= \alpha_3 = +\sqrt{\frac{S_2}{2} - 1} = e^{2\pi i q}, \\ x_4 &= \alpha_4 = -\sqrt{\frac{S_2}{2} - 1} = -e^{2\pi i q} = e^{2\pi i\left(q + \frac{1}{2}\right)}. \end{aligned} \right.$$

Also nach der Definition der α_n:

$$(5a) \left\{ \begin{aligned} \varrho_1^2 h_1 + \varrho_2^2 h_2 + \varrho_3^2 &= \tfrac{1}{2} + \text{g. Z.}, \\ \varrho_1^3 h_1 + \varrho_2^3 h_2 + \varrho_3^3 &= q + \text{g. Z.}, \\ \varrho_1^4 h_1 + \varrho_2^4 h_2 + \varrho_3^4 &= q + \tfrac{1}{2} + \text{g. Z.} \end{aligned} \right\} \begin{array}{c} (\text{g. Z.} = \pm \text{ ganze} \\ \text{Zahl einschließlich} \\ \text{der Null}) \end{array}$$

wenn $h = 0$, d. h. $h_1 - h_2 = 3n$ ist.

Durch Einführung dieser letzten Beziehung ergibt sich für die erste der Gleichung (5a):

$$3n\varrho_1^2 + (\varrho_1^2 + \varrho_2^2) h_2 + \varrho_3^2 = \tfrac{1}{2} + \text{g. Z.}$$

und da h_2 und n unabhängig voneinander alle ganzzahligen Werte annehmen können, folgt:

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} 3\varrho_1^2 &= \text{g. Z.} \\ \varrho_1^2 + \varrho_2^2 &= \text{g. Z.} \\ \varrho_3^2 &= \tfrac{1}{2} \end{aligned} \right\} \text{ oder } \left\{ \begin{aligned} \varrho_1^2 &= 0, \tfrac{1}{3}, \tfrac{2}{3}; \\ \varrho_2^2 &= 0, \tfrac{2}{3}, \tfrac{1}{3}; \\ \varrho_3^2 &= \tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}. \end{aligned} \right.$$

Die Koordinaten ϱ_i^3 des zweiten Atoms müssen wegen der zweiten Zeile der Gleichungen (6) so kombiniert werden, wie sie untereinander stehen, d. h. es kommen für das zweite Atom nur die trigonalen Achsen in Betracht.

Aus der zweiten und dritten Zeile der Gleichung (5a) folgt durch Subtraktion:

$$(\varrho_1^4 - \varrho_1^3)h_1 + (\varrho_2^4 - \varrho_2^3)h_2 + \varrho_3^4 - \varrho_3^3 = \tfrac{1}{2} + \text{g. Z.}$$

Durch Einführung von $h_1 - h_2 = 3n$ wird daraus:

$$3n(\varrho_1^4 - \varrho_1^3) + h_2(\varrho_1^4 - \varrho_1^3 + \varrho_2^4 - \varrho_2^3) + \varrho_3^4 - \varrho_3^3 = \tfrac{1}{2} + \text{g. Z.}$$

Also:

$$(7)\qquad \left\{\begin{aligned} \varrho_3^4 - \varrho_3^3 &= \tfrac{1}{2} \\ 3(\varrho_1^4 - \varrho_1^3) &= \text{g. Z.} \\ \varrho_1^4 - \varrho_1^3 + \varrho_2^4 - \varrho_2^3 &= \text{g. Z.} \end{aligned}\right.$$

Für die Koordinatenwerte hat man somit erhalten:

Die Höhenkoordinaten sind:

$\varrho_3^1 = 0$ [nach Voraussetzung],
$\varrho_3^2 = \frac{1}{2}$ [dritte Zeile der Gleichung (6)],
$\varrho_3^3 = p$,
$\varrho_3^4 = p + \frac{1}{2}$ [erste Zeile der Gleichung (7)].

Eine ϱ_3-Koordinate bleibt also willkürlich (ϱ_3^3).

Für die übrigen Koordinaten ergibt sich, daß zwei Atome auf den trigonalen Achsen angeordnet sind; die Koordinaten der beiden anderen Atome hängen durch die Relationen:

$\varrho_1^3 h_1 + \varrho_2^3 h_2 = q - p + \text{g. Z.} = \delta,$ vgl. zweite und dritte
$\varrho_1^4 h_1 + \varrho_2^4 h_2 = q - p + \text{g. Z.} = \delta$ Zeile von (5a)

zusammen, oder auch durch die letzte Zeile der Gleichung (7).

Die Höhenkoordinaten ϱ_3^n hätten sich natürlich auch allein aus den Basisreflexionen erschließen lassen; dies hat Bernal getan. Indessen sind die Basisreflexionen im vorliegenden Falle zur Prüfung des Auslöschungsgesetzes (Ia) nicht besonders vorteilhaft; rein aufnahmetechnisch lassen sich bei den unausgebildeten Kristallen störende Überlagerungen anderer Reflexionen bei der Beobachtung der Basisreflexionen schwer fernhalten; zudem liegen auch die verschiedenen Ordnungen der Basis, im Reflexionswinkel ϑ gemessen, viel weiter auseinander, als die Reflexion einer Zone $h_1\,h_2\,x$. Der Wärmeabfall der Intensität stört daher im letzten Fall zur Feststellung einer wirklich vorhandenen Auslöschung bedeutend weniger. Außerdem hat das hier eingeschlagene Verfahren auch bereits Aussagen über die übrigen Koordinaten geliefert.

3. Weitere Einschränkungen der Koordinatenwerte

Für die betrachteten Zonen ($h = 0$) lautet nun S:

$$S = 1 + e^{2\pi i \frac{h_3}{2}} + e^{2\pi i (p h_3 + \delta)} + e^{2\pi i \left(\left(p + \frac{1}{2}\right) h_3 + \delta\right)}$$

$$\left(1 + e^{2\pi i \frac{h_3}{2}}\right)\left(1 + e^{2\pi i (p h_3 + \delta)}\right).$$

Der erste Klammerfaktor bedingt das Auslöschungsgesetz (Ia); über die Werte von p und δ kann also aus diesem Gesetz nichts mehr entnommen werden. Für gerade h_3 nimmt der Strukturfaktor der Zonen $k = 0$ den Wert an:

$$S = 2\left(1 + e^{2\pi i (p h_3 + \delta)}\right). \tag{8}$$

Diese Gleichung kann zur Einschränkung von δ weiter verwendet werden. δ ist unter Umständen noch eine Funktion von h_1 und h_2. Die Gleichung (8) legt den Gedanken nahe, δ zu bestimmen, etwa aus dem Verhalten der Ordnungen der Reflexion 110; δ multipliziert sich dabei mit der Ordnungszahl und S nimmt die Werte

$$1 + e^{2\pi i \delta}, \quad 1 + e^{2\pi i 2\delta} \ldots, \quad 1 + e^{2\pi i m \delta} \text{ usw.}$$

an. Infolge des Wärmeabfalls besteht jedoch für eine sichere Bestimmung von δ, namentlich bei kleinem Werte, auf diesem Wege wenig Aussicht. Wie sich aus dem folgenden ergibt, ist der Wert von δ dafür entscheidend, ob wirkliche hexagonale (trigonale) Symmetrie oder Pseudosymmetrie vorliegt.

4. Koordinateneinschränkung durch die Symmetrie

Eine weitgehende Einschränkung erhält man nun durch Einführung der Symmetriebedingung: Fordert man als Mindestsymmetrie des Graphitgitters eine trigonale Drehungsachse[1], so muß $|S|$ (als Maß der Intensität der Reflexionen) invariant bleiben für Indizestripel, welche gleichwertigen Ebenen entsprechen.[1]) (Könnte man sicher sein, daß eine trigonale Drehungsachse durch den willkürlich gewählten Koordinatenanfang geht, so würde nicht nur Invarianz von ($|S|$), sondern sogar die von S bestehen.[2]) Da p = Null sein kann, ist die Forderung $|S|$ = konst. zu erfüllen, wenn entweder

---

[1] Eine Schraubenachse ist nicht möglich, da 001 schon in 2. Ordnung auftritt.

a) δ = konstant bleibt, oder

b) δ sein Zeichen wechselt. [Vgl. Gleichung (8).]

Es läßt sich jedoch beweisen, daß Fall b) für $\delta \neq 0$ unmöglich ist. Bei Einführung der Symmetrieoperation hätte man nämlich die Gleichungen:

$$(9)\qquad \begin{cases} \varrho_1{}^3 h_1 + \varrho_2{}^3 h_2 = \delta + \text{g. Z.} \\ \varrho_1{}^3 h_2 + \varrho_2{}^3 h_0 = -\delta + \text{g. Z.} \\ \varrho_1{}^3 h_0 + \varrho_2{}^3 h_1 = \pm\delta + \text{g. Z.} \end{cases}$$

Daraus, durch Addition der ersten und zweiten Gleichung (9):

$$\varrho_1{}^3 (h_1 + h_2) + \varrho_2{}^3 (h_2 + h_0) = \text{g. Z.}$$

Da aber

$$(10)\qquad -h_0 = h_1 + h_2,$$

läßt sich die letzte Gleichung schreiben:

$$\varrho_1{}^3 h_0 + \varrho_2{}^3 h_1 = \text{g. Z.}$$

was mit der dritten der obigen Gleichungen (9) in Widerspruch steht, falls $\delta \neq 0$. Es bleibt also nur die Möglichkeit (a), die bei der Symmetrieoperation folgendes Gleichungstripel liefert:

$$(11)\qquad \begin{cases} \varrho_1{}^3 h_1 + \varrho_2{}^3 h_2 = \delta + \text{g. Z.} \\ \varrho_1{}^3 h_2 + \varrho_2{}^3 h_0 = \delta + \text{g. Z.} \\ \varrho_1{}^3 h_0 + \varrho_2{}^3 h_1 = \delta + \text{g. Z.} \end{cases}$$

Addition der drei Gleichungen gibt:

$$(\varrho_1{}^3 + \varrho_2{}^3)(h_1 + h_2 + h_0) = 3\,\delta_1 + \text{g. Z.}$$

---

[1] Man erhält im 3-Indizessymbol die gleichwertigen Ebenen zu $h_1 h_2 h_3$ bekanntlich, indem man zu einem 4-Indizessymbol $h_1 h_2 h_0 h_3$ übergeht, wobei $h_0 = -(h_1 + h_2)$ ist. Zyklische Vertauschung von $h_1 h_2 h_0$ liefert 3 verschiedene 4-Indizessymbole, welche den gesuchten Ebenen entsprechen. Durch Wegstreichen des jeweiligen 3. Basisindex ergibt sich das entsprechende 3-Indizessymbol.

[2] Dies ergibt sich aus der phys. Bedeutung von S als Amplitude und Phase der am Aufpunkte beobachteten Welle, die gegen eine *Deckoperation des Punktgitters* invariant sein muß.

und wegen (10)
$$0 = 3\delta_1 + \text{g. Z.}$$
$$\delta = 0,\ \tfrac{1}{3},\ \tfrac{2}{3}.$$

Diese Werte sind aber einer experimentellen Prüfung fähig. Die Werte $\delta = \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ sind auszuschließen; denn sie würden gemäß Gleichung (8) eine außerordentliche Bevorzugung gewisser 3. Ordnungen der Äquatorschichtlinie zur Folge haben, die sicher nicht vorhanden ist. Insbesondere kann an den Reflexionen 110, 220, 330 festgestellt werden, daß $\delta = \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ völlig unverträglich ist. (Vgl. hierzu Fig. 4, Intensitäten der Äquatorschichtlinie.) Die Gleichungen (11) werden also für 110 mit ihren identischen Ebenen $1\bar{2}0$ und $\bar{2}10$:

$$(12)\qquad \left\{\begin{aligned} \varrho_1^3 + \varrho_2^3 &= \text{g. Z.} \\ \varrho_1^3 - 2\varrho_2^3 &= \text{g. Z.} \\ -2\varrho_1^3 + \varrho_2^3 &= \text{g. Z.}, \end{aligned}\right.$$

woraus sich ergibt
$$3\varrho_2^3 = \text{g. Z.},$$
$$\varrho_2^3 = 0,\ \tfrac{1}{3},\ \tfrac{2}{3},$$
$$\varrho_1^3 = 0,\ \tfrac{2}{3},\ \tfrac{1}{3}.$$

Die Koordinatenwerte sind zu kombinieren, wie sie untereinander stehen [wegen der ersten Zeile von (12)].

Für die Koordinaten ϱ_1^4 und ϱ_2^4 des vierten Atoms gilt genau dasselbe:
$$\varrho_1^4 = 0,\ \tfrac{2}{3},\ \tfrac{1}{3},$$
$$\varrho_2^4 = 0,\ \tfrac{1}{3},\ \tfrac{2}{3}.$$

Für die Atome 3 und 4 kommen also ebenfalls nur die trigonalen Achsen in Betracht.

Wir kommen nun zur Frage, ob die Forderung einer trigonalen Achse zur Einschränkung der Koordinaten nötig ist und durch welche röntgenometrischen Beobachtungstatsachen diese Forderung ersetzt werden kann. Man sieht aus dem vorigen, daß dazu die Feststellung hinreichend ist, daß 3 Reflexionen $h_1 h_2 h_3$, $h_2 h_0 h_3$ und $h_0 h_1 h_3$ mit $h = 0$ gleiche Intensität besitzen[1]) und daß die sukzessiven Ordnungen der Reflexionen $k = 0$, $h_3 = 0$ keine Intensitätsschwankungen aufweisen, d. h. konstante Strukturfaktoren haben.

---

[1]) Dazu eignet sich besonders die Laueanordnung ⊥ *c*-Achse, bei welcher die 3 identischen Netzebenen dieselben Reflexionsbedingungen besitzen, unpolarisierte Primärstrahlung vorausgesetzt. In der Tat zeigt diese Laueaufnahme bezüglich der fraglichen Intensitäten trigonale Symmetrie. Im allgemeinen genügt natürlich die Gleichheit von nur 3 beliebigen Reflexen noch nicht zur Feststellung trigonaler Symmetrie; eine solche Erscheinung kann auch zufällig eintreten.

Es sei erwähnt, daß die Koordinaten des dritten und vierten Atoms auch durch eine konsequente Verfolgung der Symmetriebetrachtung an den Zonen $k \neq 0$ hätten festgelegt werden können. Wir gehen darauf jedoch nicht ein, weil wir die Gefahr einer Pseudosymmetrie an Hand der Intensitäten abtun wollten.

c) *Kombination der Koordinatenwerte*

1. Vorläufige Einengung von *p*

Die drei möglichen Kombinationen der ϱ_1- und ϱ_2-Koordination (entsprechend der Lage der trigonalen Achsen sind nun mit den vier Höhenkoordinaten 0, p, $\frac{1}{2}$, $p + \frac{1}{2}$ zu kombinieren. Man kann die Kombinationsmöglichkeit jedoch sehr wesentlich einschränken auf Grund der Raumerfüllung nach einer rohen Einengung des Parameters p.

Der Strukturfaktor für die Zonen $k = 0$ und gerades h_3 wird nach vorigem [Gleichung (8)] jetzt:

$$S = 2\,(1 + e^{2\pi i p h_3}), \qquad \text{da } \delta = \text{g. Z.}$$

Die Reflexionsintensität dieser Zonen muß also für wachsendes h_3 periodischen Schwankungen vom Intervall $h_3 = \frac{1}{p}$ unterworfen sein, die sich bei besonders günstigen p-Werten in völligen Auslöschungen äußern können. Die Intensität dieser Zonen konnte bis zur 9. Schichtlinie ($h_3 = 9$) verfolgt werden[1], ohne daß sich weitere Auslöschungen, als die im Auslöschungsgesetz (I a), oder Schwankungen bemerkbar machten. Die Intensität nimmt zwar, entprechend dem Wärmeeinfluß mit steigendem $|h_3|$ ab, aber die 9. Schichtlinie ist noch so sicher zu beobachten, daß p jedenfalls viel kleiner sein muß als $\frac{1}{18}$. Die einzige andere Möglichkeit, welche sich der Beobachtung entziehen könnte, nämlich $p = \frac{1}{2}$, ist identisch mit der Anordnung ($p = 0$ und also in der Gleichung $|p| < \frac{1}{18}$ inbegriffen. Da nun $a_3 p < \frac{6{,}78}{18} = 0{,}38$ Å ist, ergibt sich aus Gründen der Raumerfüllung, daß auf einer der Achsen höchstens 2 Atome liegen können.

---

[1] Zur Registrierung dieser „steilen“ Reflexionen wurde eine photographische Platte senkrecht zur Drehachse (a_3-Achse) aufgestellt; die Schichtlinien liegen dann auf konzentrischen Kreisen, welche den Durchstoßpunkt mit der Drehachse zum gemeinsamen Zentrum haben.

2. Kombination der verbleibenden Atomlagen

Die 4 C-Atome können alsdann auf den trigonalen Achsenscharen nur auf folgende Weise verteilt werden:

α) In Gruppen 2 + 2; welche von den trigonalen Achsenscharen, die mit A, B und C bezeichnet seien, man herausgreift, ist gleichgültig, da die Anordnungen bei Permutation der A, B, C sich nur im Koordinatenanfangspunkt bzw. im Drehsinn unterscheiden.[1]) Also belegen wir etwa A und B und erhalten 2 Fälle:

1. $0, 0, 0;\quad 0, 0, \frac{1}{2};\quad \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, p;\quad \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, p + \frac{1}{2}.$

Dieses Gitter ist zu verwerfen, weil der Identitätsabstand in der a_3-Achse auf die Hälfte erniedrigt würde.

2. $0, 0, 0;\quad 0, 0, p + \frac{1}{2};\quad \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2};\quad \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, p.$

Der Strukturfaktor lautet:

$$S = 1 + e^{2\pi i\left(p + \frac{1}{2}\right)h_3} + e^{2\pi i\left(\frac{k}{3} + \frac{h_3}{2}\right)} + e^{2\pi i\left(\frac{k}{3} + p h_3\right)}$$

$$= \left(1 + e^{2\pi i\left(h_3 p + \frac{h_3}{2}\right)}\right)\left(1 + e^{2\pi i\left(\frac{k}{3} + \frac{h_3}{2}\right)}\right).$$

Das Intensitätsverhältnis für gerades und ungerades h_3 wäre an einer Zone $k \neq 0$:

$$\left|\frac{S_{\text{ungerade}}}{S_{\text{gerade}}}\right|^2 = \frac{\left|1 - e^{2\pi i h_3 p}\right|^2}{\left|1 + e^{2\pi i h_3' p}\right|^2} \cdot \frac{\left|1 - e^{2\pi i \frac{k}{3}}\right|^2}{\left|1 + e^{2\pi i \frac{k}{3}}\right|^2}.$$

Der zweite Faktor auf der rechten Seite hat den konstanten Wert 3, der erste Faktor bleibt für Werte h_3 zwischen -3 und $+3$ kleiner als $\frac{1}{3}$, sodaß das Intensitätsverhältnis in diesem Intervall kleiner als 1 wäre, während der Wert 3 beobachtet wird.

β) Es bleibt nur noch die Zuteilung der 4 Atome auf die 3 Achsenscharen A, B und C in Gruppen 2 + 1 + 1:

1. $0, 0, 0;\quad 0, 0, p + \frac{1}{2};\quad \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, p;\quad \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2};$
2. $0, 0, 0;\quad 0, 0, \frac{1}{2}:\quad \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, p;\quad \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, p + \frac{1}{2}.$

---

[1]) Ebenso können wir ohne Einschränkung der Allgemeinheit den Anfangspunkt 000 immer belegen.

Damit sind alle Möglichkeiten erschöpft, weil auch hier die Bevorzugung des Anfangspunktes und der Achsenschar A die Allgemeinheit insofern nicht ausschließt, als die übrigen Gitter sich nur um Parallelverschiebung oder Spiegelung unterscheiden.

Diskussion von (β_1):

Der Strukturfaktor lautet:

$$S = \left(1 + e^{2\pi i\left(\frac{k}{3} + p h_3\right)}\right)\left(1 + e^{2\pi i\left(-\frac{k}{3} + \frac{h_3}{2}\right)}\right).$$

Der zweite Klammerfaktor bedingt die Auslöschung der ungeraden h_3 an den Zonen $k = 0$ und die Bevorzugung der geraden h_3 an den Zonen $k \neq 0$. Der erste Klammerfaktor liefert jedoch (falls $p \neq 0$) für positives und negatives h_3 einer Zone $k \neq 0$ verschiedene Werte. Das Interferenzbild müßte trigonalen Charakter erhalten, indem den Reflexionen k, h_3 nur die Reflexionen $-k$, $-h_3$ äquivalent sind und nicht die Reflexionen k, $-h_3$. Zur Prüfung dieses Umstandes wurden Schaukelaufnahmen mit Mo-K-Strahlung und mit Sn-K-Strahlung um die a_3-Achse mit einem Schaukelbereich von 30° aufgenommen (Fig. 3, Taf. VI). Diese Aufnahmen sind völlig symmetrisch zur Äquatorschichtlinie $h_3 = 0$. Im übrigen zeigt auch das Lauebild keine Spur des zu erwartenden trigonalen Charakters. Im Falle $p = 0$ werden die Gitter β_1 und β_2 identisch, so daß sich eine Diskussion dieses Parameterwertes unter diesem Abschnitt erübrigt. $p = \frac{1}{2}$ ist aus Raumerfüllungsgründen bei β_1 unmöglich.

Diskussion des Falles β_2: Die einzig noch verbleibende Anordnung stellt ein c-kantenzentriertes Gitter dar, verschoben gegen eine dichteste hexagonale Packung um $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, p. Es ist das Gitter, welches **Hassel** und **Mark** (a. a. O.) und **Bernal** (a. a. O.) auf anderem Wege gefunden haben.

Der Strukturfaktor lautet:

$$S = 1 + e^{2\pi i \frac{h_3}{2}} + \left[1 + e^{2\pi i\left(\frac{\varkappa}{3} + \frac{h_3}{2}\right)}\right] e^{2\pi i\left(\frac{\varkappa}{3} + p h_3\right)}.$$

d) *Vergleich der experimentellen und theoretischen Intensitäten zur Prüfung der allgemeinen Anordnung des Falles β_2*

Nach dem obigen Strukturfaktor werden die Reflexe mit $h_3 = 0$ (Äquatorschichtlinie der senkrechten Drehaufnahme um die c-Achse) unabhängig von p und sind zur Prüfung der allgemeinen Anordnung besonders geeignet. Die beobachteten und theoretischen Intensitäten der Äquatorschichtlinie sind in Fig. 4 eingetragen. Für die Berechnung der Intensitäten wurde angesetzt:

$$J \sim |S|^2 \frac{1 + \cos^2 2\vartheta}{\sin 2\vartheta} z$$

(ϑ der Braggsche Winkel, z die Häufigkeitszahl).

Die beobachteten Reflexionen wurden folgendermaßen photometriert: Auf einem Sonderfilm wurden durch Röntgenstrahlen Belichtungsmarken gedruckt, deren Expositionszeiten eine arithmetische Reihe bildeten. Unter der Voraussetzung kleiner Schwärzungen (< 1) erhält man dann bekanntlich auch bei geeigneter Entwicklung eine arithmetische Reihe von Schwärzungen. Diese Belichtungsmarken wurden neben dem zu photometrierenden Reflex über das kontinuierliche Spektrum aufgelegt und es wurde visuell auf gleiche Helligkeit eingestellt. Dieses Verfahren liefert wohl mit der hier nötigen Genauigkeit die Intensität eines Reflexpunktes unter Abzug der Schleierschwärzung und des kontinuierlichen Spektrums. Zu beachten

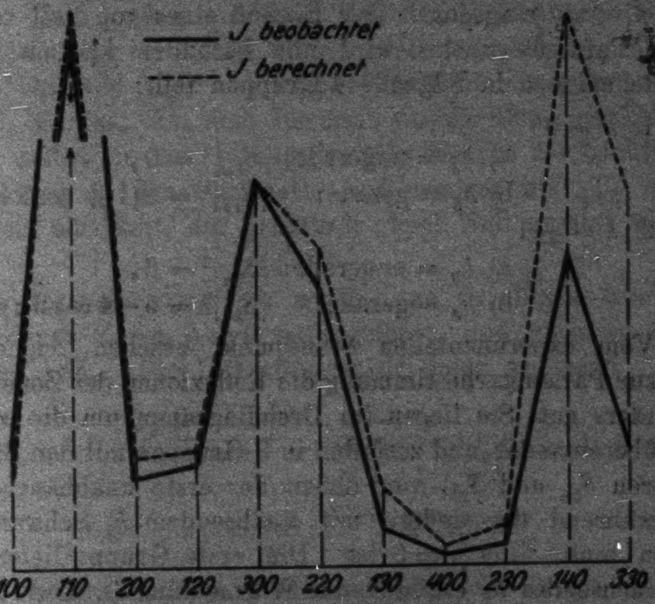


Fig. 4. Äquatorschichtlinie

ist jedoch, daß die Vergleichsmarken in Größe und Randschärfe mit den Röntgenreflexen annähernd übereinstimmen sollen, da sonst optische Täuschungen auftreten. Die in Fig. 4 eingetragenen Intensitäten zeigen eine Übereinstimmung, wie sie besser nicht erwartet werden kann. Daß die beobachteten Intensitäten für große Winkel ϑ unter den theoretischen bleiben, ist infolge der Vernachlässigung des Wärmeabfalls nicht verwunderlich.[1])

e) *Genauere Bestimmung von p*

Der Parameterwert p war vorläufig nur auf das Intervall $0 \leqq |p| < \frac{1}{18}$ eingeengt. Der Einfluß eines von Null verschiedenen Parameterwertes wird nun besonders klar, wenn man die Reflexionen in folgende 4 Gruppen teilt:

1. $k = 0$
   a) h_3 = ungerade: $|S_{1a}|^2 = 0\,,$
   b) h_3 = gerade: $|S_{1b}|^2 = 8(1 + \cos 2\pi p h_3)$.
2. $k = \pm 1$
   a) h_3 = ungerade: $|S_{2a}|^2 = 3\,,$
   b) h_3 = gerade: $|S_{2b}|^2 = 5 - 4\cos 2\pi p h_3$.

Vom experimentellen Standpunkt besehen, eignen sich nun zur Parameterbestimmung die Reflexionen der Zonen $k \neq 0$ besonders gut: Sie liegen im Drehdiagramm um die a_3-Achse eng übereinander und zerfallen in 2 Gruppen mit den Strukturfaktoren S_{2a} und S_{2b}, von denen der erste unabhängig von p ist, während der andere mit wachsendem h_3 Schwankungen zeigen muß, falls $p \neq 0$ ist. Die erste Gruppe liefert somit für wachsendes h_3 ein Maß des Wärmeinflusses, sowie anderer der Rechnung nicht zugänglicher Faktoren und bildet damit für die Intensitätsbeobachtungen der anderen Gruppe eine höchst zuverlässige Grundlage. Die Intensitätsschwankungen der zweiten Gruppe besitzen die Periode $\Delta h_3 = \frac{1}{p}$ und die Halbperiode ist wegen $|p| < \frac{1}{18}$ also sicher größer als $\Delta h_3 = 9$. Es ist für die Beobachtung sehr wichtig, daß sich diese Halb-

---

1) Bei einem einzigen Kristall (Interferenzbild Nr. 2) fiel die beobachtete Intensität von 100 zu groß aus, was wohl auf eine besondere Berandung des Kristalls zurückgeführt werden muß. Leider kann dem Grund nicht mehr nachgegangen werden, da der Kristall inzwischen zu Bruch kam.

periode auf einen größeren Bereich von h_3 erstreckt, da der Verlauf der Schwankungen ja nur an den diskreten Punkten geradzahliger h_3 beobachtet werden kann. Kurzperiodische Oszillationen könnten sich unter diesem Umstande der Beobachtung entziehen oder zu Mißverständnissen Anlaß geben. Andererseits besteht allerdings die Gefahr, daß die Periode von S_{2b} bei sehr kleinem p so weit ausgedehnt ist, daß ihre Feststellung in dem zugänglichen Beobachtungsbereich ($h_3 = 0 \longrightarrow 9$) nicht mehr möglich ist. Diese Gefahr wird jedoch im vorliegenden speziellen Fall durch den hohen Betrag der Schwankung praktisch hinreichend kompensiert, da der Maximalwert von $|S_{2b}|^2$ das 9fache des Minimalwertes beträgt. Dadurch war es, um dem Resultat vorzugreifen, möglich geworden, selbst in dem verhältnismäßig kleinen Beobachtungsintervall von h_3 den Parameter auf weniger als $\frac{1}{350}$ einzuschränken, ein Wert, der praktisch gleich Null gesetzt werden kann.

Der Intensitätsvergleich wurde nun in obigem Sinne an verschiedenen Zonen $k \neq 0$ durchgeführt, und zwar an $10 h_3$, $12 h_3$ und $13 h_3$. Die Intensität wurde dabei angesetzt

$$J \sim |S|^2 \frac{1 + \cos^2 2\vartheta}{\sin 2\vartheta} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sin\sigma}{\sin 2\vartheta}\right)^2}}$$

[σ Neigungswinkel der Schichtlinie[1]).]

Bei dieser Berechnung bleiben unberücksichtigt:

1. Der Wärmeabfall der Intensitäten und der Atomfaktor,

2. Einflüsse, welche durch die geometrischen Bedingungen der Aufnahmeanordnung bedingt sind: die höheren Schichtlinien haben größere Entfernung vom streuenden Kristall; außerdem werden sie infolge des schrägeren Auffalls auf den Film mit steigendem h_3 diffuser. Da bei der Photometrierung auf gleiche Flächenhelligkeit eingestellt wird, ist ein Gang mit ϑ und σ zu erwarten.

Alle die unter 1 und 2 erwähnten Einflüsse können wir zusammenfassen in eine unbekannte Funktion $f(\vartheta, \sigma)$. In den

---

1) Vgl. H. **Ott**, Aluminiumnitrid. Ztschr. f. Phys. 22. S. 212. 1924.

COLLEGE LIBRARY

Figg. 5, 6 und 7 sind für die Zonen $10 h_3$, $12 h_3$ und $18 h_3$ folgende Werte eingetragen:

1. Gestrichelte Linien: Theoret. Intensität unter der Voraussetzung $p = 0$.

2. Die Kreuze bedeuten die Werte:

$$\frac{J_{\text{beob.}} \cdot \sin 2\vartheta}{1 + \cos^2 2\vartheta} \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \sigma}{\sin^2 2\vartheta}},$$

welche gleich $|S_{2a}|^2 f(\vartheta, \sigma)$ bzw. $|S_{2b}|^2 f(\vartheta, \sigma)$ sein müssen, je nachdem h_3 ungerade oder gerade ist.

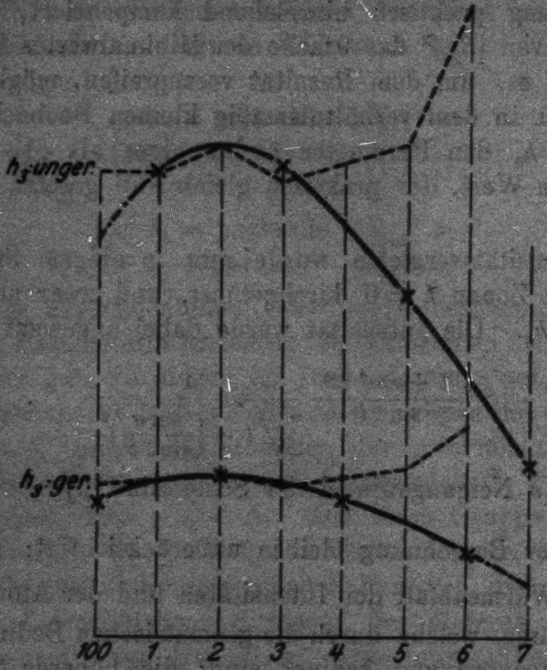


Fig. 5. Zone $10 h_3$

3. Die diskreten Beobachtungspunkte mit geradem und ungeradem h_3 sind nun durch je eine kontinuierliche Kurve verbunden, deren Ordinatenverhältnisse an einer festen Stelle h_3 den Quotient $\left|\frac{S_{2a}}{S_{2b}}\right|^2$ liefern, unter Elimination der Funktion $f(\vartheta, \sigma)$. Dieser Quotient muß für $p = 0$ den konstanten Wert 8 besitzen, im anderen Falle mit wachsendem h_3 abnehmen und dann für größere h_3-Werte eine sehr genaue Bestimmung von

p ermöglichen. In Tab. 1 sind die aus den Figg. 5, 6 und 7 ermittelten Werte $\left|\frac{S_{3a}}{S_{3b}}\right|^2$ wiedergegeben.

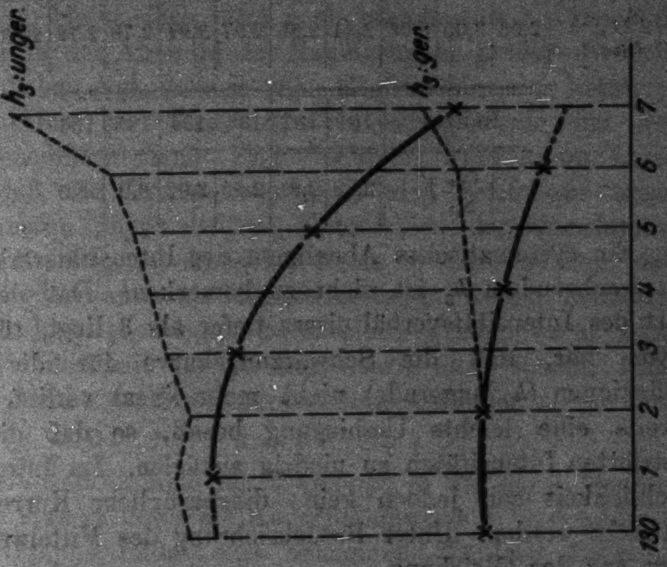


Fig. 7. Zone $18 h_3$ 1)

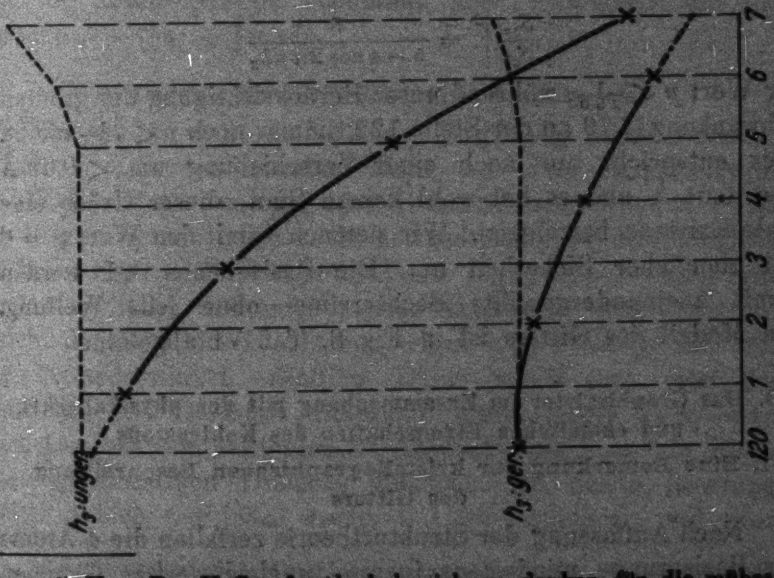


Fig. 6. Zone $12 h_3$

---

1) Hrn. Dr. **H. Seyfarth** habe ich zu danken für die mühsame Arbeit der Kristallauslösung und Aussuchung, sowie für die Intensitätsberechnungen und Photometrierungen.

Tabelle 1

Indizes	101	102	103	104	105	106	121	122	123	124	125	126
$\left\|\frac{S_{2a}}{S_{2b}}\right\|^2$	2,93	3,05	3,06	2,94	2,86	2,87	2,94	2,76	2,79	2,83	2,80	2,80

Indizes	131	132	133	134	135	136
$\left\|\frac{S_{2a}}{S_{2b}}\right\|^2$	2,78	2,81	2,85	2,92	3,0	3,0

Ein systematisches Abnehmen des Intensitätsverhältnisses mit wachsendem h_3 ist nicht zu bemerken. Daß der Mittelwert des Intensitätsverhältnisses tiefer als 3 liegt, rührt wohl davon her, daß die Schwärzungskurve für die starken Reflexionen (h_3 ungerade) nicht mehr linear verlief, sondern bereits eine leichte Umbiegung besaß, so daß die photometrierten Intensitäten zu niedrig ausfielen. Im Interesse der Sachlichkeit soll jedoch keine diesbezügliche Korrektur angebracht werden. Unter Berücksichtigung des Mittelwertes 2,88 folgt aus der Gleichung

$$\left|\frac{S_{2a}}{S_{2b}}\right|^2 = \frac{3}{5 - 4\cos 2\pi p h_3}$$

der Wert $p < \frac{1}{250}$, während unter Berücksichtigung der größten Schwankung (2,76 an der Stelle 122) immer noch $p < \frac{1}{180}$ bleibt. Dies entspricht nur noch einer Verschiebung um $< 0{,}03$ Å bzw. 0,04 Å und es hat wohl keinen Sinn, dieser Größe eine reale Existenz beizulegen. Wir nehmen somit den Wert $p = 0$ mit ziemlicher Sicherheit an. Die Basisebenen 001 werden damit aneinandergereihte Sechserringe ohne jede Wellung. Ein Modell des Gitters ist in Fig. 8, Taf. VI abgebildet.

D. Das Graphitgitter im Zusammenhang mit den physikalischen und chemischen Eigenschaften des Kohlenstoffs

1. Eine Bemerkung zur kristallographischen Beschreibung des Gitters

Nach Auffassung der Strukturtheorie zerfallen die 4 Atome der Basisgruppe mindestens in zwei ungleichwertige Gruppen 2 + 2 insofern, als sich die eine Gruppe nicht durch die Symmetrieoperationen, welche die Strukturtheorie kennt, in die andere überführen läßt. (Im Bilde sind die beiden verschiedenen Gruppen durch schwarze und weiße Kugeln unterschieden.[1]) Dieser Mißstand, der sich schon beim Markschen Gitter zeigte, bleibt auch jetzt noch bestehen (d. h. für $p = 0$), obwohl wir in der Auswahl der Raumgruppen größere Freiheit als Mark haben (vgl. dazu S. 88). Es tritt hier der nämliche Schönheitsfehler der Strukturtheorie zutage, wie bei den Karborundmodifikationen. Und doch ist wohl kaum anzunehmen, daß die Ungleichwertigkeit sich auch auf einen tieferen inneren physikalischen Unterschied der Einzelatome erstreckt. Es mag im Anschluß daran erwähnt werden, daß das Graphitgitter auch als Ineinanderstellung zweier dichtester hexagonaler Kugelpackungen beschrieben werden kann, wenn man den Konflikt mit der Strukturtheorie nicht scheut. Faßt man die 4 Atome der Basisgruppe folgendermaßen zusammen:

$$0\,0\,0,\ \tfrac{2}{3}\,\tfrac{1}{3}\,\tfrac{1}{2}\ \text{und}\ 0\,0\,\tfrac{1}{2},\ \tfrac{1}{3}\,\tfrac{2}{3}\,0,$$

so gehen die Koordinaten der 2. Gruppe in die der 1. Gruppe über, wenn man zu ihnen die Koordinatenwerte $\tfrac{2}{3}, \tfrac{1}{3}, 0$ addiert. Die erste Gruppe bildet eine hexagonale dichteste Packung und die zweite Gruppe ebenfalls, aber verschoben um die Strecke $= -(\tfrac{2}{3}a_1 + \tfrac{1}{3}a_2)$.[2]

2. Der Bindungscharakter im Graphitgitter

Betrachtet man die nächste Umgebung eines C-Atoms, so ist in dem vorliegenden Gitter mit dem Parameterwert $p = 0$ die letzte Analogie zum Diamant verschwunden. Von der Vierwertigkeit, wie von der tetraedrischen Bindungstendenz ist keine Spur mehr vorhanden. Im Debyeschen Gitter war wenigstens jedes C-Atom von vier Nachbarn, wenn auch ungleich, umgeben; im Hullschen Gitter waren wenigstens drei der Tetraederwinkel erhalten. Dafür ergibt sich jetzt ein wesentlich anderes Bild: Innerhalb einer Ebene $0\,0\,h_3$ wird jedes C-Atom von 3 Atomen im Abstand 1,43 Å und in Form eines gleichseitigen Dreiecks umgeben. In der a_3-Richtung besitzt jedoch nur jedes zweite C-Atom Nachbarn, und zwar beiderseits je 2, aber in einem Abstand von wesentlich anderer Größenordnung: 3,40 Å.[1] Es ist daher die Frage berechtigt, ob die Bindung in der a_3-Richtung überhaupt noch den Charakter einer nichtpolaren Bindung trägt, oder ob das Graphitgitter nicht als das Gitter des dreiwertigen Kohlenstoffs anzusehen ist[2], dessen Existenz durch die Gombergsche Entdeckung des Triphenylmethyls wahrscheinlich gemacht ist. Gründe der Raumerfüllung sind es vermutlich nicht, welche den großen Abstand der Basisebene bedingen. Es hat den Anschein, als ob durch die enge Verkettung der C-Atome in der Basisebene das Bestreben, ein weiteres 4. Atom zu binden, abgesättigt ist und die Basisebenen untereinander nur durch weit schwächere Kräfte aneinander gehalten werden [van der Waalsche Kräfte oder metallische Bindung(?)].[3] Daß die Verkettung der Basisebenen tatsächlich äußerst locker ist, wird bekanntlich durch verschiedene physikalische Eigenschaften des Graphits illustriert: Spaltbarkeit nach 001, Gleitung und Biegung, Abstandsänderung der Basisebenen durch Druck (Scherrer hat Änderung bis zu 15 Proz. festgestellt), insbesondere auch die Molwärme, welche die des Diamants übersteigt, trotzdem die Bindung in den Basisebenen selbst fester als die des Diamants ist. Die lockere Bindung in der a_3-Achse verschiebt eben trotz der festen Bindung in der Basis den Schwerpunkt des elastischen Spektrums nach niedrigeren Frequenzen. Die Festigkeit der Bindung in der Basis kommt indessen in einer interessanten Beobachtung zur Geltung, die der Verfasser einer liebenswürdigen Mitteilung von Geheimrat von Groth verdankt und die schon Bunsen aufgefallen sein soll: Die Härte der Gaskohle. Abgesehen von Verunreinigungen hat man hier Graphitkriställchen kleinster Größe völlig regellos miteinander verwachsen. Einem ausgeübten Druck kann nicht durch ein Ausweichen in der

---

[1] Kantenzentriertes Gitter: schwarz, hexagonale Packung: weiß.

[2] Man könnte das Graphitgitter auch beschreiben als zwei hexagonale Packungen, die um $a_3/2$ gegeneinander verschoben und um 60° um die a_3-Achse verdreht sind.

---

[1] Der große Abstand der Basisebenen im Verhältnis zu deren Belegungsdichte gibt dem Graphitgitter das Aussehen eines „Schichtengitters“ mit den Basisebenen als „zweidimensionalen“ Schichten.

[2] Diese Vermutung dürfte durch eine kürzlich erschienene Arbeit von V. Goldschmidt u. O. Hassel bekräftigt werden. Für das Nitrid des typisch dreiwertigen Bors (BN) wurde das Graphitgitter festgestellt (Norsk Geolog. Tidskrift 1927).

[3] Nach einer Vermutung von Prof. H. Grimm.

a_3-Richtung oder durch ein Gleiten der 001-Ebene nachgegeben werden, sondern ein Teil des Druckes wird auch von den engen Bindungen der Basisebenen selbst getragen: daher leistet die Gaskohle Widerstand gegen Zerkleinerung.

Nach Fajans[1]) ist die Spaltungsenergie einer C–C-Bindung im Diamant bekanntlich gleich der Spaltungsarbeit der aliphatischen C–C-Bindung, während nach A. v. Steiger[2]) die Spaltungsarbeit einer Graphitbindung gleich der aromatischen C–C-Bindung ist. Das letzte dieser zwei bedeutungsvollen Resultate ist bekanntlich abgeleitet unter der Voraussetzung, daß die Bindung in der a_3-Richtung des Graphits vernachlässigt werden darf. Nach dem Hullschen Gitter hätte man einige Zweifel über die Berechtigung dieser Vernachlässigung haben können. Nach dem vorliegenden Gitter ($p = 0$) erhält diese Vernachlässigung infolge des speziellen Parameterwertes $p = 0$ wieder erhöhte Berechtigung und es wird die Annahme nahegelegt, daß man in der aromatischen Bindung die Verkettung dreiwertiger C-Atome zu sehen hat. Die Entscheidung, ob sich diese Annahme eines dreiwertigen Kohlenstoffs bei den aromatischen Verbindungen widerspruchslos durchführen läßt, muß dem Chemiker überlassen bleiben. Es sei nur erwähnt, daß die Schwierigkeiten, welche die Annahme von 4 Valenzen beim Benzolring hinsichtlich der Zahl der Bisubstitute verursacht, durch Annahme der Dreiwertigkeit entfällt: Man hat weder einen zeitlichen Wechsel der Doppelbindung nötig, noch die sogenannte „zentrische" Formel, welche die kuriose Absättigung nach dem leeren Mittelpunkt des Benzolringes verlangt.

Die obigen Bemerkungen dürfen nicht in dem Sinne aufgefaßt werden, als wollten wir uns nun durch die Dreiwertigkeit des Kohlenstoffs im Graphit auf die Anschauung einer ganzzahligen, wenn auch nach den äußeren Bedingungen wechselnden, Wertigkeit (3 oder 4) festlegen. Nach neueren Erfahrungen scheint es, als ob überhaupt der ganzzahlige Charakter der Wertigkeit unberechtigterweise allzu stark in den Vordergrund gestellt wurde. Dies lag ja in der Natur der Sache. Der Begriff der Valenz wurde ursprünglich ge-

---

1) K. Fajans, Chem. Ber. 53. S. 643. 1920; 55. S. 2826. 1922.

2) A. v. Steiger, Chem. Ber. 53. S. 666. 1920.

schaffen, um die stöchiometrische Formel zu begründen; wenn auch die ursprüngliche Ansicht von der konstanten Valenz aufgegeben werden mußte zugunsten einer wechselnden, von den äußeren Bedingungen und den Verbindungsteilnehmern abhängenden Valenzzahl, so blieb doch die Ganzzahligkeit immer noch betont. Auch das Bohrsche Atommodell hat einen Einfluß in dieser Richtung ausgeübt. Bei den polaren Verbindungen mag nach ihm diese Ganzzahligkeit noch einige Berechtigung haben, bei welchen aller Wahrscheinlichkeit nach die chemische Bindung durch den Ladungsdefizit bzw. -überschuß um das elektrische Elementarquantum oder um ein ganzzahliges Vielfaches davon entsteht. Es ist aber einzusehen, daß bei den nichtpolaren Verbindungen die Ganzzahligkeit keine Begründung hat, selbst wenn man im Sinne des Bohrschen Modells umlaufende Elektronen als Koppelungsglieder betrachtet. Die Voraussetzung, daß die Atome nach Betätigung der zugeschriebenen Valenzzahl völlig abgesättigt sind, d. h. zu weiteren Verbindungen nicht mehr befähigt sind, ist nicht mehr haltbar, wenn man die Verbindungen höherer Ordnung betrachtet. Werner hat in seiner Koordinationslehre gezeigt, wie man die Verhältnisse vom einheitlichen Standpunkt beschreiben kann, durch die Betrachtung der räumlichen Atomanordnung und die Forderung von Restvalenzen. Die konsequente Durchführung dieses Gedankens, daß für den Aufbau der stöchiometrischen Formel, wie für die Erfassung der Wertigkeit die räumliche Atomanordnung zu berücksichtigen ist, führt aber durch neuere Erfahrungen zu Komplikationen: Liegen schon in vielen Verbindungen die Verhältnisse so, daß die kleinste Atomgruppe, welche sich im Kristall periodisch wiederholt, ein Vielfaches der stöchiometrischen Formel enthält[1], so wird durch weitere Erscheinungen der Gedanke nahegelegt, daß die stöchiometrische Formel nur ein Spezialfall der chemischen Bindung ist. Die röntgenometrische Untersuchung der Kristallegierungen, sowie die Erfahrungen an sauerstoffhaltigem Platin[2] und andere machen es wahrscheinlich, daß viele bisher als Gemische angesehene Stoffe den Charakter einer chemischen Verbindung tragen. Der Spezialfall der einfachen stöchiometrischen Formel ist in den Vordergrund getreten, weil sich die Wissenschaft absichtlich auf ihn beschränkt hat. Selbstverständlich war diese Beschränkung nicht unzweckmäßig, da die Forschung zumeist nur durch Bearbeitung der einfachen und übersichtlichen Fälle und vorläufige Ignorierung der komplizierteren zum allgemeinen Falle aufsteigen kann.

---

[1] Besonders auffällig zeigt sich dies bei den Karborundmodifikationen, denen in diesem Sinne die Formeln Si_6C_6 bzw. Si_4C_4 und Si_5C_5 zuzuschreiben wären.

[2] Man vgl. zu diesem Punkte: R. Willstätter, Probleme u. Methoden der Enzymforschung (Faraday-Vorlesung). Naturwiss. 15. S. 585. 1927.

Zusammenfassung

Das Graphitgitter wurde untersucht an besonders gutem Material, welches in Kalkspat eingebettet war. Da die Auslöschungsgesetze in eine mathematische Formel gekleidet werden konnten, war die Analyse möglich ohne Benutzung der Raumgruppentheorie nach einem ähnlichen Verfahren, welches bei den früheren Untersuchungen der Karborundmodifikationen zum Ziele führte. Dieses Verfahren lieferte eine äußerst enge Einschränkung der Atomkoordinaten; eventuelle Pseudosymmetrie konnte Berücksichtigung finden. Die wenigen noch verbleibenden Gitter konnten aus Gründen der Raumerfüllung und wegen krasser Intensitätswidersprüche mit der Erfahrung bis auf ein einziges reduziert werden. Es ist identisch mit dem von Hassel und Mark und Bernal auf anderem Wege gefundenen. Der Parameter dieses Gitters konnte bis auf weniger als $\frac{1}{250}$ eingeschränkt werden. Die geometrischen und statischen Verhältnisse des Graphitgitters deuten auf eine Dreiwertigkeit des Kohlenstoffatoms. Für die aromatische Bindung wurde im Anschluß an die von Steiger berechnete Bindungsenergie ebenfalls Dreiwertigkeit des Kohlenstoffs vermutet.

Zum Schlusse habe ich dem Elektrophysikausschuß der Notgemeinschaft, der Helmholtzgesellschaft und dem Kaiser-Wilhelm-Institut für Physik für die jederzeit entgegenkommende Unterstützung zu danken.

(Eingegangen 7. November 1927)

4. Reststrahlen von Mischkristallen;

von F. Krüger, O. Reinkober und E. Koch-Holm

Die Anordnung der Atome oder Molekülgruppen in Mischkristallen ist zwar durch röntgenspektrometrische Methoden von Vegard und seinen Mitarbeitern weitgehend aufgeklärt worden. Diese Röntgenanalyse gibt aber stets nur die statisch-geometrische Anordnung der Moleküle im Kristallgitter, ohne über die Kräfte zwischen den Atomen oder Molekülen im Gitter etwas auszusagen. In dieser Beziehung führt jedoch weiter die Messung der Reststrahlen, deren Frequenz auch wesentlich mitbedingend ist für die Größe der spezifischen Wärme der Kristalle, besonders bei den tiefsten Temperaturen. Speziell bei den Mischkristallen nun tritt die Frage auf, ob die ultraroten Eigenfrequenzen der beiden Komponenten durch das Zusammenkristallisieren beeinflußt werden, vor allem, ob auch im Mischkristall nur eine einzige ultrarote Eigenfrequenz vorhanden ist, die dann etwa einem Mittelwert der beiden reinen Komponenten entsprechen würde, oder ob etwa mehrere Eigenfrequenzen auftreten. Dies kann letzten Endes nur durch das Experiment entschieden werden. Diesem Zwecke soll die vorliegende Arbeit dienen.

Als Untersuchungsmethode wurde die optische gewählt, indem durch mehrfache Reflexion der Strahlung eines Nernstbrenners an Flächen aus dem zu untersuchenden Material die Frequenz der Eigenschwingung als Reststrahlen isoliert und deren Wellenlänge mit Hilfe eines Beugungsgitters gemessen wurde. — Der Messung unterzogen wurden folgende Substanzen: 1. *Reine Substanzen:* NaCl, KCl, RbCl. 2. *Mechanisches Gemenge*: NaCl + KCl. 3. *Mischkristalle:* NaCl + KCl, KCl + RbCl und KCl + TlCl, davon jeder in einer Reihe verschiedener Konzentrationen der Komponenten.

Versuchsanordnung und Ausführung der Versuche

Die für die Messung der Reststrahlenwellenlängen benutzte Versuchsanordnung zeigt Fig. 1.

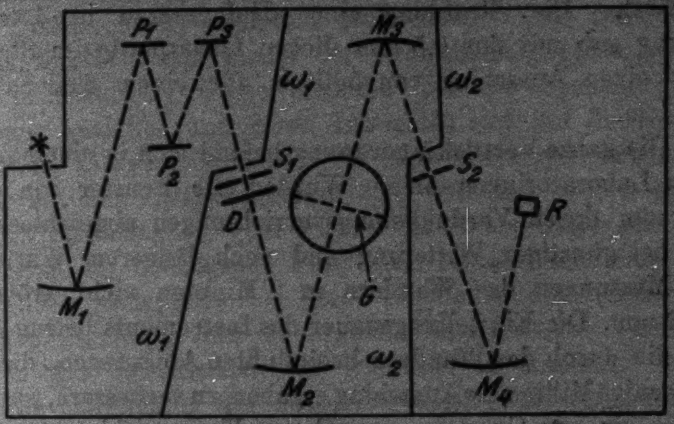


Fig. 1

Die Strahlung eines Nernstbrenners wurde durch einen vorderseitig versilberten Hohlspiegel M_1 von 20 cm Brennweite und 10 cm Durchmesser nach dreimaliger Reflexion an den Platten P_1, P_2, P_3 aus der zu untersuchenden Substanz auf dem Spalte S_1 des Spiegelspektrometers $S_1M_2M_3S_2$ zu einem Bilde der Lichtquelle vereinigt. Das durch den Hohlspiegel M_2 parallel gemachte Licht ging zwecks spektraler Zerlegung durch ein auf dem Spektrometertisch aufgestelltes Beugungsgitter G. Der Hohlspiegel M_4 konzentrierte das aus dem zweiten Spalt S_2 austretende Licht auf die Lötstelle des Thermoelements eines Mikroradiometers.

Der als Strahlungsquelle dienende Nernstfaden für 95 Volt und 1,25 Amp. wurde, um konstante Strahlung zu geben, von einer Akkumulatorenbatterie gespeist. Der Strom wurde unterhalb der normalen Belastung des Nernstfadens meist auf 0,8 bis 1 Amp. konstant gehalten und dauernd durch ein Präzisionsamperemeter kontrolliert.

Zur Messung der Strahlung diente ein empfindliches Mikroradiometer, welches in einer Juliusschen Aufhängung stand. Als Verschlußplatte des Fensters in der Metallhaube des Instrumentes vor dem Konus wurde eine Quarzplatte verwendet, die in dem Gebiete von 50 μ an bei einer Dicke von etwa 0,5 mm bereits eine Durchlässigkeit von etwa 60 Proz. der auffallenden Strahlung besaß. Das Thermoelement des Mikroradiometers war mit Ruß und Natronwasserglas geschwärzt. Die Strahlung einer Hefnerkerze in 1 m Entfernung gab mit der 0,5 mm dicken Quarzplatte im Strahlengang einen Ausschlag von 5000 m für einen Skalenabstand von 1 m.

Die ganze Versuchsanordnung befand sich in einem fensterlosen Laboratoriumsraume. Wurden die Fenster von dessen Vorraum durch Verdunkelungsvorrichtungen abgeschlossen, so war bei günstiger Witterung und nach längerem Warten vor den Messungen das Wandern in 2 Minuten nicht größer als 1—2 mm. Die Einstellungsdauer des Instruments betrug 90 Sek. Um die durch das Wandern beeinflußten Ablesungen, die meist nur wenige Millimeter Ausschlag ergaben, zu verbessern, wurde mit Erfolg ein von Czerny angegebener Kunstgriff benutzt, indem die Skala durch einen von einem Elektromotor in geeigneter Geschwindigkeit bewegten Zahnbetrieb entsprechend der Wanderung des Mikroradiometers seitlich verschoben wurde, so daß der Nullpunkt fast konstant erschien. Trotzdem mußte, da die Beugungsbilder im Maximum oft nur wenige Millimeter Ausschlag ergaben, meist des Nachts gemessen werden.

Die Anordnung für die Erzeugung der Beugungsbilder war so getroffen, daß Lichtquelle, Kristallplatten und Kollimatorarm S_1M_2 mit dem Gitter gemeinsam um die Spektrometerachse drehbar waren, während der zweite Spektrometerarm S_2M_3 feststand. Die Drehung der Spektrometeranordnung erfolgte mit Hilfe eines etwa 1 m langen Hebels, dessen freies Ende in der Führung einer Teilmaschine lief, deren Einstellung, korrigiert wegen der Tangensabweichung, das Maß für die Drehung des Spektrometers gab.

Als Schutz gegen äußere Einflüsse erhielt das Mikroradiometer einschließlich der Juliusschen Aufhängung einen Umbau aus Weißblech und Pappe, während die Spektrometeranordnung mit Ausnahme der Lichtquelle von einem Pappkasten umgeben war, der, um den Einfluß diffuser Strahlung auszuschalten, im Innern durch Scheidewände mehrfach unterteilt war.

Die Beugungsgitter wurden aus Kupferdraht auf Eisen- oder Messingrahmen von 8 cm im Quadrat gewickelt und die Drähte auf den Rahmen festgelötet. Die Rahmen besaßen besondere Spannvorrichtungen für ein gleichmäßiges Anspannen der Drähte nach erfolgtem Aufwickeln. Die freie Gitteröffnungsbreite wurde gleich der Drahtdicke gewählt, wodurch man in bekannter Weise erreicht, daß die Spektra gerader Ordnung ausfallen und deren Intensität sich auf die Spektren ungerader Ordnung verteilt. Zu den Messungen wurden drei Gitter mit den Gitterkonstanten 397, 693 und 1000 μ benutzt. Der im Strahlengang vom Platze des Beobachters aus durch Schnurlauf zu betätigende Fallschirm bestand aus einer 1 cm starken Steinsalzplatte, bei deren Benutzung die von der kurzwelligen Strahlung der Lichtquelle herrührenden Verunreinigungen der Reststrahlen im wesentlichen eliminiert werden.

Die Herstellung der zu untersuchenden Mischkristalle geschah auf folgende Weise:

In einem großen Platintiegel[1]) wurden ungefähr 400 g der im geeigneten Verhältnis aus den Komponenten gemischten Substanz im elektrischen Platinofen bis 850° erwärmt und geschmolzen. Bei langsamer Abkühlung von dieser Temperatur an konnten dann die Mischkristalle unter ständigem Umrühren kristallisieren, und zwar dauerte das Auskristallisieren ungefähr 2—3 Stunden. In festem Zustande wurde dann die Substanz bei 700° in Tetrachlorkohlenstoff auf 0° abgeschreckt. Die abgekühlten Kristalle waren bei den Systemen $NaCl + KCl$ und $KCl + RbCl$ völlig durchsichtig und teilweise von einer Größe bis zu 3 mm Kantenlänge. Die ausgebildeten und abgeschreckten Kristalle von $KCl + TlCl$ zeigten anfänglich eine intensive gelbe Färbung, die allmählich zurückging. Diese Kristalle waren bedeutend kleiner und in ihrer Masse nicht mehr durchsichtig.

Die abgeschreckten Kristalle wurden fein gemörsert, in einer Zeit von einer halben Stunde im elektrischen Ofen bis etwa 50° unter der Kristallisationstemperatur erwärmt und bei dieser Temperatur etwa 60 Stunden lang getempert. Nach dieser Zeit wurde die Substanz in Tetrachlorkohlenstoff von 0° abgeschreckt. Die entstandenen Kriställchen zeigten, soweit sie anfangs durchsichtig waren, erst nach etwa 6 Wochen eine merkliche Opaleszenz. Die so erhaltenen Mischkristalle wurden fein gemörsert, bei einem Druck 8000—10000 Atmosphären zu Platten von 8 cm Durchmesser gepreßt, eben geschliffen, poliert und dann ihre Eigenschwingung mit der Spektrometeranordnung gemessen.

---

[1]) Quarz erwies sich als Tiegelmaterial ungeeignet, da er von den geschmolzenen Salzen angegriffen wurde.

Nachdem vorangehende Untersuchungen gezeigt hatten, daß das Pressen der pulverisierten Salze zu Reflexionsplatten für das charakteristische Bild der Eigenschwingungen der betreffenden Salze innerhalb der Meßgenauigkeit keinen Unterschied ergibt gegenüber dem Bild der entsprechenden kristallisierten Salze, sowohl was die Lage des Maximums der vom Kristall reflektierten Intensitäten, als auch die Breite des Resonanzgebietes anbetrifft, konnten zur Untersuchung der Mischkristalle ohne Bedenken die gepreßten Pulver der Salze verwendet werden.

NaCl + KCl

Über die Herstellung der NaCl–KCl-Mischkristalle ist im einzelnen noch zu bemerken: Nach dem Auskristallisieren wurde 50 bis 60 Stunden lang im elektrischen Ofen, in dem die Temperatur bis auf etwa 10° konstant gehalten wurde, etwa 50° unter dem Kristallisationspunkt getempert. Nach dem Tempern wurden die Kristalle, wie schon oben bemerkt, in Tetrachlorkohlenstoff abgeschreckt. Beim Zusammenpressen der auf obige Weise hergestellten und dann pulverisierten Mischkristalle des Systems NaCl–KCl zeigte sich ein auffallender Unterschied in der Struktur des Materials im Vergleich mit derjenigen der reinen Komponenten. Während NaCl und KCl jedes für sich in reinem Zustande schon bei Drucken von 2500 Atm. völlig zusammenhängende feste Stücke lieferte, bröckelten die bei 8000 Atm. aus NaCl–KCl in den benutzten Konzentrationen gepreßten Mischkristallplatten am Rande der Platten leicht ab.

Die Mischkristalle des Systems NaCl–KCl wurden in den Konzentrationen 85, 70, 50 und 30 Molprozenten hergestellt. In dem Bereich von je 1 μ im Spektrum wurden 1 bis 2 Messungen gemacht; jeder Punkt wurde 3 bis 4 mal beobachtet und die

Mittelwerte dieser Beobachtungen in die Kurven eingezeichnet. Als Unsicherheit der eingetragenen Intensitäten ist bei Ausschlägen von etwa 5 mm 3- bis 4 Proz., bei Ausschlägen von etwa 13 mm 1 bis 3 Proz. anzunehmen. Die Spaltbreite betrug bei diesen Messungen 3 mm, als Gitter wurde das mit der Konstanten 693 μ benutzt. Die Messung jedes spektralen

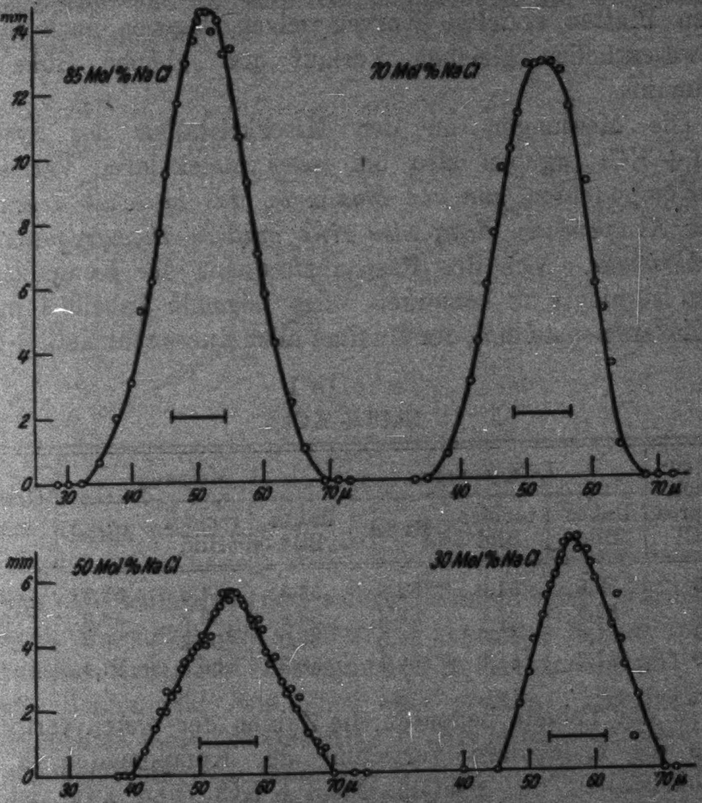


Fig. 2. NaCl + KCl

Reflexionsbildes, d. h. des unabgelenkten Mittelbildes und des rechten und linken Bildes erster Ordnung wurde für jede Mischkristallkonzentration zweimal vollständig durchgeführt. In Fig. 2 ist für jede Konzentration eins der gewonnenen Bilder erster Ordnung als Beispiel wiedergegeben. Linke Bilder sind dabei, um den Vergleich mit den rechten zu erleichtern, spiegelbildlich gezeichnet. Die relative spektrale Breite des Spektrometerspaltes ist bei jeder Kurve durch einen wagerechten Strich dargestellt. Der Typus sämtlicher Kurven ist der gleiche wie derjenige der Beispiele der Figur: Sie zeigen — dies ist das wesentliche Resultat — nur *ein* wohldefiniertes Maximum.[1]) Die Höhen der einzelnen Maxima sind nicht ohne weiteres miteinander zu vergleichen, da die Politur der verschiedenen Reflexionsplatten nicht immer gleichmäßig ausfiel; die unter gleichen Versuchsbedingungen an denselben Platten erzielten Kurven zeigen dagegen auch immer im wesentlichen gleichen Verlauf und gleiche Höhe des Maximums.

Die Messungen an den Mischkristallen des Systems NaCl + KCl ergeben also bei jeder molekularen Verteilung der Komponenten *nur ein Maximum, das zwischen denen der reinen Komponenten liegt, also eine mittlere Eigenfrequenz der Mischkristalle.* Von der Resonanzfrequenz der Komponenten selbst ist nichts zu bemerken. Die folgende Tabelle 1 bringt eine Zusammenstellung der Maxima aller Kurven für NaCl + KCl.

Tabelle 1

NaCl + KCl

Konzentration i. Molproz. NaCl	I. Messung			II. Messung			Gesamtmittel
	linkes Bild	rechtes Bild	Mittel	linkes Bild	rechtes Bild	Mittel	
85	53,6	51,0	52,3	53,8	51,2	52,5	52,4
70	52,8	53,6	53,2	53,8	52,8	53,3	53,2
50	55,5	55,5	55,5	55,0	56,2	55,6	55,6
30	57,7	61,0	59,4	58,3	56,5	57,4	58,4

In der Tabelle bedeuten die Zahlen der ersten vertikalen Reihe die molekulare Verteilung der Komponenten in den Mischkristallen des Systems NaCl + KCl, und zwar ist die Verteilung in Molprozenten NaCl angegeben. Die übrigen Vertikalreihen enthalten die Wellenlängen der Maxima der linken und rechten Beugungsbilder der beiden Beobachtungs-

---

1) Das hiervon abweichende Resultat der Dissertation von E. Koch (Greifswald 1924), in der ein unregelmäßiges Auftreten mehrerer Maxima gefunden wird, ist durch die hier vorliegenden Messungen berichtigt und wohl darauf zurückzuführen, daß die für die Messungen der Dissertation benutzten Kristalle nicht einheitlich waren, was auf ungenügendes Tempern zurückzuführen ist.

reihen und ihre Mittelwerte. In der letzten Spalte sind die Gesamtmittelwerte für die Eigenfrequenzen angegeben.

Fig. 3 zeigt die Wellenlängen der Mischkristalle *NaCl* + *KCl* als Funktion der Konzentration der Komponenten. Es sind als Ordinaten die Wellenlängen in μ und als Abszissen die Konzentrationen in Molproz. aufgetragen. Den Konzentrationen 100 Mol NaCl und 100 Mol KCl entsprechen die Wellenlängen der reinen Komponenten NaCl und KCl.

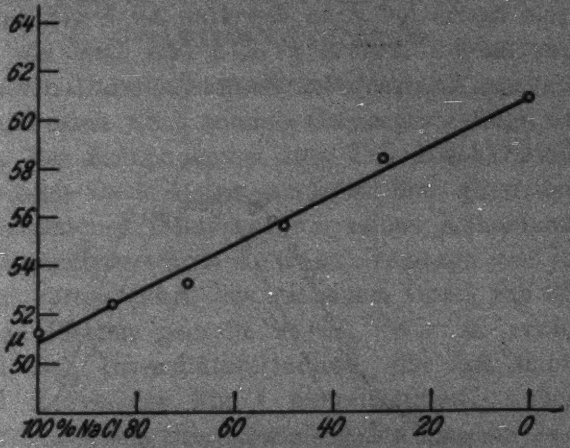


Fig. 3. NaCl + KCl

Die Wellenlängen der reinen Komponenten wurden in mehreren Messungen an Platten aus gepreßten Salzen und an natürlichen Kristallen bestimmt (Gitterkonstanten 397 und 693 μ). Beides gibt, wie schon oben erwähnt, innerhalb der Versuchsfehler dieselben Resultate.[1] Als Mittelwert aller vorgenommenen Meßreihen fand sich 51,3 μ für NaCl und 60,8 μ für KCl. Beide liegen etwas niedriger als die früher von **Rubens** bestimmten Reststrahlenwellenlängen. Ein bestimmter Grund hierfür kann nicht angegeben werden, der geringe Unterschied spielt hier aber auch keine Rolle, da es nur auf die gegenseitigen Beziehungen der einzelnen Wellenlängen für die reinen Substanzen und der Mischkristalle ankommt. In der Fig. 3 sind daher die obigen Werte für NaCl und KCl zusammen mit denen für die Mischkristalle eingezeichnet, was wohl einwandfrei sein dürfte, da alle Werte mit der gleichen Apparatur gewonnen sind.

---

[1] Vgl. hierzu auch die Dissertation von E. **Koch**, Greifswald 1924.

Der Mischkristall KCl + NaCl ist nicht unbegrenzt stabil, sondern zerfällt im Laufe längerer Zeit. Dementsprechend ist auch eine Veränderung des Spektrums vom einheitlichen Mischkristalltypus nach dem zweigeteilten der reinen Frequenzen hin zu erwarten. Fig. 4 zeigt in der ausgezogenen Kurve die Messung an NaCl + KCl von 50 Molproz. NaCl, das nach dem Auskristallisieren fast 11 Monate gelagert hatte. Gestrichelt ist die Kurve des frischen Mischkristalls aus Fig. 2 eingezeichnet. Das Bild zeigt unverkennbar das Zurücktreten der einheitlichen Mischkristallfrequenz zugunsten der neu auftretenden beiden Schwingungen der sich zurückbildenden Komponenten.

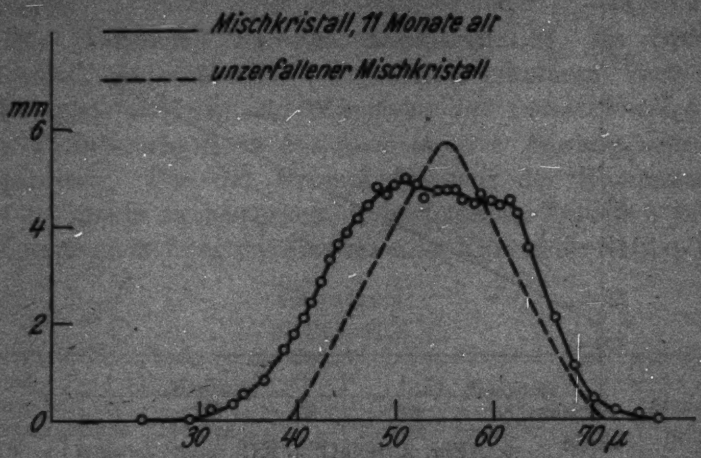


Fig. 4. NaCl + KCl. 50 Molproz. NaCl

Man könnte vielleicht einwenden, daß die Einsenkungen der Kurve des alten Mischkristalls auf die Einwirkung der Absorption der Strahlung durch Wasserdampf zurückzuführen sei. Demgegenüber ist festzustellen, daß eine derartige Absorptionswirkung bei keiner der anderen an KCl und NaCl aufgenommenen Kurven zu beobachten war. Vor allem aber ist der Typus der für den zerfallenen Mischkristall gefundenen Intensitätsverteilung ein ganz anderer wie der bei einem neu hergestellten Mischkristall festgestellte, im besonderen ist die erstere Kurve in ihrem oberen Teil verhältnismäßig außerordentlich stark verbreitert gegenüber der Kurve des jungen Mischkristalls. Berücksichtigt man diese Verhältnisse, so kann man wohl sagen, daß in den Kurven der Fig. 4 einwandfrei das Auftreten der Reststrahlen der beiden Komponenten zum Ausdruck kommt. Diesen Frequenzen überlagert sich bei der entsprechenden mittleren Wellenlänge in geringerem Maße die dazwischen liegende Frequenz des noch nicht zerfallenen Anteils.

Eine Intensitätsverteilung vom Typus der ausgezogenen Kurven der Fig. 4 ist natürlich auch bei einem mechanischen Gemenge von NaCl und KCl zu erwarten; wenn auch, wie es nach neueren Untersuchungen von Vegard anzunehmen ist, sich beim Pressen eines solchen Gemenges infolge des innigen Kontaktes der Komponenten zum Teil Mischkristalle bilden, so überwiegen doch sicher auch in den gepreßten Platten eines mechanischen Gemenges die reinen Komponenten. Die Reststrahlenanalyse wurde in einem Gemenge von je 50 Proz. (molekular) durchgeführt, das mit einem Druck von 3000 Atmosphären zu Platten gepreßt wurde. Wie zu erwarten war, fand sich eine Intensitätsverteilung, die fast mit der ausgezogenen Kurve der Fig. 4 übereinstimmt, wobei die die beiden Komponenten charakterisierenden Maxima in noch ausgeprägterem Maße hervortreten, wie bei dem zerfallenen Mischkristall.

KCl + RbCl

Die Untersuchungen an Mischkristallen wurden erweitert, indem die Kombination KCl + RbCl zu Messungen herangezogen wurde, die ebenso wie NaCl–KCl eine lückenlose Reihe von Mischkristallen bildet. Die Herstellung der Reflexionsplatten geschah in derselben Weise wie bei den vorher untersuchten Substanzen. Das Gitterspektrum wurde an drei Mischkristallen von der Zusammensetzung 70, 50 und 25 Molproz. Kaliumchlorid durchgemessen; außerdem war es hier nötig, die Reststrahlenwellenlänge der langwelligeren reinen Komponenten, die bisher unbekannt war, neu zu bestimmen. Es wurde auch hier jedes Spektrum zweimal vollständig durchgemessen. Die einzelnen Punkte, welche die Kurve festlegen, sind wieder Mittel aus einer größeren Anzahl Einzelbeobachtungen, die je nach deren Übereinstimmung mehr oder weniger gehäuft wurden. Als Gitter wurde das mit der Konstanten 1 mm benutzt bei einer Spaltweite des Spektrometers von 3 mm.

In der Fig. 5 sind für jeden Mischkristall eine und für das reine RbCl zwei Bilder 1. Ordnung als Beispiele wieder-

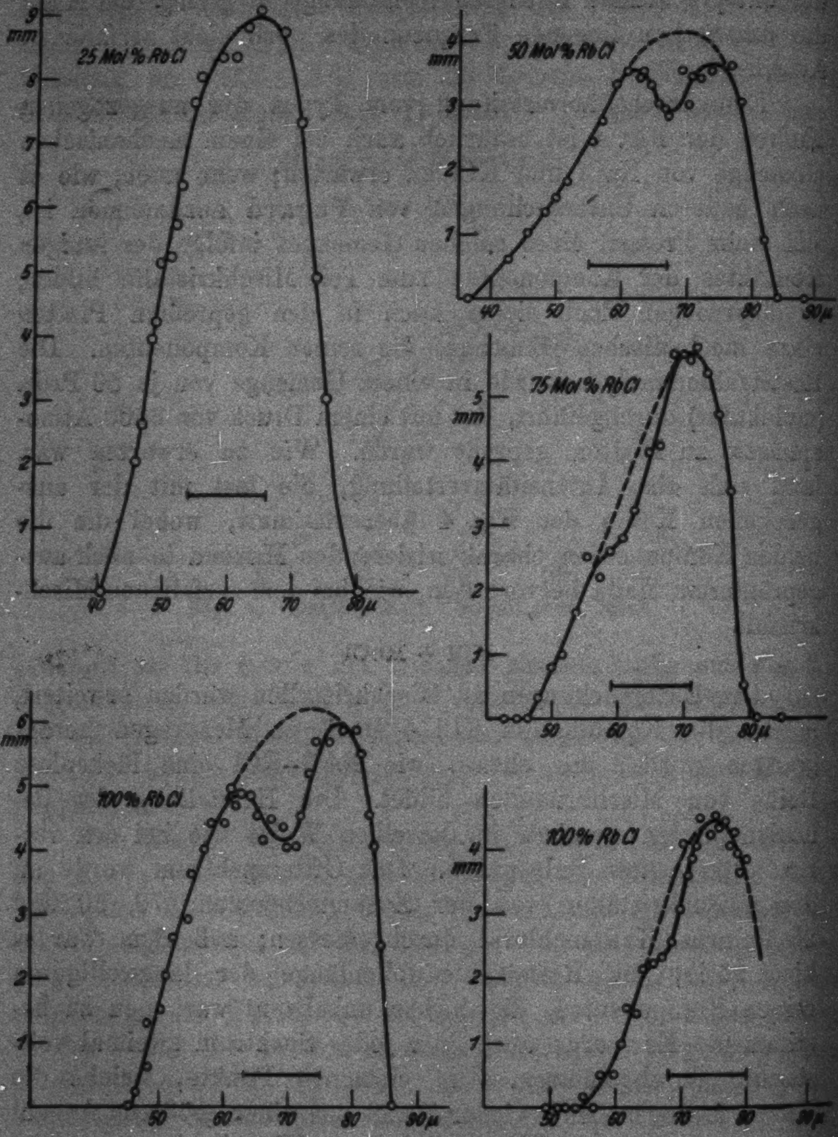


Fig. 5. KCl + RbCl

gegeben. Die relative Spaltbreite ist wieder durch wagrechte Striche angegeben. Bei diesen Messungen macht sich ein Einfluß der Luftfeuchtigkeit bemerkbar, so daß sich in den meisten Kurven, auch in denen des reinen Rubidiumchlorids, merkliche Einsenkungen zeigen. Man könnte zunächst vermuten, daß eine Intensitätsverteilung wie z. B. die bei 50 Proz. RbCl der Fig. 5 gefundene auf einen Zerfall des Mischkristalls hindeute in der Weise, wie dies bei den im vorigen Abschnitt beschriebenen Untersuchungen an NaCl + KCl-Kristallen der Fall war. Dagegen spricht aber verschiedenes. So wurden die Messungen (Fig. 4), die auf einen Zerfall des NaCl–KCl-Kristalls schließen ließen, an 11 Monate alten Platten gemacht, während die KCl–RbCl-Kristalle unmittelbar nach der Herstellung zur Verwendung kamen, wobei zu berücksichtigen ist, daß die letzteren anscheinend sehr langsam, jedenfalls nicht schneller zerfallen als die NaCl–KCl-Kristalle; daß diese in der auf die Herstellung zunächst folgenden Zeit nicht wesentlich zerfallen, zeigen die im vorigen Abschnitt mitgeteilten Resultate. Dafür, daß die Einsenkungen in einzelnen Kurven der Fig. 5 auf Einwirkung von Luftfeuchtigkeit zurückzuführen ist, spricht auch besonders die Tatsache, daß sie nicht nur bei den Kurven der Mischkristalle, sondern auch und zwar teilweise sehr ausgeprägt, bei denen des reinen RbCl auftreten, wo mit Sicherheit nur eine einzige Reststrahlenfrequenz vorhanden ist. In der hier untersuchten Zusammenstellung ist das RbCl der stark hygroskopische Teil, während diese Eigenschaft bei dem KCl nicht störend hervortritt, wie die Resultate des vorigen Abschnitts zeigen. Dementsprechend machen sich auch die Einsenkungen in den Kurven bei den Kristallen, die wenig RbCl (25 Proz.) enthalten, so gut wie gar nicht bemerkbar. Die Durchführung der Messungen wird um so schwieriger, je größer die Konzentration des RbCl ist und ist nur möglich, wenn der das Spektrometer einschließende Kasten möglichst luftdicht abgeschlossen und die Atmosphäre in seinem Innern energisch getrocknet wird. Die Tatsache, daß die Einsenkungen sich erst bei den Untersuchungen an den hygroskopischen Platten, nicht aber bei den unhygroskopischen NaCl–KCl-Platten zeigen, läßt darauf schließen, daß wir es hier weniger mit einer Absorption der Strahlung durch den Wasserdampfgehalt der Zimmerluft, als mit der durch oberflächlich sich ausbildende Feuchtigkeitsschichten zu tun haben. Mehrfach wurde bei den RbCl enthaltenden Platten während einer Messung das Auftreten eines deutlich sichtbaren Beschlages auf den Oberflächen beobachtet, wobei die Messung erst nach öfterem Nachpolieren der Platten zu Ende geführt werden konnte.

Wir dürfen daher mit Sicherheit aus den Messungen an KCl–RbCl auch für dieses Mischkristallsystem das Auftreten *einer einzigen mittleren Schwingung* folgern, deren Frequenz sich mit zunehmender Konzentration von der der einen nach derjenigen der andern Komponente verschiebt. Die Kurven lassen sich zwanglos interpolieren (in Fig. 5 gestrichelt angedeutet), so daß man ihnen die Reststrahlenwellenlängen mit genügender Genauigkeit entnehmen kann. Diese Wellenlängen sind in Tabelle 2 zusammengestellt, deren Anordnung dieselbe ist, wie die von Tab. 1.

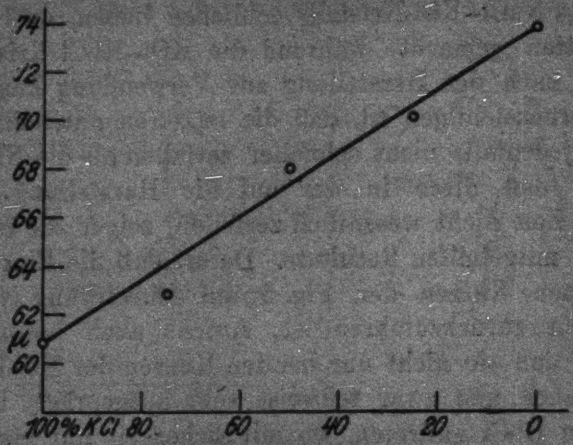


Fig. 6. KCl + RbCl

Tabelle 2

Konzentration i. Molproz. RbCl	I. Messung			II. Messung			Gesamtmittel
	linkes Bild	rechtes Bild	Mittel	linkes Bild	rechtes Bild	Mittel	
25	62,5	62,0	62,2	63,0	63,5	63,2	62,8
50	68,0	67,0	67,5	67,5	69,0	68,2	67,9
75	70,0	70,0	70,0	71,0	70,5	70,2	70,1
100	74,5	75,0	74,8	73,0	72,5	72,8	73,8

Die Gesamtmittel sind weiterhin in Fig. 6 zusammen mit dem Werte 60,8 μ (vgl. S. 117) für reines KCl gegen die Konzentrationen der Mischkristalle eingetragen. Ebenso wie bei der Mischkristallreihe KCl–NaCl gruppieren sich die Punkte um eine gerade Linie.

KCl + TlCl

Die Wellenlängen der reinen Komponenten der beiden bisher untersuchten Mischkristalle haben bei beiden eine Differenz von 11 μ, d. h. von nur etwa 20 Proz. ihres Wertes. Um die Zuverlässigkeit der Resultate zu verbessern, im besonderen, um eine möglicherweise vorhandene Abweichung des Kurvenzuges: Wellenlänge—Konzentration von der Geradlinigkeit feststellen zu können, war es erforderlich, ein Mischkristallsystem zu untersuchen, bei dem die Eigenfrequenzen der reinen Komponenten einen größeren Wellenlängenbereich einschließen. Hierzu erschien zunächst das System KCl + TlCl geeignet, dessen obere Wellenlängengrenze durch den bekannten Wert von 92 μ für TlCl gegeben ist, welcher gegen die untere, 60,8 μ, eine Differenz von 31 μ, also etwa 40 Proz. des Mittelwertes aufweist.

Bei den Untersuchungen der Reststrahlen dieses Systems machten sich wieder Störungen infolge der Absorption der Reflexionsintensitäten durch Feuchtigkeit bemerkbar, allerdings nicht in dem Maße, wie das bei KCl–RbCl der Fall war.

Die Herstellung der Mischkristalle KCl + TlCl erfolgte auf dieselbe Weise wie bei dem System NaCl + KCl. Die Kristalle zeigten nach dem Schmelzen eine zitronengelbe Färbung, die unmittelbar nach dem Abschrecken tiefgelb war und im Laufe von mehreren Stunden verblaßte. Die Temperzeit betrug 60 Std. Infolge von teilweiser Verdampfung des TlCl trat eine geringe Verschiebung der zuerst angesetzten Konzentration ein, die nach erfolgten Reflexionsmessungen durch Herauslösen des KCl aus dem Mischkristall in Wasser und Wägung des TlCl bestimmt wurde.

Es wurden die Eigenfrequenzen von folgenden Zusammensetzungen des Systems KCl + TlCl gemessen, ausgedrückt in Molprozent KCl (nach Korrektion wegen des verdampften TlCl) 95, 87, 78, 67, 47, 30 und 20.

Von jeder Zusammensetzung wurden zwei Messungsreihen durchgeführt, mit Ausnahme der Konzentration 95 Proz. KCl, von der nur eine Meßreihe durchgeführt wurde; jeder Punkt im Spektrum ist der Mittelwert aus 3—4 Ablesungen. Die Abweichungen der einzelnen Ablesungen betrugen in den von Feuchtigkeitsabsorption nicht beeinflußten Teilen des Spektrums 3—4 Proz., dagegen wuchsen sie unter Umständen bis zu etwa 30 Proz. an den Stellen, wo eine Absorption vorlag. An solchen Punkten des Spektrums wurden dann etwa zehn Ablesungen gemacht, aus denen die um mehr als 10 Proz. vom Mittel abweichenden gestrichen wurden. Die große Anzahl der beobachteten Punkte für jede Kurve durfte wohl den Einfluß der aus den besprochenen Fehlerquellen herrührenden Ungenauigkeiten in genügendem Maße herabsetzen. Bei diesen Messungen wurde das Gitter III mit der Konstanten 1 mm benutzt; die Spaltbreite betrug 3 mm.

Fig. 7 gibt in Beispielen den Verlauf der Resonanzgebiete von den obengenannten Konzentrationen wieder und zwar ist für jede Konzentration ein typisches linkes oder rechtes Beugungsbild als Beispiel gewählt. Linke Beugungsbilder sind dabei wieder spiegelbildlich gezeichnet. Für die absoluten Höhen der Maxima gilt das früher Gesagte, daß sie nämlich wegen ungleicher Politur der einzelnen Platten nicht ohne weiteres miteinander zu vergleichen sind. Die Kurven der verschiedenen Messungsreihen zeigen infolgedessen etwas voneinander abweichende Form, vergleicht man dagegen jeweils das einer einzelnen Reihe angehörende rechte und linke Beugungsbild miteinander, so findet sich hier immer gute Übereinstimmung im Kurvenverlaufe. Die unsymmetrische Form der Kurven, die sich besonders bei einzelnen und zwar bei denen mit geringer Intensität des Maximums bemerkbar macht, ist wohl auf verunreinigende Strahlung zurückzuführen, die sich auf der kurzwelligen Seite stärker bemerkbar macht als auf der langwelligen.

Auch bei dem System KCl–TlCl beobachtet man bei einem Teile der Kurven Einsenkungen, wenn auch nicht in dem Maße, wie bei den im vorigen Abschnitt besprochenen Messungen. Man darf wohl mit Sicherheit auch hier behaupten, daß die Zweiteilung der Kurven, welche dadurch entsteht, nicht auf einen Zerfall des Mischkristalls vor oder während der Messung zurückzuführen ist, sondern daß die Einsenkungen auch hier ihre Ursache in selektiver Absorption der Strahlung durch Feuchtigkeitsschichten hat. Hiermit ist in Einklang, daß die Minima der Kurven bei dem weniger hygroskopischen

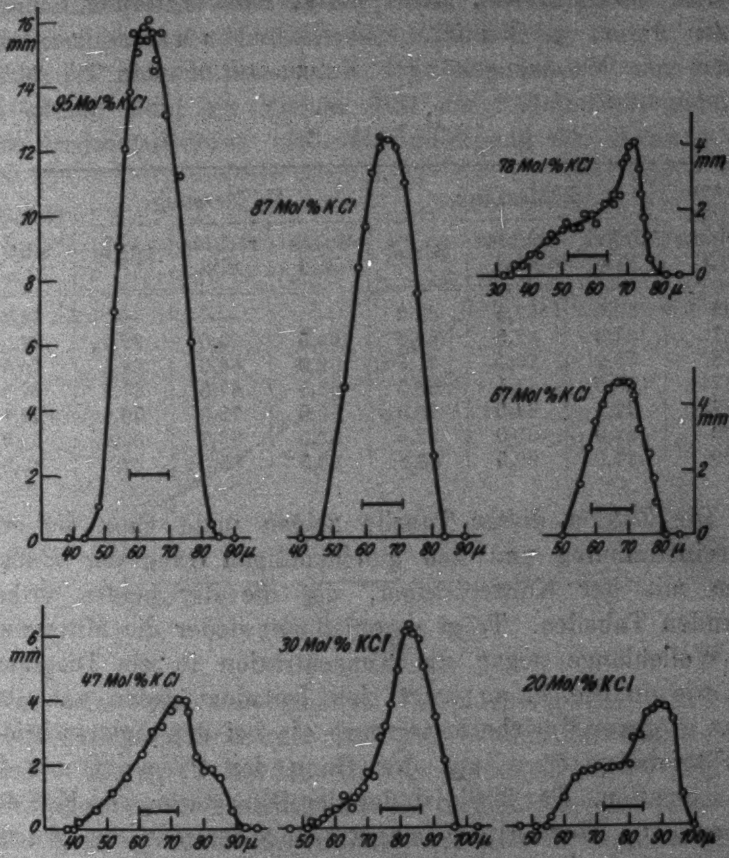


Fig. 7. KCl + TlCl

TlCl nicht so ausgesprochen sind wie bei dem im vorigen Abschnitt besprochenen RbCl enthaltenden Mischkristallen. Für die Annahme von selektiv absorbierenden Schichten als Ursache für die Minima sprechen zum Teil die bei dem System KCl–RbCl auseinandergesetzten Gründe. Hier kommt noch hinzu, daß bei den meisten Kurven, die eine Zweiteilung aufweisen, die beiden Maxima durchaus nicht bei den Wellenlängen der reinen Komponenten liegen, wie es der Fall sein müßte, wenn es sich um einem Zerfall des Mischkristalls handelte. Auch bei dem Mischkristallsystem KCl–TlCl haben wir es danach mit *einer einzigen mittleren Reststrahlenwellenlänge* jedes der verschieden konzentrierten Kristalle zu tun.

Die Maxima, die, wenn nötig, nach Interpolation der Kurven diesen als Reststrahlenwellenlängen entnommen sind, wurden mit den dazugehörigen Konzentrationen in Tab. 3 zusammengestellt.

Tabelle 3

Konzentration i. Molproz. KCl	I. Messung			II. Messung			Gesamtmittel
	linkes Bild	rechtes Bild	Mittel	linkes Bild	rechtes Bild	Mittel	
95	63,0	63,5	63,2	—	—	—	63,2
87	67,0	62,5	64,8	69,5	69,0	69,2	67,0
78	73,0	70,0	71,5	69,0	68,0	68,5	70,0
67	68,0	68,5	68,2	67,5	67,5	67,5	67,9
47	72,5	74,5	73,5	69,0	72,5	70,8	72,1
30	82,0	83,0	82,5	83,5	83,0	83,2	82,9
20	87,0	90,5	88,8	80,5	85,0	82,8	85,8

Die Zahlen dieser Tabelle zeigen nicht ganz die gute Übereinstimmung und den gleichmäßigen Gang der Wellenlänge mit der Konzentration, wie die der beiden vorhergehenden Tabellen. Trägt man jedoch wieder die Mittelwerte der Wellenlänge gegen die Konzentration in ein Diagramm ein, wie in Fig. 7, so zeigt sich trotzdem, wenn auch mit etwas größerer Unsicherheitsgrenze als bei den anderen beiden Mischkristallsystemen gut der Gang der Frequenz mit der Konzentration. Für TlCl ist der der Dissertation von E. Koch entnommene Wert 91,7 μ eingetragen, der mit der gleichen Apparatur ermittelt wurde, wie die Mischkristallfrequenzen. Er stimmt ausgezeichnet überein mit dem von H. Rubens und H. v. Wartenberg gefundenen Werte 91,9 μ.

Die einzelnen Punkte gruppieren sich in Fig. 7 ebenfalls um eine Gerade. Die Möglichkeit eines etwas gekrümmten Verlaufs der Kurve Mischkristallfrequenz—Konzentration ist jedoch nicht ganz von der Hand zu weisen. Sollte ein solcher Verlauf vorhanden sein, so kann er aber jedenfalls nur um geringe Beträge von der Geraden abweichen.

Bei der Gruppierung der Punkte der Mischkristalle um eine gerade Verbindungslinie zwischen den Extremwerten fällt allerdings grade der anscheinend sonst recht zuverlässige Punkt 47 Proz. KCl, der aus verhältnismäßig schwach gestörten Kurven ermittelt ist, um 5 μ aus der Geraden nach unten heraus. Möglicherweise ist der Grund hierfür in der Zerfallsgeschwindigkeit der Mischkristalle KCl–TlCl zu suchen, welche größer ist, als die der andern beiden untersuchten Systeme. Es könnte wohl ein kleiner Teil der Substanz in der Zeit vom Auskristallisieren bis zur Beendigung der Messung zerfallen sein, was eine geringe Verschiebung des Maximums der Reststrahlenkurve nach kürzeren Wellen zur Folge haben würde. Hierdurch werden die Überlegungen von S. 121 über Absorption durch Feuchtigkeit als Grund für die öfters auftretende weitgehende Zweiteilung der Kurven keineswegs berührt, da es sich, wenn ein Zerfall während der 2–3 Tage, die im allgemeinen bis zur Beendigung der Messung vergingen, überhaupt merklich ist, nur um geringe Zerfallsmengen handeln kann. Um merkliche Minima in den Reststrahlenkurven durch Neuauftreten der reinen Komponenten zu erhalten, müßte der Mischkristall, wie die Untersuchungen an mechanischen Gemischen zeigten (vgl. S. 119), schon sehr weitgehend zerfallen sein.

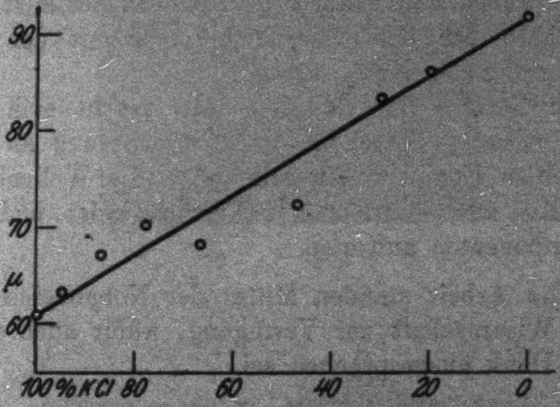


Fig. 8. KCl + TlCl

Zusammenfassung

1. Es wurden die Reststrahlenspektren im langwelligen Ultrarot für die Mischkristallreihen NaCl + KCl, KCl + RbCl und KCl + TlCl in mehreren verschiedenen Konzentrationen der Komponenten eines jeden Mischkristalls untersucht.

2. Es zeigt sich, daß nicht die Reststrahlenwellenlängen der einzelnen Komponenten auftreten, sondern daß für jeden Mischkristall eine einheitliche Schwingung vorhanden ist, deren Wellenlänge sich entsprechend zunehmender Konzentration der langwelligeren Komponente innerhalb der Frequenzen der beiden reinen Komponenten nach längeren Wellen verschiebt

3. Die Verschiebung der Eigenfrequenz des Mischkristalls geht innerhalb der Meßgenauigkeit linear mit der Konzentrationsänderung der Komponenten.

4. Der Zerfall eines Mischkristalls macht sich dadurch bemerkbar, daß entsprechend der Anreicherung an den zerfallenen reinen Komponenten allmählich die Wellenlänge des Mischkristalls aus dem Spektrum verschwindet und die der reinen Komponenten auftreten.

Für die Arbeit standen Mittel der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft zur Verfügung, wofür auch an dieser Stelle der Dank ausgesprochen sei.

Greifswald, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 28. November 1927)

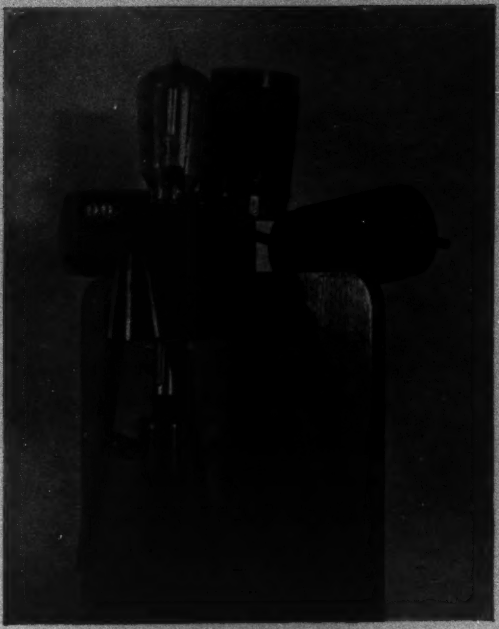


Fig. 2

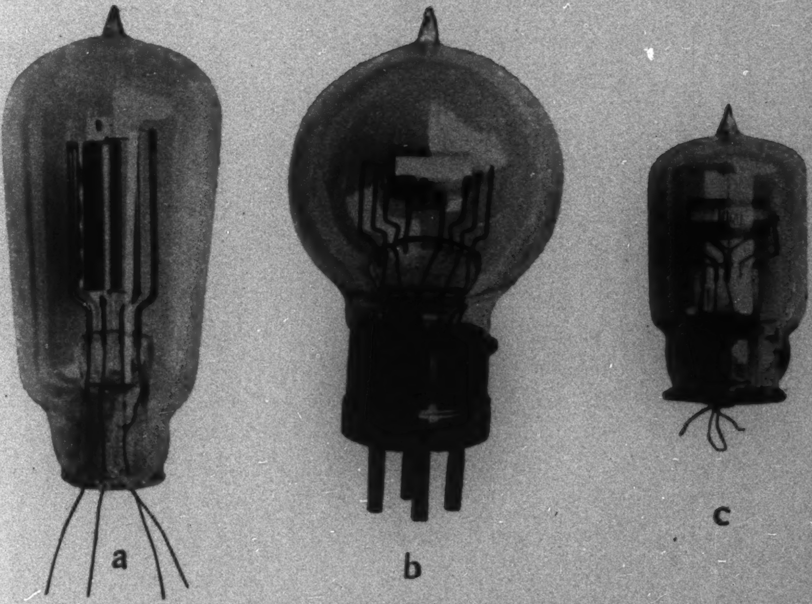


Fig. 3

K. Kohl

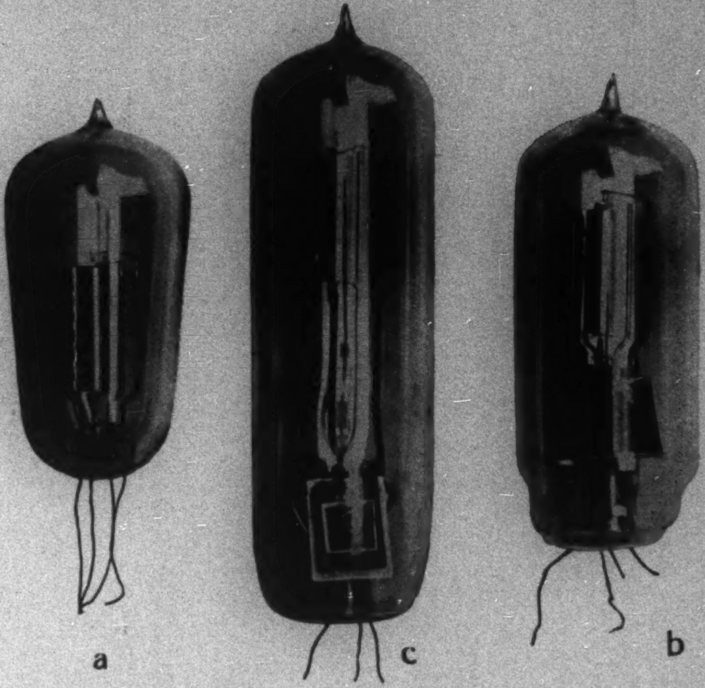


Fig. 4

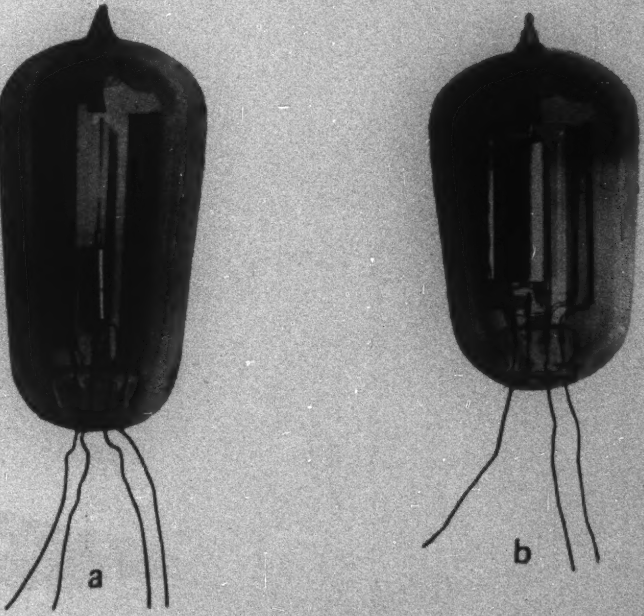


Fig. 5

K. Kohl

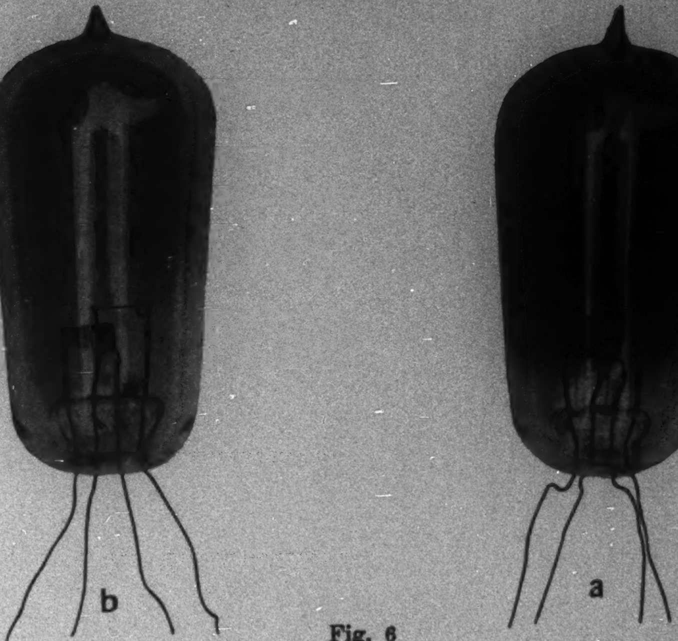


Fig. 6

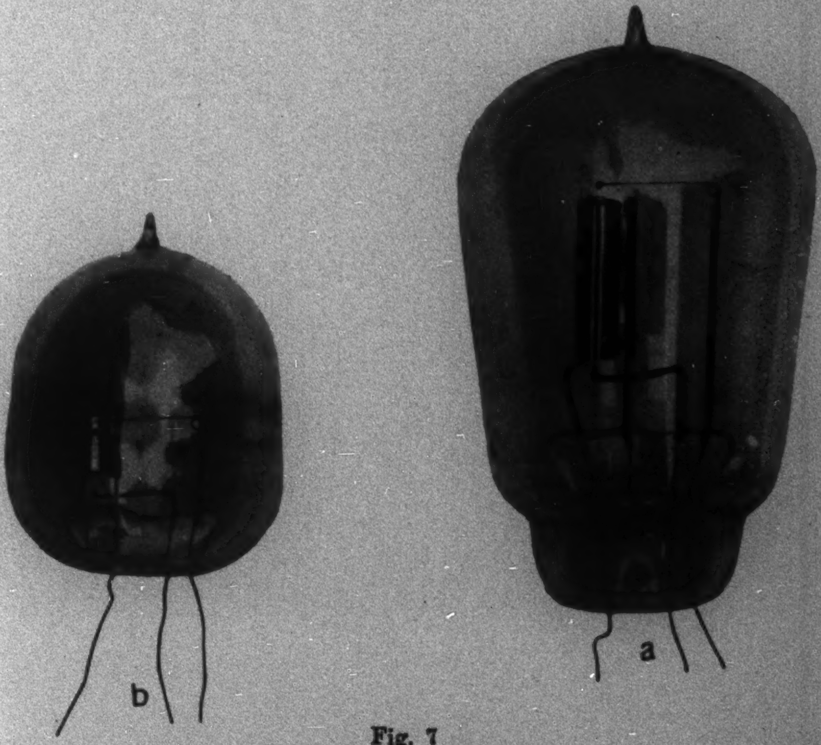


Fig. 7

K. Kohl

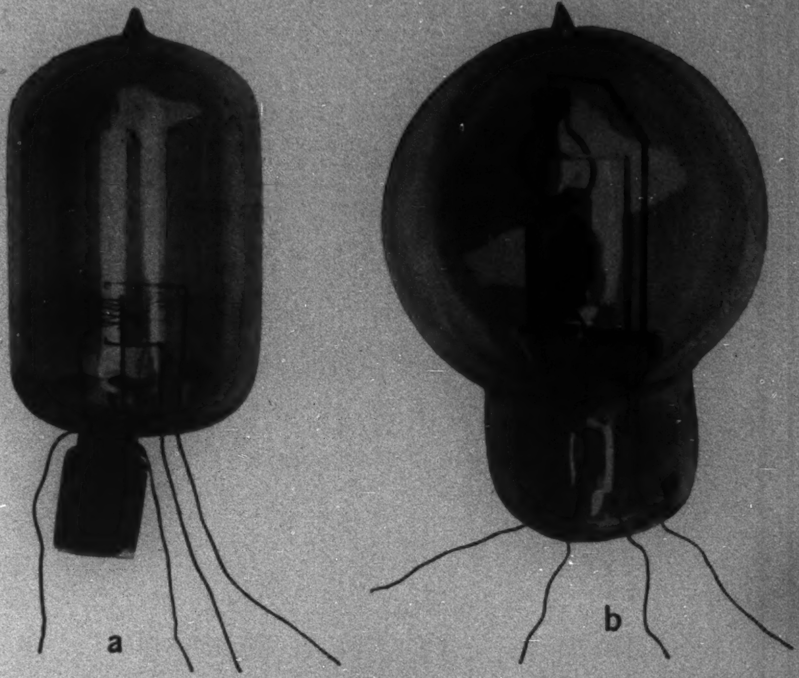


Fig. 8

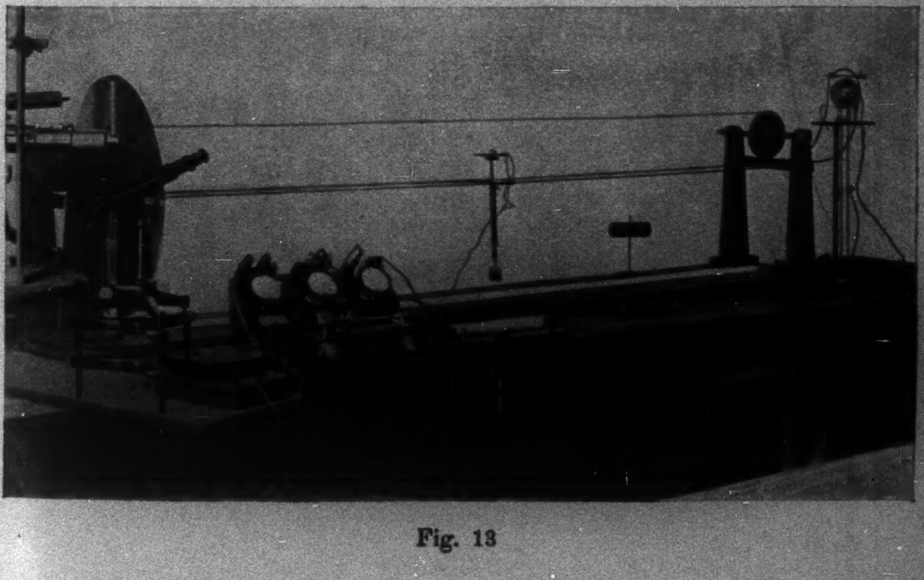


Fig. 13

K. Kohl

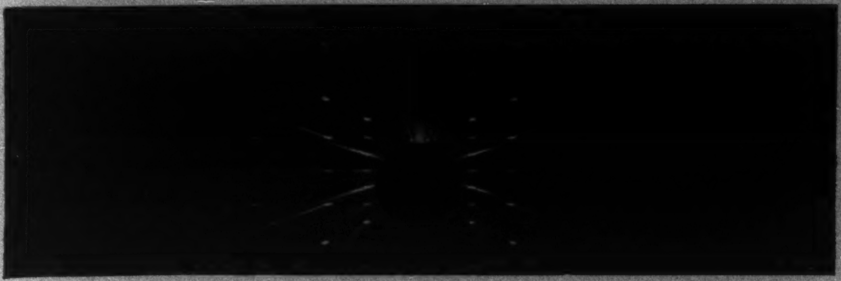


Fig. 1

Vollständiges „senkrechtes“ Drehdiagramm von Graphit um die a_3-Achse; Mo–K-Strahlung mit Zirkonfilter; Filmradius: 2,51 cm.

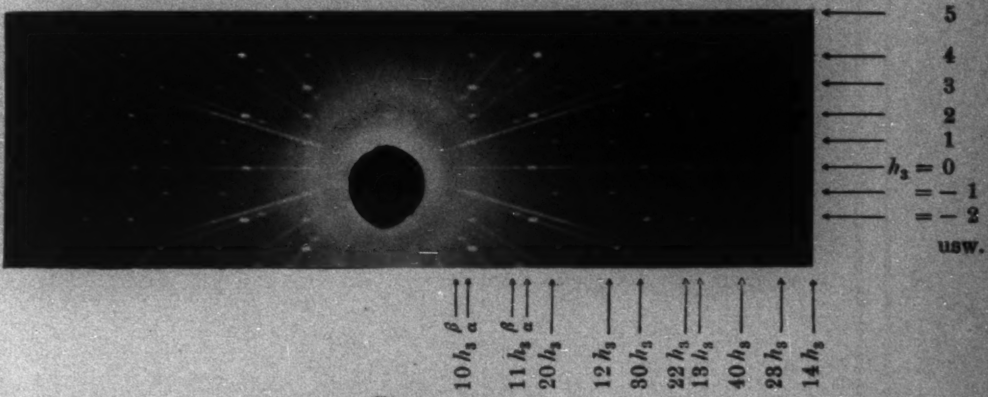

5
4
3
2
1
$h_3 = 0$
$= -1$
$= -2$
usw.
$10\,h_3$ α β
$11\,h_3$ α β
$20\,h_3$
$12\,h_3$
$30\,h_3$
$22\,h_3$
$13\,h_3$
$40\,h_3$
$28\,h_3$
$14\,h_3$

Fig. 2

Vollständiges „senkrechtes“ Drehdiagramm um die a_3-Achse; Mo–K-Strahlung; Filmradius: 4,0 cm. Die Bezifferung ist am Rande rechts durchgeführt, die Auslöschungs- und Intensitätsgesetze Ia, Ib und II (vgl. S. 88) sind deutlich zu erkennen, obwohl die Kopie der Originalaufnahme gegenüber an Klarheit eingebüßt hat. (Aus Platzmangel ist die Kopie am Rande beschnitten.)

H. Ott

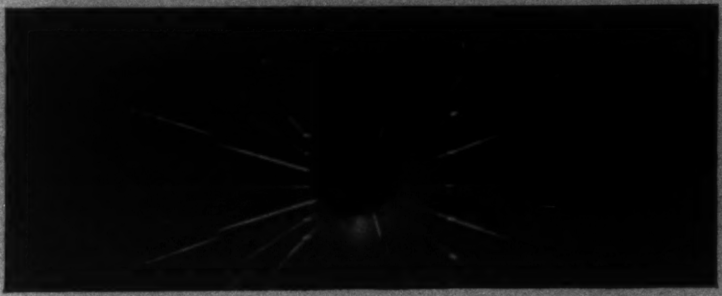


Fig. 3

„Schaukeldiagramm“ um die a_2-Achse; Schaukelbereich < 30°; Mo–K-Strahlung überlagert von starkem kontinuierlichen Spektrum (60 KVolt Gleichspannung); die völlige Symmetrie zur Äquatorschichtlinie $h_2 = 0$ ist evident.

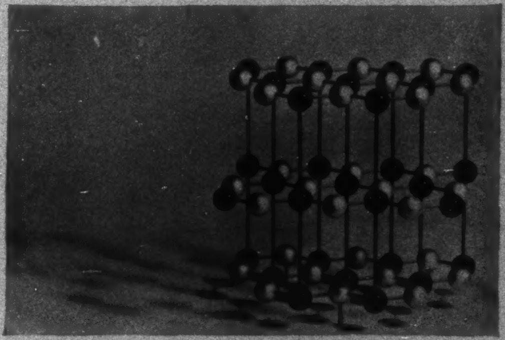


Fig. 8. Modell des Graphits

H. Ott

1928 № 2

ANNALEN DER PHYSIK
VIERTE FOLGE. BAND 85

---

1. *Eigenschwingungen einer Saite mit sinusförmiger Massenverteilung;*

von M. J. O. Strutt

Zusammenfassung

Das obige Problem wird mit Hilfe der Theorie der Mathieuschen Differentialgleichung gelöst. Einige von Lord Rayleigh aufgefundene Tatsachen werden durch die Theorie mathematisch neu begründet.

Die partielle Differentialgleichung einer frei schwingenden Saite:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\varrho}{P} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}, \tag{1}$$

wobei p die (konstante) Spannung, ϱ die (veränderliche) Masse in der Längeneinheit bedeuten, wird durch den Ansatz

$$z = y(x) \cdot \sin \lambda t$$

zurückgeführt auf die homogene gewöhnliche Gleichung:

$$\frac{d^2 y}{d x^2} + \frac{\varrho}{P} \cdot \lambda^2 \cdot y = 0\,. \tag{2}$$

Wir nehmen nun an, die Massendichte ϱ verlaufe sinusförmig:

$$\frac{\varrho}{P} = R + 2 h^2 \cdot \cos 2x\,. \tag{3}$$

Die Längeneinheit der x-Achse wählen wir derart, daß einer Periode der Massenverteilung gemäß (3) die Länge π entspricht (Fig. 1).

Setzen wir (3) in (2) ein, so entsteht die Mathieusche Differentialgleichung¹)

$$\frac{d^2 y}{d x^2} + \lambda^2 \cdot (R + 2 h^2 \cdot \cos 2x) \cdot y = 0\,. \tag{4}$$

---

1) E. T. Whittaker u. G. N. Watson, Modern Analysis S. 404, 1920; P. Humbert, Fonctions de Lamé et de Mathieu, 1926. Gauthiers-Villars. Im Anhang ist das Notwendigste über die Lösungen von (4) zusammengestellt.

Der Natur der Sache entspricht es, das gilt:

$$R > 2h^2.$$

Die ganze Saite habe die Länge $S \cdot \pi$, wobei S eine beliebige *ganze*[1]) Zahl bedeutet, während die Randbedingungen dahin lauten sollen, daß die Punkte $x = 0$ und $x = S\pi$ sich dauernd

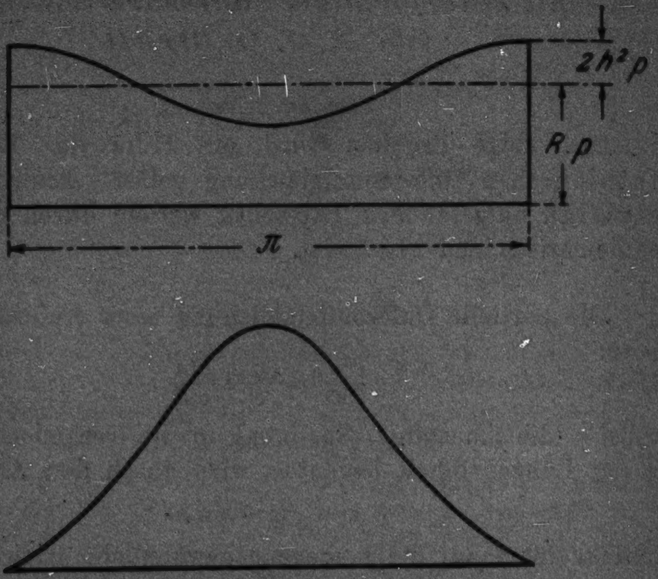


Fig. 1. Massenverteilung und Grundschwingungsform einer unhomogenen Saite

in Ruhe ($y = 0$) befinden. Unter diesen Umständen wird die homogene Randaufgabe gelöst durch die Mathieuschen Funktionen:

$$Se_{\left(\frac{m}{S}\right)}(\alpha^2, x), \tag{5}$$

mit

$$\alpha^2 = 2h^2\lambda^2,$$

$$m = 1, 2, 3, 4\ldots$$

Zu jeder dieser Funktionen gehört eine Beziehung:

$$R \cdot \lambda_m^2 = f_m(2 \cdot h^2 \cdot \lambda_m^2), \tag{6}$$

aus der *eine einzige reelle Wurzel* λ^2 hervorgeht (vgl. Anhang).

---

[1]) Bei S nicht ganz ergeben sich keine Mathieuschen Funktionen.

Aus (6) bestimmt sich somit der zur Lösung (5) gehörige Eigenwert λ_m und es lautet die vollständige, den vorgegebenen Randbedingungen genügende Lösung der Gleichung (1):

$$(7)\qquad Z = \sum_{m=1}^{m=\infty} Se_{\left(\frac{m}{s}\right)}(\alpha_m^2, x)\{A_m \sin\lambda_m t + B_m \cos\lambda_m t\},$$

wobei die Konstanten A_m und B_m aus den Anfangsbedingungen für $t = 0$ hervorgehen.

Falls diese lauten:

$$\text{für } t = 0: \begin{cases} z = F(x), \\ \dfrac{\partial z}{\partial t} = G(x), \end{cases}$$

so ergeben sich die Konstanten A_m und B_m wegen der Orthogonalitätseigenschaft[1] der $Se_{\left(\frac{m}{s}\right)}(\alpha_m^2, x)$ zu:

$$(8)\qquad B_m = \frac{\int\limits_0^{s\pi} F(x)\cdot Se_{\left(\frac{m}{s}\right)}(\alpha_m^2, x)\,dx}{\int\limits_0^{s\pi}\left\{Se_{\left(\frac{m}{s}\right)}(\alpha_m^2, x)\right\}^2 dx},$$

$$(9)\qquad A_m = \frac{\int\limits_0^{s\pi} G(x)\cdot Se_{\left(\frac{m}{s}\right)}(\alpha_m^2, x)\cdot dx}{\lambda_m\cdot\int\limits_0^{s\pi}\left\{Se_{\left(\frac{m}{s}\right)}(\alpha_m^2, x)\right\}^2\cdot dx},$$

wobei die Nennerintegrale der Ausdrücke (8) und (9) ausgeschrieben wurden, weil die Funktionen $Se_{\left(\frac{m}{s}\right)}(\alpha_m^2, x)$ in der Form, wie sie vorliegen und von uns benutzt werden, nicht normiert sind.

Durch die Gleichungen (6), (7), (8) und (9) ist das aufgestellte Problem vollständig gelöst.

Saiten mit sinusförmiger Massenverteilung wurden unter der Bedingung:

$$2h^2 < R$$

bereits von Lord Rayleigh betrachtet.[2] Er ging dabei aus von der „Störungsrechnung der homogenen Randaufgaben“. Ist in der Gleichung (2) der Quotient ϱ/P gegeben durch

---

[1] P. **Humbert**, a. a. O. S. 34 u. 35.

[2] Theory of Sound I. S. 216. 1926.

$$\frac{\varrho}{P} = a \cdot (1 + \varepsilon \cdot \sigma(x)),$$

wobei a eine Konstante, ε eine Konstante klein gegenüber der Einheit und $\sigma(x)$ eine willkürliche Funktion von x bedeuten, so werden die „gestörten“ Eigenwerte in erster Näherung gegeben durch¹)

$$(10) \qquad \lambda_m = \frac{m}{S \cdot \sqrt{a}} \cdot \left[1 + \frac{2\varepsilon}{S\pi} \int\limits_0^{S\pi} \sigma(x) \cdot \left(\sin \frac{m}{S} x\right)^2 \cdot dx\right]^{-1/2}.$$

Man kann nun (mit **Rayleigh**) folgendes überlegen. Wenn $\sigma(x)$ die Gestalt:

$$\sigma(x) = \cos \frac{x}{S}$$

hat, so bleiben sämtliche Eigenwerte gemäß (10) in erster Näherung ungeändert. Hat $\sigma(x)$ die Form:

$$\sigma(x) = \cos \frac{2x}{S},$$

so bleiben sämtliche Eigenwerte bis auf den ersten λ_1 ungeändert und allgemein bleiben bei:

$$\sigma(x) = \cos \frac{2m}{S} \cdot x$$

alle Eigenwerte bis auf den m-ten λ_m in erster Näherung ungeändert.

Mit Hilfe der vorstehenden Lösung und der bekannten Glieder der Reihenentwicklung für die **Mathieuschen** Funktionen gelingt es nun leicht, diese Verhältnisse numerisch näher zu verfolgen und zu überblicken. Wir setzen hierzu S gleich der Einheit (die Saitenlänge also gleich π), so daß die Lösungen (5) sich schreiben:

$$Se_m(\alpha_m^2, x), \qquad \text{mit } m = 1, 2, 3, 4 \ldots$$

Die zu diesen Lösungen gehörigen Beziehungen (6) haben für jede **Mathieusche** Funktion eine andere Form.

---

1) **Courant-Hilbert**, Meth. d. math. Phys. 1. S. 242.

Zu $Se_1(\alpha_1^2, x)$ gehört)[1]:

$$\bar R = 1 - \bar h^2 - \frac{\bar h^4}{8} + \frac{\bar h^6}{64} - \frac{\bar h^8}{1536} - \frac{\bar h^{10}}{36864} + \ldots, \tag{11}$$

zu $Se_2(\alpha_2^2, x)$:

$$\bar R = 4 - \frac{\bar h^4}{12} + \frac{15}{13824}\bar h^8 - \frac{289}{79626240}\bar h^{12} + \ldots, \tag{12}$$

zu $Se_3(\alpha_3^2, x)$:

$$\bar R = 9 + \frac{\bar h^4}{16} - \frac{\bar h^6}{64} + \frac{13}{20480}\bar h^8 + \frac{5}{16384}\bar h^{10} + \ldots \tag{13}$$

usw., wobei der Kürze halber gesetzt worden ist:

$$\bar R = R \cdot \lambda^2; \quad \bar h^2 = h^2 \cdot \lambda^2 = \alpha^2. \tag{14}$$

Die Kurven (11), (12) und (13) sind in Fig. 2 gezeichnet worden und bzw. mit Se_1, Se_2 und Se_3 bezeichnet. Für jeden bestimmten Fall ist ein bestimmtes Verhältnis der Größen $2h^2$ und R, also auch der Größen $2\bar h^2$ und $\bar R$ der Fig. 2 gegeben. Ein solches Verhältnis wird in der Fig. 2 als eine Gerade von bestimmter Neigung $\left(\text{stets } \operatorname{tg}\beta = \frac{2\bar h^2}{\bar R} < 1\right)$ dargestellt. Die Eigenwerte des Problems gehen hervor aus den Schnittpunkten

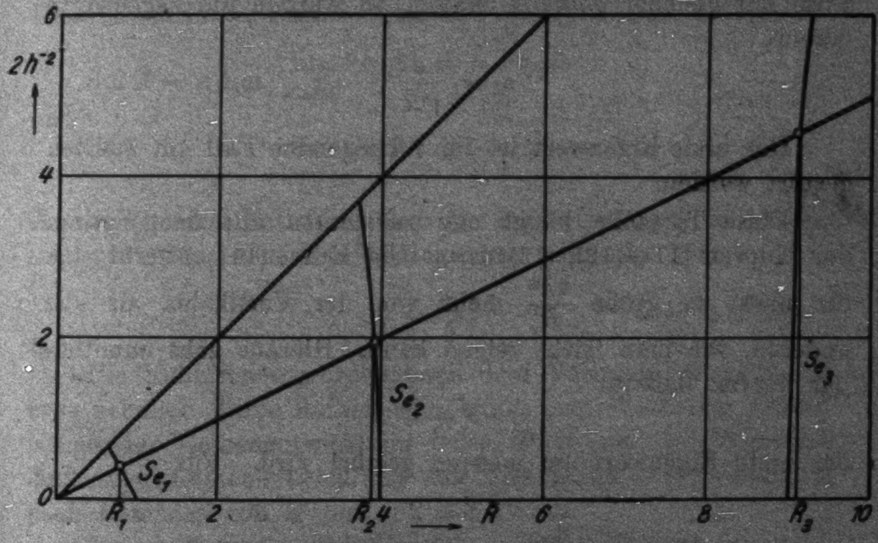


Fig. 2. Bestimmung der Eigenwerte

---

[1] E. Mathieu, Cours de Mathematique physique S. 135. 1873.

dieser Geraden mit den Kurven (11), (12), (13) usw. Man braucht nur zu beachten, daß die Abszissen dieser Schnittpunkte (nennen wir sie $\bar{R}_1$, $\bar{R}_2$, $\bar{R}_3, \ldots$) gemäß (14) ergeben:

$$(15) \qquad \lambda_1^2 = \frac{\bar{R}_1}{R}; \quad \lambda_2^2 = \frac{\bar{R}_2}{R}; \quad \lambda_3^2 = \frac{\bar{R}_3}{R}$$

usw. In der Fig. 2 ist diese Konstruktion durchgeführt worden für

$$\frac{R}{2h^2} = 2.$$

Es ergeben sich die Eigenwerte:

$$\lambda_1 = \frac{0{,}890}{\sqrt{R}}; \quad \lambda_2 = \frac{1{,}980}{\sqrt{R}}; \quad \lambda_3 = \frac{3{,}025}{\sqrt{R}}; \quad \lambda_4 = \frac{4{,}06}{\sqrt{R}}$$

usw. Wäre die „Störung“ $2h^2 \cos 2x$ gleich Null (also bei einer Saite mit gleicher *mittlerer* Masse), so würden die Eigenwerte lauten

$$\lambda_n = \frac{n}{\sqrt{R}}, \qquad \text{mit } n = 1, 2, 3, \ldots$$

Der erste Eigenwert ist im vorliegenden Fall am meisten gestört worden.

Diese Tatsache hängt eng zusammen mit dem Verlauf der Kurven (11), (12), (13) usw. Die Kurve (11) entfernt sich für nicht zu große $\frac{2h^2}{R}$ mehr von der Vertikalen als alle anderen, wie man leicht zeigen kann. Hieraus geht unmittelbar hervor, daß für

$$S = 1$$

der erste Eigenwert am meisten gestört wird. Für

$$S = 2$$

der zweite Eigenwert, für

$$S = n$$

der n-te Eigenwert.

Hiermit ist die von Rayleigh gefundene Tatsache mit Hilfe der Theorie von Mathieus Funktionen mathematisch neu begründet worden.

Es ergibt sich aus vorstehender Theorie die Möglichkeit, mit Hilfe der Eigenschwingungen von Saiten mit sinusförmiger Massenverteilung die Grenzkurven zwischen stabilen und labilen

Lösungsgebieten[1]) der Mathieuschen Differentialgleichung experimentell zu bestimmen, doch möchten wir an dieser Stelle nicht näher hierauf eingehen.

Anhang

Schreiben wir, unter Beibehaltung der früheren Bezeichnungen die Mathieusche Differentialgleichung:

$$\frac{d^2 y}{d x^2} + (R + 2 h^2 \cos 2x) \cdot y = 0 ,$$

so werden *periodische* Lösungen (und nur um solche kann es sich, solange S eine ganze Zahl ist, handeln) gegeben durch die Mathieuschen Funktionen:

$$S e_g (h^2, x) \text{ und } C e_g (h^2, x) .$$

Diese Funktionen sind so definiert, daß gilt:

$$\lim_{h^2 \to 0} S e_g (h^2, x) = \sin g x$$

und

$$\lim_{h^2 \to 0} C e_g (h^2, x) = \cos g x .$$

Im vorliegenden Fall (da $y = 0$ für $x = 0$) genügen nur Funktionen $S e_g (h^2, x)$ den Randbedingungen und zwar wenn:

$$g = \frac{m}{S}, \qquad m = 1, 2, 3, 4 \ldots$$

Die Funktionen werden nach dem Vorgange Mathieus[2]) etwa erhalten durch Reihenentwicklung nach Potenzen von h^2. Neben der Reihenentwicklung jeder Mathieuschen Funktion läuft eine Reihenentwicklung der zugehörigen Konstanten R nach Potenzen von h^2 her.

So erhält man z. B. (Fig. 1):

$$\begin{aligned} S e_1 (h^2, x) = \sin x + \frac{h^2}{8} \sin 3x + h^4 \left(\frac{\sin 5x}{192} + \frac{\sin 3x}{64} \right) \\ - h^6 \left(\frac{\sin 7x}{9216} + \frac{\sin 5x}{1152} + \frac{\sin 3x}{1536} \right) \\ + h^8 \left(\frac{\sin 9x}{737280} + \frac{\sin 7x}{49152} + \frac{\sin 5x}{24576} - \frac{11 \sin 3x}{36864} \right) + \cdots \end{aligned}$$

---

[1]) Ann. d. Phys. 84. S. 489. 1927.

[2]) E. Mathieu, Cours de Mathematique physique S. 126ff. 1873.

mit

$$(11)\quad \bar{R} = 1 - \bar{h}^2 - \frac{1}{8}\bar{h}^4 + \frac{1}{64}\bar{h}^6 - \frac{1}{1536}\bar{h}^8 - \frac{11}{36864}\bar{h}^{10} + \dots$$

Daß jede der Kurven

$$\bar{R} = f(\bar{h}^2)$$

von einer geneigten Geraden durch den Nullpunkt nur in *einem einzigen reellen* Punkte geschnitten wird, geht für die Mathieuschen Funktionen niedriger Ordnung bereits aus den bekannten Gliedern der Reihen hervor. Für die Mathieuschen Funktionen hoher Ordnung läßt sich dies (für den Fall, daß $\bar{R} > 2\bar{h}^2$ ist, der uns ausschließlich interessiert) zeigen mit Hilfe von Überlegungen, die Jeffreys[1]) angestellt hat.

Eindhoven, Natuurkundig Laboratorium der N. V. Philips Gloeilampenfabrieken, den 30. Oktober 1927.

---

[1]) H. Jeffreys, Proc. London Math. Soc. 23. S. 440. 1925.

(Eingegangen 19. Dezember 1927)

2. *Über Trägerrekombination in Gasen;*
von J. Schemel

(Gekürzte Dissertation der Heidelberger Naturw.-Mathem. Fakultät,
vorgelegt am 18. Juli 1927)

I. Einleitung

In einem leitenden Gas erfolgt bei homogener Trägerverteilung die Wiedervereinigung der Träger nach der Beziehung:

$$\frac{dn}{dt} = -\alpha n^2, \tag{1}$$

falls beide Vorzeichen in gleicher Zahl vertreten sind. Die Größe α ist der sogenannte Rekombinationskoeffizient mit der Dimension cm^3/sec^{-1}. Da der Betrag von α außer von den Bedingungen des Drucks und der Temperatur von der Natur der Träger und der Art des Rekombinationsvorgangs abhängt, so ist seine Kenntnis nicht nur von praktischer Bedeutung, sondern auch geeignet, einen Einblick in den Rekombinationsvorgang[1]) selbst zu gewähren.

Die hier vorausgesetzte homogene Trägerverteilung ist wegen des diskreten Charakters jeder Strahlung, zum mindesten während der Trägerbildung, nicht streng vorhanden, sondern die Träger konzentrieren sich vorzugsweise auf die einzelnen Strahlwege, es bilden sich sogenannte Trägerkolonnen. Die Ausbildung solcher diskreter Kolonnen ist besonders ausgeprägt im Falle der Bestrahlung mit α-Strahlen. Die Trägerkonzentration ist hier ursprünglich besonders stark inhomogen. Die Gesamterscheinung der Rekombination kann daher in diesen Fällen nicht einfach durch die obengenannte Gesetzmäßigkeit wiedergegeben werden. Man kann aber umgekehrt versuchen, aus dem Ablauf der Rekombination Näheres über die Art der Inhomogenität, d. h. über die Kolonnenbildung und Kolonnenstruktur auszusagen.

---

[1]) P. Lenard, Ann. d. Phys. 9. S. 642. 1902; Sitzungsber. d. Heidelb. Akad. 1914, A 17; J. J. Thomson, Phil. Mag. 47. S. 337. 1924.

Die bisher vorliegenden Methoden der Rekombinationsmessung haben in der Hauptsache den Zweck verfolgt, Absolutwerte des oben definierten Rekombinationskoeffizienten α und seine Abhängigkeit von Druck und Temperatur zu ermitteln. Dieselben können in zwei Gruppen eingeteilt werden:

1. *Direkte Methoden*, bei denen der Rekombinationsvorgang unmittelbar Gegenstand der Beobachtung ist.

2. *Indirekte Methoden*, welche die Rekombination in Begleitung anderer Vorgänge (Beweglichkeit, Diffusion) im leitenden Gas zu untersuchen gestatten.

Wir gehen hier nur auf die ersteren ein, da nur sie mit der gegenwärtigen Arbeit Berührungspunkte haben. Sie sind die einfachsten und die am frühesten angewandten Methoden und bedienen sich zur Bestimmung des Rekombinationskoeffizienten im wesentlichen nur der obengenannten Grundgleichung der Rekombination.

a) Strömungsmethode[1])

Mit Hilfe einer konstanten Strahlenquelle leitend gemachtes Gas strömt mit konstanter Geschwindigkeit durch ein Rohr, wobei es zwei in demselben verschieblich angebrachte Meßkondensatoren passiert. Die beiden Kondensatoren messen die Trägerdichten an zwei Stellen des Rohres. Der Unterschied der beiden Trägerdichten stellt direkt die durch Rekombination pro Kubikzentimeter in derjenigen Zeit verschwundene Trägermenge dar, die das Gas braucht, um die Entfernung der beiden Kondensatoren zu durchlaufen. Hierbei gilt die aus Gleichung (1) durch Integration folgende Gleichung:

$$\frac{1}{n_2} - \frac{1}{n_1} = \alpha(t_2 - t_1),$$

wobei sich die Indizes auf die beiden Kondensatorstellungen beziehen.

---

[1]) **E. Rutherford**, Phil. Mag. **44**. S. 422. 1897; **47**. S. 109. 1899; **S. P. Townsend**, Phil. Trans. **193**. S. 129. 1900.

b) Abklingungsmethode[1]

Ein Gas wird in einem Kondensator durch Bestrahlung leitend gemacht. Nach Abstellen der Strahlung bleibt das Gas sich selbst überlassen, so daß die gebildeten Träger der Rekombination unterliegen. Die nach bestimmter Zeit noch vorhandene Trägermenge wird gemessen. Auf diese Weise kann der Trägerabfall verfolgt und α mittels der Gleichung:

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n_0} = \alpha \cdot t$$

bestimmt werden, wobei n_0 die anfängliche und n die nach der Abklingungsdauer t vorhandene Trägerdichte darstellt.

c) Gleichgewichtsmethode[2]

Ein Gas wird in einem abgeschlossenen Raum so lange bestrahlt, bis die durch Rekombination in der Sekunde verschwindende Trägermenge gleich geworden ist der in der Sekunde gebildeten Trägermenge. Der Vorgang besteht in einem dynamischen Gleichgewicht; die sich hierbei einstellende Trägermenge heißt Gleichgewichtsmenge; es ist: $\alpha n_0^2 = q$, wobei n_0 die Dichte der Träger im Gleichgewichtszustand und q die Zahl der pro Kubikzentimeter und Sekunde gebildeten Träger bedeutet.

d) Anstiegsmethode[3]

Ein Gas wird durch Bestrahlung mit konstanter Strahlenquelle leitend gemacht. Mit wachsender Strahlungsdauer bildet sich eine Trägermenge aus, deren Dichte n nach folgender Gleichung ansteigt:

$$\frac{dn}{dt} = q - \alpha \cdot n^2,$$

oder integriert:

$$n = \sqrt{\frac{q}{\alpha}} \cdot \frac{e^{2t\sqrt{q \cdot \alpha}} - 1}{e^{2t\sqrt{q \cdot \alpha}} + 1}.$$

Als Spezialfall geht hieraus für unendlich lange Strahlungsdauer die Gleichgewichtsmethode hervor.

---

[1] E. **Rutherford**, a. a. O.; R. **Mc Clung**, Phil. Mag. 3. S. 283. 1902; S. J. **Plimpton**, Phil. Mag. 25. S. 65. 1913.

[2] R. **Mc Clung**, Phil. Mag. 3. S. 283. 1902; 6. S. 655. 1903; 8. S. 211. 1904; L. L. **Hendren**, Phys. Rev. 21. S. 314. 1905.

[3] G. **Rümelin**, Ann. d. Phys. 43. S. 821. 1914.

Die zuverlässige Anwendung jeder der genannten Methoden setzt eingehende Kritik und möglichst weitgehende Variation der Versuchsweise voraus, da nur in solchem Fall die möglichen Fehlerquellen in ihrem Einfluß auf die Ergebnisse quantitativ erkannt und gegebenenfalls eliminiert werden können. Es muß insbesondere der Einfluß der schwer vermeidbaren Diffusion der Träger und die etwaige Abhängigkeit der Rekombination von zeitlichen Veränderungen der Verhältnisse im Beobachtungsraum systematisch verfolgt werden. Dieser Forderung kommen die bisherigen Untersuchungen nur sehr unvollkommen nach.

Die gegenwärtige Arbeit will demgegenüber die Rekombinationserscheinung unter möglichst allgemeinen Gesichtspunkten und gleichzeitig von den verschiedensten Seiten verfolgen, um auf diese Weise den eigentlichen Rekombinationsvorgang, soweit als möglich von störenden Fehlerquellen befreit, in seinen Einzelheiten klarzulegen. Die Beobachtung erfolgt deshalb nicht nach einer einzigen speziellen Methode, sondern es wird versucht, aus der Kombination von mehreren Methoden zu klaren Einblicken zu gelangen. Besonderer Wert wurde auf Fernhaltung der Träger von den Gefäßwänden gelegt, um Störungen durch Abdiffundieren von Trägern zu vermeiden.

Wir verfolgen sowohl den *zeitlichen Anstieg* der während der Bestrahlung eines Gases im feldfreien Raum sich ausbildenden Trägerzahl als den *Gleichgewichtswert* und den *Abfall* der Trägermenge von sehr verschiedenen Höhen der Anstiegskurve aus. Als Strahlenquelle dient ein α-strahlendes Poloniumpräparat, um gerade die Erscheinung der Kolonnenbildung hervortreten zu lassen. Die Auswertung der Beobachtungen dient nicht nur der Ermittelung des Rekombinationskoeffizienten und seiner Abhängigkeit von verschiedenen Versuchsbedingungen, insbesondere von der Temperatur, sondern auch der Ergründung der Eigenschaften der Trägerkolonnen.

Während die letztere Frage mit Hilfe direkter Methoden noch kaum experimentell untersucht worden ist[1]), liegen über den Rekombinationskoeffizienten eine Reihe von Angaben vor, wie sie mit den obengenannten Verfahren gefunden worden sind. Über die Abhängigkeit des Rekombinationskoeffizienten vom Druck sind nur wenig übereinstimmende Resultate erzielt worden. Mittels der Gleichgewichtsmethode[1]) ergab sich für Luft zwischen $^1/_3$ und 3 Atmosphären Unabhängigkeit, während die indirekten Methoden[2]) mehr oder weniger starke Abnahme mit sinkendem Druck ergaben. Die einzige Untersuchung[3]) nach der Anstiegsmethode zeigte eine kaum nennenswerte Abnahme mit sinkendem Druck. Über Temperaturabhängigkeit sind nur drei Messungen bekannt. Zwei derselben[4]) widersprechen einander direkt, die dritte[5]) ist zu einer unmittelbaren Aussage nicht brauchbar, da bei konstantem Druck gearbeitet wurde.

---

[1]) Über die Untersuchung nach einer indirekten Methode bzw. nach theoretischen Gesichtspunkten vgl. M. Moulin, Ann. Phys. chim. **22**. 1911 und G. Jaffé, Ann. d. Phys. **43**. S. 303. 1914.

Der Stand dieser Kenntnisse über die Rekombination ist mithin ein unbefriedigender, so daß es wünschenswert erschien, neue Untersuchungen über diesen Gegenstand, vornehmlich über das Temperaturverhalten anzustellen. Die ursprüngliche Absicht, sich Verhältnissen zu nähern, wie sie in Flammen vorliegen[6]), konnte allerdings auf dem hier eingeschlagenen Wege wegen der geringen Temperaturbeständigkeit der Strahlenquelle nicht durchgeführt werden.

II. Versuchsanordnung

1. Versuchsröhre

Fig. 1 stellt die Ansicht der Versuchsröhre dar. Der weitere Teil derselben, der zur Aufnahme des Meßkondensators *K* diente, hatte einen Durchmesser von 6,5 cm und eine Länge von 20 cm. Nach links setzte sich eine etwa 20 cm lange engere Röhre an, die mittels eines an ihr angebrachten Schliffes die Stabelektrode *E* trug. Die darüber befindliche

---

1) **R. McClung**, a. a. O.

2) **P. Langevin**, Ann. Phys. chim. 28. S. 333. 1903; Journ. Phys. 4. S. 322. 1905; **T. Retschinsky**, Ann. d. Phys. 17. S. 518. 1905; **L. Hendren**, a. a. O.; **Thirkill**, Proc. Roy. Soc. 88. S. 477. 1913.

3) **G. Rümelin**, a. a. O.

4) **R. McClung**, Phil. Mag. 8. S. 211. 1904; **H. Erikson**, Phil. Mag. 23. S. 328. 1912.

5) **S. J. Philips**, Proc. Roy. Soc. 83. S. 246. 1910.

6) **P. Lenard**, a. a. O.

Röhre T enthielt ein Thermometer, das in das Metallröhrchen r am Meßkondensator hineinreichte und dessen Temperatur abzulesen gestattete. Der Röhrenteil, der sich nach rechts anschloß, ging über ein Kühlrohr zur Pumpe. Ein Quecksilberbarometer erlaubte den in der Röhre herrschenden Druck zu messen, und eine mit Phosphorsäure gefüllte Kugel sorgte für Trocknung der Gasfüllung. Die Trockenkugel konnte mittels eines Schliffes entfernt werden; auf diese Weise war es möglich, ins Innere der Röhre zur Präparatfassung P zu gelangen.

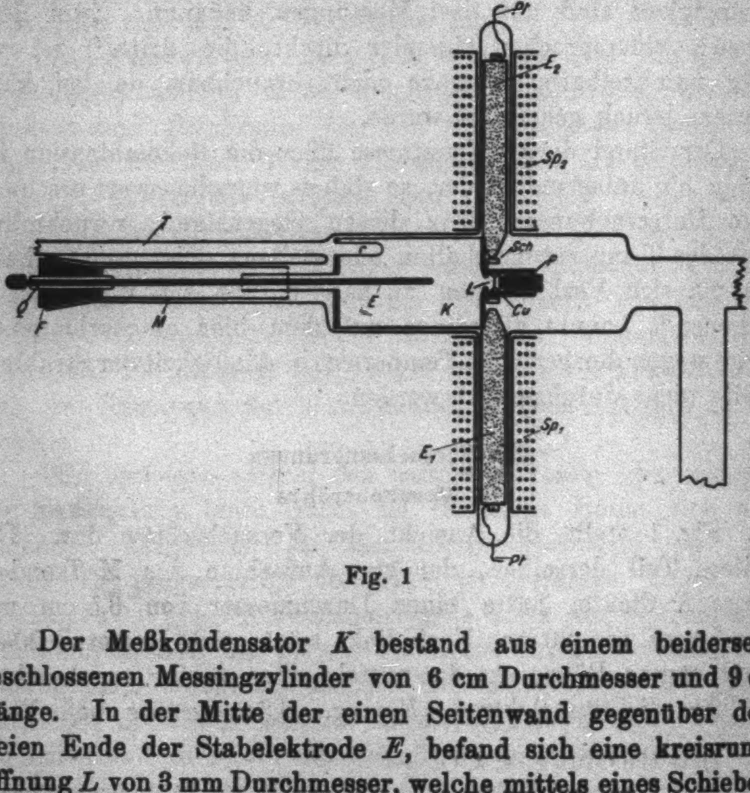


Fig. 1

Der Meßkondensator K bestand aus einem beiderseits geschlossenen Messingzylinder von 6 cm Durchmesser und 9 cm Länge. In der Mitte der einen Seitenwand gegenüber dem freien Ende der Stabelektrode E, befand sich eine kreisrunde Öffnung L von 3 mm Durchmesser, welche mittels eines Schiebers *Sch* geöffnet und geschlossen werden konnte, und durch welche die zur Trägerbildung benutzten Alphastrahlen eines Poloniumpräparates[1]) eintreten konnten. Die Figur zeigt das Loch in geöffnetem Zustande. Die Stabelektrode *E* bestand aus einem 30 cm langen, 3 mm starkem Messingstab, der in der Achse des Kondensators in denselben hineinragte. Das freie Ende hatte von der gegenüberliegenden Kondensatorwand einen Abstand von 3 cm. Die Elektrode wurde gehalten durch eine stets geerdete Messingfassung *F*, von welcher sie durch ein Quarzröhrchen *Q* isoliert war. Die mit der Fassung verbundene Messingröhre *M* diente zum elektrostatischen Schutz der Elektrode.

---

[1]) Dasselbe wurde in entgegenkommender Weise von der Chininfabrik Braunschweig geliefert.

Die Betätigung des Schiebers geschah elektromagnetisch. Zu diesem Zweck waren am Kondensator zwei Stäbe E_1 und E_2 aus weichem Eisen befestigt, die als Kerne zweier Magnetspulen *Sp* dienten. Durch Einschalten eines Stromes in die Magnetspulen konnte der Schieber zwischen den beiden Eisenkernen hin- und herbewegt und das Loch *L* dadurch geöffnet und geschlossen werden.

Das Präparat saß in der Fassung *P*, die zugleich dem Schieber als Führung diente. Sie hatte in ihrer Achse eine konische Bohrung, deren kleinster Durchmesser von 4 mm vom Loch *L* den Abstand 4 mm hatte. Diese Bohrung diente als Blende für die durch sie hindurchtretenden Alphastrahlen, so daß, da das Loch *L* genau 3 mm Durchmesser hatte, ein geometrisch wohldefiniertes Bündel von Alphastrahlen in den Kondensator eindringen konnte.

Cu ist eine Kupferschraube, auf deren kreisrunder Vorderfläche von 5 mm Durchmesser das Polonium niedergeschlagen war. Unmittelbar vor der strahlenden Fläche war eine für Alphastrahlen durchlässige Aluminiumfolie festgeklemmt, um eine bleibende Leitfähigkeit des Kondensators durch etwa einfallende Teile des Präparats zu verhüten.

2. Stromschaltung für die Magnetspulen

Bei der zur Anwendung gekommenen Methode kam es darauf an, die Alphastrahlen eine ganz bestimmte Zeit in den Meßkondensator einstrahlen zu lassen, das Loch *L* also eine ganz bestimmte Zeit geöffnet zu halten. Dies geschah durch eine aus Fig. 2 ersichtliche Schaltung des die beiden Magnetspulen *Sp* durchfließenden Stromes. Sp_1 und Sp_2 sind die beiden Magnetspulen der Versuchsröhre; *J* ist die

Stromquelle und A_1 und A_2 schematisch dargestellte Schalter. Ein schweres Pendel, an welchem diese Schalter eingestellt werden konnten, sorgte für die Betätigung derselben. 1′, 2′, 3′ und 1″, 2″, 3″ sind Kontaktstellen der Schalter A_1 bzw. A_2, welche durch das Pendel gelöst oder geschlossen werden konnten. Zu Anfang sind die Kontaktstellen 1′, 2′ und 1″, 2″ miteinander verbunden. Der Strom fließt durch die Magnetspule Sp_1; der Schieber kommt in solche Stellung, daß das Loch L geschlossen ist; das Präparat kann nicht in den Kondensator einstrahlen. Kommt das Pendel in Richtung des eingezeichneten Pfeiles (Fig. 2) heran, so löst es beim Passieren des Schalters A_1 durch einen Schlag gegen einen Hebel H_1 den Kontakt 1′ 2′ und schließt gleichzeitig den Kontakt 1′ 3′. Während der Strom in Sp_1 unterbrochen wird, durchfließt er, über 1′ 3′, 1″ 2″ gehend, die Spule Sp_2. Das Magnetfeld von Sp_2 reißt den Schieber in solche Lage, daß das Loch L geöffnet ist. Das Präparat strahlt in den Kondensator ein während der ganzen Zeit, die das Pendel braucht, um den Weg vom Schalter A_1 nach A_2 zurückzulegen. Schlägt das

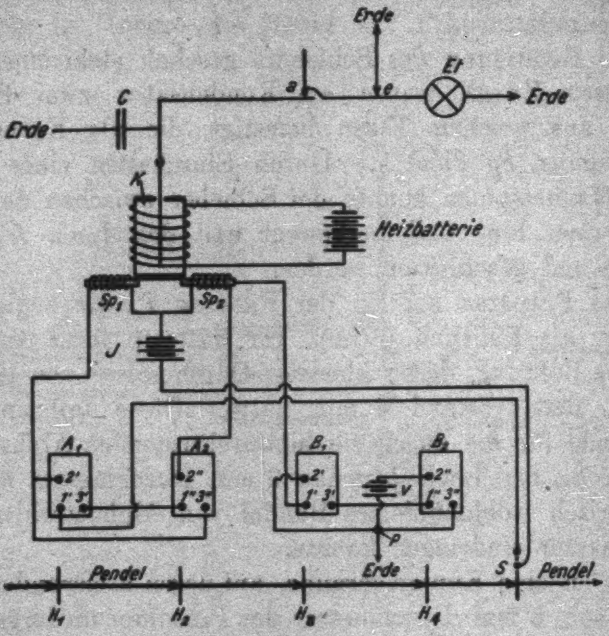


Fig. 2

Pendel an den Hebel H_2 des Schalters A_2, so wird der Kontakt 1″ 2″ gelöst und gleichzeitig 1″ 3″ geschlossen. Der Strom fließt jetzt durch die Magnetspule Sp_1; der Schieber wird wieder in seine ursprüngliche Lage zurückgerissen, die Strahlung des Präparats unterbrochen. (Auf Verzögerungen bzw. tote Zeiten, die bei dieser Schaltung auftreten, haben wir noch ausfürlich einzugehen (III, 2)).

Die beiden Schalter A_1 und A_2, die nur den Zweck haben, einen Kontakt 12 aufzuheben und gleichzeitig einen Kontakt 13 zu schließen, wurden so gebaut, daß beide Vorgänge so weit als irgendmöglich zeitlich zusammenfielen. Der bewegliche Teil hatte hierbei nur einen Weg von etwa 1 mm zu durchlaufen. (Näheres vergleiche die Dissertation.)

3. Schaltung für die Röhrenspannung

Die Schaltung hat den Zweck, an den anfänglich geerdeten Kondensator in einem bestimmten Augenblick Spannung anzulegen, dieselbe später wieder abzuschalten und den Kondensator zu erden.

Die Zuführung der Spannung an den im Innern der Röhre befindlichen Kondensator erfolgt durch die beiden an den Enden der Eisenkerne E_1 und E_2 befestigten Platindrähten *Pt* (Fig. 1).

Die Schaltung der Röhrenspannung ist in Fig. 3 schematisch dargestellt. *K* stellt den Kondensator und *V* die benutzte Spannungsquelle dar; B_1 und B_2 sind Schalter genau derselben Bauart, wie die Schalter A_1 und A_2, die ebenfalls durch das Pendel in Tätigkeit gesetzt werden. Im Anfang ist 1′ mit 2′ und 1″ mit 2″ verbunden. Der Kondensator ist geerdet. Schlägt das Pendel gegen B_1, so wird Kontakt 1′2′ aufgehoben und gleichzeitig 1′3′ hergestellt. Der Kondensator wird auf diese Weise mit *V* verbunden und kommt daher auf Spannung, und zwar so lange, bis das Pendel am Schalter B_2 den Kontakt 1″2″ löst und 1″3″ herstellt. Dadurch wird die Spannungsbatterie wieder von der Kondensatorleitung abgeschaltet und der Kondensator geerdet.

Zur Beseitigung von Kontaktpotentialen wurde zwischen *P* und der Erdleitung eine variable Spannungsquelle eingeschaltet (IV, 1).

4. Das Pendel

Zur Betätigung der Schalter und zur Messung der Zeiten wurde ein Helmholtzsches Pendel benutzt. Die Pendelmasse bestand aus einem schweren Eisenklotz, der auf seinem Weg durch den Anschlag an die Schalterhebel praktisch nicht gehemmt wurde. Die Schalter waren auf einem horizontalen Brett, das eine Zeitskala trug, verschiebbar angebracht. Die Berechnung der Zeitskala geschah nach den folgenden Formeln, welche die Theorie des physischen Pendels liefert:

$$t = \frac{T}{2\pi\left\{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2\frac{\varphi_0}{2} + \ldots\ldots\right\}}\{F(k, \psi_0) - F(k, \psi)\}$$

$$k^2 = \sin^2\frac{\varphi_0}{2}, \qquad \sin\frac{\varphi}{2} = k \cdot \sin\psi .$$

Dabei bedeuten:

t = Zeit nach Beginn der Pendelbewegung,

T = Schwingungsdauer des Pendels (2 sec),

φ = die zur Zeit t gehörige Winkelamplitude,

φ_0 = Maximalamplitude,

$F(k,\psi)$ = Elliptisches Integral erster Gattung in der Legendreschen Normalform.

Der ganze meßbare Zeitbereich des Pendels umfaßt $^1/_2$ Sekunde.

5. Verschiedenes

Der weitere Teil der Röhre (Fig. 1), der den Kondensator enthielt, war mit einer in Asbestmasse eingebetteten Heizspule versehen (Fig. 2). Die Röhre konnte beliebig lange Zeit auf konstanter Temperatur gehalten werden; auch konnte auf eine gewünschte Temperatur leicht eingestellt werden.

Zur Messung der Elektrizitätsmengen wurde ein Quadrantenelektrometer verwendet, dessen Empfindlichkeit bei einer Nadelspannung von 50 Volt etwa 600 Skalenteile pro Volt betrug.

Die Kapazität der Stabelektrode mit parallelgeschaltetem Kondensator C (Fig. 2) betrug 195 cm.

Spannungsquelle war meist ein 500zelliger variabler Akkumulatorenschrank; für besondere Messungen standen Akkumulatoren bis 1500 Volt zur Verfügung. Für höhere Spannungen wurde eine 20plattige Influenzmaschine benutzt.

III. Meßweise

1. Gang einer Messung

Die Elektrode mit der parallelgeschalteten Kapazität C und dem Elektrometer *El* (vgl. Fig. 2) wurden mittels des Erdschlüssels *e* geerdet, das Kontaktpotential im Kondensator beseitigt (IV, 1), das Pendel in seine Anfangslage gehoben und die Schalter am Skalenbrett richtig eingestellt. Dann wurde der Stromschlüssel *S* geschlossen, durch den Abschalter *a* das Elektrometer von der Elektrode getrennt und das Pendel aus seiner Lage gelöst, so daß es die Strom- und Spannungsschalter betätigte und schließlich den Stromschlüssel *S* wieder öffnete. Hierauf wurde das Elektrometer enterdet und mittels des Schlüssels *a* wieder mit der Elektrode verbunden und der Ausschlag am Elektrometer abgelesen.

2. Tote Zeiten

Die Betätigung eines Stromschalters durch das Pendel und das tatsächliche Öffnen bzw. Schließen des Präparatverschlusses durch den Schieber *Sch* erfolgte nicht gleichzeitig. Es trat eine Verzögerung, die „tote Zeit“ auf, hervorgerufen durch die zeitlich erfolgende Ausbildung des Magnetfeldes und durch die Trägheit und die Reibung des in Bewegung zu setzenden Schiebers. Sowohl beim Öffnen trat eine tote Zeit τ_1 auf, als auch eine solche τ_2 beim Schließen. Die Kenntnis der toten Zeiten war für eine zuverlässige Messung unbedingt erforderlich.

Zunächst wurde die Differenz $\tau_1 - \tau_2 = \Delta\tau$ bestimmt. Die Schalter wurden in der Reihenfolge $B_1 \rightarrow A_1 \rightarrow B_2$ auf dem Skalenbrett festgemacht und der Schalter A_2 zwischen A_1 und B_2 verschoben, also die Strahlungsdauer des Präparats variiert. Die auf diese Weise während der ganzen Strahlungsdauer angelegte Spannung betrug 1000 Volt. Trägt man als Abszisse die von A_1 bis A_2 gemessene Zeit und als Ordinate die abgefangene Trägermenge auf, so erhält man die in Fig. 3 wiedergegebene Kurve I. Nach 0,20 Sek. nimmt die Kurve streng linearen Lauf an; im Anfang ist eine Abweichung von der Geraden vorhanden. Verlängert man die Gerade rückwärts, so gibt der Schnitt mit der Abszissenachse gerade die Differenz $\Delta\tau$ der toten Zeiten an, die in Fig. 3 0,005 Sek.

beträgt; also $\tau_2 = \tau_1 + 0{,}005$ Sek. Die Verzögerung beim Schließen war also 0,005 Sek. länger als beim Öffnen. In Wirklichkeit strahlte daher das Präparat 0,005 Sek. länger als die Abszisse angibt.

Durch genaues horizontales Einrichten der Röhre konnte erreicht werden, daß $\Delta \tau = 0$, also $\tau_1 = \tau_2$ wurde, so daß die an der Pendelskala eingestellten Zeitdifferenzen auch übereinstimmten mit den tatsächlichen Öffnungszeiten. Im Laufe aller angestellten Messungen blieb die Röhre so eingerichtet.

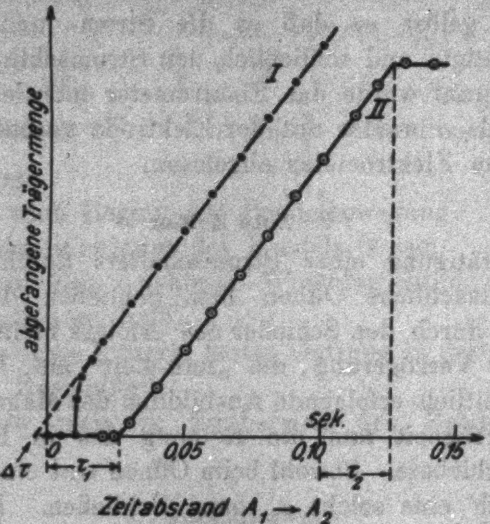


Fig. 3

Auch die wirklichen toten Zeiten, deren Kenntnis notwendig war, konnten ermittelt werden: Die Schalter A_1, A_2 und B_1 wurden in der Reihenfolge $B_1 \rightarrow A_1 \rightarrow A_2$ fest eingestellt, so daß der Zeitabstand $A_1 A_2$ ein zehntel Sekunde betrug. Der Spannungsschalter B_2 wurde hinter B_1 verschoben. Trägt man als Abszisse die Zeitdistanz $A_1 B_2$ ab, als Ordinate die bei 1000 Volt Kondensatorspannung abgefangene Trägermenge, so ergibt sich Kurve II in Fig. 3. Die Kurve weist zwei scharfe Knicke auf, welche die toten Zeiten unmittelbar angeben. Es war $\tau_1 = \tau_2 = 0{,}026$ Sek.

Eine Änderung der toten Zeiten bei Erhitzen der Röhre konnte selbst bei der höchsten zur Verwendung gekommenen Temperatur von 253° C nicht festgestellt werden.

IV. Messungen

1. Allgemeines

Die Änderungen der Trägerdichte an einer bestimmten Stelle eines ruhenden leitenden Gases läßt sich auf vier Ursachen zurückführen.

1. Trägerbildung, die eine Vermehrung der Träger bewirkt;

2. Rekombination, die eine Verminderung der Träger bewirkt;

3. Diffusion, die durch Fortführung von Trägern eine Vermehrung oder Verminderung hervorbringen kann;

4. Bewegung der Träger im elektrischen Feld, wodurch wie unter 3. die Trägerdichte vergrößert oder verkleinert werden kann.

Gemäß diesen vier Ursachen läßt sich die zeitliche Änderung der Trägerdichte durch folgende Differentialgleichungen beschreiben:

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial n^+}{\partial t} = q - \alpha n^+ n^- + k^+ \cdot \Delta n^+ - w^+ \operatorname{div}(n^+ \mathfrak{E}) \\ \dfrac{\partial n^-}{\partial t} = q - \alpha n^+ n^- + k^- \cdot \Delta n^- - w^- \operatorname{div}(n^- \mathfrak{E}). \end{cases}$$

Dabei bezieht sich das Zeichen + auf die positiven, das Zeichen − auf die negativen Träger, und es bedeuten:

n = Trägerdichte,

q = Trägerbildung, d. i. die Zahl der pro Kubikzentimeter und Sekunde gebildeten Trägerpaare,

k = Diffusionskoeffizient,

w = Wanderungsgeschwindigkeit der Träger im elektrischen Einheitsfeld,

$\mathfrak{E}$ = elektrische Feldstärke,

Δ = Symbol für die Laplacesche Operation.

Wir können im folgenden von der vierten Ursache absehen, also die Abwesenheit eines elektrischen Feldes annehmen, wie es bei unsern Versuchen der Fall sein wird. Ferner wollen wir die Diffusionskoeffizienten der beiden Trägersorten als gleich voraussetzen: $k^+ = k^- = k$ und uns auf den zumeist vorkommenden Fall beschränken, daß die Dichten der beiden Trägerarten einander gleich sind: $n^+ = n^- = n$. Dann reduzieren sich die Gleichungen (1) auf die eine:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = q - \alpha n^2 + k \cdot \Delta n. \tag{2}$$

Für ein trägerhaltiges Volumen V endlicher Ausdehnung erhält man:

$$\int^V \frac{\partial n}{\partial t} dv = \int^V q\, dv - \alpha \int^V n^2 dv + k \int^V \Delta n\, dv,$$

wobei die Trägerverteilung n und die Trägerbildung q als Funktionen des Ortes aufzufassen sind, die im besonderen auch konstant sein können.

Ist N die zur Zeit t in diesem Volumen V *vorhandene* Trägermenge und Q die in diesem Volumen pro Sekunde *gebildete* Trägermenge, so ist:

$$N = \int^V n\, dv, \qquad Q = \int^V q\, dv,$$

also:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = Q - \alpha \int^V n^2 dv + k \int^V \Delta n\, dv. \tag{3}$$

Da das letzte Glied, das Diffusionsglied, diejenige Änderung der Träger im Volumen V darstellt, die durch den Diffusionsfluß durch die Oberfläche dieses Volumens hervorgebracht wird, so wird im allgemeinen dieses Glied nicht verschwinden. Es kann jedoch zum Verschwinden gebracht werden — und dieser Fall wird bei unseren Versuchen realisiert werden —, indem man dafür sorgt, daß eine Diffusion durch die Oberfläche nicht stattfindet. Zu diesem Zweck ist es vor allem nötig, die Träger fern von allen Gefäßwänden im Innern des Gases zu erzeugen, so daß das trägerhaltige Volumen rings umgeben ist von Gas, das keine Träger enthält. Allerdings ist es dann notwendig, das trägerhaltige Volumen nicht als konstant anzusehen, sondern als veränderlich mit der Zeit, da die Träger infolge ihrer Diffusionswanderung das Volumen langsam anwachsen lassen. Wir wollen zum Zeichen der Veränderlichkeit das trägerhaltige Volumen mit einem Stern versehen; dann folgt aus (3):

$$\frac{\partial N}{\partial t} = Q - \alpha \int^{V^*} n^2 dv. \tag{4}$$

In Ermangelung einer näheren Kenntnis kann man die Trägerverteilungsfunktion n, die sehr kompliziert sein kann, in erster Annäherung als Konstante auffassen; dann wird das Integral lösbar:

$$\int^{V^*} n^2 \, d v = \frac{N^2}{V^*}.$$

Den dadurch in Gleichung (4) entstehenden Fehler kann man ausgleichen, indem man an Stelle des Rekombinationskoeffizienten α eine neue Größe α^* einführt mittels der Gleichung:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = Q - \alpha^* \frac{N^2}{V^*}. \tag{5}$$

Hierbei gewinnt α^* eine ähnliche Bedeutung wie α, denn es stellt ein Maß für die Rekombination in der Volumeinheit dar unter der Annahme, daß die Trägerzahl n im ganzen Volumen V^* gleichmäßig verteilt sei. Da dies in Wirklichkeit nicht der Fall ist, so wird α^* einen vom Rekombinationskoeffizienten α verschiedenen Wert annehmen, weshalb wir α^* als *Rekombinationswert*, im Gegensatz zum Rekombinations*koeffizienten* bezeichnen wollen. Aus den Gleichungen (4) und (5) erhält man den Zusammenhang des Rekombinationswerts α^* mit α:

$$\alpha^* = \alpha \cdot V^* \frac{\int^{V^*} n^2 \, d v}{N^2}. \tag{6}$$

Hiernach erscheint α^* nicht als Konstante wie der Rekombinationskoeffizient, sondern als eine Funktion der Zeit und der Trägerverteilung (n und V^*), die ihrerseits wieder von der räumlichen Trägerbildung q abhängt.

Die Trägerverteilungsfunktion n wird im allgemeinen ziemlich kompliziert sein. Denn außer am Rande des trägerhaltigen Volumens V^*, wo ein Abfall der Trägerdichte auf Null stattfindet, sind im Innern von V^* stets auch noch Konzentrationsunterschiede vorhanden, da dieselben immer als unvermeidbare Begleiterscheinung bei der Trägerbildung, und zwar sowohl durch Hochfrequenzstrahlen als auch durch Korpuskularstrahlen auftreten. Bei α- und Kathodenstrahlen, die, wie man weiß, Träger in sogenannten Kolonnen bilden, hat man selbst innerhalb einer Kolonne noch Konzentrationsdifferenzen.[1] Bei

---

[1] W. H. Bragg u. R. D. Kleemann, Phil. Mag. 11. S. 466. 1906.

Trägerbildung durch Hochfrequenzstrahlen haben wir dieselbe Erscheinung, da in diesem Fall die Trägerbildung nicht unmittelbare Wirkung der Strahlung ist, sondern auf lichtelektrisch erzeugte Elektronen zurückgeht. Die Konzentrationsunterschiede sind nun niemals zu beseitigen, solange noch Strahlung stattfindet. Nach Abstellen der Strahlung jedoch verwischen sich die Unterschiede infolge von Trägerdiffusion und hauptsächlich auch durch Rekombination, da beide Vorgänge im Sinne eines Ausgleichs wirken. Man wird daher, wenn man eine Trägermenge nach Aufhören der Strahlung verfolgt, allmählich auf dem Zustand gleichmäßiger Verteilung angelangen müssen. In diesem Grenzfall wird der Rekombinationswert α^* identisch sein mit dem wirklichen Rekombinationskoeffizienten α, da hier die Wirkung ungleichmäßiger Verteilung aufgehoben oder doch wenigstens auf ein Minimum reduziert ist. Andererseits ist es von Wert, aus der Zusammenstellung von α und α^* in Gleichung (6) Einblick in die durch die Kolonnenbildung verursachten Rekombinations- und Diffusionsvorgänge zu gewinnen und damit nähere Einzelheiten über die Kolonnenstruktur zu finden. (VI.)

Unsere Versuchsanordnung gestattet mit Hilfe von Gleichung (5) den zeitlichen Verlauf des *Rekombinationswertes* α^* durch Messung der Größen Q, N und V^* zu bestimmen. Dazu stehen uns drei Methoden zur Verfügung:

1. Messung des Trägeranstiegs,
2. Messung des Gleichgewichts,
3. Messung der Trägerabklingung.

Die während einer Sekunde im bestrahlten Volumen *gebildete* Trägermenge Q wird gemessen durch Abfangen derselben während der Strahlung des Präparats mittels eines genügend starken elektrischen Feldes.

Die zur Zeit t *vorhandene* Trägermenge N wird gemessen durch Wegfangen in dem betreffenden Augenblick mittels eines in diesem Augenblick angelegten Feldes; bei der Messung des Anstiegs und des Gleichgewichts geschieht dies unmittelbar nach Abschluß der Strahlung.

Das Volumen V^*, das sich mit der Zeit infolge der Diffusion der Träger vergrößert, ist nicht unmittelbar bekannt. Es ist jedoch in Verfolgung der Anstiegskurven bei kleinen

Zeiten, in denen die Diffusion noch unmerklich ist, identisch mit dem von den α-Strahlen durchstrahlten Volumen, das den kleinsten Wert von V^* darstellt, und das wir mit V bezeichnen wollen. Mit längerer Bestrahlung werden dann die Träger aus dem Anfangsvolum herausquellen, so daß das trägerhaltige Volumen anwächst, um im Gleichgewichtszustand, wo der ganze Vorgang stationär geworden ist, einem Grenzvolumen zuzustreben, das nicht überschritten werden kann, weil wir eine Grenzdicke annehmen dürfen, innerhalb welcher die meisten Träger bei ihrer Diffusionswanderung infolge Rekombination zugrunde gehen. Bei den Abfallskurven werden wir, wie im Anfang des Trägeranstiegs, im Bereich der Zeiten, in welchen wir die Abklingung verfolgen, keine wesentliche Änderung des trägerhaltigen Volumens anzunehmen haben.

Das durchstrahlte Volumen V, das einen kreiskegelförmigen Kugelsektor darstellt, läßt sich bestimmen aus den Dimensionen der sorgfältig zentrierten Blenden und durch ihren gegenseitigen Abstand. Der Öffnungswinkel α_0 des Strahlkegels beträgt hiernach in unserer Anordnung etwa 41°. Der Radius des Strahlkegels hängt ab von der Reichweite der α-Strahlen, gemessen vom strahlenden Loch aus. Da die α-Strahlreichweite umgekehrt proportional der Dichte des Gases ist, in dem sie laufen, so nimmt das durchstrahlte Volumen mit abnehmender Dichte zu. Bei etwa 4,5 cm Reichweite erreichen die α-Strahlen gerade die Kondensatorwände; bei kleinerer Dichte fahren sie in dieselben hinein. In diesem Fall haben wir außer Verminderung der Trägerbildung auch einen Verlust an Trägern durch Diffusion an die Wände zu erwarten, der sehr beträchtlich sein und daher die Anwendbarkeit von Gleichung (5) unmöglich machen könnte. Wir beschränken deshalb alle unsere Messungen, sowohl bei Variation des Drucks als auch der Temperatur, auf solche Gasdichten, bei denen die α-Strahlen die Kondensatorwände noch nicht erreichen. Diese Dichte wurde bei Luft festgestellt durch Bestimmung der Reichweite, gemessen vom Loch L aus (IV, 2). Sie konnte außerdem aus der Abhängigkeit der Trägerbildung von der Dichte hergeleitet werden (IV, 3). Bei Zimmertemperatur war dieser Grenzwert bei der zumeist benützten Aluminiumfolie bei 400 mm Luftdruck erreicht. Nicht bloß aus den eben erwähnten Gründen ist es notwendig, die Messungen auf diesen Dichtebereich zu beschränken, sondern auch aus der schon vorhin angegebenen Tatsache, daß die Träger nicht auf das bestrahlte Volumen beschränkt bleiben, sondern aus demselben hinausdiffundieren, so daß das trägerhaltige Volumen mit den Kondensatorwänden in Berührung kommen kann.

Ward der Kondensator geerdet und strahlte das Präparat ein, so zeigte sich bei Atmosphärendruck ein langsamer, bei erniedrigtem Druck ein schnellerer Gang der Elektrometernadel bis in eine bestimmte Einstellung. Dieser Gang ist Folge einer Kontaktpotentialdifferenz innerhalb der Röhre. Eine an den Kondensator angelegte Spannung von einigen Zehntel Volt hob den Effekt vollständig auf, so daß das Kontaktpotential kompensiert war. Alle Messungen wurden bei kompensiertem Kontaktpotential ausgeführt.

Bei den zunächst folgenden Messungen hatte die Röhre Luftfüllung. Die verwendete Luft ward dem Freien entnommen, durch ein Filter aus Glaswolle staubfrei gemacht, und über Calciumchlorid und Phosphorsäure getrocknet; hierauf wurde sie durch ein in flüssiger Luft befindliches Schlangenrohr geleitet und in die mittels einer Wasserstrahlpumpe ausgepumpte Versuchsröhre langsam eingelassen. Das Kühlrohr der Versuchsröhre wurde während der Dauer einer Messung mit flüssiger Luft gekühlt.

2. Bestimmung des Bremsvermögens der Aluminiumfolien

Zur Bestimmung der Reichweite der α-Strahlen, gemessen vom Loch L aus, war die Kenntnis des Bremsvermögens der benutzten Aluminiumfolien, die dem Präparat vorgeschaltet waren, nötig. Dasselbe wurde mit dem in Fig. 4 abgebildeten Apparat gemessen. R ist ein Messingröhrchen, das mit dem Elektrometer verbunden ist; in seiner Achse befindet sich ein Draht D, der auf hoher konstanter Spannung steht (1000 Volt). B ist eine Bernsteinisolation, die das Röhrchen R hält, und H eine Hartgummiisolation, die den Draht D von dem stets geerdeten Gehäuse G isoliert. Das Präparat, das an dem verschiebbaren Rohr A befestigt ist, strahlt von links in den Kondensator hinein und erzeugt in demselben solange einen meßbaren Strom, als der Abstand PS kleiner ist als die Reichweite der Strahlen. Wird dieser Abstand gleich der Reichweite, so fällt die Stromkurve mit einem scharfen Knick auf Null herab. Das auf diese Weise mit großer Genauigkeit feststellbare Brennvermögen der meist benutzten Aluminiumfolie beträgt

1,01 cm Luft von 755 mm und 23° C.

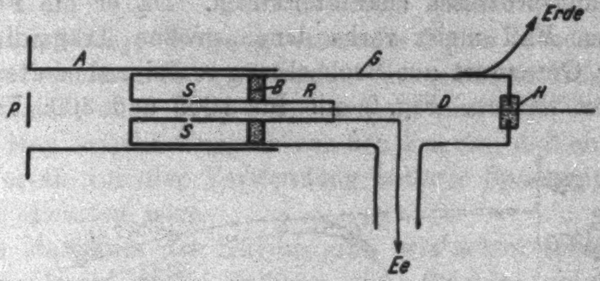


Fig. 4

3. Messung der in der Zeiteinheit gebildeten Trägermenge *Q*

Die während einer festen Strahlungsdauer durch ein angelegtes Feld abgefangene Trägermenge ist Funktion der wirksamen Spannungsdifferenz. Mit steigender Spannung nähert sich die abgefangene Trägermenge einem Grenzwert, der sog.

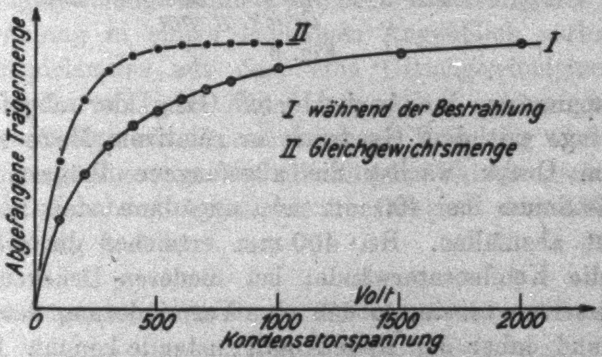


Fig. 5

Sättigungsmenge, die zugleich die gebildete Trägermenge darstellt. Fig. 5 zeigt in Kurve I die bei unseren Versuchen vorhandene Abhängigkeit der bei dauernder Bestrahlung abgefangenen Trägermenge von der Kondensatorspannung bei

760 mm und 20° C. Man ersieht die allmähliche Annäherung an einen Grenzwert, der aber selbst bei 2000 Volt Kondensatorspannung (Feldstärke = etwa 600 Volt/cm) noch nicht erreicht ist; ein langsames Anwachsen ist noch deutlich feststellbar. Dieser Sättigungsmangel ist für Träger, die durch α-Strahlen erzeugt werden, bei hohen Feldstärken während des Bildungsprozesses charakteristisch. Da er die Folge der in diesem Fall meist vorhandenen großen Trägerdichte ist, muß der Grenzwert aus Beobachtungen bei reduziertem Druck hergeleitet werden. Fig. 6 gibt für 1000 und 3000 Volt Kondensatorspannung den beobachteten Gang der abgefangenen Trägermenge mit dem Gasdruck in relativem Maße an. Mit sinkendem Druck wächst die abgefangene Trägermenge zu einem Maximum bei 400 mm an, um dann steil nach dem Nullpunkt abzufallen. Bei 400 mm erreichen die α Strahlen gerade die Kondensatorwände; bei niederen Drucken fahren sie in dieselben hinein, so daß eine Verminderung der Trägerbildung und daher der steile Abfall zustande kommt. Könnten sich die α-Strahlen auch bei den niederen Drucken in Luft vollständig totlaufen, so hätte man die gestrichelten Kurvenstücke zu erwarten. Ihr gemeinsamer Schnittpunkt mit der Ordinate gibt die wirklich gebildete Trägermenge an. Das Verhältnis der bei einer bestimmten Spannungsdifferenz, bei einem bestimmten Druck und einer bestimmten Temperatur

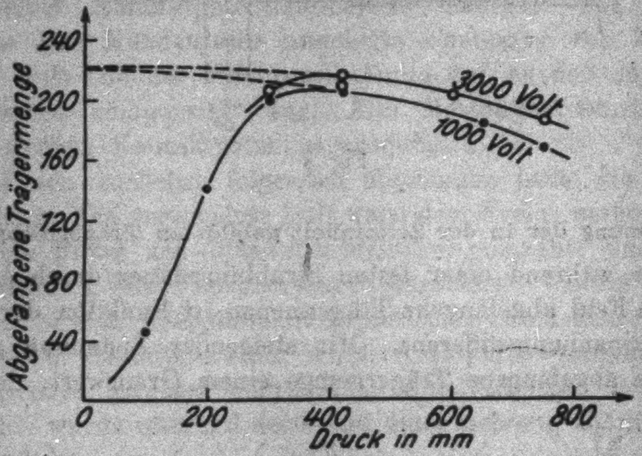


Fig. 6

abgefangenen Trägermenge zur *gebildeten* Trägermenge, der sog. Sättigungsgrad, ist, wie aus Fig. 6 zu entnehmen:

bei 1000 Volt, 750 mm, 20° C = 0,78
„ 1000 „ 700 „ 20° C = 0,84
„ 1000 „ 600 „ 20° C = 0,88
„ 1000 „ 410 „ 20° C = 0,95.

Die auf diese Weise gewonnenen Daten wurden in den weiteren Versuchen dazu verwandt, die gebildete Trägermenge zu bestimmen, ohne höhere Spannungen als 1000 Volt zu benützen. Man ersieht übrigens aus den Kurven, daß ein wesentlicher Vorteil von der Verwendung höherer Spannungen auch nicht zu erwarten wäre.

Das Maximum der Kurven gibt, wie schon erwähnt, den kritischen Druck an, bei welchem die α-Strahlen gerade in die Kondensatorwände hineinfahren. Unterhalb dieses Druckes kann man, wie die Kurven unmittelbar zeigen, nicht mehr mit konstanter Trägererzeugung rechnen. Auf denselben Betrag von 400 mm sind wir früher (IV, 1) gelangt, so daß beide Resultate in bester Übereinstimmung miteinander stehen.

Die eben betrachtete Schwierigkeit in der Erzielung von Sättigung fällt weg, wenn es sich um die Bestimmung derjenigen Trägermenge handelt, die nach Abstellung der erzeugenden Strahlung in einem beliebigen Augenblick vorhanden ist. Wie beispielsweise aus der, eine Gleichgewichtsmenge darstellenden Kurve II von Fig. 5 hervorgeht, genügen hier schon verhältnismäßig kleine Spannungen zur Erzielung von Sättigung. Es ist damit angezeigt, daß die für den Sättigungsmangel verantwortliche hohe Trägerdichte überwiegend nur während der Trägerbildung besteht.

4. Anstieg der im Volumen V^* vorhandenen Trägerzahl

Fig. 7 zeigt die zeitliche Zunahme der Trägerzahl, die das verwendete Poloniumpräparat bei verschiedenen Drucken über 400 mm und Zimmertemperatur in Luft hervorbrachte. Es ist außerdem noch die Trägerbildungsgerade eingezeichnet, welche Tangente an die Anstiegskurven im Nullpunkt ist. Die Gleichgewichtsmenge (nach 30 Sek. Strahlungsdauer) sind bei dem mit ∞ markierten Punkte der Abszissenachse eingetragen.

Kurve I stellt denselben Trägeranstieg dar wie Kurve II, jedoch mit 100mal vergrößerter Abszisseneinheit. (Die Punkte, die außerhalb des Meßbereichs des Pendels liegen, wurden mit der Stoppuhr aufgenommen.) Nach etwa 30 Sek. Strahlungsdauer hat die Kurve horizontalen Lauf angenommen, also das Gleichgewicht praktisch erreicht.

Durch Vergleich der Anstiegskurven miteinander kann nicht etwa ohne weiteres auf eine Abnahme des Rekombinationskoeffizienten mit sinkendem Druck geschlossen werden. Die kleinere Gesamtrekombination, die sich mit abnehmendem Druck in einer Zunahme der vorhandenen Trägermenge kundgibt, ist in erster Linie Folge der Vergrößerung des bestrahlten und trägerhaltigen Volumens und der dadurch auftretenden kleineren Trägerdichten.

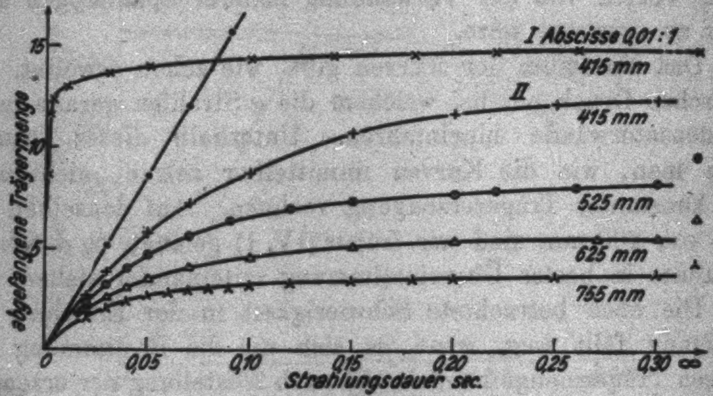


Fig. 7

Die vorhandene Trägermenge wurde unmittelbar nach Abstellen der Strahlung mit einer Kondensatorspannung von 1000 Volt abgefangen. Für die Träger beiderlei Zeichens ergaben sich dieselben Kurven.

5. Gleichgewichtsmenge und Druck

Da die Bestimmung der Gleichgewichtsmenge sowohl für Absolut- als auch für Relativbestimmungen des Rekombinationskoeffizienten eine einfache Methode liefert (V, 3b), so wurde die Abhängigkeit vom Druck eingehend untersucht. Die

Gleichgewichtsmenge, die sich theoretisch erst nach unendlich langer Zeit einstellt, wurde nach etwa 30 Sek. Strahlungsdauer weggefangen, eine Zeitdauer, die genügend ausreichte, um die Gleichgewichtsmenge zu ihrem vollen Betrag auszubilden, da selbst eine mehrere Minuten dauernde Bestrahlung keine feststellbare Änderung hervorbrachte. Fig. 8 gibt die erhaltenen Kurven wieder, die aus einer größeren Anzahl von Versuchsreihen zusammengesetzt sind. Kurve I wurde unter Verwendung der früher (IV, 2) erwähnten Aluminiumfolie und Kurve II bei Hinzufügung einer weiteren Folie zur Bremsung der Strahlung aufgenommen. Hierdurch erweiterte sich der zur Messung verwendbare Druckbereich bis herab auf 200 mm, was sich durch die Abhängigkeit der gebildeten Trägermenge vom Druck (nach Art der Kurven von Fig. 6) anzeigte. Beide Kurven zeigen einen deutlichen Anstieg der auftretenden Gleichgewichtsmenge mit abnehmendem Druck, entsprechend einem Zurücktreten der Gesamtrekombination. Auch hier gilt das am Ende des vorigen Abschnitts über den Rekombinationskoeffizienten Gesagte. Bezüglich Kurve III vgl. V, 3.

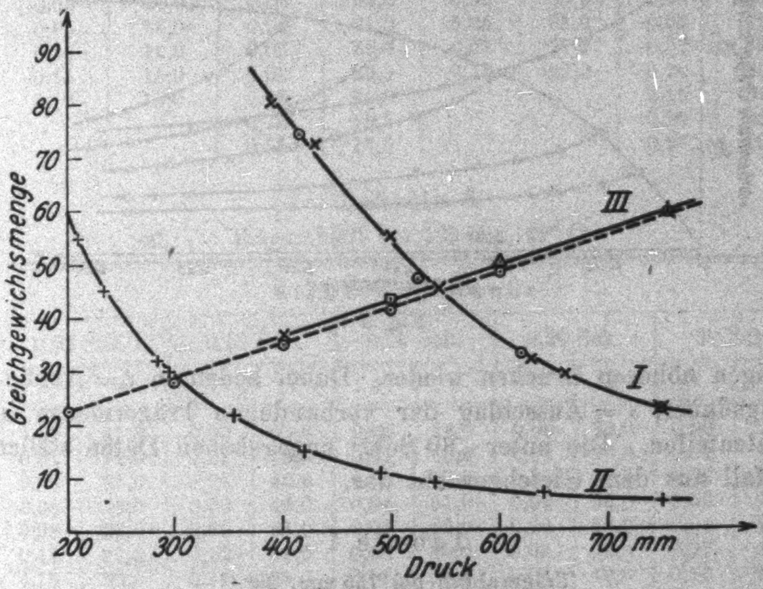


Fig. 8

6. Zeitlicher Abfall der vorhandenen Trägermenge

Die Abklingung wurde sowohl vom Gleichgewichtszustand aus, als auch von einigen Phasen des Anstiegs aus untersucht. In Fig. 9 sehen wir die erhaltenen Kurven bei 415 mm und 23° C; die folgenden Tabellen geben die Verhältnisse bei einigen höheren Drucken wieder. Dabei bedeuten *t* = Abklingungsdauer, *s* = Ausschlag der vorhandenen Trägermenge in Skalenteilen. Die unter „30 Sek.“ angegebenen Daten stellen Abfall aus dem Gleichgewicht dar.

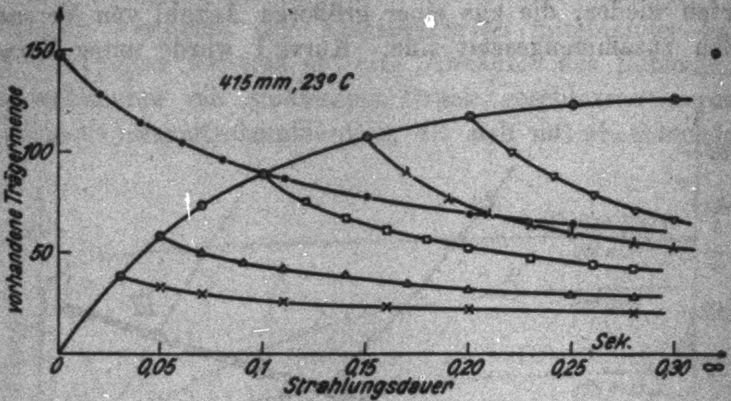


Fig. 9

Tabelle 1

Trägerabfall bei 755 mm, 23° C

Strahlungsdauer									
0,02 Sek.		0,03 Sek.		0,05 Sek.		0,10 Sek.		30 Sek.	
s	*t*	*s*	*t*	*s*	*t*	*s*	*t*	*s*	*t*
0,00	17,0	0,00	21,0	0,00	27,0	0,00	32,0	0,00	42,0
0,01	14,0	0,02	16,0	0,02	20,0	0,01	27,5	0,01	36,0
0,02	12,0	0,02	14,0	0,04	17,0	0,02	24,0	0,02	33,0
0,04	10,0	0,05	12,0	0,07	13,0	0,03	21,5	0,03	31,0
0,06	9.0	0,09	9,5	0,11	11,0	0,04	19,0	0,04	28,0
0,09	8,0	0,15	8,5	0,14	10,0	0,06	16,5	0,06	25,0
0,15	7,0	0,20	8,0			0,08	14,5	0,08	23,0
0,20	6,5					0,11	12,0	0,10	21,0
						0,15	10,5	0,15	18,0
								0,20	16,0
								0,25	14,0

Tabelle 2

Trägerabfall bei 625 mm, 23° C

Strahlungsdauer							
0,05 Sek.		0,11 Sek.		0,16 Sek.		30 Sek.	
t	*s*	*t*	*s*	*t*	*s*	*t*	*s*
0,00	35,0	0,00	49,0	0,00	52,0	0,00	66,0
0,01	30,0	0,01	42,0	0,01	45,0	0,01	59,0
0,02	27,5	0,02	38,0	0,02	40,0	0,02	53,5
0,05	22,0	0,03	34,0	0,03	36,0	0,04	45,0
0,08	18,0	0,04	31,0	0,05	31,0	0,05	42,5
0,11	16,0	0,05	29,0	0,07	27,0	0,07	38,0
0,15	13,0	0,07	25,0	0,10	22,0	0,10	36,0
0,19	12,0	0,09	22,0			0,15	28,0
		0,12	19,5			0,20	25,0
		0,15	17,5			0,26	22,5

Tabelle 3

Trägerabfall bei 525 mm, 23° C

Strahlungsdauer									
0,05 Sek.		0,10 Sek.		0,15 Sek.		0,20 Sek.		30 Sek.	
t	*s*	*t*	*s*	*t*	*s*	*t*	*s*	*t*	*s*
0,00	47,0	0,00	65,0	0,00	73,0	0,00	78,0	0,00	95,0
0,01	42,0	0,02	53,0	0,01	66,0	0,01	73,0	0,01	88,0
0,03	35,0	0,04	46,0	0,02	61,0	0,02	65,0	0,02	82,0
0,05	32,0	0,06	40,0	0,04	51,0	0,03	59,0	0,03	75,0
0,08	28,0	0,09	35,0	0,06	45,0	0,04	55,0	0,04	71,0
0,11	25,0	0,12	31,0	0,08	40,0	0,05	52,0	0,07	61,0
0,15	22,0	0,16	26,0	0,11	36,0	0,06	48,0	0,10	54,0
0,20	19,0							0,14	47,0
								0,18	43,0
								0,22	39,0
								0,26	36,0

7. Abhängigkeit des Trägeranstiegs und der Abklingung von der Temperatur

Bei der Untersuchung der Abhängigkeit des zeitlichen Ganges der Trägerzahl von der Temperatur wären zwei Versuchsfälle möglich:

1. Untersuchung bei konstant bleibendem Druck,
2. Untersuchung bei konstant bleibender Temperatur.

Da im ersteren Fall sowohl die geometrischen Strahlverhältnisse als auch die physikalischen Verhältnisse geändert werden, kommt hier nur der zweite Fall in Betracht, bei welchem sich nur die physikalischen Verhältnisse ändern.

Da nur derjenige Teil der Röhre, der den Kondensator enthielt, erhitzt wurde, so mußte die Dichte für jede Temperatur neu hergestellt werden durch Einstellung auf den zugehörigen Druck, der mittels des Gasgesetzes berechnet wurde. Die Messungen wurden ausgeführt sowohl bei zunehmender Temperatur, wobei frische Luft in die Röhre hineingelassen werden mußte, als auch bei abnehmender Temperatur, wobei Luft aus der Röhre entnommen werden mußte. Beide Male ergaben sich stets dieselben Kurven.

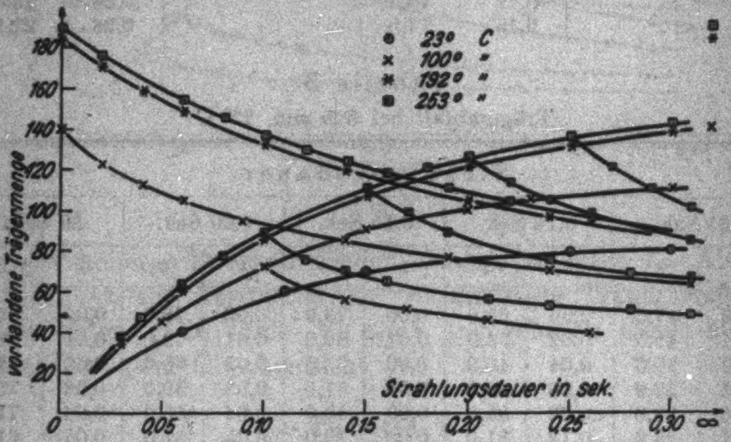


Fig. 10

Die höchst verwendete Temperatur ist 253° C. Höhere Temperaturen konnten nicht benutzt werden, da das Poloniumpräparat bei etwa 300° C zu verdampfen begann.

Fig. 10 zeigt einige *Anstiegs-* und *Abklingungskurven* bei *konstanter Dichte.* Die Luftdichte entsprach einem Druck von 420 mm bei 23° C; eine direkte Berührung des durchstrahlten kegelförmigen Volumens mit den Kondensatorwänden fand also nicht statt (IV, 1). Fig. 11 zeigt in Kurve I die Abhängigkeit der *Gleichgewichtsmenge* von der Temperatur bei *konstanter* Dichte. Die Kurve ist zusammengesetzt aus den entsprechenden Punkten der Kurve in Fig. 10 und aus Punkten einer Reihe sorgfältig durchgeführter besonderer Messungen. Kurve II stellt die nach 0,3 Sek. Strahlungsdauer vorhandene Trägermenge dar. Bezügl. Kurve III vgl. V, 4.

Wachsende Temperatur begünstigt hiernach die Trägerzahl, woraus hier unmittelbar nicht nur auf eine Abnahme der Gesamtrekombination, sondern auch des Rekombinationswertes und des Rekombinationskoeffizienten zu schließen ist.

Bemerkenswert ist der bei der Gleichgewichtsmengenkurve auftretende Wendepunkt bei ungefähr 100° C. Da das ganze durchstrahlte kegelförmige Volumen bei diesen Messungen gerade noch innerhalb des Kondensators lag, so ist zwar im Anfang einer Trägeranstiegskurve und gewiß auch noch bei Kurve II (Fig. 11) ein Verlust an Trägern durch Diffusion an die Wände wegen der Kleinheit der Zeiten, in welchen die Diffusionswanderung vor sich gehen müßte, nahezu ausgeschlossen; jedoch im Gleichgewichtszustand, wo das trägerhaltige Volumen keineswegs mehr identisch mit dem durchstrahlten sein wird, könnte man einen solchen Diffusionsverlust annehmen und vermuten, daß der Wendepunkt der Gleichgewichtsmengenkurve Folge dieses Diffusionsverlustes wäre, der um so größer ausfallen müßte, je höher die Temperatur ist. Denn da die Zunahme der vorhandenen Gleichgewichtsmenge mit wachsender Temperatur nur von einer kleineren

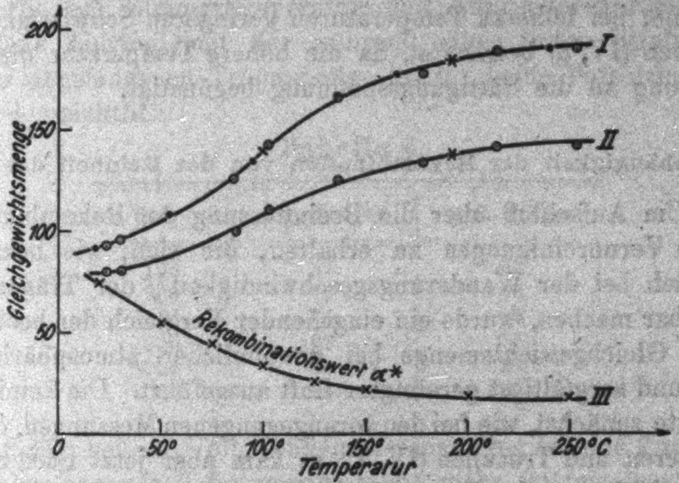


Fig. 11

Rekombination herrühren kann, so könnte leicht der Diffusionsverlust, der sich in einer Abnahme der Gleichgewichtsmenge auswirken müßte, den Wendepunkt zustande bringen. Dem ist jedoch entgegenzuhalten, daß auch Kurve II, bei der sicherlich kein erheblicher Diffusionsverlust stattfindet, einen Wendepunkt besitzt. Mithin kann der Wendepunkt der Gleichgewichtsmengenkurve nicht Folge eines etwa auftretenden Verlustes durch Diffusion sein.

Die in der Zeiteinheit gebildete Trägermenge erwies sich zwischen 20° und 253° C von der Temperatur vollständig unabhängig. Ihre Ermittlung aus einer Stromspannungskurve begegnet bei höheren Temperaturen geringeren Schwierigkeiten als oben (IV, 3) betrachtet, da die höhere Temperatur die Annäherung an die Sättigungsspannung begünstigt.

8. Abhängigkeit der Rekombination von der Reinheit der Luft

Um Aufschluß über die Beeinflussung der Rekombination durch Verunreinigungen zu erhalten, die sich, wie bekannt, deutlich bei der Wanderungsgeschwindigkeit[1]) der Träger bemerkbar machen, wurde ein eingehender Vergleich der beobachteten Gleichgewichtsmenge bei gewöhnlicher atmosphärischer Luft und sorgfältigst gereinigter Luft ausgeführt. Die Reinigung erfolgte zunächst, wie bei den vorangegangenen Messungen, durch Filtrieren und Trocknen (IV, 1); es kam aber jetzt noch mehrfache Erhitzung der Versuchsröhre bis auf 250° C hinzu, durch welche alle Dämpfe in die vorhandene Kühlvorlage getrieben wurden.

Für die auf diese Weise gereinigte Luft ergab sich bei atmosphärischem Druck gegenüber der gewöhnlichen Luft eine Erhöhung der Gleichgewichtsmenge um etwa 10 v. H. Die Abhängigkeit der Gleichgewichtsmenge vom Druck war in beiden Fällen im wesentlichen dieselbe, wie die in Fig. 8 gezeigte.

9. Messungen in Stickstoff

Da in Luft wegen ihrer chemischen Inhomogenität in allen Fällen mit chemischen Reaktionen unter Wirkung der Strahlung gerechnet werden kann, so wurden auch Messungen mit reinem Stickstoff ausgeführt. Der Stickstoff wurde aus Diazoessigsäureäthylester[1]) durch Eintropfen in verdünnte Schwefelsäure hergestellt, in einem langen, in flüssige Luft eingetauchten Schlangenrohr von Feuchtigkeit und mitgeführten Dämpfen befreit und nach Filtrieren mit Glaswolle und nochmaligem Passieren einer Kältespirale langsam in die Röhre eingelassen. Auch Bombenstickstoff, der dieselbe Kühl- und Reinigungsanlage passiert hatte, wurde verwendet. Die Versuchsröhre wurde mittels Wasserstrahlpumpe mehrmals möglichst weit ausgepumpt und mit dem gereinigten Stickstoff ausgespült.

---

[1]) H. Schilling, Ann. d. Phys. 83, S. 23. 1927.

Die bei Zimmertemperatur und Atmosphärendruck vorhandene Abhängigkeit der während einer festen Strahlungsdauer abgefangenen Trägermenge ist für beide Vorzeichen aus Tab. 4 ersichtlich.

Tabelle 4

Volt	neg. Träger	pos. Träger
100	57	50
200	72	64
400	86	80
600	92	85
800	94	87
1000	94	87

Schon bei 800 Volt Kondensatorspannung ist eine Zunahme der abgefangenen Trägermenge nicht mehr festzustellen. Wir haben also hier den bemerkenswerten auch schon früher[2]) beobachteten Fall, daß die Schwierigkeiten in der Erzielung von Sättigung, die wir bei Luft besprochen haben, wegfallen. Es tritt demgegenüber eine neue Erscheinung hinzu, welche die Rekombinationsuntersuchung erschwert. Während nämlich die Messungen in Luft stets gleichviel Träger beiderlei Zeichens ergaben, ist im Stickstoff immer ein Überschuß an negativen Trägern vorhanden. Diese Unipolarität zeigte sich sowohl an Bombenstickstoff als auch an dem aus Diazoessigsäureäthylester hergestellten. Mit zunehmender Temperatur ging der Überschuß der negativen Träger, der bei Zimmertemperatur 30 v. H. ausmachte, zurück, um bei etwa 230° C unmerklich zu werden, während die bei 1000 Volt abgefangene Menge der positiven Träger sich kaum änderte. Nach Abkühlen auf Zimmertemperatur stellte sich der Überschuß der negativen Träger in unvermindertem Maße wieder her. Der Ursache für diese Erscheinung sind wir zurzeit nicht weiter nachgegangen. Jedenfalls muß sie, ebenso wie die leichte Sättigung, in den Verschiedenheiten der elektrischen Eigenschaften der beiden Gase gesucht werden. Es ist in dieser Hinsicht die Tatsache bekannt, daß in reinem Stickstoff die negativen Träger vorzugsweise freie Elektronen sind. Daß trotzdem die Rekombinationsverhältnisse nicht, wie man hätte erwarten können, von denen in Luft wesentlich verschieden sind, muß offenbar dadurch erklärt werden, daß die infolge der größeren Beweglichkeit der negativen Träger begünstigte Rekombination andererseits wohl durch eine infolge eben dieser Beweglichkeit verringerte Trägerkonzentration innerhalb der Kolonnen vermindert wird. Die leichte Sättigung wird aus der größeren Beweglichkeit der negativen Träger ohne weiteres verständlich. Auch die Anstiegs- und Abfallskurven waren in Stickstoff für die beiden Trägersorten verschieden, zeigten jedoch gegenüber denen in Luft keine besonders bemerkenswerten Unterschiede.

---

[1]) Derselbe wurde in liebenswürdiger Weise von Hrn. Prof. Dr E. **Müller**, Heidelberg, zur Verfügung gestellt.

[2]) M. M. **Moulin**, Ann. Phys. chim. **22**. S. 26. 1911.

V. Auswertung der Messungsergebnisse

1. Allgemeines

Der Berechnung des Rekombinationswertes ist folgende, bereits früher (IV, 1) begründete Gleichung zugrunde zu legen:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = Q - \alpha^* \frac{N^2}{V} ,$$

wobei N, Q und V die schon früher angegebene Bedeutung haben. Da das wirkliche trägerhaltige Volumen V^*, wie wir sahen, nicht konstant ist, sondern mit der Zeit anwächst, so rechnen wir mit dem konstanten durchstrahlten Volumen V, das bekannt und sicher zu Anfang der Anstiegskurven und bei allen von uns beobachteten Abklingungskurven, außer denjenigen, die aus dem Gleichgewicht abfallen, annähernd vorhanden ist. Auf das wirkliche trägerhaltige Volumen V^*

werden wir aus dem Gang des Rekombinationswertes α^* schließen können.

Ist s die in Skalenteilen zur Zeit t vorhandene Trägermenge und s_q die in Skalenteilen gemessene, in der Sekunde gebildete Trägermenge, so ist $N = A \cdot s$ und $Q = A \cdot s_q$, wobei A ein nur von der Kapazität C des Meßsystems und von der Empfindlichkeit ε des Elektrometers abhängiger Proportionalitätsfaktor ist: $A = C \cdot \varepsilon / 300 \cdot e$; $e = 4{,}77 \cdot 10^{-10}$ cgs. = el. Elementarladung. Die obige Gleichung geht daher über in:

$$(*) \qquad \alpha^* = \frac{V}{A} \cdot \frac{s_q - \dfrac{\partial s}{\partial t}}{s^2}.$$

Die Größen s und s_q können direkt den angegebenen Kurven und Tabellen entnommen werden (IV, 4, 5, 6); $\frac{\partial s}{\partial t}$ wird aus den Kurven durch graphische Differentiation gewonnen. Nach Formel (*) kann für jeden Punkt einer (s, t)-Kurve der zugehörige Rekombinationswert α^* bestimmt werden.

2. Das durchstrahlte Volumen V

Als Volum V rechnen wir, wie im vorigen Abschnitt dargelegt, das von den Alphastrahlen überstrahlte Volumen, das einen kreiskegelförmigen Kugelsektor darstellt, dessen Dimensionen (Öffnungswinkel) und r (Radius) früher (IV, 1) angegeben wurden. Es ist: $V = \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \frac{\omega}{4\pi}$. Der räumliche Winkel berechnet sich aus dem Öffnungswinkel α_0 zu:

$$\omega = 2\pi (1 - \cos \alpha_0).$$

Da die Reichweite der Alphastrahlen in einem Gase umgekehrt proportional seiner Dichte ist, so ändert sich das bestrahlte Volumen mit dem Druck. Als Radius des bestrahlten Kugelsektors kommt nun aber nicht die Reichweite in Betracht, die sich auf diese Weise von der Aluminiumfolie aus berechnen würde, da der Radius r von der Spitze des Kugelsektors aus zu messen ist. Die Reichweite der Polonium-Alphastrahlen beträgt in Luft 3,57 cm; das Bremsvermögen der Aluminiumfolie wurde (IV, 2) zu 0,92 cm Luft von 760 mm und 0° C gefunden; mithin ist, da die Spitze des Kugelsektors von der

Blende L den Abstand 0,24 cm hat, bei der absoluten Temperatur θ

$$r = 2{,}65\,\frac{760}{p}\cdot\frac{\theta}{273} - 0{,}24\ \text{cm}.$$

3. Auswertung der bei Zimmertemperatur beobachteten Kurven

a) *Anstiegskurven.* Die mittels der Formel (*) aus den in Fig. 7 wiedergegebenen Anstiegskurven berechneten Rekombinationswerte sind in Fig. 12 (ausgezogene Kurven) eingetragen. Jede Ordinate gibt den Wert von α^*, der jeweils zu dem durch die entsprechende Abszisse angezeigten Zeitpunkt der zugehörigen Anstiegskurve gehört. Man beobachtet in allen Fällen einen erheblichen Gang der so berechneten Werte mit der Zeit. Es handelt sich stets um eine Abnahme des α^*-Wertes, die bei kleinen Zeiten besonders groß ist und allmählich geringer wird, so daß die α^*-Werte sich gewissen Grenzwerten annähern. Man sieht ferner, daß der Gang des α^*-Wertes mit abnehmendem Druck zunimmt.

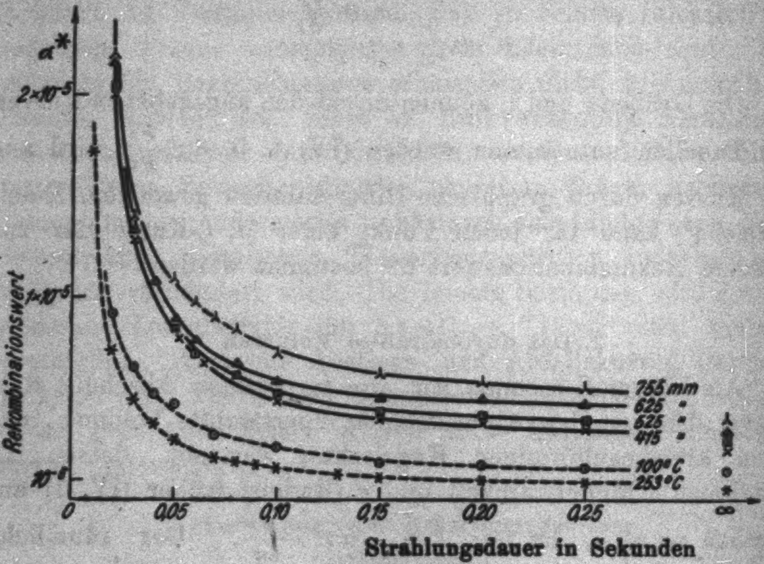


Fig. 12

b) *Gleichgewichtskurven.* Das Gleichgewicht ist dadurch gekennzeichnet, daß sich die vorhandene Trägermenge nicht mehr ändert; infolgedessen ist $\frac{\partial s}{\partial t} = 0$ und Gleichung (*) vereinfacht sich zu: $\alpha^* = \frac{V}{A} \cdot \frac{s_q}{s^2}$. Diese Gleichung liegt auch schon der Berechnung der α^*-Punkte, die in Fig. 12 unter $t = \infty$ eingetragen sind, zugrunde, da das Gleichgewicht als Grenzfall des Anstiegs anzusehen ist.

Die aus der beobachteten Gleichgewichtsmengenkurve I von Fig. 8 errechneten α^*-Werte sind ebenfalls in Fig. 8 als Kurve III eingetragen; sie gibt den Gang der Grenzwerte von α^* mit dem Druck an. In gleicher Weise ist eine weitere beobachtete Gleichgewichtsmengenkurve zu verwerten, die wir in Fig. 8 als Kurve II angegeben haben, und die sich auf eine künstlich verkürzte Reichweite der Strahlen bezieht. Wir wollen uns hier auf die Ermittelung der Relativwerte von α^* beschränken, wobei eine Absolutfestlegung des Volumens entbehrlich wird. Da A und s_q vom Druck p unabhängig sind, und das Volum V angenähert umgekehrt der dritten Potenz des Druckes proportional ist, so wird $\alpha^* = k \cdot \frac{1}{p^3 \cdot s^2}$, wobei k einen Proportionalitätsfaktor bedeutet. Mit Hilfe dieser Formel ergibt sich die gestrichelte Kurve III von Fig. 8.

c) *Abklingungskurven.* Für die Abklingungskurven ist $s_q = 0$; also nach (*):

$$\alpha^* = -\frac{V}{A} \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{\partial s}{\partial t}.$$

Man hat also zur Bestimmung von α^* aus den beobachteten Kurven jeweils die Ordinatenhöhe s und die zugehörige Neigungstangente zu entnehmen. Da gegen Ende der Abklingungskurven hin die Neigung der Tangenten gegen die Abszissenachse gering ist, so ist die Bestimmung von $\frac{\partial s}{\partial t}$ durch Tangentenkonstruktion hier sehr ungenau. Es wurde deshalb in diesen Fällen folgende angenäherte Gleichung benutzt:

$$\alpha^* = -\frac{V}{A} \cdot \frac{1}{s_1 \cdot s_2} \cdot \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}.$$

Man erhält auf diese Weise aus den in Fig. 9 wiedergegebenen Abklingungskurven die α^*-Kurven der Fig. 13. Die einzelnen Kurven geben die Verhältnisse der für den Trägerabfall verantwortlichen Rekombination an, wenn dieser Abfall von verschiedenen Höhen der Anstiegskurve aus verfolgt wird. Die den einzelnen Kurven beigeschriebenen Zeiten bedeuten die Anstiegsdauern, die den Abfällen vorausgegangen sind. Man erkennt, daß, ebenso wie für den Anstieg gezeigt, auch beim Abfall der Trägermenge nach der Bestrahlung ein zeitlicher Gang des α^*-Wertes auftritt. Dieser ist, ganz entsprechend den dortigen Verhältnissen, am größten nach kleinen Anstiegszeiten, und tritt um so mehr zurück, je später der Abfall nach Beginn der Trägerbildung verfolgt wird. Genau ähnliche Kurven erhält man auch bei Auswertung der in den Tabellen 1, 2 und 3 angegebenen Trägerabklingungen. Auf Einflüsse des Drucks auf die Rekombination kann hier nicht geschlossen werden, da die Abweichungen innerhalb der Fehlergrenzen der Beobachtung und der Rechnung liegen.

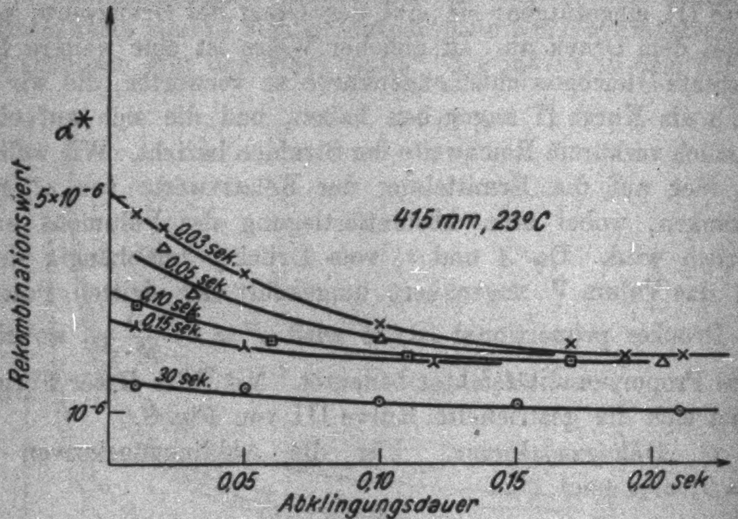


Fig. 13

4. Auswertung der Temperaturkurven konstanter Dichte

Wir können nach den vorstehenden eingehenden Besprechungen nun die Ergebnisse einer entsprechenden Verwertung der bei verschiedenen Temperaturen gemachten Beobachtungen zusammenfassen. Da nur, wie schon früher (IV, 7) gezeigt, die auf *konstante* Dichte bezogenen Versuche einfache physikalische Bedeutung besitzen, haben wir uns auf diese beschränkt. Die gestrichelten Kurven von Fig. 12 geben die aus den beobachteten Anstiegskurven und Fig. 14 die aus den beobachteten Abfallskurven berechneten Rekombinationswerte an. Der aus der Gleichgewichtsmengenkurve für verschiedene Temperaturen (Fig. 11) berechnete relative Gang des α^*-Wertes findet sich unter den schon früher angegebenen Kurven von Fig. 11 als Kurve III. Man kann aus allen Kurven einen deutlichen Rückgang des Rekombinationswertes mit zunehmender Temperatur feststellen.

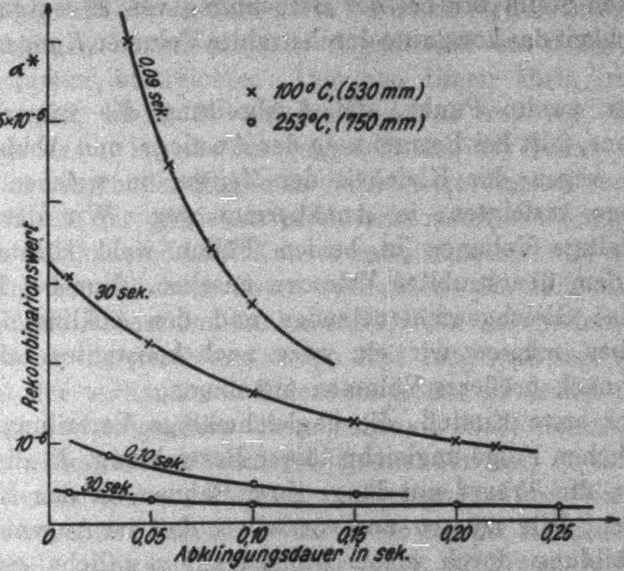


Fig. 14

5. Schlüsse auf den wahren Rekombinationskoeffizienten

Wir müssen nochmals ausdrücklich darauf hinweisen, was wir schon früher dargetan haben, daß der Rekombinationswert α^* nicht identisch ist mit dem wirklichen Rekombinationskoeffizienten α. Dies zeigt sich schon darin, daß der Rekombinationswert α^* eine starke zeitliche Abhängigkeit aufweist, wogegen der Rekombinationskoeffizient als Konstante anzusehen ist. Denn die Anwendung der die ursprüngliche Definition von α enthaltenden Rekombinationsformel: $\frac{dn}{dt} = -\alpha n^2$ auf die Erfahrung läßt in der Tat α nach Beseitigung aller früher genannten Nebenerscheinungen als Konstante erscheinen. Nach der früher entwickelten Auffassung haben wir den zeitlichen

Gang des Rekombinationswertes zurückzuführen auf zwei Ursachen:

1. auf die ungleichmäßige Trägerverteilung,

2. auf die Veränderlichkeit des trägerhaltigen Volumens, an dessen Stelle wir bei der Berechnung von α^* entgegen der Wirklichkeit das konstante durchstrahlte Volumen V angenommen haben.

Der zweite Punkt, die Ausbreitung des trägerhaltigen Volumens, fällt bei Betrachtung der Anstiegs- und Abklingungskurven wegen der Kleinheit der Zeiten, in welchen wir die Vorgänge verfolgten, in Annäherung weg. Wir dürfen das trägerhaltige Volumen in beiden Fällen wohl konstant und gleich dem überstrahlten Volumen ansehen. Nur bei Betrachtung des Gleichgewichtzustandes und den Abklingungen aus demselben müssen wir ein zwar auch konstantes, aber dem Betrag nach größeres Volumen annehmen.

Der erste Einfluß, die ungleichmäßige Verteilung, ist im wesentlichen Folge ungleichmäßiger Bestrahlung, da die Alphastrahlen die Träger nur längs ihrer Bahnen, in den Kolonnen erzeugen. Wir müssen uns vorstellen, daß im Augenblick der Trägerbildung durch einen Alphastrahl sämtliche gebildeten Träger im Innern eines engen Kreiszylinderchens liegen, dessen Achse die Alphastrahlbahn und dessen Länge die Reichweite des Strahls ist. Da der Radius einer Kolonne im Anfang sehr klein zu denken ist, so treten im Innern einer Kolonne hohe Trägerdichten auf. Infolgedessen findet, während die Kolonne älter wird, außer starker Rekombination auch Diffusion statt, die den Radius der Kolonne zu vergrößern sucht. Wir nehmen an, daß jede Kolonne eine Lebensdauer besitzt, nach welcher sie zugrunde geht, d. h. wir wollen nach Ablauf der Lebensdauer von den übrig gebliebenen Trägern nicht mehr als von einer Kolonne reden. Dies soll dann eintreten, wenn die Zahl der Träger so weit gesunken ist, daß die Trägerdichte in der Kolonne der durchschnittlichen Trägerdichte im ganzen Volumen gleich geworden ist. Die hierdurch definierte Lebensdauer einer Kolonne hängt, wie man erkennt, von den jeweiligen Versuchsbedingungen ab.

Betrachten wir zunächst die Vorgänge beim *Anstieg* der Träger, der sich in Gegenwart der Strahlung vollzieht. Von

Beginn der Strahlung an schießen die Kolonnen, vom strahlenden Loch aus ihren Ursprung nehmend, in das Volumen, das wir früher das durchstrahlte genannt haben. Im Anfang der Strahlung treten sie nur vereinzelt auf, werden jedoch gleichmäßig auf das durchstrahlte Volumen verteilt sein, und es wird jeder neu hinzukommende Alphastrahl ein neues trägerfreies Volumen bestreichen. Der von ihnen übrig gelassene Zwischenraum bleibt vorerst vollkommen frei von Trägern. Die Folge davon ist, daß an einigen Stellen des Gases, nämlich gerade im Innern der Kolonnen hohe Trägerdichten vorhanden sind, während der ganze übrige Zwischenraum die Trägerdichte Null hat. Mithin sind hohe Konzentrationsunterschiede zwischen sehr nahe benachbarten Orten vorhanden, die sich allerdings gleich durch Rekombination und Diffusion vermindern. Erst später, wenn die Strahlung einige Zeit lang gedauert hat und die Zahl der vorhandenen Kolonnen größer geworden ist, verschwindet der trägerfreie Zwischenraum, die Kolonnen treten einander näher und diffundieren ineinander ein, so daß auch Träger verschiedener Kolonnen miteinander zur Wiedervereinigung kommen können. Dadurch werden die Konzentrationsunterschiede noch mehr gemildert. Es wird sich schließlich ein von Trägern gleichmäßig erfülltes Grundvolumen ausbilden, dessen Entstehung wir uns durch Anhäufung der von den absterbenden Kolonnen hinterlassenen Trägern denken. Findet dann noch Strahlung statt, so müssen sich die neu auftretenden Kolonnen über dieses Grundvolumen lagern. Eine vollständige Ausgleichung der Konzentrationsunterschiede ist daher, solange Strahlung stattfindet, nicht möglich.

Wir haben nach all dem bisher Betrachteten beim Trägeranstieg vom Beginn der Strahlung an, wo die Konzentrationsunterschiede am stärksten ausgeprägt sind, einen ständigen Ausgleich derselben bis zu einem Minimum im Gleichgewichtszustand. In dem Maße wie neue Kolonnen durch Strahlung auftreten und die schon vorhandenen Kolonnen abklingen und beim Absterben ein homogenes Grundvolumen bilden, so daß die Konzentrationsunterschiede immer mehr zurücktreten, muß der Rekombinationswert α^* abnehmen, um schließlich asymptotisch einem Grenzwert zuzustreben, der im Gleichgewichtszustand erreicht ist, wo für die Gesamtrekombination außer den noch vorhandenen Kolonnen auch das homogene Grundvolumen maßgebend ins Gewicht fällt. Und in der Tat haben wir in allen Anstiegskurven, wie Fig. 12 zeigt, eine starke zeitliche Abhängigkeit des α^*-Wertes, der im Anfang der Strahlung ein hohes Vielfaches des Grenzwertes im Gleichgewicht beträgt. Wir dürfen jedoch keineswegs annehmen, selbst im Gleichgewicht, daß dieser konstante α^*-Wert den Wert des Rekombinationskoeffizienten darstellt, da auch noch im Gleichgewicht Konzentrationsunterschiede vorhanden sind, herrührend von den Kolonnen, die das Grundvolumen überlagern. Man kann daher aus dem Trägeranstieg keinerlei direkte Schlüsse auf den Rekombinationskoeffizienten machen.

Wie Fig. 12 zeigt, ist schon nach etwa 0,3 Sek. Strahlungsdauer der Rekombinationswert α^* bei allen untersuchten Drucken annähernd unabhängig von der Zeit geworden; doch findet mit kleinem Gefälle immerhin noch eine Abnahme bis ins Gleichgewicht um etwa $^1/_3$ bei allen vier Kurven statt. Dieses kleine ständige Gefälle, das auch bei höheren Temperaturen in deutlicher Weise festzustellen ist, ist im wesentlichen jedenfalls Folge des langsamen Anwachsens des trägerhaltigen Volumens infolge Diffusion, ist also nicht mehr Wirkung der Kolonnen. Wir dürfen daher annehmen, daß die α^*-Kurven nach 0,3 Sek. nicht mehr merklich sinken würden, wenn keine Trägerdiffusion aus dem bestrahlten Volumen stattfände. Da, wie wir früher gefunden haben, das Gleichgewicht erst nach etwa 30 Sek. Strahlungsdauer vollständig erreicht ist, so können wir schließen, daß innerhalb der kleinen Zeiten, in welchen wir Anstieg (und Abfall) genau verfolgten, die Volumenänderung ohne weiteres zu vernachlässigen ist.

Wir haben noch auf den Gang der α^*-Werte mit dem Druck einzugehen. Wie aus Fig. 8 und 12 in deutlicher Weise hervorgeht, ist eine Abnahme des Rekombinationswertes mit sinkendem Druck vorhanden. Da diese nicht in einer Größenänderung des trägerhaltigen Volumens begründet liegen kann, muß sie auf verschiedenes Verhalten der Kolonnen bei verschiedenem Druck zurückgeführt werden. Dafür spricht auch der Umstand, daß dieser Gang auch schon zu Anfang des Anstiegs vorhanden ist, und wie das Parallellaufen der Kurven zeigt, bis ins Gleichgewicht hinein in unverändertem Maße erhalten bleibt. Wir müssen uns vorstellen, daß bei niederen Drucken schon im Augenblick der Erzeugung die Kolonnen größeren Radius besitzen. Die Folge davon ist, daß die durch die Kolonnen erzeugten Konzentrationsunterschiede bei niederen Drucken nicht so scharf hervortreten wie bei höheren Drucken, was gleichbedeutend ist mit einem kleineren Rekombinationswert. Auf eine Abnahme des Rekombinationskoeffizienten mit sinkendem Druck kann daher mit Sicherheit nicht geschlossen werden. Sollte eine solche in Wirklichkeit vorhanden sein, so ist sie, zumal innerhalb des hier vorhandenen kleinen Druckbereichs keine große Wirkung erwartet werden kann, jedenfalls gering und keineswegs von der Stärke des α^*-Ganges.

Das für den eben behandelten Trägeranstieg bei Zimmertemperatur über den zeitlichen Gang des Rekombinationswertes Gesagte gilt, wie die gestrichelten Kurven von Fig. 12 zeigen, auch bei höheren Temperaturen. Außerdem zeigt sich hier ein nicht geringer Gang mit der Temperatur, hauptsächlich in dem Bereich von Zimmertemperatur bis zu 100° C; bei noch höheren Temperaturen tritt die Änderung nicht mehr so deutlich hervor. Dies zeigt sich sowohl im Anfang der Kurven, wo die Rekombination in den Kolonnen überwiegend ist, als auch im Gleichgewichtszustand, wo das homogene Grundvolumen von bedeutendem Einfluß ist. Diese Abnahme der Rekombination mit der Temperatur kann mithin nicht durch die Vorgänge in den Kolonnen allein verursacht sein, sondern muß wesentlich in einer Abnahme des Rekombinationskoeffizienten mit der Temperatur zu suchen sein. Kurve III von Fig. 8 stellt den relativen Temperaturgang des Rekombinationswerts α^* dar, wie er sich aus der in derselben Figur eingezeichneten Gleichgewichtsmengenkurve ergibt. Auch hier können wir nicht quantitativ auf den genauen Wert des Rekombinationskoeffizienten schließen, da die Wirkung der Kolonnen sich nicht ausscheiden läßt. Doch ist eine starke Abweichung vom wirklichen Rekombinationskoeffizienten nicht anzunehmen.

Wir wenden uns jetzt den *Abklingungskurven* zu. Sie unterscheiden sich von den Anstiegskurven dadurch, daß keine Kolonnen mehr hinzugebildet werden, so daß man es anfangs nur mit einer bestimmten Anzahl verschiedenaltriger Kolonnen und eventuell noch mit dem Grundvolumen zu tun hat. Wir können demnach entsprechend der Phase des Anstiegs, aus welcher die Abklingung erfolgt, zwei Fälle unterscheiden:

1. Der Abfall erfolgt aus einer Anstiegsphase, in der noch sämtliche gebildeten Kolonnen vorhanden sind.

2. Der Abfall erfolgt später, wenn schon Kolonnen im Absterben begriffen sind.

Im ersten Fall ist noch kein Grundvolumen vorhanden; Rekombination findet zunächst nur in den Kolonnen statt. Wenn jedoch die älteste vorhandene Kolonne ihre Lebensdauer erreicht hat und zugrunde geht, so fängt das Grundvolumen an, sich auszubilden; es hat seinen vollen Betrag erreicht, wenn die Abklingungsdauer gerade eine ganze Lebensdauer erreicht hat; denn dann sind keine Kolonnen mehr vorhanden, durch deren Absterben eine weitere Vergrößerung des Grundvolumens erfolgen könnte. Das übrigbleibende Grundvolumen hat annähernd homogene Trägerverteilung. Wir haben hier also gerade wie beim Anstieg eine dauernde Abnahme der Konzentrationsunterschiede, die sich hier jedoch nahezu vollständig ausgleichen.

Im zweiten Fall verläuft der Vorgang analog. Hier ist jedoch schon das Vorhandensein eines Grundvolumens, über das die vorhandenen Kolonnen gelagert sind, anzunehmen. Auch hier findet ein dauernder Abfall der Konzentrationsunterschiede statt, bis alle Kolonnen verschwunden sind; übrig bleibt ebenfalls ein homogenes Grundvolumen.

Der Rückgang der Konzentrationsunterschiede findet in deutlicher Weise seinen Ausdruck im Sinken des Rekombinationswerts α^*, wie die Berechnung (Fig. 13) gezeigt hat. Nach etwa $^{12}/_{100}$ Sek. (im Mittel) nimmt derselbe bei allen Messungen bei Zimmertemperatur den konstantzn Wert $\underline{1{,}7 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{cm}^3/\mathrm{sec}^{-1}}$ an. Diesen Wert haben wir als den wirklichen von allen Einflüssen der Konzentrationsunterschiede und der Diffusion beseitigten Rekombinationskoeffizienten anzusehen, da er der Abklingung der Trägermenge im reinen Grundvolumen entspricht.

Einen bindenden Schluß auf die Abhängigkeit des Rekombinationskoeffizienten vom Druck können wir uns auch hier nicht erlauben. Da die Abweichungen der Grenzwerte der einzelnen Kurven bei verschiedenen Drucken innerhalb der Fehlergrenzen der Beobachtung und der Rechnung liegen, wäre sie jedenfalls nur klein zu erwarten.

Die Berechnung aus den Abfallskurven zeigt, daß die zeitlichen Gänge des Rekombinationswerts bei gleichem Druck sich demselben Grenzwert für alle Abklingungskurven nähern (Fig. 13), ausgenommen für die Abklingungskurven aus dem Gleichgewichtszustand. Diese liegen bei allen Drucken durchweg tiefer als die übrigen Kurven und streben auch einem tieferen Grenzwert zu. Die Abnahme in der ersten Zeit des Abfalls, die auch hier noch ganz deutlich festzustellen ist, zeigt an, daß auch im Gleichgewichtszustand die Kolonnen noch einen merklichen Einfluß auf die Gesamtrekombination ausüben, obwohl die Rekombination der Träger des Grundvolumens überwiegend hervortritt. Die niedere Lage des Grenzwerts ist nicht etwa als Wirkung eines kleineren Rekombinationskoeffizienten aufzufassen, sondern liegt, ebenso wie die tiefere Lage der Grenzwerte bei den Anstiegskurven, in der durch Diffusion der Träger bewirkten Vergrößerung des trägerhaltigen Volumens begründet. Da diese jedoch nicht bekannt ist, kann für den Rekombinationskoeffizienten nur so viel geschlossen werden, daß er jedenfalls größer ist als deren Grenzwert. Wir können umgekehrt durch den Vergleich dieses Grenzwerts mit denjenigen der anderen Kurven auf die Größe des trägerhaltigen Volumens im Gleichgewicht schließen. Danach ergäbe sich, da α^* nach Gleichung (*) proportional dem Volumen ist, etwa das Doppelte des durchstrahlten Volumens.

Genau wie die α^*-Kurven des Anstiegs, so drücken auch die α^*-Kurven der Abklingungen eine Abnahme des Rekombinationskoeffizienten mit steigender Temperatur aus.

Nach den Vorstellungen, die wir vorhin entwickelt haben, muß der nach etwa $^{12}/_{100}$ Sek. erfolgende Übergang des α^*-Wertes in den konstanten α-Wert beim Absterben der letzten vorhandenen Kolonnen vor sich gehen. Dies geschieht jedoch nach Erreichen der Lebensdauer. Mithin hätten wir als Lebensdauer der bei unseren Versuchen vorkommenden Kolonnen etwa $^{12}/_{100}$ Sek. anzunehmen. Aus Fig. 14 scheint eine mit wachsender Temperatur etwas zunehmende Lebensdauer gefolgert werden zu dürfen, was offenbar auf eine geringere Rekombination im Innern der Kolonne zurückzuführen wäre.

VI. Über die Kolonnen

1. Allgemeines

Zu den vorstehenden Angaben über den wahren Wert des Rekombinationskoeffizienten α waren nur die Grenzwerte heranzuziehen, welchen sich die aus den Beobachtungen gefolgerten Rekombinationswerte α^* nähern. Wir gehen noch auf die Ursachen des in den α^*-Kurven niedergelegten zeitlichen Ganges der Rekombinationswerte ein, als welche wir das Auftreten der Trägerkolonnen im Gas erkannt haben. Es ist in ausführlicher Weise dargelegt worden, wie der Einfluß der Kolonnen auf die Rekombination zu denken ist. Wir werden im folgenden noch auf die Eigenschaften einer einzigen, isolierten Kolonne, insbesondere über ihre zeitliche Veränderung beim Altern eingehen und den Versuch machen, die Vorstellungen und Bilder, die wir zur Deutung unserer Versuche heranzogen, auch in quantitativer Weise zu erfassen.

2. Abklingung einer isolierten Kolonne

a) *Bestimmungsverfahren aus dem beobachteten Trägeranstieg.* Zunächst wird es uns in einfacher Weise gelingen, ohne irgendwelche Annahmen oder Vorstellungen spezieller Art über die Struktur der Kolonnen zu machen, die Abklingung der Träger einer einzigen, isolierten Kolonne direkt aus unseren Messungen des Trägeranstiegs abzuleiten.

Unsere beobachteten Trägeranstiege kommen dadurch zustande, daß im Mittel etwa jede $^1/_{20\,000}$ Sek. durch Wirkung eines Alphastrahls eine Kolonne entsteht, und wir können im Hinblick auf die verhältnismäßig geringe Strahldichte annehmen, daß innerhalb einer gewissen ersten Zeit der Bestrahlung jeder neu entstehende Strahl ein ursprünglich trägerfreies Volumen trifft, so daß also jeder Strahl im Gas unabhängig von dem anderen für sich besteht. Innerhalb welcher Grenzen diese Voraussetzung erfüllt ist, kann aus den Ergebnissen ersehen werden. Die Zahl der Kolonnen wächst proportional mit der Zeit an, die vorhandene Trägermenge jedoch nimmt schwächer zu, da jede einzelne Kolonne für sich abklingt, Träger also durch Rekombination verschwinden. Zur besseren Erläuterung seien die Verhältnisse in Fig. 15 schematisch dargestellt. Wir haben dabei angenommen, daß innerhalb konstanter kleiner Zeitintervalle, die in unseren Versuchen, wie erwähnt, die Größe von etwa $^1/_{20\,000}$ Sek. hatten, eine neue Kolonne entsteht. Ihre Abklingungskurven sind schematisch eingezeichnet. Summiert man die Ordinaten der einzelnen Abklingungskurven, so erhält man eine spitzenkammförmige Kurve, welche die zeitliche Ausbildung der Trägermenge, d. h. eine Trägeranstiegskurve darstellt. Ist die Zahl $\mathfrak{N}_0$ der im Augenblick der Entstehung in der Kolonne vorhandenen Träger klein und die Zahl der pro Sekunde entstehenden Kolonnen groß, so ist die Höhe der Spitzen zu vernachlässigen gegen die Absoluthöhe der Kurve, — der zackige Rand kann dann nicht messend verfolgt werden, wie es bei unseren Versuchen der Fall ist —, und man kann dann die Kurve ersetzen durch eine glatte. Nun zeigt es sich bei näherer Betrachtung, daß jede Spitze gegen die vorangehende gerade um den Betrag höher liegt, der durch die zugehörige Ordinate der ältesten Abklingungskurve angegeben wird. Dieser Betrag stellt aber ein Maß für die Steigung der Kurve dar. Man kann daher,

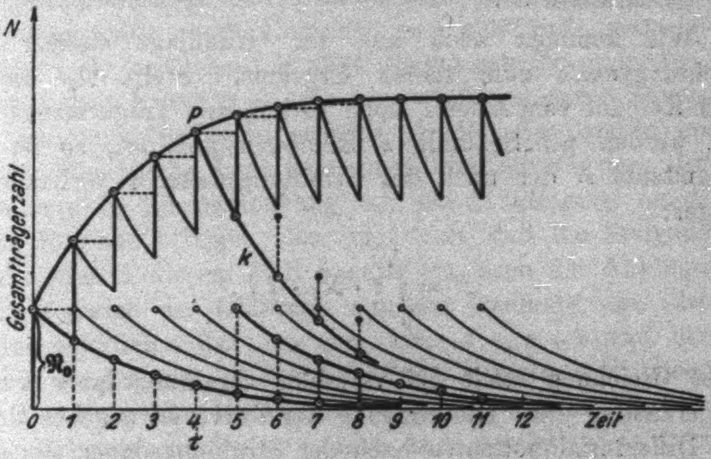


Fig. 15

umgekehrt, aus einer experimentell gefundenen Anstiegskurve direkt den relativen Gang der Abklingung *einer* Kolonne angeben, wenn man die Steigung in einem Diagramm als Funktion der Zeit aufträgt. Diese Betrachtungen gelten natürlich bloß unter der gemachten Voraussetzung, daß sämtliche vorhandenen Kolonnen einander nicht stören, so daß nur Träger derselben Kolonne unter sich rekombinieren, d. h. die Abklingungskurve jeder einzelnen Kolonne nicht von der Zahl der Kolonnen abhängt. Dies kann nur im Anfang des Trägeranstiegs erfüllt sein, wo die Zahl der Kolonnen noch eine beschränkte ist.

Wir kommen auch auf der Grundlage stetiger Betrachtungsweise zum selben Ergebnis. Stellt $\mathfrak{N}_T$ die in einer Kolonne vom Alter T noch vorhandene Trägermenge dar, und werden pro Sekunde z Kolonnen gebildet, so ist die Gesamtzahl N der nach der Strahlungsdauer τ vorhandenen Träger:

$$N = \int_0^\tau z \cdot \mathfrak{N}_T \cdot d\,T. \tag{1}$$

Diese Gleichung stellt bei variabler Strahlungsdauer τ den Trägeranstieg dar. Die Neigung der Kurve ist gegeben durch den Differentialquotienten nach der Strahlungsdauer:

$$z \cdot \mathfrak{N}_\tau = \frac{\partial N}{\partial \tau}. \tag{2}$$

Im besonderen ist für $\tau = 0$: $z \cdot \mathfrak{N}_0 = Q$, da $\left(\frac{\partial N}{\partial \tau}\right)_0 = Q$ ist, wobei Q die in der Sekunde gebildete Trägermenge darstellt.

Da z eine Konstante ist und mithin bloß einen Proportionalitätsfaktor darstellt, so ist die genaue Kenntnis von z entbehrlich, wenn man, was ja hier tatsächlich allein von Interesse ist, die relative Änderung von $\mathfrak{N}_T$ mit dem Kolonnenalter wissen will.

b) *Bestimmungsverfahren aus dem Trägerabfall.* Ebenso wie es uns möglich war, aus dem Anstieg einer Trägermenge, die sich aus isolierten abklingenden Kolonnen zusammensetzt, Schlüsse auf die Abklingung einer einzigen dieser Kolonnen zu ziehen, so muß es auch gelingen, aus dem Abfall einer aus abklingenden Kolonnen aufgebauten Trägermenge auf die Abklingung einer einzigen Kolonne zu schließen. Voraussetzung ist hierbei, natürlich ebenso wie beim Trägeranstieg, daß jede einzelne Kolonne ganz ungestört für sich abklingt. Um klare Vorstellungen von den hier auftretenden Verhältnissen zu erhalten, wollen wir wieder den ganzen Vorgang schematisieren. Durch Bestrahlung der Dauer τ sei eine bestimmte Zahl Kolonnen entstanden (Fig. 15, Punkt *P*). Der Gesamtträgeranstieg während dieser Strahlungsdauer wird wieder durch eine spitzenkammförmige Kurve dargestellt. Da nach Aufhören der Strahlung keine neuen Kolonnen und also auch keine neuen Träger mehr entstehen, so fällt die gesamte Trägermenge nach einer glatten Kurve *k* ab, die man wiederum durch Summation der einzelnen Ordinaten erhält. Durch eine leichte geometrische Überlegung kann man auch hier die Steigung der Abfallskurve in Zusammenhang mit der Abklingung einer einzigen Kolonne bringen. Es zeigt sich, daß die Steigung der Kurve, die in diesem Fall negativ ist, nach der Abklingungsdauer t gleich der Differenz aus der Ordinate der ältesten, zuerst gebildeten Kolonne vom Alter $T = \tau + t$ und der Ordinate der jüngsten, zuletzt gebildeten Kolonne vom Alter $T = t$ ist. Da die beiden Kolonnen sich gerade um das Alter τ voneinander unterscheiden, so ist also, da in der Sekunde z Kolonnen gebildet werden,

$$\mathfrak{N}_{\tau+t} - \mathfrak{N}_t = \frac{1}{z} \cdot \frac{\partial N}{\partial t}. \tag{3}$$

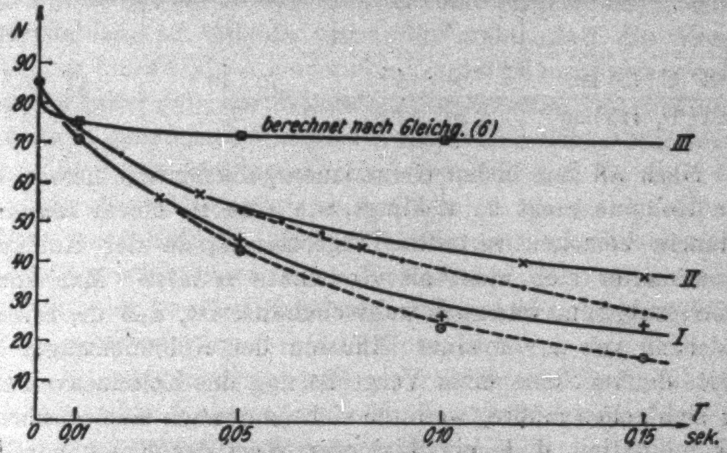
Zum selben Ergebnis gelangt man auch auf der Grundlage stetiger Betrachtungsweise.

Wenn man also die Neigung einer experimentell gefundenen Abklingungskurve bestimmt, so ist es möglich, die obige *Differenz* zwischen der im Alter t vorhandenen Kolonnenträgerzahl $\mathfrak{N}_t$ und der um die Strahlungsdauer τ später noch vorhandenen Trägerzahl $\mathfrak{N}_{\tau+t}$ zu finden. Es ist jedoch mit Hilfe dieser Methode *allein* nicht möglich, die absoluten Ordinaten oder selbst auch nur den relativen Gang von $\mathfrak{N}_T$ zu bestimmen. Ist jedoch wenigstens ein Wert $z \cdot \mathfrak{N}_T$ bekannt, etwa nach der ersten Methode des Anstiegs, so ist es möglich, weitere Punkte der Kolonnenabklingung zu erhalten. Am geeignetsten ist es, die Anfangsordinate $z \cdot \mathfrak{N}_0$ heranzuziehen, die auf einfache Weise aus der Trägerbildung Q abzuleiten ist.

Eine Übereinstimmung der nach den beiden Verfahren des Anstiegs und des Abfalls gewonnenen Resultate kann aber nur solange erwartet werden, als unsere Voraussetzung der Unabhängigkeit der Kolonnen voneinander bestehen bleibt. Denn wäre diese nicht erfüllt, so würden Abweichungen zu erwarten sein deshalb, weil beim erstgenannten Verfahren die Beobachtung sich auf durchschnittlich ältere Kolonnen bezieht wie beim zweiten Verfahren.

c) *Ergebnisse über die Kolonnenabklingung.* Wollen wir versuchen, die früher beobachteten Kurven in der hier genannten Weise zu verwerten, so müssen wir uns im wesentlichen auf die Verhältnisse bei nicht zu hohem Druck und bei höherer Temperatur beschränken. Die Gründe liegen in der bei den anderen Beobachtungen vorliegenden Nichterfüllung der bei den beiden Bestimmungsverfahren notwendigen Voraussetzung, daß jede einzelne Kolonne ungestört durch jede andere abklingt. Diese Voraussetzung ist, abgesehen davon daß ein gewisser Prozentsatz von Kolonnen sich stets stören wird, in unsern Messungen nicht streng erfüllt, da die Kolonnen in der Nähe des strahlenden Präparats, wo sie strahlenförmig auseinander gehen, stets, wenigstens ein bestimmtes Stück weit, in Berührung miteinander stehen, so daß auch Träger verschiedener Kolonnen miteinander rekombinieren. Wir haben diese Störung um so empfindlicher anzunehmen, je kürzer die Kolonnen sind, d. h. je höher die Dichte des Gases ist. Mit abnehmender Dichte jedoch wird sie immer mehr zurücktreten, da die Kolonnen länger werden und ein relativ längeres Stück derselben störungsfrei ist. Außerdem kommt noch hinzu, daß bei hoher Dichte eine wenn auch nur geringe Fälschung der beobachteten Kurven infolge Mangels genügend hoher Spannung zum Wegfangen der Träger nicht ganz ausgeschlossen erscheint. Wir müssen uns aus diesen Gründen bei Bestimmung der Kolonnenabklingung auf die bei niederen Drucken und hoher Temperatur beobachteten Kurven beschränken. Und in der Tat zeigt sich nur bei ihnen eine befriedigende Übereinstimmung der nach beiden Methoden gewonnenen Ergebnisse. Fig. 16

zeigt die Kolonnenabklingungen bei 415 mm und 23° C (Kurve I) und bei 253° C und 750 mm (Kurve II). Im Anfang der Abklingung fallen die nach beiden Methoden bestimmten Punkte sehr gut zusammen; später jedoch liegen die aus dem Anstieg bestimmten Punkte (gestrichelte Kurven) durchweg tiefer als die aus dem Abfall bestimmten. Der Grund hierfür muß darin gesucht werden, daß bei den Abfallskurven, denen eine kurze Bestrahlung voranging, weniger Kolonnen vorhanden sind. Eine Störung ist also hier weniger zu erwarten als bei der Anstiegsmethode. Wir sehen deshalb auch die aus den Abfällen gewonnenen Kurven als die richtigeren an. Da die beiden Abklingungen bei nahe derselben Dichte stattfinden, so ist der Unterschied der beiden Kurven lediglich als Wirkung der Temperatur anzusehen.



Abklingungsdauer (Kolonnenalter)

I 415 mm Druck 23°. ——— aus dem Trägerabfall.
II 750 mm „ 253°. – – – – „ „ Trägeranstieg.

Fig. 16

In Analogie mit der Abklingung einer in einem Volumen gleichmäßig verteilten Trägermenge, die sich in Form einer Hyperbel vollzieht, war es naheliegend zu prüfen, ob auch die Träger einer Kolonne in ähnlicher Weise abklingen. Dies ist jedoch nur angenähert der Fall. Nimmt man nämlich an, daß die Kolonnenträger abfallen nach der Gleichung:

$$(4) \qquad \frac{d\mathfrak{N}}{dt} = -\varkappa \mathfrak{N}^2 \qquad \text{oder} \qquad \mathfrak{N} = \frac{1}{1 + \varkappa \mathfrak{N}_0 \cdot t},$$

so erweist sich hierbei die Größe $\varkappa$, die man den Kolonnenrekombinator nennen könnte, keineswegs als eine Konstante. Die folgende Tabelle gibt einige Werte des Kolonnenrekombinators wieder:

Tabelle 5

	0 sec	$^5/_{100}$ sec	$^1/_{10}$ sec
253° C, 755 mm	$98 \cdot 10^{-6}$	$70 \cdot 10^{-6}$	$47 \cdot 10^{-6}$
23° C, 415 mm	$120 \cdot 10^{-6}$	—	$70 \cdot 10^{-6}$

Nach all dem bisher Gefundenen geht deutlich hervor, daß eine Kolonne nicht so abklingt wie eine in einem *konstanten* Volumen homogen verteilte Trägermenge, da der Kolonnenrekombinator sich nicht als Konstante erweist. Man könnte jedoch zulassen, was auch wahrscheinlich ist, daß die zeitliche Änderung von $\varkappa$ von einer Diffusion der Kolonnenträger herrührt, die im Sinne einer Vergrößerung des Kolonnenvolumens vor sich gehen müßte, wodurch sich dann auch eine schwächere Rekombination, d. h. ein kleinerer Wert des Kolonnenrekombinators ergeben müßte. Wir können daher probeweise versuchen, die Rekombination in einer Kolonne durch folgende Gleichung zu beschreiben:

$$(5) \qquad \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial t} = -\frac{\alpha}{v} \cdot \mathfrak{N}^2,$$

wobei wir zulassen, daß das Kolonnenvolumen v nicht konstant ist, sondern sich durch Diffusion erweitern kann. Durch Vergleich mit (4) folgt: $v = \frac{\alpha}{\varkappa}$. Da α eine Konstante, $\varkappa$ jedoch, wie wir sahen, eine zeitliche Abnahme aufweist, so folgt, daß sich das Volumen v mit der Zeit vergrößert, was infolge von Trägerdiffusion zu erwarten wäre.

Denken wir uns das Volumen einer Kolonne als Kreiszylinder, dessen Achse der Alphastrahl ist, so hat man: $v = \varrho^2 \cdot \pi \cdot r$, wobei ϱ der Radius und r die Länge (Reichweite) der Kolonne ist.

Man findet aus unseren Versuchen für den Kolonnenradius die Größenordnung 10^{-2} cm. Dieser Radius ist auffallend groß, und man möchte ihn für die hier benutzten Gasdrucke als wenig wahrscheinlich betrachten. Bemerkenswert ist allerdings, daß Herr Jaffé[1]) auf Grund theoretischer Betrachtungen unter Berücksichtigung beobachteter Stromspannungskurven für Kolonnen in Luft bei Atmosphärendruck den ebenfalls sehr großen Wert von $1{,}9 \cdot 10^{-3}$ cm findet. Es sind jedoch diese großen Radien vielleicht nur vorgetäuschte, scheinbare Radien, so daß zu vermuten steht, daß die Voraussetzungen unserer Rechnung durch Formel (4) nicht streng erfüllt sind. Offenbar geht die Rekombination innerhalb einer Kolonne doch nicht genau nach Maßgabe des Rekombinationskoeffizienten, wie er sich aus gewöhnlichen Messungen ergibt, vor sich. Dies ist dadurch einigermaßen wahrscheinlich gemacht, daß die Träger einer Kolonne, die in Annäherung als Trägerschnur aufgefaßt werden kann, nicht nach jeder Richtung im Raume hin, wie beim gewöhnlichen trägerhaltigen Gas, rekombinieren können, sondern vorzugsweise nur in Richtung der Kolonnenachse. Es wäre hiernach mit einer kleineren Rekombination innerhalb einer Kolonne zu rechnen, als dem gewöhnlichen Rekombinationskoeffizienten entspricht.

Herr Jaffé findet unter der Annahme, daß die Träger einer Kolonne nach dem Fehlergesetz um die Kolonnenachse verteilt sind, für die Abklingung der Träger einer Kolonne die folgende Gleichung:

$$\mathfrak{N} = \frac{\mathfrak{N}_0}{1 + \frac{\alpha \mathfrak{N}_0}{8\pi D r} \lg\left(1 + \frac{4Dt}{b^2}\right)}, \tag{6}$$

wobei D den Diffusionskoeffizienten (für beide Trägersorten gleich angenommen), und $\sqrt{\frac{\pi}{4}}\, b$ den Anfangsradius der Kolonne bedeutet. Wir haben in Fig. 16 als Kurve III die bei 415 mm und 23° C aus dieser Gleichung sich ergebende Abklingungskurve eingezeichnet, wobei wir folgende numerische Werte benutzt haben:

$$\alpha = 1{,}5 \cdot 10^{-6}, \quad D = 7 \cdot 10^{-2}, \quad b^2 = 10^{-5}, \quad r = 5 \text{ cm}.$$

---

[1]) G. Jaffé, Ann. d. Phys. 42. S. 303. 1913.

Die Kurve fällt im Anfang (innerhalb 10^{-3} sec), wie auch Herr Jaffé angibt, außerordentlich steil ab, um dann einen flachen Lauf anzunehmen. Die Abweichungen von unserer bei gleichen Bedingungen experimentell aufgefundenen Kurve sind so stark, daß Gleichung (6) für Abklingungszeiten, die größer als 10^{-2} sec sind, nicht geeignet erscheint, den wirklichen Verlauf der Kolonnenabklingung zu beschreiben. Über den steilen Abfall im Anfang der Abklingung können aus unseren Versuchen keine bindenden Schlüsse gezogen werden, da hierzu noch viel kleinere Zeiten als hundertel Sekunden hätten gemessen werden müssen.

Von geeigneten Beobachtungen der bei niederen Gasdrucken in der Expansionskammer auftretenden Kolonnen dürfte man wohl am ersten eine Prüfung bzw. Vervollständigung der gegenwärtigen Einsicht erwarten.

Zusammenfassung

1. Zur Untersuchung der Rekombinationsvorgänge in von Alphastrahlen leitend gemachtem Gas sind drei Methoden experimentell verfolgt worden:

a) Messung des zeitlichen Anstiegs der während der Bestrahlung im feldfreien Raum sich ausbildenden Trägermenge. (Trägeranstieg.) (IV, 4.)

b) Messung des zeitlichen Abfalls der nach bestimmter Strahlungsdauer vorhandenen Trägermenge. (Trägerabfall.) (IV, 6.)

c) Messung des nach langer Strahlungsdauer sich einstellenden Grenzzustandes im Gase. (Gleichgewicht.) (IV, 5.)

2. Mit diesen Methoden wurden die Rekombinationsvorgänge in ihrer Abhängigkeit sowohl vom Druck (400—760 mm) als auch von der Temperatur (20—250° C) des Gases verfolgt.

3. Die Messungen zeigen übereinstimmend, daß die Rekombination nicht in der Weise erfolgt, wie es bei gleichmäßiger Verteilung der Träger zu erwarten wäre. Dieser Fall tritt vielmehr erst nach längerer Zeit ein, während bei kurzen Zeiten stärkere Rekombination zu beobachten ist. (V, 3, 4, 5.)

4. Aus den nach längeren Zeiten sich einstellenden Rekombinationsverhältnissen kann der wahre Wert des Rekombinationskoeffizienten ermittelt werden. Es findet sich folgendes:

a) Derselbe findet sich für Luft von normaler Temperatur und normalem Druck zu $1{,}7 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{cm}^3\,\mathrm{sec}^{-1}$. (V, 5.)

b) In Luft von äußerster Reinheit ist der Rekombinationskoeffizient um 20 v. H. geringer. (IV, 8.)

c) Mit sinkendem Druck scheint eine geringe Abnahme von α angezeigt. (V, 5.)

d) Ein Einfluß der Temperatur auf α tritt deutlich hervor. Der Koeffizient α nimmt mit steigender Temperatur zuerst schneller, dann langsamer ab. Bei 100° C ist sein Wert in Luft auf etwa die Hälfte, bei 250° C auf $^1/_4$ desjenigen bei 20° C gesunken. Dieser Gang kann nicht als Folge der besonderen Versuchsbedingungen angesehen werden, sondern er ist in den physikalischen Verhältnisssen der Rekombination begründet. (V, 5.)

e) In reinstem Stickstoff verläuft die Rekombination auch quantitativ sehr nahe ebenso wie in Luft. Im elektrischen Feld ist dagegen in N_2 viel rascher Sättigungsstrom zu erhalten als in Luft. Bemerkenswert ist außerdem der stets sich findende Überschuß an negativen Trägern gegenüber den positiven. (IV, 9.)

5. Die bei kürzeren Zeiten vorhandenen Abweichungen der Rekombination von den normalen Verhältnissen ist auf die Bildung von diskreten Trägerkolonnen durch die Alphastrahlen zurückzuführen (V, 5). Man kann den beobachteten Verlauf zu Aussagen über die Natur dieser Kolonnen verwerten. (VI, 2.) Es ergibt sich dabei:

a) Die Abklingung in einer einzigen Kolonne erfolgt derart, wie es bei Annahme gleichmäßiger Verteilung der Träger und unverändertem α-Wert einem langsam zunehmenden Volumen der Kolonnen entspräche. (VI, 2c.)

b) Der hiernach für den benutzten Gasdruck berechnete Kolonnenradius hat die Größenordnung 10^{-3} cm; das verhältnismäßig große Kolonnenvolumen ist wohl als Scheinvolumen anzusehen, da die Trägerverteilung innerhalb der Kolonnen kaum als kontinuierlich angesehen werden kann und daher die gewöhnliche Rekombinationsbetrachtung auszuschließen ist. (VI, 2c.)

c) Von jeder hypothetischen Annahme frei ist aber die auf experimenteller Grundlage gefundene Kolonnenabklingung.

Diese Arbeit ist auf Anregung von Hrn. Prof. Dr. A. Becker im Physikalisch-Radiologischen Institut der Universität Heidelberg zur Ausführung gelangt. Ich erlaube mir an dieser Stelle meinen hochgeschätzten Lehrern Hrn. Geheimrat Professor Dr. P. Lenard für das ständige Interesse und die wertvollen Ratschläge, und Hrn. Prof. Dr. A. Becker für die dauernde Unterstützung und Belehrung meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

Heidelberg, Phys.-Radiol. Institut der Universität.

(Eingegangen 9. Dezember 1927)

3. *Über die Prüfung optischer Systeme mit Rastern;*

von Günther Schulz

(Hierzu Tafel VII bis IX)

Inhalt. I. Einleitung: 1. Die Aberrationen, Darstellungsmöglichkeiten der sphärischen Aberration; 2. Grunderscheinungen, Problemstellung. — II. Die Apparatur: 1. Die Lichtquelle; 2. Das Gitter; 3. Der Aufnahmeapparat. — III. Die geometrisch-optische Theorie der Schattenstreifen: 1. Die analytische Darstellung; 2. Die Formen der Schattenkurven. — IV. Die experimentelle Ausführung der Methode: 1. Die Justierung der Apparatur; 2. Die Aufnahme von Photogrammen; 3. Die Auswertung der Photogramme; 4. Beispiele der Auswertung; 5. Die Verwendung von Kreuzrastern. — V. Die Beugungserscheinungen: 1. Beschreibung; 2. Erklärung; 3. Sekundäre Kurvensysteme; 4. Folgerungen für die Ausmessung der Photogramme. — VI. Die Beziehungen der Rastermethode zu den anderen Prüfmethoden: 1. Die Methoden von Foucault und Toepler; 2. Die Methoden von Graf, Hartmann, Gardener und Bennet, Väisälä, Chalmers, Michelson und Cotton; 3. Die Gittermethoden von Ronchi und Lenouvel; 4. Die Interferenzmethoden von Ronchi, Lenouvel, Waetzmann und Twyman. — VII. Zusammenfassung.

I. Einleitung

1. Die Aberrationen, Darstellungsmöglichkeiten der sphärischen Aberration

Daß, abgesehen vom ebenen Spiegel, kein optisches Instrument möglich ist, das alle Punkte des Dingraumes in alle Punkte des Bildraumes abbildet, war seit langem eine Erfahrungstatsache der Optik, die allerdings erst 1901 von **Felix Klein** in aller Strenge bewiesen wurde.[1] Dies bedeutet, daß die von einem Punkt des Dingraumes ausgehenden Strahlen im allgemeinen im Bildraum nicht wieder durch einen Punkt gehen, das Strahlenbündel also astigmatisch ist, oder, was dasselbe ist, daß eine sphärische Welle nach dem Verlassen des optischen Systems eine von einer Kugel abweichende Wellenfläche besitzt. Diese Abweichungen werden „Aberrationen“ (im weitesten Sinne des Wortes) genannt.

---

[1] Ztschr. f. Math. u. Phys. 46. S. 376. 1901. Auch: **S. Czapski** u. **O. Eppenstein**, Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente. 3. Aufl. S. 214—215. Leipzig 1924.

Für das Folgende sei Rotationssymmetrie für eine Achse, die optische Achse des Systems, vorausgesetzt, und es soll vor allem von den Abweichungen einer Welle von der Kugelgestalt die Rede sein, die von einem Punkte der optischen Achse ausgegangen ist und das System durchsetzt hat (sphärische Aberration im engeren Sinne).

Der Aberrationszustand im Bildraum läßt sich auf vielfache Weise kennzeichnen. Man kann sich auf eine Ebene durch die optische Achse beschränken und gibt dann meistens die Schnittweite s, von irgendeinem Bezugspunkt an gerechnet, als Funktion des Winkels u an, den der Strahl mit der optischen Achse bildet.1) Wegen der Rotationssymmetrie muß diese Funktion eine gerade sein. Bevorzugt wird eine Potenzreihenentwicklung nach einer Funktion $\varphi\,(u)$, etwa u^2, $\operatorname{tg}^2 u$ oder $1 - \cos u$ in der Form:

$$s - s_0 = \sum_{\nu=1} a_\nu\, \varphi^\nu(u). \tag{1}$$

s_0 ist hierbei die Schnittweite der Paraxialstrahlen; es ist also $\varphi(0) = 0$. Die graphische Darstellung dieser Abhängigkeit ist die verbreitetste Kennzeichnung des Aberrationszustandes.

2. Grunderscheinungen, Problemstellung

Bringt man in die Nähe des Bildes, das eine einfache Konvexlinse L von einer nahezu punktförmigen Lichtquelle Q entwirft (vgl. Fig. 1), ein geradliniges Gitter G von nicht allzu hoher Strichzahl (etwa 40 pro Zentimeter) und beobachtet man auf einem Schirm P oder einer Mattscheibe den Schatten, den das Gitter wirft, so wird man im allgemeinen Streifen sehen, die den Gitterstrichen geometrisch ähnlich, also geradlinig und äquidistant sind, zumal wenn das Gitter nahe dem Schirm sich befindet (vgl. Fig. 2a). Rückt man aber mit dem Gitter dem Bildpunkt näher, so ändert sich allmählich das Schatten-

---

1) In der geometrischen Optik werden diese Größen, da sie dem Bildraum angehören, meist mit s' und u' bezeichnet.

gebilde vollkommen: die Anzahl der Streifen wird erwartungsgemäß geringer, da der Kreis, in dem das Lichtbündel die Gitterebene trifft, immer kleiner wird; aber außerdem wird — vor allem bei den mittleren Streifen in der Nähe der optischen Achse — Breite und gegenseitiger Abstand größer

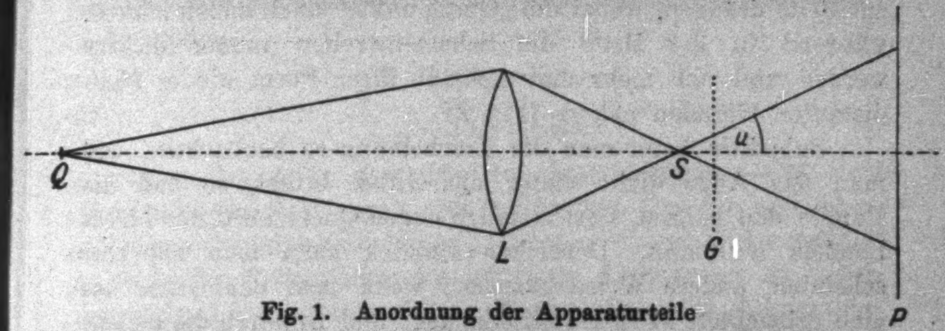


Fig. 1. Anordnung der Apparaturteile

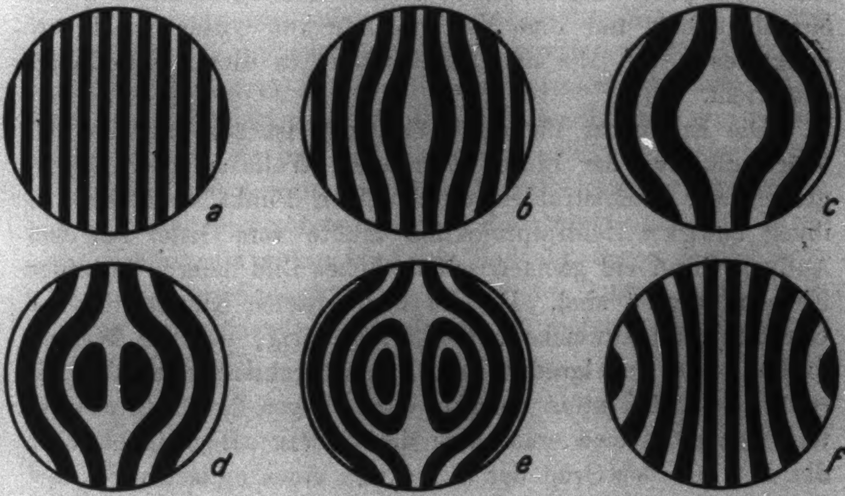


Fig. 2. Änderung der Schattenkurven bei Verschiebung des Gitters

(Fig. 2b). Ist die Lage des Gitters so, daß die optische Achse gerade die Mitte eines lichtdurchlässigen Teils durchstößt, so hat man bei einer gewissen Stellung auf dem Schirm eine annähernd kreisförmige erleuchtete Stelle (Fig. 2c). Diese Stellung sei die „Nullstellung“ genannt. Bewegt man das Gitter in demselben Sinne weiter, so bilden sich dort zwei symmetrisch liegende geschlossene Kurvenzweige aus (Fig. 2d).

Hier ist die Erscheinung äußerst labil, und bei Verwendung einer chromatisch nicht korrigierten Linse zeigt sich ein lebhaftes Farbenspiel. Bei weiterer Verschiebung quellen aus den erwähnten geschlossenen Kurven ständig neue hervor (Fig. 2e), die die ursprünglichen ungeschlossenen Zweige immer weiter zur Seite drängen, wobei die „Quellpunkte" nach außen rücken, während in der Mitte die Schattenstreifen immer dichter werden und sich mehr und mehr in ihrer Form wieder äquidistanten Geraden nähern (Fig. 2f).

Subjektiv kann man die Erscheinung so beobachten, daß man das Auge dicht hinter das Gitter bringt, so daß die Pupille den ganzen, dort ziemlich engen Querschnitt des Lichtbündels aufnimmt. Denselben Anblick kann man auf eine scheinbar andere Weise erzielen, wenn man das Gitter auf eine erleuchtete Milchglasscheibe legt und es durch die gleiche Linse bei passenden Abstandsverhältnissen betrachtet. Offenbar liegt hier nur eine Vertauschung von Gitter und Lichtpunktblende vor, die der Augenpupille in dieser Anordnung entspricht.

Die Erklärung für diese Vorgänge ist sehr naheliegend. Wäre die aus der Linse austretende Welle sphärisch, dann gingen alle Lichtstrahlen durch einen Punkt, und die von ihnen bewirkte Zentralprojektion müßte vom Gitter auf dem Auffangschirm ein geometrisch-ähnliches Bild liefern, da beider Ebenen parallel sind. Da die beobachteten Kurven von der Geradlinigkeit abweichen, bleibt nur übrig, daß die Wellenfläche keine Kugelgestalt hatte, das Strahlenbündel also mit sphärischer Aberration behaftet war. Wegen ihrer sehr charakteristischen Formen erscheinen die Kurven als geeignet, über die Art und den Grad der Korrektion eines optischen Systems Aufschluß zu geben. Hr. Prof. Jentzsch, der die geschilderte Erscheinung mehrfach in Vorlesungen demonstrierte und über die elementare Theorie bereits berichtet hat[1]), forderte mich daher auf, die geschilderten Erscheinungen näher zu untersuchen.

Die vorliegende Arbeit hat das Ziel, die vorkommenden Kurvenformen ausführlich zu beschreiben und zu erklären, die günstigste Methode anzugeben, aus ihnen die zugehörigen Aberrationen qualitativ und quantitativ zu bestimmen, sowie die Möglichkeiten und Grenzen der Verwendung festzulegen. Es wird sich ferner dabei als notwendig erweisen, die am Gitter auftretenden Beugungserscheinungen zu berücksichtigen und die Berührungspunkte mit den schon vorhandenen Methoden festzustellen.

---

[1]) F. Jentzsch, Phys. Ztschr. 29. 1928.

II. Die Apparatur

1. Die Lichtquelle

Aus den oben geschilderten Grundversuchen und dem Verwendungszweck ergab sich sofort das einfache und übersichtliche Grundprinzip der Apparatur. Hintereinander standen in folgender Reihenfolge: Punktförmige Lichtquelle, zu untersuchendes Linsensystem, Gitter, Mattscheibe oder photographische Platte (vgl. Fig. 1).

Da die chromatischen Aberrationen dioptrischer Systeme die Schärfe der auftretenden Schattenstreifen sehr beeinträchtigen, war das erste Erfordernis die Verwendung einer monochromatischen Lichtquelle. Andererseits mußte diese von großer Intensität sein, da das Licht eine enge Blende passiert. Als am geeignetsten erwies sich eine Quarzquecksilberbogenlampe von Heraeus mit vorgeschaltetem Lichtfilter. Benutzt wurde ausschließlich die grüne Hg-Linie 546 $m\mu$, deren Wellenlänge nahe beim Empfindlichkeitsmaximum des Auges liegt. Vollkommen hinreichende Monochromasie lieferte die folgende Farbfilterlösung[1]):

Pikrinsäure	0,4 g[2])
Kupfersulfat	3,5 g
Didymnitrat	15,0 g
Dest. Wasser	300,0 ccm.

Eine starke Lösung von ammoniakalischem Kupfersulfat als Blaufilter ist im allgemeinen ungeeignet, da sie blaue und violette Strahlen zugleich in beträchtlicher Menge hindurchläßt. Das Grünfilter wurde in einer Schichtdicke von 4 cm benutzt. Durch eine starke Kondensorlinse wurde der Leuchtkörper der Lampe auf einer Lochblende (Durchmesser 0,90, 0,24, 0,12, 0,06 mm) abgebildet, die den erforderlichen „leuchtenden Punkt“ darstellte. Von der Wahl des günstigsten Blendendurchmessers wird später die Rede sein. Die ultraviolette Strahlung der Quarzlampe wurde durch das Filtergefäß und die Glaslinsen völlig absorbiert.

---

[1]) A. Köhler, Ztschr. f. wiss. Mikr. 27. S. 329. 1910.

[2]) Diese Menge ist bei 20° C in 36 ccm gesättigter Lösung enthalten.

Zu photographischen Aufnahmen wurden orthochromatische Extrarapidplatten von Hauff verwendet.

2. Das Gitter

Die ersten Versuche wurden mit Drahtgittern aus verschiedenen Metallen gemacht (40—80 Drähte pro Zentimeter), wie sie seinerzeit von H. Rubens als Beugungsgitter für ultrarote Strahlung verwendet worden waren. Hier machten sich aber Reflexe an den Drähten störend bemerkbar, die die Deutung und genaue Ausmessung der auftretenden Schatten- und Beugungsstreifen erschwerten. Es wurden daher an ihrer Stelle sogenannte *Raster* verwendet, wie sie in der Reproduktionstechnik zur Herstellung von Autotypien dienen.

Diese Raster sind Glasplatten von 2—4 mm Dicke, auf denen lichtdurchlässige Streifen mit ungefähr gleich breiten undurchlässigen abwechseln. Die Breite jeder Art von Streifen für sich und damit die Gitterkonstante ist dabei mit hoher Genauigkeit konstant, da auf die Herstellung solcher Raster von den Firmen große Sorgfalt verwendet zu werden pflegt. Die Grenze zwischen den durchsichtigen und den geschwärzten Teilen wird durch einen feinen, vom Diamanten der Teilmaschine gezogenen Strich gebildet. Die Abweichungen von der Geradlinigkeit sind daher auch sehr gering. Außerdem ist ein großer Vorteil die verschwindende Dicke und die vollkommene Lichtundurchlässigkeit der ausblendenden Teile. Bei photographisch hergestellten Gittern sind die hellen Streifen stets leicht getrübt und die geschwärzten nicht völlig lichtundurchlässig, außerdem ist der Übergang zwischen beiden ein allmählicher, unscharfer Abfall der Schwärzung. Diese Nachteile sind bei Rastern völlig vermieden. Es verdient hervorgehoben zu werden, daß ohne deren Verwendung die Ausgestaltung einer verwendbaren Methode kaum möglich gewesen wäre. Zur Verfügung stand ein Satz von elf quadratischen, parallel zur Diagonale geteilten Rastern in der Größe von ungefähr 3×3 cm^2 mit etwa 20, 25, 30, 34, 40, 46, 48, 54, 60, 70, 80 Streifen pro Zentimeter und ein Kreuzraster, der durch Aufeinanderlegen von zwei einfachen Rastern mit etwa 53 Streifen pro Zentimeter hergestellt worden war.

3. Der Aufnahmeapparat

Auf das Ende einer optischen Bank wurde ein etwa 20 cm langer Aufsatz (Unterteil eines Kathetometers mit horizontaler Verschiebung) gestellt, der eine Führung mit zwei Schlitten besaß. Der eine von diesen trug zwei Säulen, gegen die die photographische Platte von zwei Klemmfedern gedrückt wurde. Der andere diente als Träger des Rasters und konnte mittels einer Spindel verschoben werden. An dieser konnten die Verschiebungen auf $^1/_{100}$ mm genau abgelesen werden, am Nonius des Schlittens mit einer Genauigkeit von $^1/_{25}$ mm, die für die ausgeführten Messungen ausreichte. Die ungleiche Größe der Raster machte es nötig, diese auf einer ringförmigen Scheibe aus Metall zwischen einem durch Schraube verstellbaren Winkel und einem federnden Winkel als Widerlager zu befestigen. Die Ringscheibe besaß am Rande ein federndes Kugellager, das in eine innere Hohlkehle einer Ringfassung paßte, die ihrerseits vom Schlitten getragen wurde. Hierdurch war es einerseits ermöglicht, für das Auswechseln der Raster die Trägerscheibe leicht herauszunehmen und wieder hineinzudrücken, andererseits diese und mit ihr den Raster um eine horizontale Achse (parallel der optischen Achse des zu untersuchenden Systems) zu drehen. Die zweite Bewegungsmöglichkeit des Rasters bestand in einer Verschiebung in seiner Ebene durch Verstellen der erwähnten Klemmwinkel. Der Raster und Platte tragende Aufsatz befand sich in einem Gehäuse; hier konnte auf vollkommene Lichtdichtigkeit und die Benutzung einer Kassette verzichtet werden, da die Aufnahmen in einer Dunkelkammer gemacht wurden und die Lampe mit der Kondensoreinrichtung lichtdicht abgeschlossen waren. Der Tisch, der die ganze Apparatur trug, stand zur Dämpfung von Erschütterungen auf Gummiplatten.

III. Die geometrisch-optische Theorie der Schattenstreifen

1. Die analytische Darstellung

Von allen Lichtstrahlen, die von einem leuchtenden Punkte Q der optischen Achse ausgehen, werden im allgemeinen nach dem Durchgang durch das optische System (einfache sammelnde Linse, photographisches oder Fernrohrobjektiv usw.) nur die wieder in einem, natürlich ebenfalls auf der optischen Achse gelegenen Punkte vereinigt, die die gleiche Zone durchsetzt haben. Will man sich nun die Formen des geometrischen Schattens konstruieren, den das von der Linse ausgehende Lichtbündel von einem Gegenstand auf einem Auffangschirm entwirft, so ist beim Vorkommen sphärischer Aberration eine Betrachtungsweise von Nutzen, welche die durch die Lichtstrahlen ausgeübte Projektion als eine verallgemeinerte Zentralprojektion ansieht, bei der die Lage des Projektionszentrums S auf einer Geraden (hier der optischen Achse) abhängt von dem Winkel u, den der projizierende Strahl mit dieser Geraden bildet (vgl. Fig. 1). Der mathematische Ausdruck hierfür ist nichts anderes als die eingangs erwähnte Potenzreihendarstellung (1), wenn man die optische Achse als Z-Achse eines Koordinatensystems nimmt, auf der s die Koordinate von S ist. Die Fortpflanzungsrichtung der Lichtstrahlen auf dieser Achse sei die positive Z-Richtung. Als Funktion $\varphi(u)$ ist aus später ersichtlichen Gründen $\mathrm{tg}^2 u$, wofür zur Abkürzung v^2 geschrieben wird, am meisten geeignet für eine derartige Behandlung. Außerdem soll $s_0 = 0$ sein, d. h. der Anfangspunkt O des Koordinatensystems ist der Schnittpunkt der Paraxialstrahlen (Spitze der Kaustik), für die ja $u = 0$ ist. Vorläufig soll für diese Betrachtungen die Reihe nach dem ersten Gliede abgebrochen werden. Für einfache Linsen und manche Systeme bedeutet dies kaum eine Einschränkung der Allgemeinheit, da für sie schon das zweite Glied nur die Rolle eines Zusatzgliedes spielt. Ist aber das Vorzeichen des zweiten Gliedes der Entwicklung dem des ersten entgegengesetzt, so kann der Fall eintreten, daß $s - s_0$ außer für $u = 0$ noch für einen Wert $u = u_0$ verschwindet: das Objektiv ist dann für die durch u_0 gekennzeichnete Zone „korrigiert". In diesem Fall muß man stets mehr als ein Glied der Entwicklung berücksichtigen, wenn man durch sie die Eigenart des Korrektionszustandes erschöpfend beschreiben will. Diese Fälle lassen sich aber dadurch auf den einfachsten Fall der „Aberration mit einem Koeffizienten“ zurückführen, daß man den ersten Koeffizienten nicht als konstant, sondern noch mit u veränderlich ansieht.

Der Aberrationszustand sei nunmehr gegeben durch

$$s = \alpha v^2. \tag{2}$$

Unter der Voraussetzung einer reellen Kaustik ist α negativ in dem am meisten verbreiteten, bei einfachen Konvexlinsen immer vorliegenden Fall der Unterkorrektion. Für u soll stets gelten $0 \leqq u < \frac{\pi}{2}$. Durch den Punkt O sei ein rechtwinkliges, rechtshändiges Koordinatensystem gelegt. (X-, Y-, Z-Achse, vgl. Fig. 3.) Außerdem seien R und φ Polarkoordinaten in den zur Z-Achse senkrechten Ebenen; also

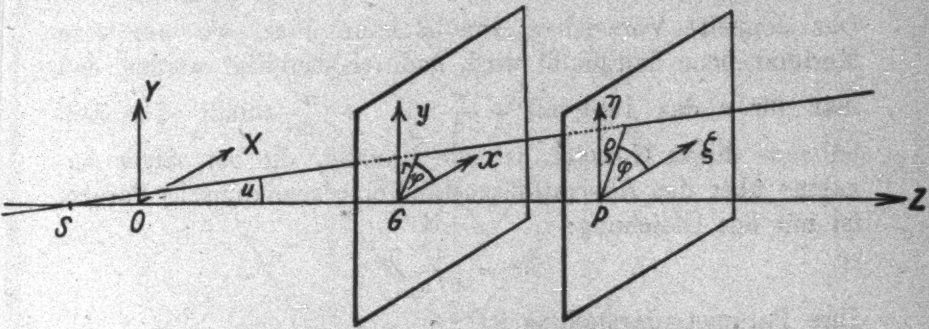


Fig. 3. Lage der Koordinatensysteme

$$R^2 = X^2 + Y^2$$

und

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Y}{X}.$$

Aus praktischen Gründen wird φ von der X-Achse in positivem Drehsinn von 0 nur bis π gerechnet. Dafür wird R im dritten und vierten Quadranten negativ genommen. Dadurch ist erreicht, daß zu einem Lichtstrahl stets dasselbe Azimut φ gehört. Dieser ist aber durch Angabe von u und φ nur dann eindeutig bestimmt, wenn für eine beliebige zur Z-Achse senkrechte Ebene noch das Vorzeichen von R angegeben wird. Insbesondere soll ein Punkt in der Ebene des schattenwerfenden Gegenstands (Gitterebene) $Z = g$ durch die rechtwinkligen Koordinaten x, y oder die Polarkoordinaten r, φ festgelegt sein, in der Ebene des Auffangschirms (Plattenebene) $Z = p$ durch ξ, η oder durch ϱ, φ.

Betrachtet man eine Ebene durch die optische Achse, so sind Z und R in ihr rechtwinklige Koordinaten und die in ihr enthaltene Strahlenschar ist gegeben durch:

$$\pm R = v(Z - s)$$

oder, da $s = \alpha v^2$ ist, durch:

$$\pm R - Zv + \alpha v^3 = 0. \tag{3}$$

Das doppelte Vorzeichen von R kann hier, wo nur eine Meridianebene betrachtet wird, dadurch beseitigt werden, daß man für u das Intervall $-\frac{\pi}{2} \ldots\ldots + \frac{\pi}{2}$ zuläßt. Die Einhüllende dieser Geraden ist die Kaustik, die bei obiger Annahme über den Aberrationszustand eine semikubische Parabel ist mit der Gleichung:

$$R^2 = \frac{4}{27\,\alpha} Z^3. \tag{4}$$

Ihre Parameterdarstellung ist:

$$Z = 3\alpha v^2 \tag{5a}$$

und

$$\pm R = 2\alpha v^3. \tag{5b}$$

Bestimmt man ferner die orthogonalen Trajektorien der Geradenschar (3), so erhält man eine Schar Kurven, die die Schnittkurven der Wellenflächen mit der betrachteten Ebene sind; sie sind gegeben durch:

$$Z = (C\cos u - 2\alpha) + \alpha\,\mathrm{tg}^2 u \tag{6a}$$

und

$$\pm R = -\,\mathrm{tg}\,u\,(C\cos u - 2\alpha). \tag{6b}$$

In dieser Darstellung ist C der Scharparameter und u jeweils der Parameter auf einer Kurve. Insbesondere folgt für $C = 0$:

$$Z = \alpha v^2 - 2\alpha, \tag{7a}$$

$$\pm R = 2\alpha v, \tag{7b}$$

d. h. eine Parabel, die in der Schar zu erwarten war, da die semikubische Parabel die Evolute der Parabel ist. Die zugehörige Wellenfläche (Rotationsparaboloid) besitzt in der ganzen Schar die einfachste analytische Darstellung und wird deshalb später als Bezugsfläche benutzt werden. Eine Übersicht über die vorkommenden Kurvenformen gibt Fig. 4.[1])

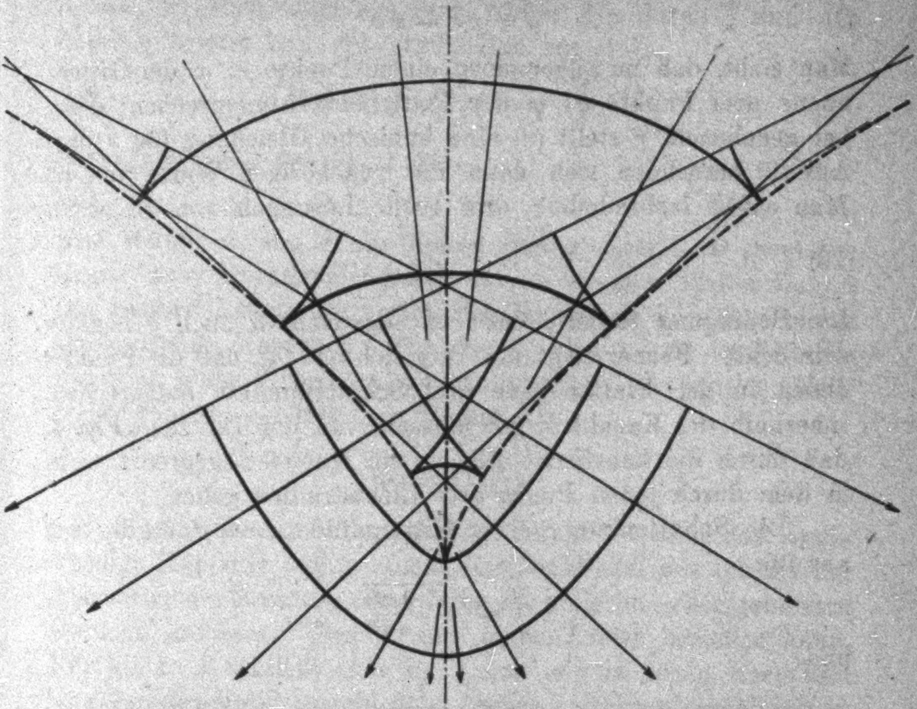


Fig. 4. Meridiankurven von Wellenflächen in einem mit sphärischer Aberration behafteten Lichtstrahlenbünde (Kaustik gestrichelt)

2. Die Formen der Schattenkurven

Bei einem idealen Objektiv, das die Strahlen sämtlicher Zonen in einem Punkte vereinigt, sind die Schattenstreifen stets äquidistante, gerade Linien, deren Abstand mit der Annäherung des Gitters an den Vereinigungspunkt wächst; in der Nullstellung selbst ist er unendlich groß.

Zur Beschreibung der in einem mit sphärischer Aberration behafteten Strahlenbündel auftretenden Schattenformen kann man von der Vorstellung ausgehen, daß durch das Bündel die

---

[1]) Vgl. Handbuch der Physik Bd. XVIII. (Berlin 1927.) Artikel von F. Jentzsch, „Die Beziehungen der geometrischen Optik zur Wellenoptik." S. 295.

Punkte der Ebene $Z = g$ auf die Punkte der Ebene $Z = p$ abgebildet werden.[1]) Aus (3) folgt für $Z = g$ und für $Z = p$:

$$r = g v - \alpha v^3, \tag{8}$$

$$\varrho = p v - \alpha v^3. \tag{9}$$

Man sieht, daß im allgemeinen einem Punkte r, φ der Gitterebene drei Punkte ϱ, φ der Plattenebene entsprechen; denn bei gegebenem r stellt (8) eine kubische Gleichung für v dar. Aus (9) berechnen sich dann die zugehörigen Werte von ϱ. Man erhält insbesondere drei reelle Lösungen von (8), wenn

$$r^2 < \frac{4 g^3}{27 \alpha}. \tag{10}$$

Die Bedingung fordert, daß bei negativem α auch g negativ sein muß. Ferner zeigt ein Vergleich mit (4), daß die Punkte, denen in der Plattenebene drei Schattenpunkte entsprechen, innerhalb der Kaustik liegen müssen. In der Tat zeigt Fig. 4, daß durch die kaustische Fläche ein Gebiet abgegrenzt wird, in dem durch jeden Punkt drei Lichtstrahlen gehen.

Die Schattenkurve einer Gittergeraden $x = d$ ergibt sich aus (9):

$$v = \frac{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}{p - \alpha v^2}$$

und

$$\frac{x}{g - \alpha v^2} = \frac{\xi}{p - \alpha v^2}$$

nach Elimination von v in rechtwinkligen Koordinaten in der Form:

$$\alpha(\xi^2 + \eta^2)(\xi - d)^3 - (\xi g - d p)(p - g)^2 \xi^2 = 0. \tag{11}$$

Setzt man $d = N \delta$ und läßt N die Werte ..., -2, -1, 0, $+1$, $+2$, ... durchlaufen, so erhält man den Schatten eines Gitters mit der Gitterkonstanten δ.

Zur bequemeren Diskussion der auftretenden Formen werde folgendes berücksichtigt. Wenn p groß ist gegen g und s, dann wird bei weiterer Vergrößerung von p das Schattenbild sehr wenig seine gestaltlichen Verhältnisse, sondern fast nur noch seine Größe ändern und sich dabei mit großer Annäherung

---

1) Das Wort „Abbildung" im mathematischen, nicht im optischen Sinne verstanden!

geometrisch ähnlich bleiben. Man denke sich nun die durch (11) dargestellte Kurvenschar auf die unendlich ferne Ebene projiziert und wieder entsprechend verkleinert, d. h. man läßt $p \longrightarrow \infty$ gehen, nachdem man vorher ξ/p durch ξ und η/p durch η ersetzt hat. So ergibt sich aus (11):

$$(12) \qquad \left(\xi^2 + \eta^2 - \frac{g}{\alpha}\right)\xi = -\frac{d}{\alpha}.$$ [1]

Diese Gleichung hat die Form:

$$(13) \qquad K\Gamma = \varepsilon .$$

Hier stellen K und Γ die linken Seiten einer $= 0$ gesetzten Kreis- bzw. Geradengleichung dar, ε ist eine kleine Zahl.[2] Die weitere Diskussion ergibt sich leicht aus der Theorie der algebraischen Kurven.[3] Für $d = 0$, also $\varepsilon = 0$, zerfällt die Kurve in einen Kreis um den Nullpunkt — er sei der „Nullkreis" genannt — mit dem Radius

$$(14) \qquad \varrho_0 = \sqrt{\frac{g}{\alpha}}$$

und in eine Gerade (die η-Achse). Man hat also das merkwürdige Ergebnis, daß in einem Strahlenbündel mit sphärischer Aberration der Schatten einer durch die optische Achse gehenden Geraden aus einer Geraden und einem Kreise bestehen kann. Für kleine d schließt sich die Kurve eng an jenen Kreis und jene Gerade an und besteht dann immer aus einem geschlossenen Zweige innerhalb des Kreises und einem ins Unendliche gehenden Zweige mit zwei Wendepunkten außerhalb. (Vgl. Fig. 5a und Fig. 2d, e.)

Ist der Nullkreis imaginär, also $g > 0$ für $\alpha < 0$, so entspricht jeder Geraden $x = d$ in der Gitterebene nur ein Kurven-

---

[1] Da durch die Koordinaten ξ und η jetzt natürlich nicht mehr die Größe der Schatten in irgendeiner Plattenebene gemessen wird, so sind die aus obiger Transformation folgenden Formeln nicht zur Auswertung zu benutzen. In den durch (12) dargestellten Kurven ist übrigens

$$\sqrt{\xi^2 + \eta^2} \equiv \varrho = v .$$

[2] Bei einer unkorrigierten Konvexlinse von etwa 100 mm Brennweite ist bei großer Dingweite $\alpha = -300$ bis -600 mm; da bei den Versuchen d höchstens 5 bis 10 mm war, so folgt $\varepsilon = 0{,}02$.

[3] Vgl. H. Wieleitner, Theorie der ebenen algebraischen Kurven. (Sammlung Schubert Bd. 43), Leipzig 1905, S. 91—92.

zweig in der Plattenebene, der sich beiderseits ins Unendliche erstreckt und im mittleren Teile seines Verlaufs die konkave Seite dem Nullpunkt zukehrt. Die Projektion des Gitters hat dann ein Aussehen wie Fig. 2b. Ist endlich der Radius des Nullkreises gleich Null, weil $g = 0$ ist, also die Gitterebene durch den Schnittpunkt der Paraxialstrahlen geht, so zeigt die Platte ein Bild wie Fig. 2c. (Nullstellung des Gitters.)

Wenn p nicht mehr groß gegen die übrigen vorkommenden Größen angenommen werden darf, so weicht die durch den obigen Grenzübergang erhaltene Kurvenschar bei etwas größerem s schon recht beträchtlich von der wirklichen Form ab. Dies tritt z. B. ein bei den bildseitigen Aberrationen, wenn die Dingweite nur wenig größer als die Brennweite ist. Dann nimmt α sehr hohe Werte an, und man muß auf Gleichung (11) zurückgehen, für die sich folgende Umformung ergibt:

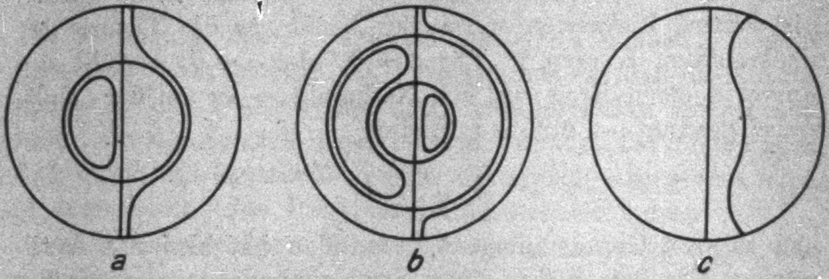


Fig. 5. Verschiedene Formen der Schattenkurven

$$(15)\quad \begin{cases} \left[\xi^2 + \eta^2 - \frac{g}{\alpha}(p-g)^2\right](\xi - d)^3 \\ \qquad = -\frac{d}{\alpha}(p-g)^2(p\,\xi^2 - 3g\,\xi^2 + 3g\,d\,\xi - g\,d^2). \end{cases}$$

Für $d = 0$ verschwindet auch hier die rechte Seite, und die Kurve zerfällt in einen Kreis um den Nullpunkt mit dem Radius

$$(16)\qquad \varrho_0 = (p-g)\sqrt{\frac{g}{\alpha}}$$

und in eine Gerade (η-Achse). Für kleine d nimmt zwar die rechte Seite auch wieder kleine Werte an, jedoch wächst hier, abweichend von der durch (12) dargestellten Kurvenschar, mit zunehmendem d bei den inneren geschlossenen Kurvenzweigen die Krümmung auf der dem Nullpunkt zugewandten Seite sehr stark mit deren Kleinerwerden, während die Gerade $\xi = d$ jeweils Asymptote des ungeschlossenen Zweiges ist.[1])

Die Zuordnung der Punkte der in der Gitterebene gelegenen Geraden $x = 0$ zu ihrem Schatten, der aus der Geraden $\xi = 0$ und dem Kreise $\xi^2 + \eta^2 - \varrho_0{}^2 = 0$ besteht, ist so, daß der Punkt $x = 0$, $y = 0$ in sämtliche Punkte des Kreises abgebildet wird, jeder Punkt des Nullkreises also als Schatten dieses Punktes aufgefaßt werden kann. Die Zuordnung der Punkte der Geraden $x = 0$ zu denen der Geraden $\xi = 0$ kann am übersichtlichsten am Strahlenverlauf in der die beiden Geraden enthaltenden Meridianebene verfolgt werden (vgl. Fig. 4).

Der Parameterwert v, der in der Plattenebene den Nullkreis liefert, sei v_0. Man erhält ihn, wenn man $s = g$ in $s = \alpha v^2$ einsetzt:

$$v_0 = \sqrt{\frac{g}{\alpha}}. \tag{17}$$

Der jeweils durch die Quellpunkte gehende, als reelle Schattenkurve allerdings nicht vorhandene Kreis, dem der Parameterwert $v = v_q$ entspreche, wird von dem Strahlenkegel erzeugt, der längs des Schnittkreises von Gitterebene und kaustischer Fläche diese berührt. Setzt man in Formel (5a) $Z = g$ ein, so folgt:

$$v_q = \sqrt{\frac{g}{8\alpha}}. \tag{18}$$

Zusammenfassend kann gesagt werden, wenn man von der seitlichen Begrenzung des Lichtbündels absieht: Durch ein Strahlenbündel, dessen Aberrationszustand durch $s = \alpha v^2 (\alpha < 0)$ gekennzeichnet ist, werden die Punkte zweier Ebenen einander so zugeordnet, daß jedem Punkte der einen Ebene drei, von denen zwei imaginär sein können, in der anderen Ebene entsprechen, und umgekehrt, wie man aus den Gleichungen (8) und (9) ersieht, wenn man für ein vorgegebenes r die zugehörigen ϱ (oder umgekehrt) berechnen will. Die Zuordnung ist also im allgemeinen drei-drei-deutig. Ist insbesondere die

---

1) Vgl. das später in Fig. 11 wiedergegebene Photogramm.

Plattenkoordinate p positiv[1]), so entspricht jeder Punkt der Platte stets nur einem Punkte der Gitterebene, während ein Punkt der Gitterebene, je nachdem er innerhalb oder außerhalb der kaustischen Fläche liegt, drei Punkten oder einem der Plattenebene entspricht. In diesem Fall ist die Zuordnung also ein-drei-deutig.

Ist α positiv in $s = \alpha v^2$, so ist das Objektiv überkorrigiert und die Kaustik liegt auf der positiven Seite der Z-Achse. Alle früheren Ergebnisse bleiben insofern erhalten, als auch hier von der kaustischen Fläche das Gebiet umschlossen wird, in dem durch jeden Punkt drei Lichtstrahlen gehen.

Es bleibt nur noch der Fall zu betrachten, daß man in der Potenzreihenentwicklung bis zum zweiten Gliede geht. Denn obwohl es für die Durchrechnung oft nötig ist, noch mehr Glieder zu berücksichtigen, treten dann aber in den wirklich vorkommenden Fällen keine wesentlich anderen Schattenkurvenformen auf. Der Aberrationszustand sei nunmehr gegeben durch:

$$s = \alpha v^2 + \beta v^4 . \tag{19}$$

Die Gerade $x = d$ liefert für $p = \infty$ eine Schattenkurve, deren Form der Gleichung:

$$[\beta(\xi^2 + \eta^2)^2 + \alpha(\xi^2 + \eta^2) - g]\,\xi = - d \tag{20}$$

entspricht. Sieht man den Ausdruck in der eckigen Klammer als quadratische Gleichung für $\xi^2 + \eta^2$ an, so kann man (20) auch in symbolischer Form schreiben:

$$K_1 K_2 \Gamma = - d . \tag{21}$$

K_1, K_2 und Γ sind die $= 0$ gesetzten rechten Seiten zweier Kreis- bzw. einer Geradengleichung, und d ist klein gegen die übrigen vorkommenden Größen. Die Kreise sind entweder beide reell oder imaginär, je nachdem

$$\alpha^2 + 4\beta g \gtreqless 0 . \tag{22}$$

Sind beide reell, so sind Kurvenformen wie in Fig. 5b zu erwarten. Dies wird auch dadurch bestätigt, daß Objektive, die für eine Zone korrigiert sind, eine Kaustik besitzen, die drei Doppelpunkte und drei Spitzen hat[2]), und daß eine solche

---

[1]) d. h. die Platte schneidet die Kaustik nicht, was bei den Aufnahmen stets der Fall war.

[2]) Vgl. M. Berek und A. Driesen, Zentr.-Ztg. f. Opt. u. Mech. 41. S. 325. 1920. W. Merté, Ztschr. f. Phys. 33. S. 533. 1925.

Kaustik Gebiete begrenzt, in denen durch jeden Punkt 1, 3 oder 5 Lichtstrahlen gehen. Daß man aber niemals Kurvenformen wie in Fig. 5b beobachtet, liegt daran, daß derartige Objektive gut korrigiert sind, s stets sehr klein bleibt und die kaustische Fläche mit ihren verschiedenen Gebieten daher auf einen geringen Raum beschränkt ist. Man müßte also sehr winzige schattenwerfende Objekte benutzen, die aber andererseits infolge der Beugung das Auftreten scharfer Schatten verhindern. Ein sicheres, beobachtbares Kennzeichen für das Vorhandensein einer korrigierten Zone sind Kurvenformen wie Fig. 5c, die bei der Aberration mit einem Koeffizienten nicht auftreten können.

Den hier besprochenen Kurvenformen begegnet man in der Physik an den verschiedensten Stellen. Bedingung für ihr Auftreten ist das Zusammentreffen von Rotationssymmetrie um eine Achse und einer ausgezeichneten, zu dieser senkrechten Richtung (schattenwerfendes Gitter, Interferenzapparat).

Zur experimentellen Bestätigung wurde ein etwa 10 μ dicker Quarzfaden so durch die Kaustik einer Konvexlinse gespannt, daß er die optische Achse senkrecht schnitt. Der Schatten des Fadens wurde auf einer photographischen Platte aufgefangen (vgl. Fig. 6, Taf. VII). Ferner wurde aus 30 μ dickem Kupferdraht ein Ring von etwa 0,5 mm Durchmesser gebogen, mit Kanadabalsam auf Glas aufgekittet und in der Nähe des Bildpunktes in den Strahlengang gebracht. Der Schatten bestand je nach der Stelle, an der sich der Ring befand, aus ein oder drei, im Grenzfall aus zwei, konzentrischen Kreisen.[1]

IV. Die experimentelle Ausführung der Methode

1. Die Justierung der Apparatur

Bei der Justierung wurde zunächst das zu untersuchende Objektiv auf einem Reiter der optischen Bank befestigt und dafür Sorge getragen, daß der leuchtende Punkt sich auf der optischen Achse befand, was durch Visieren und Autokollimation mittels eines Planspiegels erreicht wurde. Da sich Gitter- und Plattenträger auf einem besonderen Aufsatz befanden, der auf die optische Bank gesetzt wurde, so bestand der wichtigste Teil der Justierung darin, die Führung, längs der sich jene Träger verschoben, genau parallel zur optischen Achse zu stellen. Es erwies sich als das Zweckmäßigste, hierzu die Erscheinung der Schattenstreifen selbst zu benutzen. Der Raster wurde einmal annähernd horizontal und einmal vertikal eingespannt und längs einer Strecke von 10 cm durch die Nullstellung hindurch mittels der Spindel verschoben, während die Erscheinung dabei ständig mit dem freien Auge, wie es in der Einleitung geschildert ist, beobachtet wurde. Sobald nun erreicht war, daß in der Mitte der Figur beispielsweise sich in jeder Stellung ein undurchsichtiger Streifen des Rasters befand und links und rechts von diesem die Kurven stets vollkommen symmetrische Formen zeigten, konnte die Apparatur mit hoher Genauigkeit als justiert gelten. Denn in der Nähe der Nullstellung ist die Erscheinung so labil, daß die geringste Verschiebung des Rasters in seiner Ebene oder senkrecht zu ihr sie sehr stark verändert. Bei Entfernung aus der Nullstellung bleiben die Quellpunkte auch weiterhin empfindliche Stellen; bildet nämlich die Richtung der Verschiebung mit der optischen Achse auch nur einen kleinen Winkel, so quellen aus diesen beiden Punkten neue Kurvenzweige nicht mehr symmetrisch heraus, sondern der eine Quellpunkt erscheint etwa hell, während der andere dunkel ist.[1]) Eine sichere Probe auf die Genauigkeit der Justierung läßt sich noch auf folgende Weise anstellen. An Stelle des Rasters wird eine gleich große Glasscheibe von etwa 1 mm Dicke und guter Flächenbeschaffenheit, auf die ein Quarzfaden von etwa 10 μ Dicke geradlinig aufgeklebt ist, so in den Strahlengang gebracht, daß wieder der kreisförmige Schatten entsteht. Ferner entsteht innerhalb des auf der photographischen Platte aufgefangenen Zerstreuungskreises (vorteilhaft von etwa 4 cm Durchmesser) ein System von konzentrischen Ringen[1]), die von der Mitte bis zum Rande scharf zu beobachten sind und deren Abstand von der Dicke der verwendeten Glasplatte abhängt. Die nähere Untersuchung zeigt, daß es eine Art Interferenzkurven gleicher Neigung im durchgehenden Lichte sind.[2]) Da das Zentrum dieses Ringsystems auf dem Lichtstrahl liegt, der die Glasplatte senkrecht durchsetzt, so kann die Justierung als vollkommen gelten, wenn die Kreise des Systems sowohl mit den Beugungsstreifen, die den Kreisschatten umgeben als auch mit denen, die von der Linsenfassung herrühren und am Rande des Zerstreuungskreises zu beobachten sind, genau konzentrisch sind.

---

[1] Zur Herstellung des Ringes wurde der Kupferdraht um eine dünne Stahlnadel schraubenförmig aufgewickelt und mit einer Rasierklinge ein Gang abgeschnitten und zum Ringe flachgedrückt.

---

[1]) Verschiebt man den Raster in seiner Ebene senkrecht zur optischen Achse, so hat man den Eindruck, als wenn aus dem einen dieser Punkte immer neue geschlossene Kurvenzweige hervorquellen, während der andere sie in sich aufsaugt.

2. Die Aufnahme von Photogrammen zur quantitativen Bestimmung der sphärischen Aberration

Um das Wesentliche der Methode hervortreten zu lassen, zugleich auch um ausgeprägte, leicht zu übersehende Beobachtungsergebnisse zu erlangen, wurden die ersten Versuche mit einer konkavkonvexen Linse (Durchmesser 40 mm, Brennweite $f = 95{,}5$ mm) (sogenannter Meniskus) gemacht, also mit dem Linsentypus, der bei gleicher Brennweite und Öffnung die größten sphärischen Aberrationen aufweist.

Es galt zunächst, die günstigsten Abstände und Größen der einzelnen Teile der Apparatur zu ermitteln. Die Entfernung der Lichtquelle richtet sich danach, für welche Gegenstandsweite die bildseitigen Aberrationen gemessen werden sollen. Durch ihre Entfernung wird aber gleichzeitig die günstigste Größe der Lochblende bestimmt, die ihrerseits die Wahl des geeignetsten Rasters und die Dauer der Belichtung beeinflußt. Zur Bestimmung der Brennpunktsaberrationen wurde die Lochblende an einem guten Kollimator von 700 mm Brennweite und 150 mm Durchmesser befestigt oder der Einfachheit halber in einer Entfernung, die das 15- bis 20-fache der Brennweite betrug, aufgestellt. Da es *Schatten* waren, die auf der photographischen Platte ausgemessen wurden, so schien es vorteilhaft, zur Vermeidung von kontrastmindernden Halbschatten die Lochblende so klein wie möglich zu wählen. In der Tat werden bei allmählicher Verkleinerung der Lochblende die Schatten schärfer. Bei einer Größe von 1 mm Durchmesser und einer Entfernung von 2 m vom Meniskus liefert ein Raster von 40 Strichen pro Zentimeter bei einer gewissen Stellung in der Kaustik das in Fig. 7, Taf. VII wiedergegebene Photogramm. Man bemerkt in der Mitte ein elliptisches Gebiet, in dem die Schatten unscharf und grau erscheinen. Verkleinert man den Lichtpunkt noch weiter, so scheinen sich die Kurven infolge der Beugung am Raster aufzuspalten, und man erhält ein eigenartiges System vom Beugungsstreifen, die den Schattenkurven angenähert parallel laufen und die sich früher bei größerer Lochblende verwischten. Näheres über diese Beugungserscheinungen und die dabei auftretenden Gabelungen und Kurvensysteme sekundärer Art im Abschnitt V.

---

[1]) Bei den mitgeteilten Maßen etwa 50.

[2]) Da es bei diesen Interferenzlinien nicht allzusehr auf Planparallelität ankommt, wenn der wirksame Teil der Platte genügend klein ist, genügt zu ihrer Erzeugung das Glas einer abgewaschenen photographischen Platte oder eines Mikroskopobjektträgers. Ähnliche Verhältnisse bei: F. **Jentzsch**, Sitz.-Ber. d. Ges. z. Bef. d. ges. Natw. zu Marburg 1917. S. 23 und Die Naturw. 6. Heft 37. 1918.

Da diese Beugungsstreifen nur scheinbar störend sind, vielmehr recht gut auch bei der Ausmessung des geometrischen Schattens benutzt werden können, wurde die Größe der Lochblende erfahrungsmäßig stets so gewählt, daß die Aufspaltungen eben deutlich ausgebildet waren. Eine weitere Verkleinerung brachte keine Vorteile, sondern verlängerte nur unnötigerweise die Belichtungszeit. Es zeigte sich, daß ein Raster von 40—50 Strichen pro Zentimeter ziemlich unabhängig von der Art des untersuchten Objektivs das passendste für diese Untersuchungsmethode ist. Der Durchmesser des Zerstreuungskreises wurde bei allen Aufnahmen etwa 40 mm groß gewählt.

3. Die Auswertung der Photogramme

Der Raster wurde fast immer so in den Strahlengang gestellt, daß sich in der optischen Achse die Mitte eines durchsichtigen Streifens, also auch die Mitte eines geschwärzten Streifens der photographischen Platte befand. Diese sind durch Beugungsmaxima und -minima unterteilt, was eine genauere koordinatenmäßige Festlegung der Mitten ermöglicht. Es sei vorausgesetzt, daß die Rotationssymmetrie des Objektivs vollkommen sei; dann kann man sich bei der Ausmessung auf einen

Durchmesser des Photogramms beschränken, und zwar wählt man den Durchmesser, der sämtliche Schattenstreifen senkrecht schneidet, und bestimmt auf ihm die Abszissen ξ der Mitten der geschwärzten Streifen.[1]) Es ist dann nur noch erforderlich, die Gitterkonstante δ und den gegenseitigen Abstand $p - g$ von Gitter und Platte zu kennen. Aus Fig. 8 folgt, wenn man berücksichtigt, daß $d = N\delta$ ist:

$$v = \frac{d}{g - s} = \frac{\xi}{p - s}$$

oder

(23) $$v = \frac{\xi - N\delta}{p - g}$$

und

(24) $$s - g = -\frac{N\delta}{v}.$$

Man trägt dann $s - g$ als Abszisse und v als Ordinate in einem rechtwinkligen Koordinatensystem auf und erhält so die übliche graphische Darstellung des Aberrationszustandes des untersuchten Objektivs. Die Strecke vom Nullpunkt bis zum Schnittpunkt der Kurve mit der Abszissenachse ist $-g$, da für $v = 0$ auch immer $s = 0$ sein soll. Die v-Achse kann so verschoben werden, daß sie durch diesen Punkt geht; dann können auf der Abszissenachse unmittelbar die s-Werte abgelesen werden. Fig. 8 zeigt die Aberrationskurve einer einfachen unkorrigierten Linse, die Unterkorrektion aufweist (a), und eines aus mehreren Einzellinsen bestehenden Objektivs, das in seinen Mittelzonen Unterkorrektion und am Rande Überkorrektion aufweist (b).

Formel (24) nimmt für $v = 0$ die Form $0 : 0$ an, d. h. der Schnittpunkt der Aberrationskurve mit der Abszissenachse kann nur aus ihrem sonstigen Verlauf extrapoliert werden.

Es ist notwendig, eine bestimmte Numerierung der Schattenstreifen festzusetzen, um ihre Zugehörigkeit zu den Gitterstreifen klarzustellen und um Vorzeichenfehler zu vermeiden, da bei der Auswertung der Ausdruck $\xi - N\delta$ zu bilden ist.

---

1) Bei torischen Linsen wird man zwei Aufnahmen machen, bei denen die Rasterstäbe in zwei zueinander senkrechten Richtungen liegen, entsprechend den Durchmessern, die die Krümmungsextrema enthalten. Diese Durchmesser lassen sich übrigens subjektiv mit Hilfe der Schattenstreifen vorher bequem festlegen.

Größe und Vorzeichen von N bestimmen sich nach folgenden Regeln: Für den Zentralstreifen und für den Nullkreis ist $N = 0$. Verschiedene Schnittpunkte der gleichen geschlossenen Kurve erhalten dieselbe Nummer. Bezeichnet man die auf der positiven Seite der x-Achse in der Gitterebene gelegenen durchsichtigen Streifen mit $+1$, $+2$, …, so ist, wenn der Nullpunkt der Z-Achse, d. h. der Schnittpunkt der Paraxialstrahlen, dessen Lage durch subjektive Einstellung der Nullstellung des Rasters leicht zu ermitteln ist — außerhalb (zwischen) Raster und Platte liegt, der dem geschwärzten Zentralstreifen auf der Platte benachbarte, auf der positiven ξ-Achse gelegene Streifen mit $+1$ (bzw. -1) zu bezeichnen. Von dort aus ist nach der positiven und negativen Seite vorzeichenrichtig unter Beachtung der obigen Vorschriften fortlaufend weiter zu numerieren. Zur Veranschaulichung diene Fig. 9. Da der Nullkreis in Fig. 9b auftritt, befindet sich der Raster in der Kaustik.[1]) Weiß man ferner, daß der Nullpunkt der Z-Achse sich zwischen Raster und Platte befunden

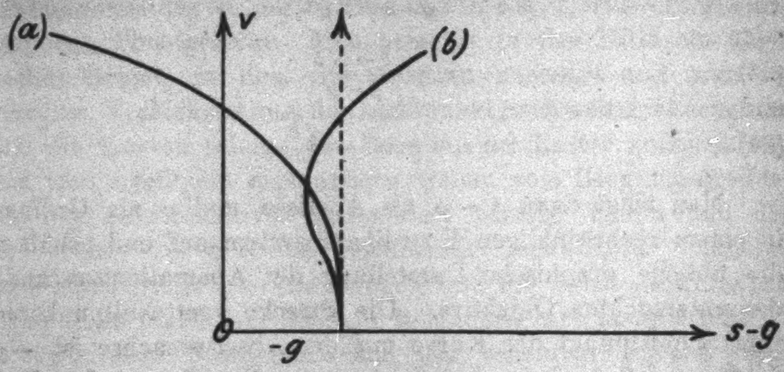


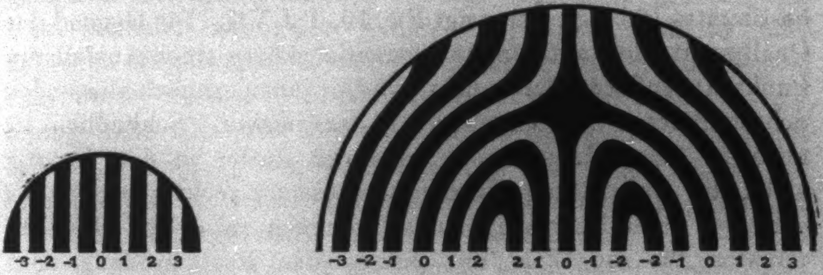
Fig. 8. Aberrationskurven

---

1) Daß auch in Fig. 10 der Nullkreis auftritt, aber nur außerhalb des Zerstreuungskreises liegt, sich also auch dort der Raster bei der Aufnahme in der Kaustik befunden hat, erkennt man aus der Krümmung der Kurven, die in der Mitte dem Mittelpunkt ihre konvexe Seite zukehren.

Allgemein gilt bei Unterkorrektion: Schattenkurven, die ihre konvexe (konkave) Seite der Mitte des Zerstreuungskreises zukehren, werden von Lichtstrahlen gebildet, die an der Stelle der Gitterebene konvergieren (divergieren). Bei Überkorrektion ist es umgekehrt.

hat, so kann man auf Unterkorrektion schließen; weiß man umgekehrt, daß das optische System unter-[1]) oder überkorrigiert ist, so kann man ohne irgendwelche weiteren Einstellungen auf die Lage des Nullpunkts bezüglich Raster und Platte schließen. Die Numerierung in Fig. 9b hat Unterkorrektion zur Voraussetzung; im Falle von Überkorrektion wären bei gleichem Kurvenbild sämtliche Vorzeichen zu ändern. Weitere Beispiele zur Numerierung bieten die den Figg. 12 und 13 beigegebenen Tabellen. Die innerhalb des Nullkreises gelegenen Schatten auf der positiven Seite der ξ-Achse entsprechen also bei Unterkorrektion Rasterstreifen, die auf der negativen Seite der x-Achse liegen.



a) Raster b) Schattenbild (photogr. Negativ)

Fig. 9. Numerierung der Schattenstreifen

Aus dem geschilderten Verfahren zur Auswertung der Photogramme ergibt sich, daß die Schnittweiten um so genauer ausfallen, je weiter die Gitterebene von der Plattenebene entfernt ist. Man wird also den Raster möglichst zwischen der Linse einerseits und den von den einzelnen Zonen erzeugten Bildpunkten andererseits aufstellen und damit vorteilhaft so dicht an die Linse herangehen, daß genügend viele Rasterstäbe den Strahlenkegel schneiden, man also auch genügend viele Punkte zur Konstruktion der Kurve erhält. Dem ist jedoch dadurch eine Grenze gesetzt, daß die Schattenkurven auf dem Photogramm nicht zu dicht liegen dürfen, da sie sich sonst wegen der begleitenden Beugungsstreifen nicht mehr identifizieren lassen. Da Unterkorrektion am verbreitetsten ist, befindet sich bei dieser Anordnung der Raster in der Regel in der Kaustik. Diese Stellung hat noch die weiteren Vorteile, daß man mit Hilfe der Quellpunkte genau den Durchmesser festlegen kann, auf dem die Messungen gemacht werden, und daß in der Mitte die Streifen (die ja ihre konvexe Seite dem Mittelpunkt zukehren) genügend dicht liegen, so daß der Teil der Kurve, der den Paraxialstrahlen entspricht und die meiste Sorgfalt bei der Messung erfordert[1]), sich gut zeichnen läßt. Die Quellpunkte wird man daher durch Verschiebung des Rasters längs der optischen Achse mehr nach dem Rande zu verlegen, so aber, daß sich zwischen ihnen und dem Rande noch einige Streifen befinden, deren Ausmessung die Schnittweite und Neigung der Randstrahlen ergibt. Ein so aufgenommenes, zur Auswertung bestimmtes Photogramm zeigt Fig. 10, Taf. VII. Die Gegend der Quellpunkte bedingt für die Aberrationskurve einen Ausfall von Punkten; außerdem lassen sich die ihnen zunächstliegenden Schattenkurven am ungenauesten ausmessen. Schließlich ist noch in dieser Lage, wenn also der Raster in der Kaustik steht, die Aufspaltung für die Ausmessung recht günstig. Bei geringen numerischen Aperturen kommen zu diesen Gesichtspunkten für die Wahl der passendsten Rasterstellung noch andere, die sich aus beugungstheoretischen Betrachtungen ergeben. (Vgl. Abschnitt V, 4.)

---

[1]) Etwa, weil es eine einfache Konvexlinse ist.

Bei gut korrigierten Systemen gelingt es wegen der geringen Ausdehnung der Kaustik nicht, ein so günstig gestaltetes Kurvenbild wie in Fig. 10 zu erhalten, sondern die Auswertung muß an Photogrammen geschehen, die nur wenig von der geradlinigen Form abweichende, schwach gekrümmte Streifen aufweisen. Diese lassen gleichzeitig unmittelbar erkennen, wie sehr sich die Strahlenvereinigung des Objektivs dem Idealzustande nähert.

Fig. 11, Taf. VII zeigt ein Photogramm desselben Meniskus bei sehr geringer Gegenstandsweite $a = 1{,}7\,f$[2]) (Lochblendendurchmesser 0,06 mm, Belichtung 90 Min.). Die erste Aberrationskonstante ist hier etwa $\alpha = -7000$ mm. Der wagerechte Strich auf dem Photogramm besteht aus einer großen Anzahl sich überdeckender, kreisrunder Beugungsbildchen vom Lichtpunkt, weil dessen Gaussscher Bildpunkt bei der Aufnahme ungefähr in der Plattenebene lag. Wegen der Kurvenformen vgl. Abschnitt III, 2, wegen der sekundären, lemniskatenförmigen Kurven vgl. Abschnitt V, 3.

---

[1]) Denn praktisch ist ja der Schnittpunkt zweier Geraden — hier des Lichtstrahls mit der optischen Achse — um so ungenauer bestimmt, je kleiner der Winkel ist, unter dem sie sich treffen.

[2]) Da sich in der Mitte des Photogramms die Kurven sehr stark zusammendrängen, ist die Bestimmung der den Zentralstrahlen entsprechenden Kurvenpunkte recht unsicher; der Schnittpunkt der Paraxial-

Da vorausgesetzt war, daß für jede Zone die Strahlenvereinigung vollkommen sei, das zu untersuchende Objektiv also keine azimutalen Fehler besitze, so wurde stets das Mittel aus den Koordinaten symmetrisch zum Zentralstreifen gelegener Streifen gebildet. Besteht aber der Verdacht, daß beim Schleifen azimutale Fehler entstanden sind, so muß natürlich längs verschiedener Durchmesser jede Seite für sich ausgewertet werden. Der Nullpunkt auf dem jeweiligen Durchmesser läßt sich mittels des Zentralstreifens dann besonders scharf bestimmen, wenn der Nullkreis auf dem Photogramm zu sehen ist, da bei der geringsten Unsymmetrie eine Trennung der beiden Kurvenzweige eintritt. (Vgl. Fig. 5a.)

Ausgemessen wurden die Platten unter einem Komparator. Da es aber manchmal wünschenswert war, gleichzeitig einen größeren Teil der Platte zu übersehen, um unter den Beugungsstreifen die zur Ausmessung der Schattenkurven zu benutzenden bequemer herausfinden zu können, wurden die Platten auch zuweilen mit einem Projektionsapparat auf eine Tafel projiziert und dort ausgemessen. Auf jeder Platte waren dann zwei Marken von bekanntem Abstand angebracht, mit deren Hilfe die Vergrößerung bestimmt wurde. —

Läßt man ein homozentrisches Strahlenbündel senkrecht auf eine planparallele Platte auffallen, so ist es bekanntlich nach dem Austreten mit Aberration behaftet, da die Strahlen je nach ihrer Neigung gegen die optische Achse eine andere seitliche Verschiebung im Glase erfahren haben. Daher bedürfen in

$$s = s_0 + \alpha v^2 + \beta v^4 + \dots$$

---

strahlen wurde daher vorher subjektiv durch Bestimmung der Nullstellung festgelegt. Diese ungünstigen Verhältnisse beeinträchtigen die Anwendbarkeit der Methode nicht, da in der Praxis solche extremen Fälle nicht vorkommen.

s_0 und die gemessenen Aberrationskoeffizienten α, β, ... des untersuchten Strahlenbündels einer Korrektion, wenn man die Dicke D des Rasters berücksichtigt. Die nähere Durchrechnung zeigt, daß die Korrektion an s_0 zahlenmäßig die größte ist (sie beträgt indes für $D = 2$ mm und den Brechungsindex der Platte $n = 1{,}52$ nur 0,68 mm) und daß ferner die Korrektionen an α und β bei den üblichen Fernrohr- und Photoobjektiven so gering sind, daß sie vernachlässigt werden können. Unter dieser Annahme kann man sagen, daß die Gestalt der aufgenommenen Aberrationskurve und die aus (24) berechneten s-Werte nicht von den Konstanten D und n der Rasterplatte abhängen, da der jeweilige Schnittpunkt der Paraxialstrahlen als Bezugspunkt gewählt wird.

4. Beispiele der Auswertung

Als erstes Beispiel sei die Berechnung der Aberrationskurve des bereits erwähnten Meniskus von 95,5 mm Brennweite mitgeteilt für eine Dingweite von 845 mm. Das Photogramm ist in Fig. 10 wiedergegeben. Die konvexe Seite der Linse war dem Lichtpunkte zugekehrt. Der Durchmesser der Lochblende betrug 0,28 mm; die Belichtung dauerte 100 Minuten. Der Raster hatte ungefähr 40 Striche pro Zentimeter. Die Rasterkonstante betrug $\delta = 0{,}253$ mm. Ferner waren $p - g = 95{,}20$ mm. Die Berechnungen wurden nach den Formeln (23) und (24) ausgeführt.[1] Die erhaltene Kurve ist in Fig. 12 dargestellt.

N	ξ links	ξ rechts	ξ Mittel	$d = N\delta$	$\xi - d$	v	u	$s - g$	s
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,0	0° 00′	0 : 0	0,00
−1	0,615	0,615	0,615	−0,253	0,868	0,00912	0° 31′	27,79	− 0,02
−2	1,24	1,24	1,24	−0,507	1,747	0,01835	1° 03′	27,61	− 0,20
−3	1,87	1,89	1,88	−0,760	2,640	0,02773	1° 35′	27,41	− 0,40
−4	2,58	2,58	2,58	−1,014	3,594	0,03776	2° 10′	26,84	− 0,97
−5	3,32	3,31	3,315	−1,267	4,582	0,04814	2° 45′	26,32	− 1,49
−6	4,15	4,15	4,15	−1,520	5,670	0,05957	3° 25′	25,52	− 2,29
−7	5,14	5,16	5,15	−1,774	6,924	0,07274	4° 10′	24,38	− 3,43
−8	6,27	6,28	6,275	−2,027	8,302	0,08722	4° 59′	23,25	− 4,56
−9	8,06	8,08	8,07	−2,281	10,35	0,1087	6° 12′	20,97	− 6,84
−9	15,26	15,09	15,18	−2,281	17,46	0,1834	10° 24′	12,43	−15,38
−8	17,83	17,64	17,73	−2,027	19,76	0,2076	11° 44′	9,77	−18,04
−7	19,73	19,63	19,68	−1,774	21,45	0,2253	12° 42′	7,87	−19,94

Alle Längenangaben in Millimetern.

---

[1] Die im folgenden benutzte Bezeichnung und Vorzeichenwahl bei der Numerierung ist die der positiven Seite der ξ-Achse entsprechende.

Die Differenz zwischen der Schnittweite der Randstrahlen und der der Paraxialstrahlen beträgt also fast 20 mm. Aus Fig. 12 ergibt sich $-g = 27{,}81$ mm. Unter Benutzung dieses Wertes erhält man die letzte Spalte. Die Unterkorrektion drückt sich in dem negativen Vorzeichen der s-Werte aus. Schließlich wurden aus den v-Werten noch die zugehörigen Winkel u berechnet.

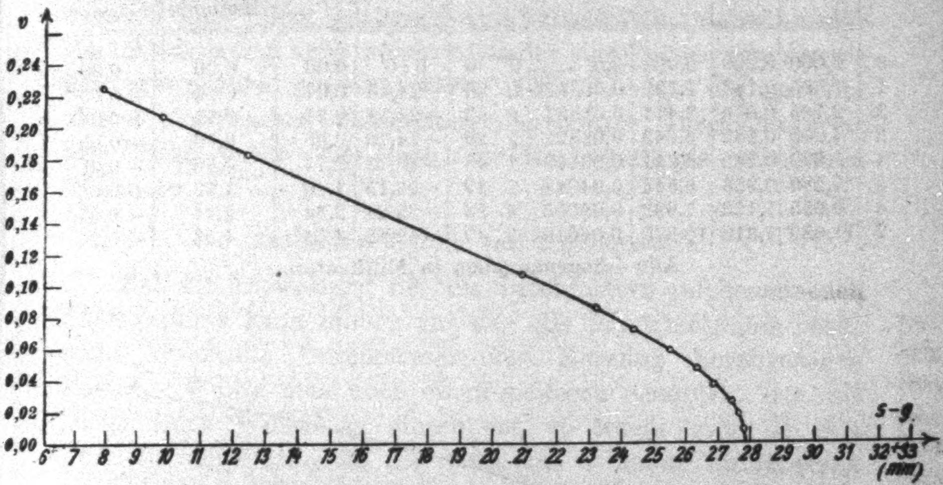


Fig. 12. **Aberrationskurve eines Meniskus von 95,5 mm Brennweite**

Als zweites Beispiel seien hier die Auswertungsergebnisse und die Aberrationskurve eines Aplanaten $1:6{,}8$ ($f = 300$ mm) mitgeteilt.[1] Die Maße waren:

Dingweite (Entfernung Lochblende–Irisblende des Objektivs) 4750 mm; Durchmesser der Lochblende 0,28 mm; Raster 54 Striche pro Zentimeter[2]; Rasterkonstante $\delta = 0{,}187$ mm; $p - g = 156{,}90$ mm; Belichtung 210 Min. Die Platte zeigt 15 geschwärzte Streifen, die schwach gekrümmt sind und dem Mittelpunkt ihre konvexe Seite zukehren und deren gegenseitiger Abstand zum Rande zu zunimmt. Jeder Streifen ist durch die Beugung in drei bis vier feine Linien aufgespalten. Aus der graphischen Darstellung ergab sich $-g = -24{,}55$ mm. Da s stets positiv ist, ist das Objektiv überkorrigiert.

---

[1] Dieses Objektiv (Sk. 4045) hatte als Versuchsobjektiv der Firma Goerz bei der Dissertation von J. **Flügge** (Ztschr. f. Instr. 46. S. 333—354 und 389—415. 1926) gedient. Für die freundliche Überlassung und die Mitteilung von Vergleichsdaten spreche ich Hrn. Dr. **Flügge** meinen besten Dank aus.

[2] Spätere Aufnahmen ergaben, daß ein Raster mit 40 Strichen pro Zentimeter geeigneter gewesen wäre.

N	ξ	d	$\xi - d$	v	u	$s - g$	s	s Hartmannsche Methode	Diff.
0	0,000	0,000	0,000	0,0	0° 0′	0 : 0	0,00	0,00	0,00
1	1,385	0,187	1,198	0,007635	0 26	−24,48	0,07	0,04	+ 0,03
2	2,785	0,374	2,411	0,01537	0 53	−24,34	0,21	0,17	+ 0,04
3	4,205	0,562	3,643	0,02322	1 20	−24,20	0,35	0,40	− 0,05
4	5,690	0,749	4,941	0,03149	1 48	−23,78	0,77	0,78	− 0,01
5	7,280	0,936	6,344	0,04044	2 19	−23,15	1,40	1,39	+ 0,01
6	9,055	1,123	7,932	0,05056	2 54	−22,21	2,34	2,41	− 0,07
7	11,680	1,310	10,370	0,06610	3 47	−19,82	4,73[1]	4,94	− 0,21

Alle Längenangaben in Millimetern.

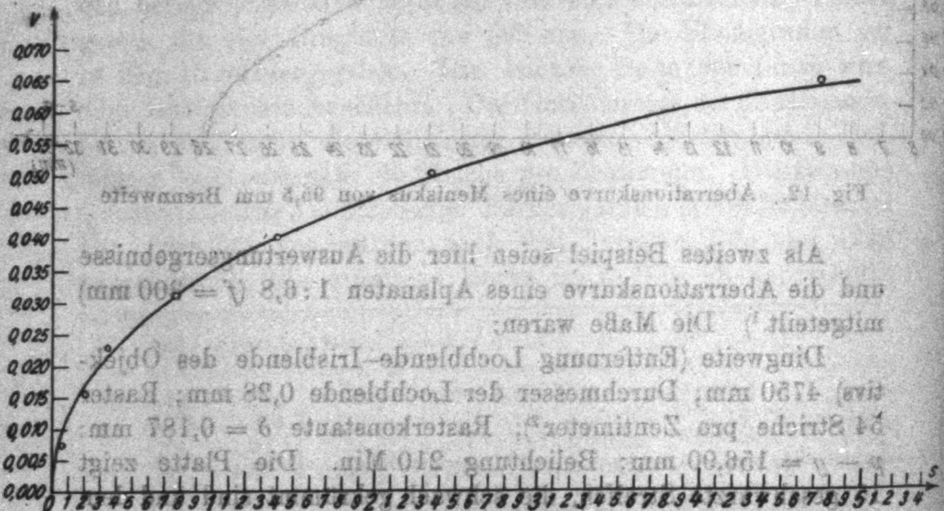


Fig. 13. Aberrationskurve eines Aplanaten 1 : 6,8; $f = 300$ mm

Von der Aberrationskurve des Aplanaten war vorher nach der Hartmannschen Methode eine Reihe von Punkten bestimmt worden. Für die Kurve $s = \alpha v^2 + \beta v^4$ durch diese

---

[1] Punkt $N = 7$ entspricht einem Öffnungsverhältnis von etwa 1:6,3. Für den Aplanaten war eine Benutzung nur bis 1 : 6,8 vorgesehen. In diesem Fall ist die Aberration des Randstrahls + 4,5 mm.

Punkte ergab sich $\alpha = 680$ mm und $\beta = 103000$ mm. Aus dieser Darstellung sind zum Vergleich die Werte in der vorletzten Spalte berechnet worden. Die letzte Spalte gibt die Abweichungen. Daß der dem Randstrahl entsprechende Punkt 7 eine größere Abweichung von der Vergleichskurve als die übrigen Punkte zeigt, liegt wohl daran, daß durch diese der Verlauf der wahren Aberrationskurve in ihrer ganzen Ausdehnung noch nicht genügend approximiert ist, vielmehr eine Berücksichtigung noch höherer Glieder der Potenzreihe eigentlich erforderlich gewesen wäre. Fig. 13 zeigt die aus der obigen analytischen Darstellung berechnete Vergleichskurve; die Kreise geben die nach der Rastermethode erhaltenen Werte an.

5. Die Verwendung von Kreuzrastern

Bei der Auswertung der mit Strichrastern aufgenommenen Photogramme kann immer nur der alle Schattenstreifen senkrecht kreuzende Durchmesser zur Messung herangezogen werden. Wollte man noch einen weiteren benutzen, der mit jenem einen Winkel φ einschließt, so würde zwar in den Formeln nur $d/\cos\varphi$ an die Stelle von d treten, die Messung würde aber trotzdem — besonders bei größeren Winkeln — erheblich an Genauigkeit einbüßen, da sich Durchmesser und Schattenkurven nicht mehr rechtwinklig schneiden und die Bestimmung von φ eine neue Fehlerquelle darstellt.

Es liegt daher nahe, statt des Strichrasters ein Kreuzraster zu verwenden, das dadurch entsteht, daß man zwei gleiche Strichraster senkrecht zueinander mit den geritzten Seiten zusammenkittet. Bei Verwendung solcher Raster hat man vier Durchmesser zur Verfügung, nämlich zwei in den Strich- und zwei in den Diagonalrichtungen. Fig. 14, Taf. VIII zeigt ein Photogramm. Besonders schön tritt darauf der Nullkreis hervor. Man hat hier eine experimentelle Bestätigung, daß dieser Kreis durch ein einziges Flächenelement in der Gitterebene erzeugt wird. Ferner zeigt das Photogramm sehr anschaulich, daß bei allmählicher Abblendung der Randzonen das Objektiv sich immer mehr dem Idealzustand nähert; denn da die in der Mitte gelegenen Punkte den Rasteröffnungen in ihrer Anordnung fast geometrisch ähnlich sind, so ist das diesen entsprechende Strahlenbündel fast homozentrisch.[1]) Besonders geeignet sind die Kreuzraster bei der Prüfung auf azimutale Fehler, sowie bei torischen Linsen; auch dürften sie sich bei der Untersuchung des Astigmatismus bewähren, jedoch sind in dieser Richtung keine Versuche und Rechnungen unternommen worden. Für die Justierung müssen die Kreuzraster in ihrer Ebene nach zwei zueinander senkrechten Richtungen verschiebbar sein.

V. Die Beugungserscheinungen

1. Beschreibung

Bei der Auswertung der Photogramme handelt es sich allein darum, auf einer gegebenen Achse die Mitten von gewissen geschwärzten Streifen koordinatenmäßig festzulegen. Da eine allzu ausgedehnte Lichtquelle gerade in den zur Ausmessung wichtigsten Teilen unscharfe Schatten liefert, ferner die bei der Rechnung benutzten Formeln unter der Annahme einer punktförmigen Lichtquelle abgeleitet worden sind, so ist es unerläßlich, diese so klein zu wählen, wie es die Belichtungsdauer noch eben gestattet. Diese Maßnahme macht es andererseits nötig, die infolge der Beugung am Raster auf der Platte auftretenden Interferenzstreifen mit in Betracht zu ziehen. Fig. 15, Taf. VIII zeigt ein Photogramm des Meniskus in doppelter Vergrößerung.[2]) In der Mitte fällt sofort ein annähernd elliptisches Gebiet auf, in dem zwischen den Schattenstreifen sich zahlreiche feine Interferenzlinien befinden. Dieses Gebiet, dessen Begrenzungslinie durch die Quellpunkte geht und etwa den Nullkreis berührt, erscheint bei Vergrößerung der Lichtquelle in höherem Maße als andere Teile grau und unscharf (vgl. Fig. 7).

---

[1]) Da das Mittelfeld des Photogramms Ähnlichkeit zeigt mit dem optischen Bilde eines Kreuzrasters, das durch „kissenförmige Verzeichnung“ verzerrt ist, und andere Photogramme an „tonnenförmige Verzeichnung“ erinnern, so sei hier zu Vermeidung von Mißverständnissen nochmals darauf hingewiesen, daß eine reelle Abbildung des Rasters im optischen Sinne *nicht* stattfindet, was schon durch die gegenseitige Lage von Linse, Gitter und Platte ausgeschlossen ist, sondern daß es sich nur um Ausblendungen aus dem Strahlengang und die dazugehörigen Schatten handelt.

[2]) Als Kopie eines Diapositivs ist die Abbildung ein Negativ. Der Schwärzung auf der Platte entspricht also auch hier Schwärzung. Da bei dieser Aufnahme der Raster ausnahmsweise so zentriert war, daß sich in der optischen Achse ein undurchlässiger Streifen befand, so wären bei einer Auswertung die geschwärzten Streifen auf der Platte mit $\pm \frac{1}{2}$, $\pm \frac{3}{2}$, $\pm \frac{5}{2}$ . . . zu numerieren.

Verfolgt man dort den Verlauf eines Streifens, so findet man, daß dessen Mitte abwechselnd hell und dunkel ist, und es entsteht der Eindruck, als ob der Schattenstreifen, der in der Mitte des Photogramms etwa in zwei feine Linien aufgespalten sei, sich weiter dem Rande zu in drei gabele, dann wieder in zwei zusammenlaufe usf. in immer häufigerem Wechsel. An Orten der Gabelung greifen die von diesen Linien begrenzten streifenförmigen Gebiete dachziegel- oder wabenförmig ineinander (vgl. Fig. 16c). Bei flüchtiger Betrachtung sieht man allerdings nur verwischte Stellen auf den Streifen. Die Gesamtheit dieser Stellen liegt angeordnet auf Ellipsen, die zur oben erwähnten Ellipse annähernd ähnlich und ähnlich gelegen sind und als „Kurven gleicher Aufspaltung“ bezeichnet werden können. Die Interferenzlinien zwischen den Schattenstreifen sind oben und unten begrenzt durch einen scharfen horizontalen Strich, der je einen der geschlossenen Kurvenzweige an seinem äußeren Rande berührt.

Außerhalb des elliptischen Gebiets ist das Aussehen der Schattenstreifen wesentlich anders. Obwohl beim Raster die durchlässigen und die undurchlässigen Teile nahezu gleich breit sind, erscheinen hier die geschwärzten Streifen, an denen ebenfalls Aufspaltungen und Gabelungen zu beobachten sind, wesentlich schmäler. Zwischen ihnen sind bei Belichtungszeiten, die die Interferenzstreifen im elliptischen Mittelfeld deutlich hervorbringen, nur sehr schwache Andeutungen von solchen zu beobachten.

2. Erklärung

Es ist wohl fast aussichtslos, die Gesamtheit der Beobachtungsergebnisse nach den mathematischen Methoden der Beugungstheorie ableiten zu wollen. Zwar ist für nichtsphärische Wellen die Lichtverteilung in der Nähe des Fokus bereits behandelt[1]), aber hier handelt es sich ja nicht um die durch die seitliche Begrenzung der Lichtwelle bewirkte Beugung, sondern darum, daß in der Nähe des Fokus sich beugende Objekte (die Rasterstäbe) befinden. Für die vorliegende Methode zur Prüfung optischer Systeme ist aber eine derartige Behandlung auch nicht erforderlich; es sollen jedoch im folgenden die auffallendsten Erscheinungen wenigstens qualitativ und nach der elementaren Methode der Berechnung der Lichtwegdifferenzen erklärt werden.

Auf einem Schirm hinter einem Spalt von genügender Breite treten im allgemeinen zwei Arten von Interferenzstreifen auf, solche, die im geometrischen Schatten liegen und deren gegenseitiger Abstand mit abnehmender Spaltbreite schnell zunimmt (äußere Interferenzen), und solche, die im erleuchteten Teile liegen und eine größere Spaltbreite erfordern (innere Interferenzen). Bei einem Doppelspalt tritt im Schatten des dunklen Zwischenraums ein Liniensystem auf, das sich durch große Schärfe auszeichnet und dessen Mittelstreifen immer einem Maximum der Lichtintensität entspricht.[2]) Es genügt, sich auf die Betrachtung dieser verschiedenen Systeme zu beschränken, solange man keine engeren Gitter als die hier verwendeten benutzt. Die „inneren“ Interferenzlinien treten bei den hier gewählten Abständen nur bei sehr groben Rastern auf. (20 Striche pro Zentimeter.)

Die Vergleichung der Photogramme zeigt, daß es einen großen Einfluß auf das Aussehen der Schattenstreifen hat, ob der Fokus sich zwischen Platte und Gitter oder außerhalb befindet. Stellt[3]) man nämlich in den von einem sehr gut korrigierten Objektiv ausgehenden Lichtkegel den Raster einmal zwischen Platte und Fokus und ein andermal zwischen Fokus und Objektiv, so daß in beiden Fällen der Abstand vom Fokus gleich ist, so zeigen zwar in beiden Fällen die Aufnahmen die gleiche Anzahl geradliniger Streifen. Im ersten Fall aber (Raster im divergenten Licht) sind diese scharf und verhältnismäßig schmal und beiderseits nur von einem schwachen Nebenmaximum (äußere Interferenzlinien) begleitet; im ganzen Gebiet zwischen den Streifen ist die Intensität fast Null. Für das Zustandekommen dieser Erscheinung kann der Raster als eine Folge voneinander unabhängiger Spalte angesehen werden. Im zweiten Fall (Raster im konvergenten Licht) sind die den Rasteröffnungen entsprechenden geschwärzten Streifen wesentlich breiter und unschärfer, dabei von einem scharfen Maximum der Länge nach durchzogen. Der geometrische Schatten, in dem die Platte verhältnismäßig stark geschwärzt ist, enthält eine ungerade Anzahl (im vorliegenden Falle drei) sehr scharfe Interferenzlinien. Deckt man beim Raster von einer Öffnung die benachbarten ab, so verschwinden die Linien innerhalb und außerhalb des geometrischen Schattens; es liegen also Doppelspaltinterferenzlinien vor. Die Erscheinung läßt sich vollkommen deuten, wenn man je zwei benachbarte Öffnungen des Rasters als Doppelspalt auffaßt. Diese Betrachtungsweise ist allerdings schon bei etwas engeren Rastern hinfällig.

---

[1]) Von neueren Arbeiten seien nur erwähnt: J. Fischer, Ann. d. Phys. 72. S. 353. 1923; G. C. Steward, Phil. Trans. Roy. Soc. London A. 225. S. 131. 1926; J. Picht, Ann. d. Phys. 77. S. 685. 1925; 80. S. 491. 1926.

[2]) Vgl. Verdet-Exner, Vorlesungen über die Wellentheorie des Lichts 1. S. 283. 1881. Braunschweig.

[3]) Bei diesen Versuchen wurde ein Photoobjektiv 1 : 4,5 ($f = 120$ mm) benutzt (Mikrosummar der Firma E. Leitz, Wetzlar). Der Raster hatte 40 Striche pro Zentimeter. Stellung des Rasters 18 mm vor und hinter dem Fokus. Abstand der Platte von der Iris des Objektivs: 317 mm. In den Photogrammen waren je 8 geschwärzte Streifen sichtbar. Abstände und Raster wurden bei diesen Beugungsversuchen in den Größenordnungen gewählt, wie sie für die praktische Durchführung von Objektivprüfungen nach der Rastermethode in Betracht kommen.

In Fig. 15 liegen die Verhältnisse nicht so einfach, da sich der Raster in der Kaustik befand, also von konvergenten und divergenten Strahlen zugleich getroffen wurde. Hierdurch erklärt sich aber das verschiedenartige Aussehen der Schattenstreifen ein und desselben Photogramms. Dessen mittlerer Teil wurde von Strahlen getroffen, die in der Rasterebene konvergent waren, daher treten innerhalb des elliptischen Gebietes die Doppelspaltinterferenzen mit ausgeprägten Maxima auf.

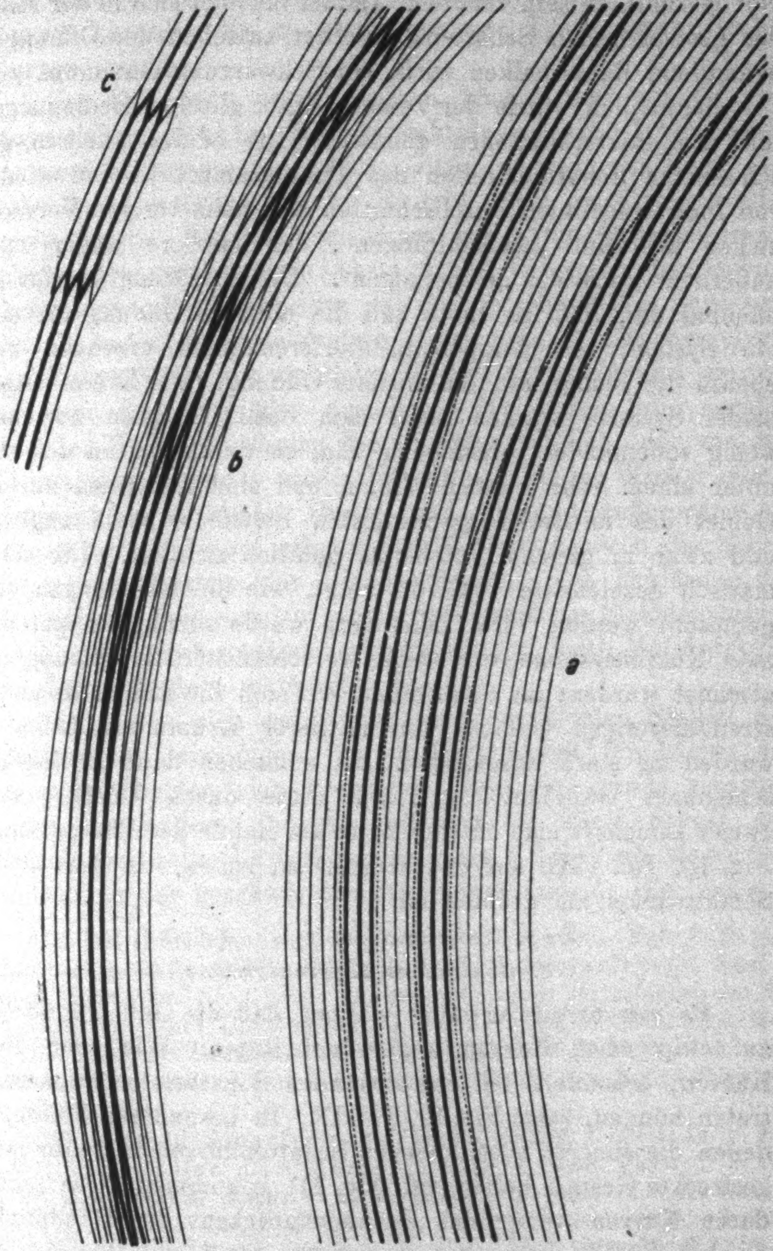
Es werden jetzt auch die horizontalen Grenzen der zwischen den geschlossenen Kurvenzweigen liegenden Interferenzlinien verständlich. Da zu deren Erzeugung zwei Spalte notwendig sind und diese sich als geschlossene Kurvenzweige von endlichem Durchmesser projizieren, können sie nur in dem Gebiet auftreten, dessen Höhe gegeben ist durch den Durchmesser des kleineren Kurvenzweiges, gemessen in der Richtung der Rasterstäbe.

Die Randteile des Photogramms (Fig. 15) wurden dagegen von Strahlen getroffen, die in der Rasterebene divergent waren. Darum sind hier die geschwärzten Streifen verhältnismäßig schmal; zwischen ihnen sind wegen der zu geringen Intensität des abgebeugten Lichtes die Doppelspaltinterferenzen mit ihren horizontalen Grenzen im allgemeinen kaum sichtbar. Daß sie auch hier wirklich vorhanden sind, wenigstens dort, wo Aufspaltungen der geschwärzten Streifen auftreten, zeigen die nächsten Versuche. Bei einem Photogramm, das Kurven wie Fig. 2b aufweist, wo der Raster im divergenten Licht stand (Unterkorrektion vorausgesetzt), sind die Schattenkurven im Mittelfeld gleichmäßig geschwärzte Streifen, die beiderseits von einem Nebenmaximum begleitet sind; am Rande, wo sie enger liegen, zeigen sich Aufspaltungen.

Zur Erklärung der Gabelungen, die nur bei stärker gekrümmten Schattenstreifen vorhanden sind, wurden an einem Raster sämtliche Öffnungen mit Ausnahme einer abgedeckt[1]) und der entstehende Spalt so in den Strahlengang gebracht, daß er sich als gekrümmter Streifen auf die Platte projizierte. Das Photogramm zeigte an den Stellen, die dem geometrischen Strahlenverlauf entsprechen, Schwärzung ohne irgendwelche Interferenzlinien. Bei einer zweiten Aufnahme wurden alle Öffnungen mit Ausnahme zweier benachbarter abgedeckt. Diesmal zeigte das Photogramm ein einziges System von parallelen gekrümmten Interferenzlinien. Die Maxima der Schwärzung haben, nur solange sie sich in den Gebieten befinden, die dem ungestörten Verlauf der Lichtstrahlen entsprechen, eine nennenswerte Intensität. Die Linien besitzen eine Krümmung, die etwa das Mittel der Krümmungen der zu erwartenden geschwärzten Schattenstreifen ist; sie durchsetzen daher deren Gebiete und sind noch ein Stück außerhalb dieser zu verfolgen. Eine Vorstellung von ihrem Verlauf gibt die etwas schematisierte Fig. 16a. Die punktierten Linien begrenzen die Gebiete, die nach der geometrischen Theorie

---

[1]) Streifen von Aluminiumfolie wurden so auf den Raster geklebt, daß der geschnittene Rand der Folie in der Mitte eines undurchsichtigen Teiles lag, also nicht als beugende Kante wirken konnte. Dies war nötig, da der Schnitt weit größere störende Unregelmäßigkeiten aufzuweisen pflegt als die Teilstriche des Rasters.



Aufspaltungen und Gabelungen innerhalb der Schattenstreifen

Fig. 16

voll geschwärzt sein müßten. Immer befindet sich in der Mitte des geometrischen Schattens, den der zwischen den Öffnungen befindliche Rasterbalken wirft, ein Schwärzungsmaximum.

Schließlich wurde der Versuch unter gleichen Bedingungen mit drei Rasteröffnungen gemacht. Die beiden äußeren geschwärzten Schattenstreifen des Photogramms werden wieder von Interferenzlinien durchschnitten wie beim vorigen Versuch, zeigen also nur „Aufspaltungen“, der mittlere allein zeigt außerdem noch die „Gabelungen“. Die Erklärung hierfür ist offenbar die, daß die linke und die mittlere Öffnung für sich ein System von Doppelspaltinterferenzlinien erzeugen und ebenso die rechte und die mittlere Öffnung. Die Krümmungen beider Systeme werden nach dem oben Gesagten nur sehr wenig voneinander verschieden sein, sie durchkreuzen sich also unter einem sehr kleinen Winkel und sind außerdem nur im Gebiet des mittleren geschwärzten Streifens beide zugleich und zwar in gleicher Intensität deutlich sichtbar. Die schematisch gezeichnete Fig. 16b zeigt, wie die Gabelungen vorgetäuscht werden. Die Zeichnung wurde so angefertigt, daß zwei Kurvensysteme von wenig verschiedener Krümmung gezeichnet wurden; an den Stellen, wo sich die Linien in einem streifenförmigen Gebiete von mittlerer Krümmung befinden, wurden sie stark ausgezogen. Es entstehen dann in der Tat scheinbare Gabelungen.[1] Daß diese durch Überkreuzung zweier Liniensysteme entstehen, ist am Rande des Photogramms Fig. 15, Taf. VIII am deutlichsten zu sehen, da dort deren Schnittwinkel am größten ist.

3. Sekundäre Kurvensysteme

Es war bereits erwähnt worden, daß die Gabelungsstellen auf elliptischen Kurven angeordnet liegen. Wie sehr diese Kurven, besonders bei eng liegenden Schattenstreifen hervortreten können, zeigt Fig. 17, Taf. IX. In besonderen Fällen, in denen die inneren geschlossenen Schattenkurven eine sehr langgestreckte Gestalt haben (vgl. Fig. 11), bekommen diese sekundären Kurven wegen des Zusammenrückens der Quellpunkte tiefe seitliche Einbuchtungen und haben dann eine biskuitförmige Gestalt, die an einen gewissen Typus Cassinischer Kurven erinnert.

---

[1] In Wirklichkeit zeigen die Gabelungen das Aussehen von Fig. 16c, was an späterer Stelle seine Erklärung finden wird (Abschnitt V, 4).

Zur Erklärung dieser Kurven könnte man an die sog. Moiréwirkung denken. Man versteht darunter die Erscheinung, die zwei hintereinandergestellte Gitter oder durchsichtige Gewebe dem Beschauer bieten. Es tritt dabei ein System breiter schattenhafter Kurven von einem gegen die Gitterkonstante sehr großen gegenseitigen Abstand auf, die schon bei kleinen Bewegungen des Auges oder des Gitters schnell ihre Lage und Gestalt ändern.¹) Insbesondere zeigen zwei aufeinandergelegte geradlinige Gitter mit parallelen Ebenen (beispielsweise die verwendeten Raster) wieder geradlinige Moirélinien, die parallel sind den Halbierungslinien des stumpfen Winkels, der von den Gitterstäben gebildet wird. Nähert sich dieser Winkel einem gestreckten, so nimmt Breite und Abstand außerordentlich schnell zu. Bei zwei gekrümmten Gittern gehören die Moirélinien zum System der Diagonalkurven. Die Erklärung der Erscheinung folgt aus dem geometrisch-optischen Strahlenverlauf. Auch zwei Interferenzliniensysteme können durch Moiréwirkung ein drittes System vortäuschen.²)

So lassen sich auch hier jene verwischten Stellen der scheinbaren Gabelungen, wo in Wirklichkeit die Linien des einen der beiden sich kreuzenden Systeme gerade zwischen denen des anderen liegen, auffassen als kurze Stücke von Moirélinien, deren Verlauf nur so lange sichtbar ist, als sie sich im Gebiete des geschwärzten Streifens befinden. Die Richtung

---

1) Die Moirélinien sind oft beobachtet worden. Vgl. A. Righi, Nuovo Cim. (3) 21. S. 203; 22. S. 10. 1887; H. Diesselhorst, Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. Nr. 2. 1921. Anwendung haben sie gefunden bei der Konstruktion eines Dilatometers (U. Behn, Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. S. 205. 1906), bei Fadenzählern (Revue d'Optique 1. S. 341 u. 395. 1922) und zur Untersuchung von Deformationen (M. Mulot, Revue d'Optique 4. S. 252. 1925).

2) So bei Cl. Schaefer u. K. Fricke, Ztschr. f. Phys. 14. S. 280. 1923; Cl. Schaefer u. A. Herber, Ztschr. f. techn. Phys. 7. S. 102. 1926; A. Driesen, Ztschr. f. Phys. 18. S. 136. 1923; C. V. Raman u. Sushil Krishna Datta, Trans. Opt. Soc. 27. S. 51. 1925/26; Sushil Krishna Datta, Trans. Opt. Soc. 28. S. 214—217. 1926/27; E. Schult, Ann. d. Phys. 82. S. 1025. 1927; vgl. auch F. Pockels, Kristalloptik, Leipzig und Berlin 1906. Taf. I. Fig. 1; Taf. II. Figg. 3 u. 4; Taf. III. Fig. 1.

dieser „Bogenelemente“ ist, wie aus Fig. 16b ersichtlich, senkrecht zum Schattenstreifen, aber dennoch sind die sekundären Kurven nicht etwa deren orthogonale Trajektorien, und zwar hauptsächlich deshalb nicht, weil sich die Gestalt der Moiré-bildenden Kurvensysteme von Doppelspalt zu Doppelspalt sprungweise ändert. Die Ellipsen sind daher nicht selbst Moirélinien, sondern erscheinen dem Auge nur als Verbindungslinien getrennter Stücke von solchen. Benachbarte Stücke auf einer elliptischen Kurve haben eines der sie erzeugenden Interferenzliniensysteme gemeinsam.

Auf einem anderen Wege gelingt es, die Formen der sekundären Kurven — allerdings mit einer örtlichen Einschränkung — rechnerisch abzuleiten. Sie wurden früher als Kurven gleicher Aufspaltung, d. h. gleicher Interferenzerscheinung, bezeichnet; denn sie verbinden Orte auf den Mitten der Schattenstreifen[1], an denen ein Maximum oder Minimum der Intensität herrscht (vgl. Fig. 15). Es interferiert an jenen Stellen das Licht, das durch die zugehörige Rasteröffnung auf die Platte gelangt, mit jenem, das durch die beiden Nachbaröffnungen kommt. Berechnet man nun, wie es in der elementaren Beugungstheorie üblich ist, die Differenz γ zweier Lichtwege, die zwischen einer bestimmten Wellenfläche und einem in der Mitte eines Schattenstreifens gelegenen Aufpunkt durch benachbarte Rasteröffnungen verlaufen, so liegt es nahe, als Gleichung für die sekundären Kurven den Ansatz $\gamma = \text{const.}$ zu versuchen.

Als Bezugswellenfläche wird das Rotationsparaboloid

$$x^* = 2\alpha v \cos\varphi\,^{2)}, \tag{25a}$$

$$y^* = 2\alpha v \sin\varphi, \tag{25b}$$

$$z^* = \alpha v^2 - 2\alpha \tag{25c}$$

---

[1] Gemeint sind damit die den einzelnen Öffnungen des Rasters entsprechenden geschwärzten Streifen der photographischen Platte.

[2] Der Scheitel der Wellenfläche hat die Koordinate $Z = -2\alpha$, wie aus (7a) für $v = 0$ folgt; im Fall der Unterkorrektion ($\alpha < 0$) liegt die Fläche also nicht, wie sie in der Fig. 18 gezeichnet ist, sondern vom Gitter aus gesehen hinter der Platte. Der Abstand 2α wird meist 1 m übersteigen.

[vgl. Formel (7a)/(7b)] gewählt. Der erste Weg wird vom Licht auf der Geraden des Strahlenbündels zurückgelegt, die durch den Aufpunkt $\Pi(\xi, \eta, p)$ geht (vgl. Fig. 18). Bei der Kleinheit der Gitterkonstanten kann angenommen werden, daß dieser Strahl durch einen auch auf der Mittellinie der zugehörigen Rasteröffnung liegenden Punkt $P(x, y, g)$ geht; die Wellenfläche treffe dieser Lichtstrahl im Punkte $P^*(x^*, y^*, z^*)$. P_1 sei nun der Punkt auf der Mittellinie der benachbarten Öffnung, dem die Koordinaten $x + \Delta x, y, g$ zukommen. Δx ist also die Gitterkonstante. Der durch P_1 gehende Lichtstrahl schneidet die Bezugswellenfläche in $P_1^*(x^* + \Delta x^*, y^* + \Delta y^*, z^* + \Delta z^*)$. Der zweite der betrachteten Lichtwege sei nun $\overline{\Pi P_1} + \overline{P_1 P_1^*}$ und der zu berechnende Gangunterschied

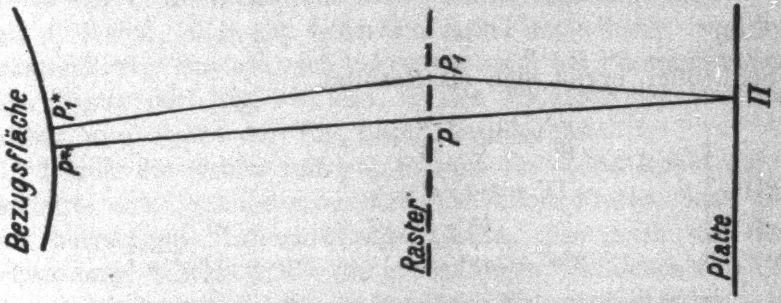


Fig. 18. Verlauf der Lichtwege

$$\gamma = \overline{\Pi P^*} - (\overline{\Pi P_1} + \overline{P_1 P_1^*}). \tag{26}$$

Man drückt die Längen der einzelnen Strecken durch die Koordinaten ihrer Endpunkte aus und entwickelt die Wurzeln, was stets zulässig ist, sobald die gegenseitigen Entfernungen zwischen Platte, Raster und Bezugsfläche groß sind gegen die Rasterkonstante. Die Entwicklung wird, ebenso wie alle weiteren, bis zu den in den Δ-Größen quadratischen Gliedern durchgeführt. Δx^*, Δy^*, Δz^* werden dann mit Hilfe der aus (25a), (25b), (25c) folgenden Gleichungen

$$\Delta x^* = 2\alpha \cos\varphi\, \Delta v - 2\alpha v \sin\varphi\, \Delta\varphi - \alpha v \cos\varphi\, (\Delta\varphi)^2, \tag{27a}$$

$$\Delta y^* = 2\alpha \sin\varphi\, \Delta v + 2\alpha v \cos\varphi\, \Delta\varphi - \alpha v \sin\varphi\, (\Delta\varphi)^2, \tag{27b}$$

$$\Delta z^* = 2\alpha v\, \Delta v + \alpha (\Delta v)^2 \tag{27c}$$

durch $\varDelta\varphi$ und $\varDelta v$ ausgedrückt. Berücksichtigt man schließlich noch, daß

$$\varDelta\varphi = \frac{\varDelta x \sin\varphi}{v\,V} \tag{28}$$

und

$$\varDelta v = -\frac{\varDelta x \cos\varphi}{W}, \tag{29}$$

so hat man γ als Funktion der bekannten Größen α, g, p, $\varDelta x = \delta$ und der Koordinaten φ, v des Lichtstrahls durch den Aufpunkt dargestellt. Zur Abkürzung ist hierbei eingeführt

$$V(v) = -\alpha v^2 + g, \tag{30a}$$

$$W(v) = -3\alpha v^2 + g. \tag{30b}$$

Schließlich ergibt sich als Resultat

$$\left\{\begin{aligned} \gamma = &- \frac{\frac{\alpha}{W}\cos^2\varphi + \frac{\alpha}{V}\sin^2\varphi}{(V+2\alpha)\sqrt{v^2+1}}\,\delta^2 \\ &- \frac{\delta^2}{2(V+2\alpha)\sqrt{v^2+1}} - \frac{\delta^2}{2(p-g)\sqrt{v^2+1}}. \end{aligned}\right. \tag{31}$$

Da die Formel nur das Quadrat von $\varDelta x = \delta$ enthält, so erhält man den gleichen Gangunterschied, wenn man das durch die eine betrachtete Rasteröffnung kommende Licht mit dem durch die linke oder die rechte Nachbaröffnung kommende interferieren läßt. Nun sind aber im allgemeinen auf einem Schattenstreifen beide Systeme sichtbar, die sich dort überkreuzen. In allen Punkten der Mittellinie dieses Streifens, wo das eine System ein Maximum oder Minimum hat, hat auch das andere ein Maximum bzw. Minimum, d. h. die Interferenzerscheinung ist bezüglich dieser Mittellinie symmetrisch, was die Photogramme bestätigen und auch aus Fig. 16b verständlich wird. Für $V = 0$ oder $W = 0$ wird $\gamma = \infty$. Die Nullstellen dieser beiden Funktionen sind aber

$$v_0 = \sqrt{\frac{g}{\alpha}}, \quad \text{also} \quad V(v_0) = 0, \tag{32a}$$

$$v_q = \sqrt{\frac{g}{3\alpha}}, \quad \text{also} \quad W(v_q) = 0, \tag{32b}$$

d. h. die Werte des Parameters v, die den Nullkreis und den Kreis durch die Quellpunkte liefern [vgl. Formel (17)/(18)].

Daß Formel (31) in der Nähe dieser Werte unbrauchbar werden muß, wird auch dadurch anschaulich, wenn man bedenkt, daß der durch v_0 gekennzeichnete Strahlenkegel gerade in der Rasterebene seinen Fokus hat und der durch v_q gekennzeichnete, wie schon erwähnt, längs des Schnittkreises von Rasterebene und kaustischer Fläche diese berührt. An diesen singulären Stellen des Lichtstrahlenbündels verliert die Betrachtung ihren Sinn, die zur Berechnung des Gangunterschieds zweier durch homologe Punkte von Rasteröffnungen gehenden Strahlen führte. Formel (31) gilt also nur für solche Werte von v, die nicht allzu nahe bei den kritischen Werten v_0 und v_q liegen, d. h. in Gebieten der Plattenebene, wo die Schattenkurven nur schwach gekrümmt sind, bei Photogrammen vom Typus der Fig. 2b also in den Randgebieten und in solchen vom Typus der Fig. 2f im Mittelgebiet.

Durch die Größe von $\gamma(\varphi, v)$ wird für jeden Punkt (φ, v) der Mitte eines geschwärzten Streifens in der Plattenebene die dort herrschende Intensität des Lichts, also auch die der Schwärzung, bestimmt; für die ganzzahligen Vielfachen von $\lambda/2$ ist sie ein Extremum. Die sekundären Kurven verbinden nun die Intensitätsextrema derartig, daß sie zugleich die Bahnen sind, die bestimmte ins Auge gefaßte Extrema[1]) beschreiben würden, wenn man den Raster in seiner Ebene in der zur Liniierung senkrechten Richtung verschieben würde. Auf jeder Kurve ist also $\gamma = \text{const.}$, wo γ mit den genannten örtlichen Einschränkungen durch den Ausdruck (31) gegeben ist. Dort sind das zweite und dritte Glied klein gegen das erste, wenn die Entfernung $p - g$ der Platte vom Raster und die Entfernung $V + 2\alpha = g - (\alpha v^2 - 2\alpha)$[2]) des Rasters von der Bezugswellenfläche sehr groß ist.

Denkt man sich die Gleichung (31) nach $\cos^2\varphi$ oder $\sin^2\varphi$ aufgelöst und nimmt noch Gleichung (9) hinzu, dann hat man die beiden Polarkoordinaten ϱ, φ eines Punktes der Plattenebene in Abhängigkeit von einem Parameter v. Wird ein bestimmter Wert von γ vorgegeben, so kann man aus diesen beiden Formeln die Koordinaten beliebig vieler Punkte der zugehörigen sekundären Kurve ausrechnen und diese selbst zeichnen, wenn noch p, g und α bekannt sind. Dies wurde für einige Photogramme durchgeführt; es ergab sich eine gute Übereinstimmung der Kurvenformen in genügender Entfernung vom Nullkreis und dem Kreise durch die Quellpunkte. Die Einbuchtungen bei relativ großen Werten von α erklären sich daraus, daß dann in (9) das Glied mit v^3 seinen Einfluß stark geltend macht.

---

[1]) Etwa die Orte zwischen den oben beschriebenen Stellen scheinbarer Gabelung, denen ja Schwärzungsmaxima oder -minima auf der Mittellinie der Streifen entsprechen (vgl. Fig. 16b).

[2]) Vgl. Formel (7a).

4. Folgerungen für die Ausmessung der Photogramme

Bei der Bestimmung des Korrektionszustandes eines optischen Systems können die sekundären Kurven wohl nicht benutzt werden. Außerdem treten sie bei gut korrigierten Systemen kaum auf, da bei diesen die Krümmung der Schattenstreifen zu gering ist, als daß Gabelungen entstehen könnten, die die Voraussetzung jener Kurven sind. Beispielsweise zeigt das oben erwähnte Photogramm des Aplanaten der Firma Goerz, dessen Auswertung mitgeteilt wurde, im Mittelfeld geradlinige Schattenstreifen, in denen drei deutlich sichtbare Interferenzmaxima verlaufen. Dort fallen beide Doppelspaltinterferenzsysteme in ihren Maxima zusammen, dicht am Rande aber, wo die Schattenstreifen leicht gekrümmt sind, und ihr gegenseitiger Abstand wächst, schließen die Systeme einen kleinen Winkel ein und täuschen eine Gabelung der drei Streifen in vier vor, von denen die äußeren geringere Intensität als die inneren besitzen. Sämtliche Gabelungsstellen liegen auf einer elliptischen Kurve nahe dem Rande des Photogramms.

Die wichtigste Folgerung aus dem vorangehenden ist die, daß die Interferenzerscheinung symmetrisch ist zur Mittellinie des geschwärzten Streifens. Es wird so die Möglichkeit gegegeben, mit hoher Genauigkeit die Koordinaten ξ der Schnittpunkte jener Mittellinie mit dem Horizontaldurchmesser, längs dessen die Messung erfolgt, zu bestimmen. Ist also der geschwärzte Streifen in eine ungerade Anzahl — in den meisten Fällen waren es drei — von Linien aufgespalten, so ist die Lage des mittleren auszumessen, ist die Anzahl gerade — meist zwei oder vier —, so ist von den Abszissen der inneren das

Mittel zu nehmen. Ein Verzicht auf die Benutzung der Interferenzlinien zur Ausmessung der Platten würde eine erhebliche Einbuße an Genauigkeit zur Folge haben; diese ist um so notwendiger, als von der Güte dieser Messung auch die Genauigkeit der Methode abhängt, da die Messung von $p - g$ und δ weit weniger Schwierigkeiten macht.

Ein weiterer Umstand kommt dieser Art der Ausmessung zustatten. Nach der Zeichnung Fig. 16b müßte man erwarten, daß jede Gabelungsstelle auf einem Streifen ungefähr dieselbe Länge besitze, wie die anschließenden Stücke, die deutlich in eine gerade oder ungerade Anzahl von Streifen aufgespalten sind. Die Photogramme zeigen aber ein ganz anderes Aussehen. Man hat den Eindruck, als hätten die Maxima der beiden sich kreuzenden Interferenzsysteme die Neigung, sich auf- oder aneinanderzulagern, d. h. auch dann noch, wenn der Verlauf jedes Liniensystems für sich betrachtet es erforderte, daß die Maxima des einen zwischen denen des andern liegen, scheinen sie noch zusammenzufallen, wobei sich allerdings die seitliche Intensitätsverteilung etwas ändert. Die Folge davon ist, daß die Länge der Gabelungsstellen nicht so, wie in Fig. 16b dargestellt ist, sondern weit kürzer, etwa wie in Fig. 16c, erscheint. So entsteht der Eindruck, als ob sich die Interferenzlinien eines einzigen Systems *gabelten*, während sich in Wirklichkeit doch zwei Systeme *überkreuzen* (photographischer Kontrasteffekt). Der wahre Sachverhalt wird nur da deutlich, wo die Überkreuzung unter einem größeren Winkel stattfindet.[1])

Die Ursache dieser Erscheinung ist in der Art der Intensitätsverteilung quer über ein Interferenzmaximum zu suchen. Da sich die Schwärzungen ungefähr addieren, so wird man auch dann noch auf der Platte ein einziges Maximum wahrnehmen, wenn das Schwärzungsmaximum der Interferenzlinie des Systems I für sich betrachtet von dem der Linie des Systems II einen gewissen Abstand hat (vgl. Fig. 19*a*). „Gabelung“, d. h. Auflösung, wird erst dann eintreten, wenn die resultierende Schwärzungskurve zwei Maxima aufweist (vgl. Fig. 19*b*). Der Vorteil für die Auswertung liegt

---

1) Vgl. auch F. Pockels, Kristalloptik. Taf. I, Fig. 1 und Taf. III, Fig. 1. Leipzig und Berlin 1906.

darin, daß die Gabelungsstellen, die bei den notwendigen Belichtungszeiten nicht sehr scharf auszufallen pflegen, eine verhältnismäßig geringe Ausdehnung haben. Die Bestimmung der Koordinate der Streifenmitte wird stets dann etwas unsicherer sein, wenn eine sekundäre Kurve, die diese verwischten Stellen verbindet, den Horizontaldurchmesser schneidet.

Reichen die durch Ausmessung der Mitten der gegeschwärzten Streifen gewonnenen Punkte nicht aus, um den Verlauf der Aberrationskurve mit genügender Sicherheit zu bestimmen, so nimmt man vorteilhaft noch die Mitten der ungeschwärzten Streifen, also der von den Rasterbalken geworfenen Schatten, hinzu. In diesem Gebiet befindet sich bei hinreichend weit gewähltem Raster nur ein Interferenzliniensystem, das in der Mitte des geometrischen Schattens stets ein Maximum hat, dessen Lage koordinatenmäßig festgelegt wird.

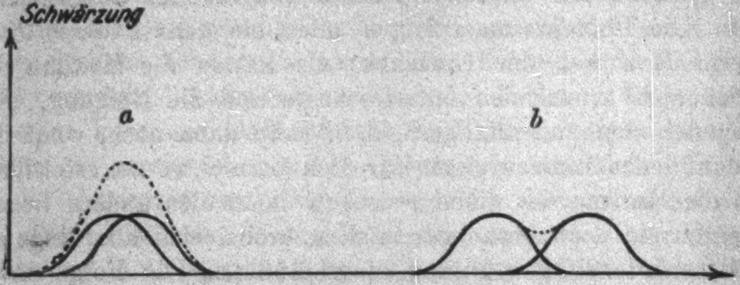


Fig. 19. Zur Erklärung der Gabelungen

Die Rastermethode ist nur solange zu verwenden, als sich in der Ebene der photographischen Platte die Schattenstreifen noch ohne Schwierigkeit den Rasteröffnungen zuordnen lassen und solange sich auf den Streifen noch die geometrische Mittellinie mit Hilfe der Beugungsinterferenzen bestimmen läßt. Die für die Ausmessung günstigste Erscheinung ist die oben geschilderte, bei der auf jedem geschwärzten Streifen das Licht, das durch drei benachbarte Öffnungen des Rasters gegangen ist, photographisch wirksam ist, sind es mehr, so stören sich die Interferenzsysteme; sind es weniger, so kann man durch Verschieben des Rasters oder durch Wahl einer kleineren Rasterkonstanten die Schattenstreifen aneinanderrücken lassen, so daß eine größere Anzahl von ihnen im Zerstreuungskreis Platz findet und man mehr Punkte zur Auswertung erhält. Die Anzahl der längs eines solchen Streifens wirksamen Öffnungen hängt aber von der Rasterkonstanten, von der Stellung des Rasters und der Platte und der Anzahl der sichtbaren Streifen ab, vor allem aber davon, ob der Raster vor oder hinter dem Fokus steht. Schließlich ist noch die Intensität der Lichtquelle und die Empfindlichkeit der Platte von Einfluß, da die Anzahl der auf der Platte sichtbaren Interferenzmaxima davon abhängt. Andererseits besteht noch eine Beziehung zwischen der numerischen Apertur des Systems, der Anzahl der sichtbaren Schattenstreifen, der Gitterkonstanten und dem Abstand des Rasters vom Fokus. Bei Systemen geringerer Aperturen (z. B. photographische und Fernrohrobjektive) empfiehlt es sich, bei gegebener Rasterkonstante und Anzahl der sichtbaren Streifen, Raster und Platte auf dieselbe Seite des Fokus, also ins divergente Licht zu stellen, da, wie in Abschnitt V, 2 gezeigt ist, diese Stellung die günstigste zur Ausmessung ist. Bei höheren Aperturen kann man sich die günstigste Stellung nach geometrisch-optischen Gesichtspunkten[1]) aussuchen, da dort das Verhältnis des Abstands zwischen Gitter und Platte zur Gitterkonstanten kleiner zu sein pflegt.

VI. Die Beziehungen der Rastermethode zu den anderen Prüfmethoden

1. Die Methoden von Foucault und Toepler

Es existiert bereits eine große Anzahl von Methoden zur Prüfung optischer Systeme, um qualitativ oder quantitativ deren Güte (im weitesten Sinne) zu bestimmen.[2]) Hier kommen allein die Methoden zur Bestimmung der Aberration in Frage und zwar nur so weit, als sie Beziehungen zur Rastermethode haben.

---

1) Vgl. Abschnitt IV, 3.

2) Eine ziemlich vollständige Übersicht geben zwei letzthin erschienene Bücher: V. **Ronchi**, La prova dei sistemi ottici, Bologna 1925. G. **Yvon**, Contrôle des surfaces optiques, Paris 1926. Vgl. auch S. **Czapski**-O. **Eppenstein**, Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente, Leipzig 1924, S. 624—632 und Handbuch der Physik, Bd. XVIII, Berlin 1927, S. 775—823.

Eine der ältesten Methoden ist die meist nach **Foucault** genannte, aber wohl schon von **Huygens** angewandte „Messerschneidenmethode"[1]), bei der in der Nähe des Fokus ein Schirm mit geradliniger Kante von der Seite her senkrecht zur optischen Achse in den Strahlengang eingeführt wird, während das unmittelbar hinter dem Schirm befindliche Auge, dessen Pupille den ganzen Strahlenkegel aufnimmt, die Ausblendungen beobachtet. Angewendet wird diese Methode vor allem bei der Retusche großer Fernrohrobjektive und Teleskopspiegel; zur subjektiven, qualitativen Verwendung ist sie besonders wegen der ihr eigentümlichen Plastik der Erscheinungen geeignet. Quantitativ ist sie wegen der schwer zu berücksichtigenden Beugung an der Kante kaum zu benutzen, wenn sich auch immerhin über die Lage der zu korrigierenden Stellen zahlenmäßige Angaben machen lassen. Im Sinne der geometrischen Optik stimmen die Grenzen der durch die Schneide ausgeblendeten Gebiete der Gestalt nach mit den bei der Untersuchung mit Rastern erhaltenen Schattenkurven überein.[2]) Die einzelnen Rasterbalken entsprechen gewissermaßen ebenso vielen Einstellungen der Schneide. Befindet sich der Raster so nahe am Fokus, daß nur ein Rand eines Balkens vom Lichtkegel getroffen wird, so sind beide Methoden identisch. Steht der Raster dagegen in einiger Entfernung vom Fokus, so ist insofern die Möglichkeit einer quantitativen Verwendung gegeben, als bei passender Einstellung der zur Richtung der Rasterteilung parallele Durchmesser des Zerstreuungskreises eine Symmetrieachse der Erscheinung ist und die Beugungserscheinungen in einfacher Weise einen Rückschluß auf die geometrischen Verhältnisse gestatten, was bei einer Halbebene weit schwieriger wäre.

Ähnliche Beziehungen bestehen zwischen der Rastermethode und der **Toepler**schen Schlierenmethode[3]), was be-

---

1) **L. Foucault**, Ann. de l'Observ. de Paris (Mém.) 5. S. 197. 1859; **T. Cooke**, Ztschr. f. Instr. 14. S. 195. 1894.

2) **C. D. P. Davies**, Monthly Not. Roy. Astr. Soc. London 69. S. 355. 1909.

3) **A. Toepler**, Pogg. Ann. 127. S. 556. 1866; 128. S. 126. 1866; 131. S. 33. 1867; 134. S. 195. 1868.

sonders bei einer von Gerschun[1]) angegebenen Vereinfachung der Toeplerschen Anordnung hervortritt. Auch hier wird von der Seite eine Schneide an den Fokus herangebracht. Die Strahlen, die die Linse an Stellen durchsetzen, deren Brechungsindex von dem der übrigen Glasmasse abweicht, werden nicht genau im Fokus vereinigt. Ist dieser von der Schneide verdeckt, so erscheinen jene Stellen dem beobachtenden Auge leuchtend auf dunklem Hintergrunde. Die „empfindliche Stellung" der Schneide (nach Toepler) ist nichts anderes als die Nullstellung bei der Rastermethode. Ist infolge starker sphärischer Aberration der Nullkreis gut zu beobachten, so erweisen sich dessen Schnittpunkte mit dem Zentralstreifen sowie die Quellpunkte ebenfalls als empfindliche Stellen, an denen sich etwa vorhandene Schlieren leicht verraten. Durch Drehen des Rasters in seiner Ebene oder Verschieben längs der optischen Achse ist es möglich, an jede Stelle des Gesichtsfeldes eine der empfindlichen Stellen zu bringen. Bei fast punktförmiger Strahlenvereinigung fallen alle diese Stellen für die Nullstellung des Rasters zusammen und bedecken das ganze Gesichtsfeld. Die Figuren 20a/b, Taf. IX zeigen Photogramme, bei denen der Raster symmetrisch bzw. unsymmetrisch so eingestellt war, daß die Schliere jeweils an eine empfindliche Stelle zu liegen kam.

Mit einer Prüfung auf Schlieren, die vorteilhaft so vorgenommen wird, daß sich der Raster dicht vor der Augenpupille des Prüfenden befindet, läßt sich leicht eine solche auf Schleiffehler vereinigen. Diese bewirken im allgemeinen eine Verzerrung der Streifen, die um so größer ist, je näher man einer der empfindlichen Stellen ist. Auch hier muß der Lichtpunkt recht klein sein, da die Beobachtung der Beugungslinien eine Verschärfung der Methode bedeutet. Figur 21, Taf. IX zeigt das Photogramm einer Linse mit Schleiffehlern.

2. Die Methoden von Graf, Hartmann, Gardener und Bennet, Väisälä, Chalmers, Michelson und Cotton

Um die sphärische Aberration einer Linse qualitativ nachzuweisen, bringt Graf[2]) eine Blende in den Strahlengang, auf der kleine runde Löcher auf einer logarithmischen Spirale (oder auf zwei parallelen Geraden) angeordnet liegen. Die durch die durchgelassenen dünnen Strahlenbündel auf photographischem Papier erzeugten Schwärzungspunkte liegen bei Anwesenheit sphärischer Aberration auf Kurven mannigfaltiger Formen. Dieses Verfahren hat also mit der Rastermethode gemeinsam, daß durch Ausblendung aus dem Strahlengang charakteristische Kurven entstehen; beide Methoden eignen sich daher auch gut zu Demonstrationszwecken.[1]) Der Umstand aber, daß der Raster unzweifelhaft an Gleichmäßigkeit und Genauigkeit anderen Blenden überlegen ist, gestattet seine Verwendung zur quantitativen Untersuchung.

---

[1]) A. Gerschun, Arch. f. wiss. Phot. 1. S. 282. 1899.

[2]) H. Graf, Phys. Ztschr. 25. S. 489. 1924.

Das Prinzip der bekannten Hartmannschen Methode[2]) ist ebenfalls rein geometrisch-optisch. Vor dem Objektiv ist eine Blende mit einer Reihe kreisrunder Öffnungen (Durchmesser in der Regel $^1/_{100}$ bis $^1/_{300}$ der Brennweite) angebracht. Es werden zwei photographische Aufnahmen gemacht, eine extrafokale und eine intrafokale, und auf diesen die Lage der geschwärzten Punkte, die den Lochblenden entsprechen, ausgemessen. Ist noch der Abstand der Platten bekannt, so läßt sich Schnittweite und Neigungswinkel bestimmen und die zugehörige Aberrationskurve zeichnen.

Nach einer Bemerkung von Gardener und Bennet[3]) kann man sich auf eine einzige Aufnahme beschränken, wenn die Blende sich auf der dem Fokus zugewandten Seite des Objektivs befindet und die Koordinaten der Öffnung auf ihr bekannt sind; sie entspricht also dann der intrafokalen Aufnahme. Damit ist aber zugleich die Beziehung zur Rastermethode insofern hergestellt, als der Raster wieder der Lochblende entspricht und die zur Rasterteilung senkrechte Rich-

---

1) So konnte Herr Prof. Jentzsch die Rastermethode benutzen, um in der Berliner großen Vorlesung über Experimentalphysik die sphärische Aberration vor einem weiten Hörerkreis zu demonstrieren.

2) J. Hartmann, Ztschr. f. Instr. 24. S. 1, 33, 97. 1904. Publ. d. Astrophys. Obs. Potsdam, Nr. 46, 1908.

3) J. C. Gardener und A. H. Bennet, Journ. Opt. Soc. America 11. S. 441. 1925; Ztschr. f. Instr. 47. S. 197. 1927.

tung einem von den Durchmessern, auf denen die Öffnungen angeordnet sind. Bei einem Strichraster steht allerdings bei nur einer Aufnahme auch nur ein Durchmesser für die Ausmessung zur Verfügung, bei Verwendung eines Kreuzrasters sind es deren vier, was meistens ausreicht (vgl. Abschn. IV, 5).

Die **Hartmann**sche Methode hat aber den Nachteil, daß einerseits die Öffnungen der Blende nicht zu groß gemacht werden dürfen, weil man sonst nicht die genügende Anzahl von Punkten zur Konstruktion der Aberrationskurve erhält und die Bestimmung der Schwärzungsstellen zu ungenau wird; andererseits dürfen die Löcher auch nicht zu klein sein, weil sonst infolge der Beugung die Ausdehnung dieser Stellen ebenfalls zunimmt. In der erwähnten Arbeit von **Gardener** und **Bennet** werden die Löcher (kreisrund oder spaltförmig) absichtlich so klein gewählt, daß sich die Beugungsbilder zum Teil überlagern; es wird dort eine elegante Methode zur Bestimmung der Wellenaberrationen angegeben, d. h. der Wegdifferenzen zwischen der wirklichen Wellenfläche und einer sphärischen Bezugsfläche.

Väisälä¹) benutzt wie **Hartmann** eine Lochscheibe (2, 3, 4 oder mehr Löcher) vor dem Objektiv und schließt aus den im Fokus entstehenden Interferenzerscheinungen auf die Krümmungen der Wellenfläche.

Chalmers²), **Michelson**³), **Cotton**⁴) und **Merland**⁵) verschieben vor dem Objektiv einen Doppelspalt und messen die Lage der Interferenzlinien aus. In der zitierten Arbeit von **Michelson** befinden sich Photogramme von Interferenzlinien, die genau die Gestalt der Schattenkurven bei sphärischer Aberration aufweisen. Diese Kurven wurden aber bei der Prüfung von Prismen und Gittern mit einem Interferometer erhalten.

---

1) Y. **Väisälä**, Turun Suomalaisen Yliopiston Julkaisuja. (Ann. Univ. Fenn. Aboensis), Ser. A, 1. Nr. 2. 1923; 2. Nr. 1. 1924; Referat: Ztschr. f. Instr. **43**. S. 198. 1923; **44**. S. 463. 1924.

2) S. C. **Chalmers**, Proc. Opt. Conv. London 2. S. 156. 1912.

3) A. A. **Michelson**, Astrophys. Journ. **47**. S. 283. 1918.

4) A. **Cotton**, Physica (Nederl. Tijdschr. v. Natuurk.) 1. 1921.

5) A. **Merland**, Rev. d'Opt. **3**. S. 401. 1924.

3. Die Gittermethoden von Ronchi und Lenouvel

In den letzten Jahren haben **Ronchi**[1]) und **Lenouvel**[2]) eine Reihe von Arbeiten über die Prüfung optischer Systeme mit Gittern veröffentlicht. Eine Abgrenzung der Methoden ist recht schwer, da je nach der gewählten Gitterfrequenz sie als geometrisch-optische oder wellenoptische anzusehen sind.

Eine seiner Methoden nennt **Ronchi** die Methode der Schattenstreifen (frangie d'ombra). Die Bezeichnung ist insofern irreführend gewählt, als die beobachteten Streifen Interferenzen sind, die natürlich nach der geometrischen Optik nicht erklärt werden können. Wie **Ronchi** angibt[3]), hat er den Namen nur deshalb gewählt, weil die Streifen eine gewisse Ähnlichkeit mit dem geometrischen Schatten der Gitterstäbe hätten. Bei der genannten Methode wird in die Nähe des Krümmungsmittelpunktes der Welle ein Gitter von solcher Frequenz (500 Striche pro Zentimeter) gestellt, daß auf einem Auffangschirm an Stelle des Zerstreuungskreises eine ganze Reihe gleich großer kreisrunder Beugungsbilder entstehen, die sich teilweise überdecken. In den Gebieten, die je zweien von ihnen angehören, entsteht ein System von Interferenzlinien, deren Abstand gemessen wird. Die bei punktförmiger Strahlenvereinigung geradlinigen und äquidistanten Streifen sind beim Vorkommen von Aberrationen mehr oder weniger gekrümmt. Verringert man die Frequenz des Gitters, so gehen die Linien allmählich in die wahren Schattenstreifen über. Zahlenmäßig durchgerechnete Beispiele fehlen leider bei **Ronchi**.

Eine weitere von **Ronchi** angegebene Methode ist die der Kombinationsinterferenzen (frangie di combinazione).[4]) Sie benutzt die durch zwei Gitter erzeugten Interferenzen. Die

---

[1]) V. **Ronchi**, Rend. R. Accad. Naz. dei Linc. ser. 5. **32**. 1923. 2. sem. Nuovo Cimento (nuova serie), Juglio-Settembre 1924; Juglio-Settembre 1925. Ann. R. Scuola Norm. Sup. Univ. di Pisa **15**. 1923. Referat: Ztschr. f. Instr. **46**. S. 209. 1926.

[2]) L. **Lenouvel**, Rev. d'Opt. **3**. S. 211 u. 315. 1924. Annexes du Bull. Soc. Franç. de Photogr. **4**.

[3]) V. **Ronchi**, Ztschr. f. Instr. **46**. S. 553. 1926; Rev. d'Opt. **5**. S. 441. 1926.

[4]) Rivista d'ottica e mecc. di prec. **2**. Nr. 4. 1923; Rend. R. Accad. Naz. dei Linc., ser. 5. **33**. S. 24. 1924. 1. sem.

Erscheinungen sind im wesentlichen durch Moiréwirkung zu erklären und eignen sich wegen ihrer Kompliziertheit wohl nur zur qualitativen Prüfung; wichtig ist die Methode aber dadurch, daß sie sich auch auf divergente optische Systeme[1]) anwenden läßt, was bei den übrigen hier genannten Methoden, einschließlich der Rastermethode, nicht der Fall ist.

Lenouvel benutzt eine Autokollimationsmethode, die als Vorteile eine Erhöhung der Genauigkeit auf das Doppelte, größere Helligkeit der Erscheinungen und geringere Ausdehnung der Apparatur bietet. Das Gitter (100 Striche pro Zentimeter), das sich auch hier in der Nähe des Fokus befindet, wird vom Licht zweimal durchsetzt. Es sind daher, ähnlich wie bei Ronchis Methode der Kombinationsinterferenzen, die Erscheinungen zu berücksichtigen, die zwei hintereinandergestellte Gitter hervorbringen.[2]) Die Spalte des Gitters dienen gleichzeitig als Lichtquelle und zur Erzeugung der Schattenstreifen, deren Formen sich noch geometrisch-optisch erklären lassen, solange die Frequenz des Gitters nicht höher ist. Die Streifen erscheinen, nach den veröffentlichten Photogrammen zu schließen, recht unscharf und wenig kontrastreich, was wohl darin seinen Grund hat, daß ein größerer Teil des Gitters erleuchtet wird. Hierzu tragen noch die unvermeidlichen störenden Reflexe an der halbdurchlässigen Platte und den Linsen der Beleuchtungs- und Beobachtungseinrichtung bei.[3]) Schließlich müssen die Aberrationen dieser Linsen die Messungsergebnisse etwas verändern. Die Ausmessung erfolgt bei Lenouvel mit einem Mikrometerokular. In einer späteren kurzen Mitteilung[4]) weist er auf die bei der Rastermethode verwendete Anordnung hin.[5]) Die beigegebenen Photogramme befriedigen aber sehr wenig.

Die von mir nach der Rastermethode erhaltenen scharfen Photogramme haben allerdings eine sehr kleine Lichtquelle

---

1) Rend. R. Accad. Naz. dei Linc., ser. 5. 33. S. 314. 1924. 2. sem.

2) A. Crova, Ann. de chim. et de phys. (5) 1. S. 407. 1874; P. Garbe, Journ. de phys. théor. et appl. (2) 9. S. 47. 1890.

3) Zur Aufnahme der Photogramme mußte Lenouvel seine für subjektive Beobachtungen bestimmte Apparatur verändern.

4) Rev. d'Opt. 4. S. 294. 1925.

5) Leider wurden mir die Arbeiten von Lenouvel erst bekannt, als meine Untersuchungen über die Rastermethode fast abgeschlossen waren.

zur Voraussetzung; man hat daher den Nachteil verhältnismäßig langer Belichtungszeiten. Bei wenig gekrümmten Schattenstreifen kann aber ohne nennenswerte Einbuße an Schärfe ein den Gitterstäben genau paralleler schmaler Spalt gewählt werden, und bei guter chromatischer Korrektion braucht das verwandte Licht nicht rein monochromatisch zu sein, sondern kann einen gewissen Spektralbereich umfassen; dann werden die Belichtungszeiten, die in ungünstigen Fällen bei Benutzung einer sehr kleinen Lochblende und monochromatischen Lichts und bei Verzicht auf die Benutzung eines Kollimators einige Stunden betragen können, auf wenige Minuten reduziert. Für gewisse Spektralgebiete wird man die photographischen Platten vor der Aufnahme vorteilhaft sensibilisieren. Dadurch, daß im Gegensatz zu Lenouvel außer dem zu prüfenden System keinerlei Hilfslinsen verwendet werden, werden Korrektionen unnötig und die Auswertungen besonders einfach. Die Einschaltung eines photographischen Objektivs zwischen Raster und Platte hat, abgesehen von einer Maßstabsveränderung, auf die Formen der Schattenkurven im allgemeinen geringen Einfluß.

4. Die Interferenzmethoden von Ronchi, Lenouvel, Waetzmann und Twyman

Bei der Verwendung *enger* Gitter zur Prüfung optischer Systeme (Ronchi) entstanden die beobachteten Interferenzstreifen dort, wo die gebeugten Wellen 0., 1., 2.... Ordnung mit den benachbarten interferierten. Dieselben Erscheinungen liefern auch alle anderen Interferenzapparate, die das Licht in zwei Anteile teilen und diese wieder zur Interferenz gelangen lassen. So verwendet Ronchi auch die Fresnelschen Spiegel und das Biprisma[1]), Lenouvel einen Luftkeil zwischen zwei halbdurchlässig versilberten Glasplatten[2]) und Waetzmann und Bratke[3]) eine von Lummer[4]) angegebene Anordnung. Die

---

[1]) Rend. R. Accad. Naz. dei Linc. ser. 5. 33. S. 504. 1924. 1. sem.

[2]) Rev. d'Opt. 4. S. 299. 1925.

[3]) E. Waetzmann, Ann. d. Phys. (4) 39. S. 1042. 1912; E. Bratke und E. Waetzmann, Ztschr. f. Phys. 12. S. 253. 1923; Die Naturw. 11. S. 225. 1923; Ann. d. Phys. (4) 72. S. 501. 1923; E. Bratke, Ztschr. f. Phys. 21. S. 9, 120. 1924; 23. S. 239. 1924; E. Haberland, Ztschr. f. Phys. 24. S. 285. 1924.

[4]) O. Lummer, Wied. Ann. 23. S. 513. 1884.

Formen der Interferenzlinien, die dem Beschauer in einem Gebiet erscheinen, das zwei gleich großen, gegeneinander etwas verschobenen Kreisen gemeinsam ist, sind überall dieselben. Bei idealer Strahlenvereinigung sind sie geradlinig und äquidistant. Werden die Apparaturelemente so verändert, daß der Abstand beider Kreise kleiner wird (etwa durch Wahl einer größeren Gitterkonstante), so nähern sich die Kurven in ihrer Gestalt den bei der Rastermethode beobachteten Kurven 3. Grades, was sich auch durch Rechnung bestätigen läßt. Von den soeben genannten Methoden ist nur die von Waetzmann und Bratke angegebene ausführlicher behandelt worden; die übrigen können kaum ein praktisches Interesse beanspruchen. Da in die Formeln stets eine größere Anzahl Apparaturkonstanten eingeht, so ist die Auswertung der Erscheinungen bei den Interferenzmethoden nicht eben einfach.

Schließlich ist noch die Umgestaltung des Michelsonschen Interferometers zur Prüfung optischer Systeme durch Twyman[1]) (Firma Hilger in London) zu erwähnen. Die entstehenden Interferenzlinien können dort als Niveaukurven der wirklichen Wellenfläche in bezug auf eine sphärische Fläche angesehen werden. Ein Vorteil ist die große Mannigfaltigkeit der dabei auftretenden Kurvenformen und die vielseitige Verwendungsmöglichkeit, die außer der sphärischen Aberration auch den Astigmatismus und die Coma zu untersuchen gestattet. Neuerdings ist das Hilgerinterferometer auch zur Prüfung von Mikroskopobjektiven verwendet worden, wo es trotz mancher Versuche noch immer an brauchbaren Methoden mangelt.[2]) Die Auswertung der Photogramme bietet aber auch bei dieser Methode noch gewisse Schwierigkeiten. Einer weiteren Verbreitung stehen ferner die beträchtlichen Anschaffungskosten im Wege.

---

[1]) F. Twyman, Phil. Mag. (6) **35**. S. 49. 1918; **42**. S. 777. 1921; Astrophys. Journ. **48**. S. 256. 1918; Trans. Opt. Soc. London **22**. S. 174. 1920/21; **24**. S. 189. 1922/23; Trans. Faraday Soc. **16**. S. 208. 1920; Ztschr. f. wiss. Phot. **22**. S. 131. 1923; A. A. Michelson, Astrophys. Journ. **47**. S. 283. 1918; K. Butkow, Ztschr. f. Phys. **22**. S. 384. 1924; **30**. S. 268. 1924; **34**. S. 548. 1925; F. Twyman, Ztschr. f. Phys. **32**. S. 840. 1925; R. Kingslake, Trans. Opt. Soc. London **27**. S. 94 u. 228. 1925/26; **28**. S. 1. 1926/27; J. W. Perry, Trans. Opt. Soc. London **25**. S. 97. 1923/24; L. C. Martin und R. Kingslake, Trans. Opt. Soc. London **25**. S. 213. 1923/24.

[2]) Vgl. auch L. Lenouvel, Rev. d'Opt. **6**. S. 134. 1927.

Bei den Gittermethoden kann die Untersuchung des Astigmatismus in einfacher Weise nur so weit geschehen, daß man den Abstand von meridionalem und sagittalem Bildpunkt durch Einstellen der Nullstellungen für zwei zueinander senkrechte Richtungen der Gitterstäbe mißt. Wie bereits erwähnt, wird man bei der Rastermethode hierzu vorteilhaft ein Kreuzraster benutzen. Aus den *Formen* der Schattenkurven weitere Schlüsse auf die Größe des Astigmatismus zu ziehen, dürfte bei deren Kompliziertheit aussichtslos sein, wie bereits Lenouvel gezeigt hat.[1])

Keine der aufgezählten Methoden steht hinsichtlich der ihr zugrunde liegenden Prinzipien isoliert da, vielmehr scheint eine jede von ihnen mit den anderen netzartig verknüpft zu sein. Die hier ausführlich behandelte Rastermethode ähnelt im Gang der zahlenmäßigen Auswertung der Hartmannschen Methode, in der Benutzung der Beugungserscheinungen und der Anordnung von Raster und Platte der von Gardener und Bennet und in den auftretenden Kurvenformen den übrigen Gitter- und Interferenzmethoden.

VII. Zusammenfassung

Es wird eine Methode untersucht, die sphärische Aberration sammelnder dioptrischer Systeme qualitativ oder quantitativ zu bestimmen mit Hilfe der geometrischen Schatten, die ein in den Strahlengang gestelltes Gitter wirft. Als Gitter erweisen sich als besonders geeignet sogenannte Raster mit nicht zu hoher Frequenz (etwa 40 Striche pro Zentimeter). Die Schatten zeigen im Falle der Aberration mit einem Koeffizienten die charakteristischen Formen gewisser Kurven 3. Grades. Die Methode zeichnet sich durch Einfachheit der erforderlichen Apparatur und leichte Handhabung aus. Die angegebenen Formeln gestatten es ohne besondere Mühe, eine genügende Anzahl von Punkten der Aberrationskurve zu berechnen. Für genaue quantitative Messungen ist die Benutzung einer Lichtquelle von geringer Ausdehnung erforderlich; die auf den Photogrammen infolge der Beugung des Lichts am Raster dann hervortretenden Interferenzlinien ermöglichen eine beträchtliche Erhöhung der

---

1) Rev. d'Opt. 3. S. 241. 1924.

Meßgenauigkeit. Einige dabei auftretende Beugungserscheinungen werden beschrieben und erklärt. Die Methode ist auf Systeme nicht zu geringer numerischer Apertur beschränkt und eignet sich vor allem zur Prüfung einzelner Konvexlinsen, photographischer und kleinerer Fernrohrobjektive. Mit der Untersuchung des Korrektionszustandes läßt sich leicht eine Prüfung auf Schlieren und Schleiffehler vereinigen.

Die vorliegende Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Universität Berlin ausgeführt. Hrn. Geheimrat Prof. Dr. Walther Nernst spreche ich meinen besten Dank für die Bereitstellung der Institutsmittel aus. Ferner bin ich Hrn. Prof. Dr. Felix Jentzsch für die Anregung zu dieser Arbeit sowie sein stetes Interesse zu großem Danke verpflichtet.

(Eingegangen 6. Dezember 1927)

4. *Über die Wiederholung des Harressschen Versuches;*

von Béla Pogány[1])

(II. Mitteilung)

(Hierzu Tafel X)

Der von der Firma Carl Zeiss freundlichst überlassene Apparat wurde in Budapest mit Unterstützung der Elizabeth Thompson Science Fund aufgebaut. Beiden Körperschaften gebührt mein innigster Dank.

In einer vorhergehenden Veröffentlichung[2]) habe ich über die Wiederholung des Sagnacschen Versuches berichtet. Bei diesem Versuch benutzt man ein Spiegelpolygon. Das an diesem reflektierte Licht pflanzt sich auf einer geschlossenen polygonalen Bahn fort. Das in den Apparat geführte Lichtbündel wird durch eine halbdurchlässige Silberschicht in zwei kohärente Bündel getrennt, welche dann, den polygonalen Lichtweg in entgegengesetzter Richtung durchlaufend, zur Interferenz gebracht werden. Dreht sich nun das Spiegelpolygon, so verschieben sich die Interferenzstreifen gegenüber ihrer Ruhelage um den in Streifenbreiten gemessenen Betrag von

$$\Delta = \frac{4\,\omega F}{\lambda c}, \tag{1}$$

wo ω die Winkelgeschwindigkeit der Drehung, F die vom Lichtweg eingeschlossene Fläche, λ die im Vakuum gemessenen Lichtwellenlänge und c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im Vakuum bedeuten.

Vergleicht man die Lage der Interferenzstreifen bei einer Drehung im Sinne des Uhrzeigers mit derjenigen bei entgegengesetzter Drehung, so entsteht eine Streifenverschiebung, die das Doppelte des obigen Betrages erreicht, also

$$\Delta = \frac{8\,\omega F}{\lambda c}. \tag{2}$$

---

[1]) Vorgelegt der III. Kl. d. Ung. Akad. d. Wiss. in der Sitzung am 5. Dezember 1927.

[2]) Béla Pogány, Ann. d. Phys. 80. S. 217. 1926.

Beim Sagnacschen Versuch liegt der polygonale Lichtweg in Luft. Formel (2) gibt aber für beliebige Medien und wie ersichtlich, kann sich die Streifenverschiebung nicht ändern, wenn man den Lichtweg ganz oder teilweise in eine stärker brechende Substanz, z. B. Glas oder Wasser verlegt, da der Brechungsindex in (2) gar nicht vorkommt.

Der Harresssche Versuch, der dem Sagnacschen vorangegangen ist, unterscheidet sich von letzterem gerade dadurch, daß im Harressschen Apparat der Lichtweg in Glas verlief. Bei meinen ersten Versuchen, den Harress-Sagnacschen Versuch mit größerer Genauigkeit zu wiederholen, bin ich auch von der Harressschen Anordnung ausgegangen und daraus entstand im Laufe der Untersuchung der Apparat, der in der vorhergehenden Veröffentlichung beschrieben wurde und mit dem ich auch die dort mitgeteilten Messungen ausgeführt habe. Bei den genannten Messungen verliefen die beiden interferierenden Lichtbündel in der Luft, der Versuch war also eigentlich eine Wiederholung des Sagnacschen Versuches, der Apparat wurde aber gleich so gebaut, daß in den Lichtweg stärker brechende Substanzen eingeschaltet werden konnten. Beim Harressschen Originalapparat diente der aus 10 Glasprismen bestehende Kranz nicht nur zur Aufnahme des Lichtweges, sondern je eine Seite der Prismen wurde als Spiegel benutzt und darin bestand der größte Nachteil der Anordnung. Die Prismen von verhältnismäßig großer Masse deformierten sich nämlich bei der Drehung unter dem Einfluß der Zentrifugalkraft und ihre spiegelnden Flächen warfen das Licht astigmatisch zurück. Bei der Leitung des Lichtweges in Glas kann man diesen Fehler durch Anwendung von rechtwinkligen Glasparallelepipeden vermeiden, bei welchen das Licht durch die gegenüberliegenden parallelen Seitenflächen senkrecht ein- und austritt. Solche Glaskörper konnte man in dem Apparat, den ich zur Wiederholung des Sagnacschen Versuches benutzt habe, zwischen die Spiegel S_1 und S_2, bzw. S_3 und S_4 einbauen (Fig. 1).

Bei diesen etwa 32 cm langen Glaskörpern war zu befürchten, daß sie durch den Einfluß der Zentrifugalkraft sich durchbiegen werden. Sind dann die Endflächen nicht mehr parallel, so wirken sie als Prismen und lenken das Licht ab. Ich habe deshalb bei meinen ersten diesbezüglichen Versuchen statt der Glaskörper Flüssigkeitskammern mit Gummiwänden angewendet, die an beiden Enden mit dicken, parallelen Glasplatten verschlossen wurden. Die Stahlfassungen der abschließenden Glasplatten wurden mit dicken Konussen auf der Grund- bzw. Deckplatte des Apparates befestigt und das dickwandige Gummirohr, das diese Fassungen verband, wurde durch ein das Gummirohr umschließendes und auf der Grundplatte unabhängig befestigtes Stahlrohr gestützt. So konnte sich das Gummirohr infolge der Zentrifugalkraft nur wenig deformieren und die in ihm entstehenden Spannungen konnten auf die Fassungen der abschließenden Glasplatten kein in Betracht kommendes Drehmoment ausüben. Bei einigen Versuchen wurde statt Gummirohres Bleirohr verwendet. Leider führten die Versuche mit den Flüssigkeitskammern zu keinem Ergebnis, obgleich ich von Alkohol und Wasser angefangen, durch verschiedene Öle hindurch bis Glyzerin eine ganze Reihe von Flüssigkeiten von verschiedener innerer Reibung durchprobiert habe. Bei jeder Flüssigkeitsfüllung haben die Interferenzstreifen je nach der Viskosität der Flüssigkeit mit geringerer oder größerer Geschwindigkeit aber andauernd ihre Breite, Form und Orientierung geändert,

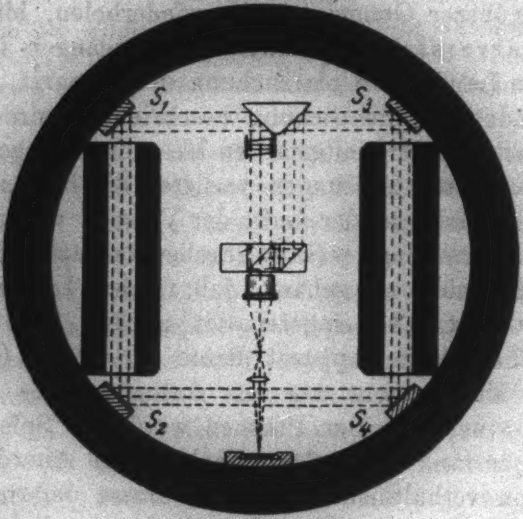


Fig. 1

so daß von einer Messung keine Rede sein konnte. Einige Flüssigkeiten, wie z. B. Alkohol und Wasser, wurden infolge chemischer oder elektrochemischer Einflüsse in den Kammern undurchsichtig, obgleich die Metallteile der Kammern innen dick elektrolytisch vergoldet wurden. Es blieb schließlich nichts übrig, als Glaskörper zwischen die Spiegel einzubauen. Sie wurden zu diesem Behufe in Siemens-Martin-Stahlfassungen untergebracht, die dann durch je 8 Stück dicker Konusse an der Grund- und Deckplatte des Apparates befestigt wurden. Die Versuche zeigten dann, daß die so eingebauten Glaskörper bei der Drehung standhalten. Auf Fig. 2, Taf. X sieht man zwei Aufnahmen des Streifensystems bei entgegengesetzten Drehrichtungen und 1500 Umdrehungen pro Minute. Die dabei auftretende Streifenverschiebung beträgt ungefähr 0,9 Streifenbreiten. Die Messungsergebnisse finden sich in den nachstehenden Tabellen.

T ist die Zeitdauer einer Umdrehung, $\bar{T}$ der Mittelwert für zwei aufeinander folgende, miteinander kombinierte Aufnahmen, b und $\bar{b}$ die Streifenbreiten.

Tabelle 1

24. März 1927

Platten Nr.	T_{sec}	$\bar{T}_{\mathrm{sec}}$	b_{mm}	$\bar{b}_{\mathrm{mm}}$	X_0	$\frac{X_{01}-X_{02}}{\bar{b}} = \Delta_{\bar{T}}$	Δ
63	0,0500		1,882		11,176		
		0,0499		1,891		$\frac{1,258}{1,891} = 0,665$	0,663
64	0,0498		1,900		9,918		
		0,0506		1,907		$\frac{1,311}{1,907} = 0,687$	0,695
65	0,0514		1,915		11,229		
		0,0511		1,925		$\frac{1,374}{1,925} = 0,713$	0,728
66	0,0509		1,936		9,855		
		0,0507		1,938		$\frac{1,418}{1,938} = 0,729$	0,739
67	0,0506		1,941		11,268		
		0,0505		1,948		$\frac{1,407}{1,948} = 0,722$	0,729
68	0,0505		1,955		9,861		
		0,0509		1,956		$\frac{1,346}{1,956} = 0,688$	0,700
69	0,0513		1,958		11,207		
						Mittel:	0,709

Tabelle 2

25. März 1927

Platten Nr.	T_{sec}	$\overline{T}_{\text{sec}}$	b_{mm}	$\bar{b}_{\text{mm}}$	X_0	$\frac{X_{01}-X_{02}}{\bar{b}} = \Delta_{\overline{T}}$	Δ
70	0,0500		1,869		7,856		
		0,0498		1,883		$\frac{1{,}398}{1{,}883} = 0{,}742$	0,739
71	0,0496		1,897		9,254		
		0,0499		1,898		$\frac{1{,}338}{1{,}898} = 0{,}705$	0,703
72	0,0502		1,899		7,916		
		0,0500		1,909		$\frac{1{,}361}{1{,}909} = 0{,}713$	0,713
73	0,0498		1,920		9,277		
		0,0500		1,928		$\frac{1{,}424}{1{,}928} = 0{,}738$	0,738
74	0,0502		1,936		7,853		
		0,0502		1,934		$\frac{1{,}412}{1{,}934} = 0{,}730$	0,733
75	0,0503		1,933		9,265		
		0,0502		1,943		$\frac{1{,}455}{1{,}943} = 0{,}749$	0,752
76	0,0501		1,954		7,810		
		0,0500		1,946		$\frac{1{,}451}{1{,}946} = 0{,}745$	0,745
77	0,0499		1,938		9,261		

Mittel: 0,732

Tabelle 3

26. März 1927

Platten Nr.	T_{sec}	$\overline{T}_{\text{sec}}$	b_{mm}	$\bar{b}_{\text{mm}}$	X_0	$\frac{X_{01}-X_{02}}{b} = \Delta_{\overline{T}}$	Δ
78	0,0495		1,868		$-3{,}721$		
		0,0495		1,880		$\frac{1{,}292}{1{,}880} = 0{,}687$	0,680
79	0,0496		1,892		$-5{,}013$		
		0,0496		1,898		$\frac{1{,}329}{1{,}898} = 0{,}700$	0,694
80	0,0496		1,904		$-3{,}684$		
		0,0494		1,915		$\frac{1{,}387}{1{,}915} = 0{,}724$	0,715
81	0,0493		1,926		$-5{,}071$		
		0,0496		1,928		$\frac{1{,}359}{1{,}928} = 0{,}705$	0,699
82	0,0499		1,931		$-3{,}712$		
		0,0498		1,930		$\frac{1{,}354}{1{,}930} = 0{,}701$	0,698
83	0,0498		1,930		$-5{,}066$		
		0,0496		1,938		$\frac{1{,}378}{1{,}938} = 0{,}711$	0,705
84	0,0494		1,946		$-3{,}688$		
		0,0493		1,949		$\frac{1{,}497}{1{,}949} = 0{,}768$	0,757
85	0,0493		1,953		$-5{,}185$		
		0,0492		1,949		$\frac{1{,}485}{1{,}949} = 0{,}762$	0,750
86	0,0492		1,946		$-3{,}700$		

Mittel: 0,712

Tabelle 4

29. April 1927

Platten Nr.	T_{sec}	$\overline{T}_{\text{sec}}$	b_{mm}	$\overline{b}_{\text{mm}}$	X_0	$\frac{X_{01}-X_{02}}{\overline{b}} = \Delta_{\overline{T}}$	Δ
96	0,0396		2,326		$-5{,}529$		
		0,0398		2,328		$\frac{2{,}117}{2{,}328} = 0{,}909$	0,904
97	0,0401		2,330		$-3{,}412$		
		0,0397		2,363		$\frac{2{,}209}{2{,}363} = 0{,}935$	0,928
98	0,0394		2,397		$-5{,}621$		
		0,0393		2,391		$\frac{2{,}202}{2{,}391} = 0{,}921$	0,905
99	0,0392		2,385		$-3{,}419$		
		0,0398		2,394		$\frac{2{,}044}{2{,}394} = 0{,}854$	0,850
100	0,0405		2,403		$-5{,}463$		
		0,0402		2,409		$\frac{2{,}097}{2{,}409} = 0{,}870$	0,874
101	0,0399		2,416		$-3{,}366$		
		0,0400		2,415		$\frac{2{,}200}{2{,}415} = 0{,}911$	0,911
102	0,0400		2,415		$-5{,}566$		
		0,0401		2,419		$\frac{2{,}194}{2{,}419} = 0{,}907$	0,909
103	0,0402		2,419		$-3{,}372$		
						Mittel:	0,897

Tabelle 5

3. Juni 1927

Platten Nr.	T_{sec}	$\overline{T}_{\text{sec}}$	b_{mm}	$\overline{b}_{\text{mm}}$	X_0	$\frac{X_{01}-X_{02}}{\overline{b}} = \Delta_{\overline{T}}$	Δ
106	0,0395		2,559		$-5{,}665$		
		0,0396		2,555		$\frac{2{,}379}{2{,}555} = 0{,}931$	0,921
107	0,0397		2,552		$-3{,}286$		
		0,0398		2,566		$\frac{2{,}326}{2{,}566} = 0{,}906$	0,901
108	0,0399		2,580		$-5{,}612$		
		0,0400		2,587		$\frac{2{,}348}{2{,}587} = 0{,}907$	0,908
109	0,0402		2,595		$-3{,}264$		
		0,0399		2,592		$\frac{2{,}377}{2{,}592} = 0{,}917$	0,915
110	0,0396		2,590		$-5{,}641$		
						Mittel:	0,911

Tabelle 6

4. Juni 1927

Platten Nr.	T_{sec}	$\bar{T}_{\mathrm{sec}}$	b_{mm}	$\bar{b}_{\mathrm{mm}}$	X_0	$\frac{X_{01}-X_{02}}{\bar{b}} = \Delta_{\bar{T}}$	Δ
112	0,0393		2,678		−3,621		
		0,0396		2,673		$\frac{2{,}456}{2{,}673} = 0{,}919$	0,910
113	0,0398		2,669		−6,077		
		0,0398		2,692		$\frac{2{,}469}{2{,}692} = 0{,}917$	0,912
114	0,0398		2,715		−3,608		
		0,0398		2,715		$\frac{2{,}482}{2{,}715} = 0{,}914$	0,909
115	0,0399		2,715		−6,090		
		0,0402		2,722		$\frac{2{,}422}{2{,}722} = 0{,}890$	0,894
116	0,0404		2,729		−3,668		
		0,0400		2,718		$\frac{2{,}302}{2{,}718} = 0{,}847$	0,847
117	0,0395		2,706		−5,970		
		0,0396		2,721		$\frac{2{,}459}{2{,}721} = 0{,}903$	0,894
118	0,0396		2,737		−3,511		
		0,0397		2,746		$\frac{2{,}559}{2{,}746} = 0{,}932$	0,925
119	0,0397		2,756		−6,070		

Mittel: 0,898

Tabelle 7

5. Juni 1927

Platten Nr.	T_{sec}	$\bar{T}_{\mathrm{sec}}$	b_{mm}	$\bar{b}_{\mathrm{mm}}$	X_0	$\frac{X_{01}-X_{02}}{\bar{b}} = \Delta_{\bar{T}}$	Δ
126	0,0402		2,602		−3,491		
		0,0400		2,593		$\frac{2{,}292}{2{,}593} = 0{,}884$	0,884
127	0,0398		2,584		−5,783		
		0,0397		2,602		$\frac{2{,}377}{2{,}602} = 0{,}913$	0,906
128	0,0396		2,621		−3,406		
		0,0396		2,619		$\frac{2{,}379}{2{,}619} = 0{,}908$	0,899
129	0,0396		2,618		−5,785		
		0,0398		2,628		$\frac{2{,}377}{2{,}628} = 0{,}904$	0,899
130	0,0399		2,639		−3,408		
		0,0399		2,643		$\frac{2{,}405}{2{,}643} = 0{,}910$	0,908
131	0,0398		2,646		−5,813		

Mittel: 0,899

Tabelle 8

17. Juni 1927

Platten Nr.	T_{sec}	$\bar{T}_{sec}$	b_{mm}	$\bar{b}_{mm}$	X_0	$\frac{X_{01}-X_{02}}{\bar{b}} = \Delta_{\bar{T}}$	Δ
132	0,0397		3,730		−6,969		
		0,0397		3,723		$\frac{3,345}{3,723} = 0,898$	0,891
133	0,0396		3,716		−3,624		
		0,0394		3,726		$\frac{3,397}{3,726} = 0,912$	0,898
134	0,0391		3,735		−7,021		
		0,0397		3,734		$\frac{3,419}{3,734} = 0,916$	0,909
135	0,0402		3,733		−3,602		
		0,0400		3,754		$\frac{3,428}{3,754} = 0,912$	0,912
136	0,0398		3,775		−7,025		
						Mittel:	0,902

Tabelle 9

25. Juni 1927

Platten Nr.	T_{sec}	$\bar{T}_{sec}$	b_{mm}	$\bar{b}_{mm}$	X_0	$\frac{X_{01}-X_{02}}{\bar{b}} = \Delta_{\bar{T}}$	Δ
137	0,0400		1,099		−4,470		
		0,0399		1,103		$\frac{0,985}{1,103} = 0,893$	0,891
138	0,0398		1,106		−3,485		
		0,0399		1,106		$\frac{0,986}{1,106} = 0,891$	0,889
139	0,0401		1,106		−4,471		
		0,0401		1,109		$\frac{0,993}{1,109} = 0,895$	0,897
140	0,0401		1,111		−3,478		
		0,0401		1,113		$\frac{0,997}{1,113} = 0,896$	0,898
141	0,0401		1,114		−4,475		
		0,0401		1,115		$\frac{0,996}{1,115} = 0,893$	0,895
142	0,0400		1,116		−3,479		
		0,0400		1,117		$\frac{1,041}{1,117} = 0,932$	0,932
143	0,0400		1,118		−4,520		
		0,0400		1,118		$\frac{1,042}{1,118} = 0,932$	0,932
144	0,0400		1,118		−3,478		
		0,0399		1,121		$\frac{1,088}{1,121} = 0,971$	0,969
145	0,0398		1,123		−4,566		
						Mittel:	0,913

Tabelle 10

28. Juni 1927

Platten Nr.	T_{sec}	$\overline{T}_{sec}$	b_{mm}	$\overline{b}_{mm}$	X_0	$\frac{X_{01}-X_{02}}{\overline{b}} = \Delta_{\overline{T}}$	Δ
146	0,0401		1,111		−4,394		
		0,0401		1,111		$\frac{0,987}{1,111} = 0,888$	0,890
147	0,0401		1,110		−3,407		
		0,0400		1,114		$\frac{1,042}{1,114} = 0,935$	0,935
148	0,0399		1,117		−4,449		
		0,0400		1,119		$\frac{1,027}{1,119} = 0,918$	0,918
149	0,0400		1,120		−3,422		
		0,0400		1,121		$\frac{0,993}{1,121} = 0,886$	0,886
150	0,0399		1,121		−4,415		
		0,0400		1,122		$\frac{1,018}{1,122} = 0,907$	0,907
151	0,0400		1,123		−3,397		
		0,0400		1,126		$\frac{1,060}{1,126} = 0,941$	0,941
152	0,0399		1,128		−4,457		
		0,0400		1,127		$\frac{1,081}{1,127} = 0,915$	0,915
153	0,0400		1,126		−3,426		

Mittel: 0,913

Tabelle 11

1. Juli 1927

Platten Nr.	T_{sec}	$\overline{T}_{sec}$	b_{mm}	$\overline{b}_{mm}$	X_0	$\frac{X_{01}-X_{02}}{\overline{b}} = \Delta_{\overline{T}}$	Δ
154	0,0402		1,104		−3,406		
		0,0402		1,104		$\frac{0,981}{1,104} = 0,889$	0,893
155	0,0402		1,103		−4,387		
		0,0401		1,105		$\frac{1,016}{1,105} = 0,919$	0,921
156	0,0399		1,107		−3,371		
		0,0399		1,110		$\frac{1,011}{1,110} = 0,911$	0,909
157	0,0399		1,112		−4,382		
		0,0399		1,113		$\frac{1,004}{1,113} = 0,902$	0,900
158	0,0399		1,114		−3,378		
		0,0399		1,117		$\frac{1,035}{1,117} = 0,927$	0,925
159	0,0399		1,120		−4,413		
		0,0400		1,122		$\frac{1,029}{1,122} = 0,917$	0,917
160	0,0401		1,123		−3,384		
		0,0401		1,124		$\frac{1,037}{1,124} = 0,923$	0,925
161	0,0401		1,125		−4,421		

Mittel: 0,913

Tabelle 12

21. Juli 1927

Platten Nr.	T_{sec}	$\bar{T}_{\text{sec}}$	b_{mm}	$\bar{b}_{\text{mm}}$	X_0	$\frac{X_{01}-X_{02}}{\bar{b}} = \Delta_{\bar{T}}$	Δ
162	0,0395		0,929		$-4,271$		
		0,0397		0,932		$\frac{0,854}{0,932} = 0,916$	0,909
163	0,0399		0,935		$-3,414$		
		0,0399		0,934		$\frac{0,830}{0,934} = 0,889$	0,887
164	0,0399		0,933		$-4,247$		
		0,0399		0,935		$\frac{0,834}{0,935} = 0,892$	0,890
165	0,0399		0,936		$-3,413$		
		0,0399		0,937		$\frac{0,845}{0,937} = 0,902$	0,900
166	0,0399		0,939		$-4,258$		
						Mittel:	0,896

Tabelle 13

23. Juli 1927

Platten Nr.	T_{sec}	$\bar{T}_{\text{sec}}$	b_{mm}	$\bar{b}_{\text{mm}}$	X_0	$\frac{X_{01}-X_{02}}{\bar{b}} = \Delta_{\bar{T}}$	Δ
167	0,0399		0,939		$-4,294$		
		0,0400		0,941		$\frac{0,880}{0,941} = 0,935$	0,935
168	0,0401		0,942		$-3,414$		
		0,0401		0,946		$\frac{0,837}{0,946} = 0,885$	0,887
169	0,0400		0,949		$-4,251$		
		0,0401		0,951		$\frac{0,846}{0,951} = 0,890$	0,892
170	0,0401		0,953		$-3,405$		
		0,0401		0,955		$\frac{0,860}{0,955} = 0,901$	0,903
171	0,0400		0,957		$-4,265$		
		0,0401		0,957		$\frac{0,846}{0,957} = 0,884$	0,886
172	0,0401		0,957		$-3,419$		
		0,0401		0,962		$\frac{0,880}{0,962} = 0,915$	0,917
173	0,0401		0,966		$-4,299$		
						Mittel:	0,903

Bei zwei aufeinander folgenden Aufnahmen drehte sich der Apparat in entgegengesetzter Richtung. Bei der Auswertung der Platten wurde die Lage der Interferenzstreifen in bezug auf einen mit dem Streifensystem zusammen photographierten und mit den Streifen parallelen Spinnfaden be-

Tabelle 14

24. Juli 1927

Platten Nr.	T_{sec}	$\bar{T}_{\text{sec}}$	b_{mm}	$\bar{b}_{\text{mm}}$	X_0	$\frac{X_{01}-X_{02}}{\bar{b}} = \Delta_{\bar{T}}$	Δ
174	0,0400		0,926		−4,323		
		0,0400		0,929		$\frac{0,866}{0,929} = 0,932$	0,932
175	0,0400		0,932		−3,457		
		0,0401		0,940		$\frac{0,832}{0,940} = 0,885$	0,887
176	0,0401		0,948		−4,289		
		0,0400		0,934		$\frac{0,832}{0,934} = 0,891$	0,891
177	0,0399		0,919		−3,457		
		0,0400		0,928		$\frac{0,842}{0,928} = 0,907$	0,907
178	0,0400		0,937		−4,299		
						Mittel:	0,904

Tabelle 15

26. Juli 1927

Platten Nr.	T_{sec}	$\bar{T}_{\text{sec}}$	b_{mm}	$\bar{b}_{\text{mm}}$	X_0	$\frac{X_{01}-X_{02}}{\bar{b}} = \Delta_{\bar{T}}$	Δ
180	0,0400		0,919		−2,731		
		0,0400		0,921		$\frac{0,840}{0,921} = 0,912$	0,912
181	0,0400		0,922		−3,571		
		0,0400		0,925		$\frac{0,852}{0,925} = 0,921$	0,921
182	0,0399		0,927		−2,719		
		0,0400		0,930		$\frac{0,839}{0,930} = 0,902$	0,902
183	0,0401		0,933		−3,558		
		0,0401		0,932		$\frac{0,847}{0,932} = 0,909$	0,911
184	0,0401		0,930		−2,711		
		0,0400		0,932		$\frac{0,833}{0,932} = 0,894$	0,894
185	0,0399		0,934		−3,544		
		0,0400		0,936		$\frac{0,841}{0,936} = 0,898$	0,898
186	0,0400		0,937		−2,703		
						Mittel:	0,906

stimmt. Bezeichnet man die Lage des 0-ten Interferenzstreifens mit X_0, so ist die Lage des k-ten Streifens:

$$X_k = X_0 \pm k\,b\,,$$

wo b die Streifenbreite bedeutet. Aus den mit dem Abbeschen Komparator gemessenen X_k-Werten wurden X_0 und b nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. Δ_T ist die in Streifenbreiten gemessene Verschiebung, die zur Umdrehungszeit T gehört. Δ gehört zu $T = 0{,}04$ Sek. bzw. in Tabb. 1—3 zu $T = 0{,}05$ Sek. Bei der Bestimmung von X_k mit dem Komparator wurde auf jeden Interferenzstreifen 10 mal eingestellt. Die photographische Platte war 20 mm breit, von den breiten Interferenzstreifen kamen also 5—6 Streifen, von den engeren etwa 19 Streifen auf die Platte, man bekam also soviel Gleichungen zur Bestimmung von X_0 und b. Wie aus den Tabellen ersichtlich, hat sich die Streifenbreite während einer Aufnahmeserie langsam vergrößert, zwischen zwei aufeinander folgenden Aufnahmen im Durchschnitt um 0,2 Proz., es blieb also auf das Resultat nicht ohne Einfluß, welcher Streifen als 0-Streifen angesprochen wurde. Offenbar ist der Streifen mit dem Phasenunterschied 0 derjenige, der seine Lage in bezug auf den Spinnfaden trotz der langsam zunehmenden Streifenbreite nicht ändert. Zur Bestimmung des 0-ten Streifens wurden also die Streifensysteme der aufeinander folgenden Aufnahmen auf Millimeterpapier gezeichnet. Auf der so entstehenden Fig. 3 ist der 0-te Streifen sofort erkennbar.

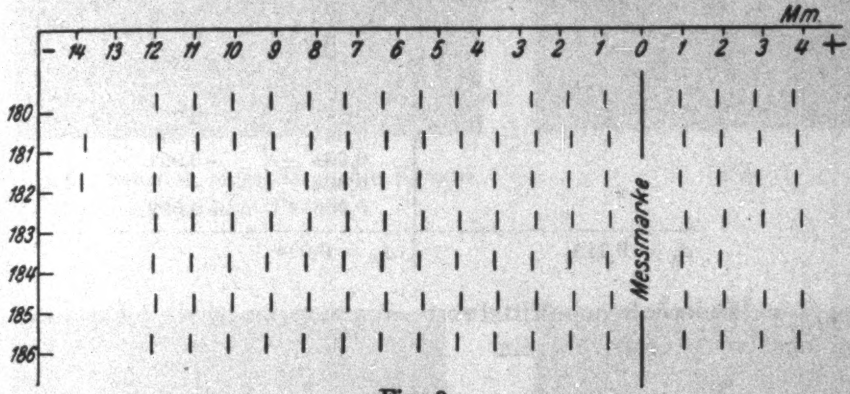


Fig. 3

Die Aufnahmen wurden mit der Heraeusschen Punktlampe mit der grünen Quecksilberlinie $\lambda = 546\ \mu\mu$ Wellenlänge gemacht, mit einer Expositionsdauer von 1 Minute. Zu dieser Wellenlänge und 1500 Umdrehungen pro Minute gehört laut Formel (2) der Wert

$$\Delta = 0{,}906\,, \tag{3}$$

und zu 1200 Umdrehungen pro Minute der Wert:

$$\Delta = 0{,}725\,. \tag{4}$$

Stellt man nun die Werte zusammen, die aus je einer Serie von am selben Tage hintereinander gemachten Aufnahmen gewonnen wurden, so erhält man:

1200 Umdreh. pro Min.		1500 Umdreh. pro Min.	
Δ	$\Delta - \Delta_m$	Δ	$\Delta - \Delta_m$
0,709	−0,009	0,897	−0,007
0,732	+0,014	0,911	+0,007
0,712	−0,006	0,898	−0,006
		0,899	−0,005
		0,902	−0,002
		0,913	+0,009
		0,913	+0,009
		0,913	+0,009
		0,896	−0,008
		0,903	−0,001
		0,904	—
		0,906	+0,002
$\Delta_m = 0{,}718$		$\Delta_m = 0{,}904$	

Die erhaltenen Mittelwerte stimmen innerhalb 1 Proz. mit den berechneten überein.

(Eingegangen 9. Dezember 1927)

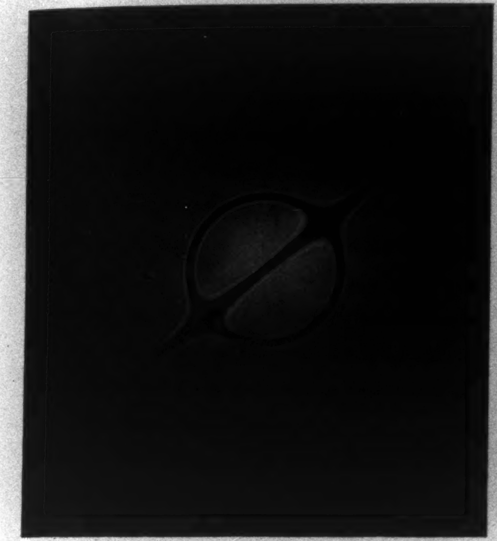


Fig. 6. Schatten eines durch die Kaustik gespannten Fadens

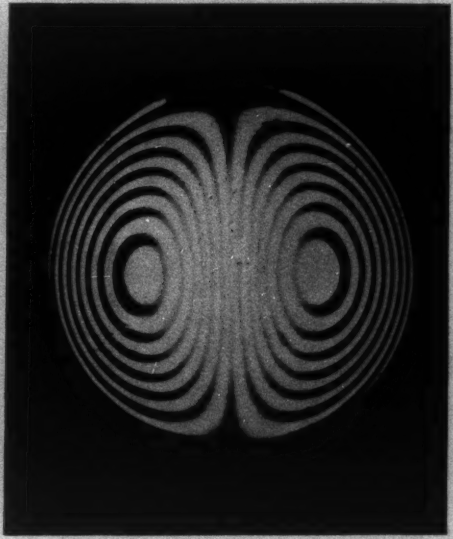


Fig. 7

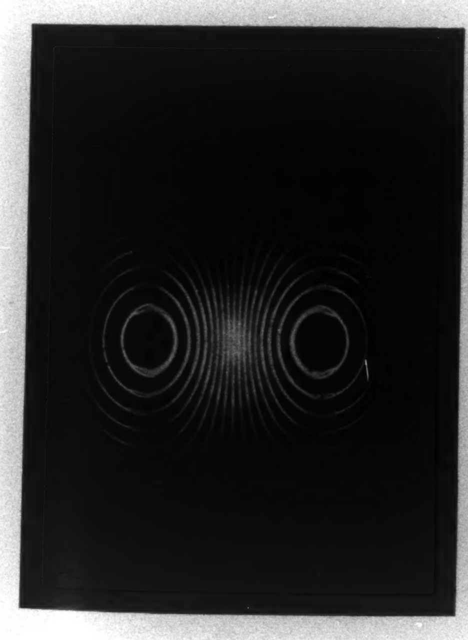


Fig. 10

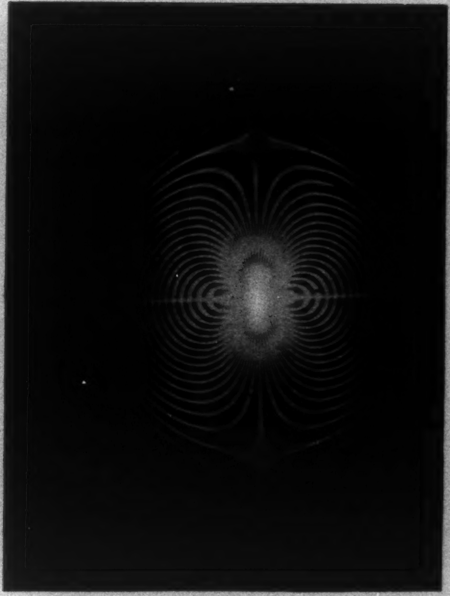


Fig. 11

G. Schulz

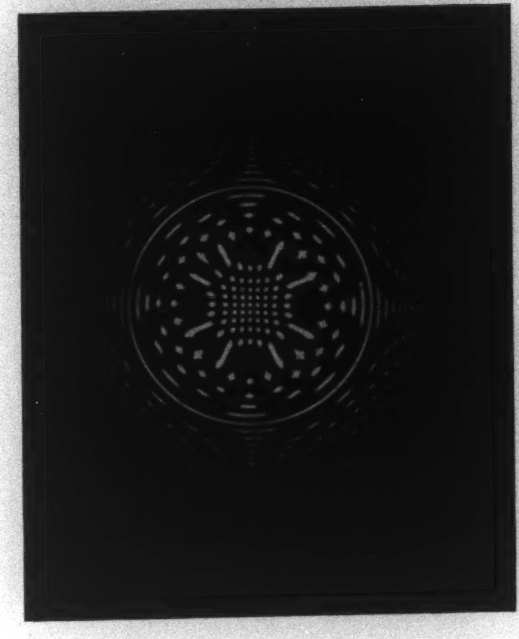


Fig. 14

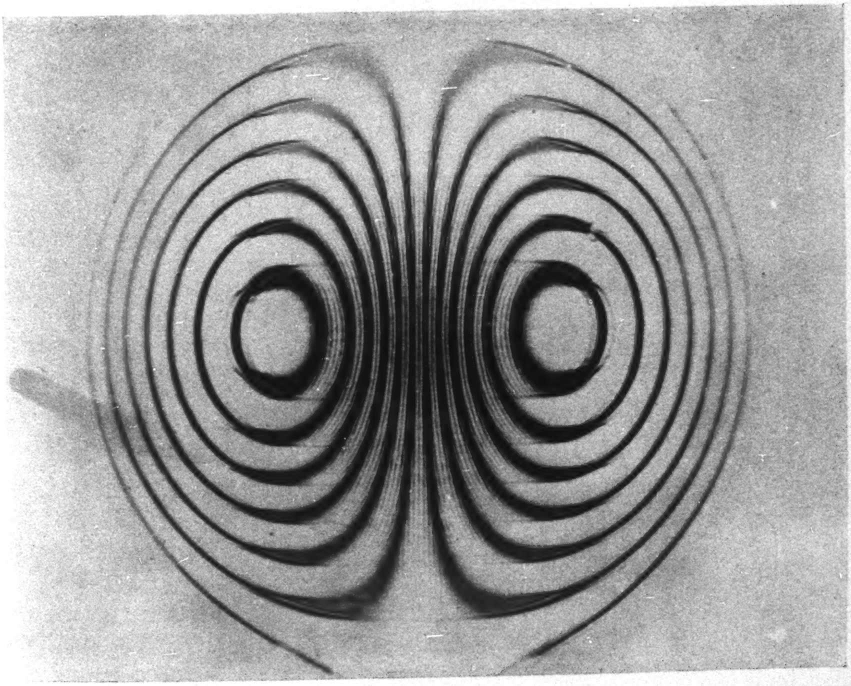


Fig. 15

G. Schulz

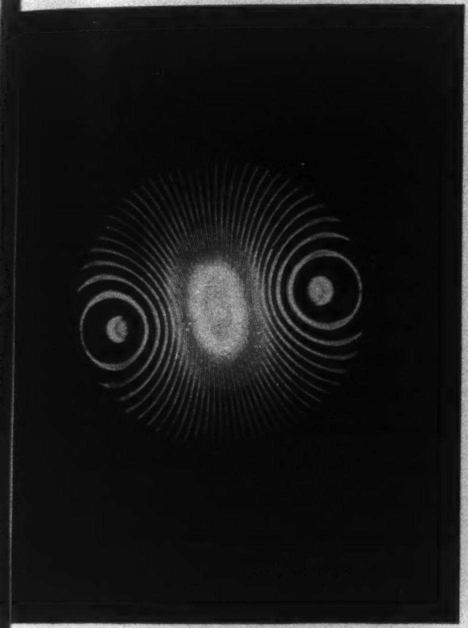


Fig. 17

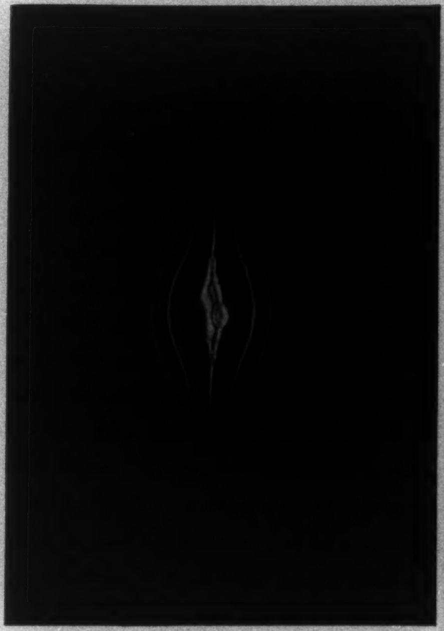


Fig. 21

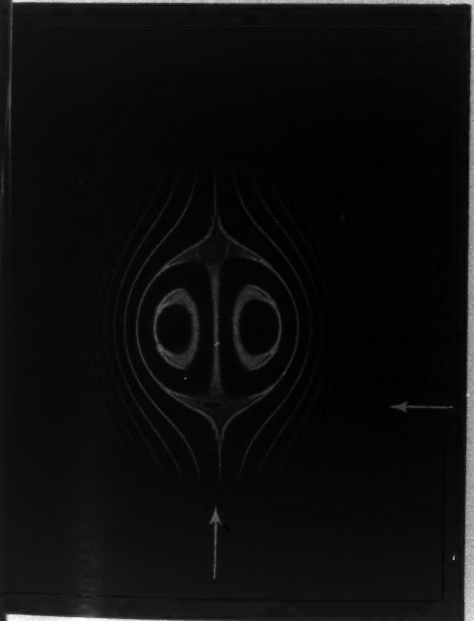


Fig. 20a

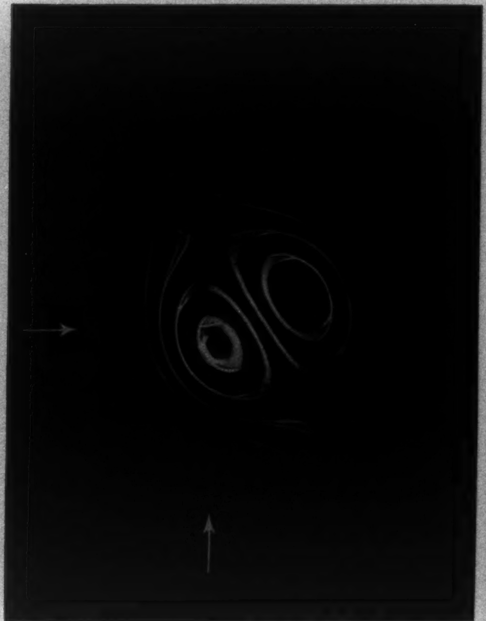


Fig. 20b

(Die Pfeile geben die Lage der Schlieren an)

G. Schulz

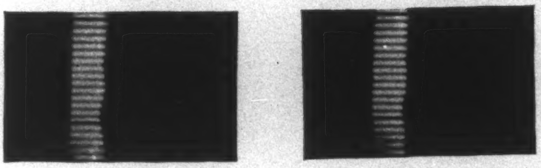


Fig. 2

B. Pogány

Inhalt

Seite

1. Marcel Schein. Über die Feinstruktur und den Zeemaneffekt der Quecksilberresonanzlinie 257
2. R. Glocker, E. Kaupp und H. Widmann. Über die Erregung von Fluoreszenzlicht durch Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlänge 313
3. Albert Wigand. Messungen des luftelektrischen Potentialgefälles vom Luftschiff aus. (Hierzu Tafel XI.) 333
4. Rudolf Frerichs. Stoß zweiter Art, Anregung und Wiedervereinigung in der Glimmentladung. (Hierzu Tafel XII.) . . . 362

Die Redaktion der Annalen wird von den auf der Titelseite genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr **Geheimer Rat Prof. Dr. W. Wien** übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: **München, Kolberger Straße 16.**

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Für die Aufnahme von Dissertationen gelten besondere Bedingungen, welche vom Verlag bekannt gegeben werden.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft können die Annalen zu einem Vorzugspreis beziehen.

Anderweitiger **Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzeichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.

1928 № 3

ANNALEN DER PHYSIK

VIERTE FOLGE. BAND 85

---

1. Über die Feinstruktur und den Zeemaneffekt der Quecksilberresonanzlinie;

von Marcel Schein

(Aus dem Physikalischen Institut der Universität Zürich)

Einleitung

Die Resonanzlinie 2536,7 ÅE. des Quecksilbers findet bei vielen interessanten Untersuchungen der modernen Atomphysik eine bedeutsame Verwendung, und es ist daher die Ermittlung ihrer Struktur eine Frage von großer Wichtigkeit. Bekanntlich zeigen die meisten Quecksilberlinien eine komplizierte Feinstruktur, die im sichtbaren Gebiet schon vor längerer Zeit sehr eingehend erforscht wurde. Für die ultravioletten Linien sind derartige Feinzerlegungungen erst in jüngster Zeit von Nagaoka und seinen Mitarbeitern durchgeführt worden. Mit der Methode der gekreuzten Lummer-Gehrckeplatten untersucht, erwies sich hierbei die Linie 2536,7 ÅE. sechsfach, mit nahezu gleichen Komponentenabständen von 0,01 ÅE.[1] R. W. Wood[2] hat dieses Ergebnis von Nagaoka in einer sorgfältigen Untersuchung nachgeprüft, er gelangt aber in bezug auf die Struktur zu einem wesentlich anderen Resultat. Das wahre Feinstrukturbild besteht danach aus fünf nahezu äquidistanten und gleich intensiven Linien, mit den gegenseitigen Abständen 0,014, 0,010, 0,011, 0,011 ÅE. Wood benutzte bei seinen Versuchen eine Quarzquecksilberlampe, deren Kathode besonders gekühlt wird, und außerdem drückt ein äußeres Magnetfeld die Entladungsbahn an die dem Interferenzspektroskop zugekehrte Rohrwandung. Auf diese Weise wird die Selbstumkehr in der Lichtquelle tunlichst vermieden, die bei Nagaoka nicht genügend berücksichtigt war und als Fehlerquelle seiner Resultate anzusehen ist. Daß alle fünf Komponenten Absorptionslinien des kalten, verdünnten Hg-Dampfes sind, beweist Wood in sehr eindrucksvoller Weise, indem er zwischen Hg-Bogen und Interferenzspektroskop eine evakuierte Quarzkugel, in deren Innern sich Hg-Dampf von $2 \cdot 10^{-4}$ mm Druck befand, schaltete und hierbei fand, daß aus jeder der verbreiterten Komponenten des Bogens der mittlere Teil absorbiert wird.

---

[1] H. Nagaoka u. Y. Sugiura, Jap. Journ. of Phys. 2. S. 121. 167. 1923.

[2] R. W. Wood, Phil. Mag. 50. S. 761. 1925. Die Versuche wurden mit der Methode der gekreuzten Lummer-Gehrckeplatten durchgeführt.

Diese Feinstruktur der Hg-Resonanzlinie nach Wood hat im gewöhnlichen, durch die Quantenzahlen n, k, j charakterisierten Serienschema keinen Platz, sie gehört in die Reihe derjenigen Multipletts, die man als Hyperfeinstruktur zu bezeichnen pflegt; es sind nämlich die in Frage stehenden Komponentenabstände von viel kleinerer Größenordnung als die Aufspaltungen in den gewöhnlichen Multiplettstrukturen. Die schwierige Frage, wo die Ursache für die Hyperfeinstruktur liegen mag, ist noch durchaus nicht geklärt. Formal läßt sie sich in mehreren Fällen durch Einführung einer neuen Quantenzahl darstellen.[1]) Es fragt sich aber, was der Sinn dieser neu eingeführten Quantenzahl ist. W. Pauli jr.[2]) nimmt an, daß die Aufspaltung der Terme durch verschiedene Einstellungen des Elektronengebäudes zu einer ausgezeichneten Achse im Kern bewirkt sei. Die Verschiedenheit der Wechselwirkungsenergie zwischen Kern und Außenelektronen in diesen verschiedenen Orientierungen würde energetisch die Aufspaltung der Spektrallinien in die Trabanten zustandebringen. Bezüglich der magnetischen Aufspaltung der Trabanten ist nach der Hypothese von Pauli in schwachen Feldern ein komplizierter Zeemantypus zu erwarten; bei großen Feldstärken müßte eine dem Paschen-Backeffekt vollständig analoge Umwandlung vor sich gehen, deren Endzustand der gewöhnliche, zur betreffenden Spektrallinie gehörende Zeemaneffekt ist.

---

1) G. Joos, Phys. Ztschr. **26**. S. 380. 1925; A. E. Ruark, F. L. Mohler und R. L. Chenault, Nature **114**. S. 475. 1925; A. E. Ruark und R. L. Chenault, Phil. Mag. **50**. S. 937. 1925; A. E. Ruark, Phil. Mag. **1**. S. 977. 1926.

2) W. Pauli jr., Naturwissenschaften **12**. S. 741. 1924.

In der vorliegenden Arbeit wurde der Versuch unternommen, auf einem von dem spektroskopischen gänzlich verschiedenen Wege Aufschlüsse über die Struktur und den Zeemaneffekt der Linie 2536,7 ÅE. des Quecksilbers zu erhalten. Während Woods interferenzspektroskopische Beobachtungen an der durch Druck und Temperatur stark verbreiterten Emissionslinie eines Hg-Bogens durchgeführt sind, in der die Feinstrukturkomponenten wegen ihrer großen spektralen Breite stark übereinander greifen und eventuell vorhandene schwächere Trabanten überdecken, wurden unsere Untersuchungen an der außerordentlich scharfen Linie einer Woodschen Resonanzlampe ausgeführt. Das Prinzip der von uns verwendeten Methode der Untersuchung besteht darin, daß man die Absorptionsfrequenzen in der Resonanzlampe durch magnetische Felder kontinuierlich so verstimmt, daß sie den ganzen Wellenlängenbereich der die Resonanzstrahlung erregenden Linie überstreichen. Für jede Verstimmung wird die Intensität der emittierten Resonanzstrahlung genau ermittelt. Trägt man diese Werte der Intensität als Funktion der magnetischen Feldstärke auf, so gelangt man zu einer Art Resonanzkurve gegeneinander verstimmter Resonatoren. Wie man aus dem Gesamtverlauf dieser Kurve zu Schlüssen in bezug auf die Intensitätsverteilung in der Linie gelangen kann, wird uns an späterer Stelle noch ausführlich zu beschäftigen haben. Hier sei nur bemerkt, daß dies bloß in dem Falle möglich ist, wenn die magnetische Aufspaltung des Feinstrukturbildes von einfachem Typus ist; daß dies für den Fall der Linie 2536,7 ÅE. tatsächlich zutrifft, konnte aus den Versuchsergebnissen mit großer Sicherheit erschlossen werden.

Es ist wohl von Interesse, an Hand der historischen Entwicklung zu verfolgen, wie sich die eben angedeutete Methode der Untersuchung aus einem einfachen Experiment von W. König[1]) entwickelte, welches dieser im Jahre 1897 nach der Entdeckung Zeemans zur Demonstration der qualitativen Seite des Zeemanphänomens angegeben hat. Die Anordnung von König besteht in folgendem: Eine Natriumflamme befindet sich im magnetischen Felde. In der Richtung senkrecht zu den Kraftlinien kann außerhalb des Feldes eine zweite Natriumflamme angebracht werden. Die erste Flamme wird durch die vorgeschobene zweite Flamme mit einem Savartschen Polariskop beobachtet. Wird das magnetische Feld erregt, so erblickt man Streifen im Polariskop, das Licht ist also teilweise polarisiert und zwar ist die Komponente vorherrschend, für welche der elektrische Vektor senkrecht zur Richtung der Kraftlinien liegt. Die Tatsache, daß diese senkrecht zu den Kraftlinien schwingende Komponente von einer außerhalb des Feldes befindlichen Flamme schwächer absorbiert wird, als die zu den Kraftlinien parallele, kann nur durch das Vorhandensein verschiedener Wellenlängen, denen verschiedene Polarisationszustände entsprechen, erklärt werden. Dabei muß die schwächer absorbierte Komponente weiter von der normalen Schwingung der Natriumflamme entfernt sein als die andere.

---

[1]) W. König, Ann. d. Phys. **63**. S. 268. 1897.

An diese Königsche Anordnung anknüpfend, hatte L. Mandelstam[1]) eine Methode entwickelt, um die Dämpfung der Eigenschwingungen im leuchtenden Natriumdampf zu ermitteln. Hierbei ließ er sich von folgenden Gedanken leiten: In einer leuchtenden Flamme sind Resonatoren von bestimmter Schwingungszahl und Dämpfung vorhanden. In der magnetischen Aufspaltung hat man ein Mittel, die Periode des auffallenden Lichtes stetig um ein beliebiges Intervall gegen die Eigenschwingungen dieser Resonatoren zu verstimmen. Wenn man nun die Abnahme der Absorption bei der Verstimmung quantitativ verfolgt, mit anderen Worten, eine Resonanzkurve aufnimmt, so kann man aus der Form dieser Kurve die Dämpfung der Resonatoren bestimmen. Da die Resonanzkurve symmetrisch zu dem Maximum verläuft, so stört das gleichzeitige Auftreten von zwei verschiedenen, verstimmten Wellenlängen, symmetrische Aufspaltung und normales Triplett vorausgesetzt, nicht. Die einzelnen Punkte der Resonanzkurve erhält man dadurch, daß man das Verhältnis der Intensitäten, des senkrecht und parallel zu den Kraftlinien polarisierten Lichtes, miteinander vergleicht, nachdem das Licht die Absorptionsflamme passiert hat.

---

[1]) L. Mandelstam, Phys. Ztschr. 11. S. 752. 1910.

Diese Anordnung von **Mandelstam** ist das optische Analagon zur **Bjerknesschen** Resonanzmethode[1]), bei der der Resonanzeffekt eines elektrischen Schwingungskreises, bzw. seine Änderung bei systematischer Verstimmung des Resonanzkreises gegen die erregenden Schwingungen, gemessen wird. Ebenso wie man nach **Bjerknes** aus der Aufnahme einer Resonanzkurve die Dekremente der untersuchten Schwingungen bestimmen kann, hat G. v. **Ubisch**[2]) die Anordnung von **Mandelstam** dazu benutzt, um die Dämpfung der Eigenschwingungen im leuchtenden (und nichtleuchtenden) Natriumdampf zu ermitteln.

Die von **Wood**[3]) im Jahre 1912 entdeckte Resonanzfluoreszenz des Hg-Dampfes eignet sich zur Untersuchung nach der Methode von **Mandelstam** und **Ubisch** aus mehreren Gründen ganz besonders. Mit dem Spektrographen untersucht, zeigte sich die Linie in der Resonanzstrahlung außerordentlich scharf und einfach. Ferner besitzt sie im verdünnten Hg-Dampf eine ausgesprochen selektive Absorption, die sich rechnerisch vollständig verfolgen läßt. Die Untersuchungen, die wichtige Aufschlüsse über die Gestalt und Breite der Linie und die Dämpfung der Lichtschwingungen zu geben versprachen, wurden von A. v. **Malinowski**[4]) durchgeführt. Was die Messungen selbst anbetrifft, so war es für den Fall der Hg-Resonanz möglich, unmittelbar die Intensität der emittierten Strahlung zu messen, während im Fall des Natriumlichtes sie erst aus den Polarisationen ermittelt werden konnte. Die Versuche von **Malinowski** sind mit primärer Resonanzstrahlung durchgeführt worden. Die Erregung der Resonanz erfolgte mit der Linie 2536,7 ÅE. eines ungekühlten Quecksilberbogens. Die Resonanzlampe war verschieden starken magnetischen Feldern ausgesetzt, und die Intensität der emittierten Strahlung wurde als Funktion der Feldstärke aufgenommen. Die ermittelte Kurve zeigt einen sehr komplizierten Verlauf. Das Zustandekommen derselben läßt sich im einzelnen schon aus dem Grunde nicht verfolgen, weil die Intensitätsverteilung in der die Resonanz erregenden Bogenlinie gar nicht genau bekannt ist. Die Kurve zeigt im Gebiet von Null bis 8000 Gauss drei Maxima der Intensität. Sehr charakteristisch ist der erste steile Anstieg bis zum Felde von 1000 Gauss, wo die Intensität der Resonanzstrahlung mehr als dreifach so groß ist wie im Felde Null. Die Ursache hierfür liegt darin, daß die Hg-Atome der Resonanzlampe, wenn sie magnetisch verstimmt sind, mehr Energie als im Normalzustand aus der breiten, selbstumgekehrten Linie des Bogens aufnehmen können. Der absorbierte Mehrwert an Energie wird allseits quantitativ reemittiert und ergibt die Zunahme der Intensität. Würde man es in der Resonanzstrahlung mit einer Einfachlinie zu tun haben, so müßte die Kurve nach Erreichen des Maximums mit wachsender Feldstärke (wachsender Verstimmung) ein stetiges Abklingen der Intensität zeigen. Das Auftreten mehrerer Maxima beweist daher mit Sicherheit, daß die Linie eine mehr oder minder komplizierte Feinstruktur besitzen muß. Die Zahl und Lage der Komponenten bleibt dabei nach Malinowski vollkommen unbekannt. Durch weitere Untersuchungen gelang es ihm noch zu zeigen, daß in der Woodschen Resonanzlampe Emissions- und Absorptionslinie jedenfalls die gleiche Kompliziertheit der Struktur besitzen müssen. Versuche zur genaueren Ermittlung der Feinstruktur hatte Malinowski nicht ausgeführt, da seine Untersuchungen einen wesentlich anderen Zweck verfolgten. Auch waren die ihm zur Verfügung stehenden experimentellen Mittel hierzu keineswegs ausreichend.

---

[1]) **W. Bjerknes**, Wied. Ann. **55**. S. 121. 1895.

[2]) **G. v. Ubisch**, Phys. Ztschr. **11**. S. 753. 1910; Ann. d. Phys. **35**. S. 790. 1911.

[3]) **R. W. Wood**, Phil. Mag. **23**. S. 689. 1912; Phys. Ztschr. **13**. S. 353. 1912.

[4]) **A. v. Malinowski**, Ann. d. Phys. **44**. S. 935. 1914.

Versucht man nach der Methode von Mandelstam genauere Aufschlüsse über die Struktur der Linie 2536,7 ÅE. zu erhalten, so muß besonders darauf geachtet werden, daß die Resonanzfluoreszenz durch eine Linie erregt wird, deren spektrale Intensitätsverteilung genau bekannt ist. Zur Durchführung der Versuche eignet sich daher am besten die Methode der zweifachen Resonanz, wobei die sekundäre Resonanzlampe ins Magnetfeld gesetzt wird. Ein weiterer wichtiger Punkt ist, daß man die Kurve bis zu Aufspaltungen verfolgen muß, wo die Intensität der emittierten Resonanzstrahlung keine Abhängigkeit mehr von der Feldstärke zeigt.

Die im folgenden zu beschreibenden Untersuchungen wurden unmittelbar nach dem Erscheinen der Woodschen Arbeit über die Struktur der Resonanzlinie aufgenommen. In experimenteller Hinsicht war es uns höchst gelegen, eine fertige Anordnung zu besitzen, die unmittelbar vorher zu Intensitätsmessungen mit sekundärer Resonanzstrahlung verwendet worden war.[1]) Die Messung der Intensität erfolgte hierbei vermittelst der photoelektrischen Methode. Für Untersuchungen mit Hg-Resonanzstrahlung wurden bis jetzt die Photoströme der Zelle jeweils mit einem empfindlichen Elektrometer gemessen, da die Galvanometerempfindlichkeit hierzu nicht ausreichte. Will man mit der elektrometrischen Methode kleine Intensitätsunterschiede in der sekundären Resonanzstrahlung registrieren, so müssen wegen der Schwäche derselben recht lange Aufladezeiten am Elektrometer beobachtet werden, in der Zwischenzeit kann sich aber die Intensität der Strahlung in unkontrollierbarer Weise geändert haben, so daß die Messung keine zuverlässigen quantitativen Resultate liefert.[2]) Dieser Übelstand wird bei einer genügend empfindlichen galvanometrischen Messung, normale Einstellungsdauer des Galvanometers vorausgesetzt, vollkommen vermieden, da jede Änderung der Lichtintensität am Galvanometerausschlag dauernd kontrolliert werden kann. Trotz der Verwendung einer hochempfindlichen Kaliumzelle nach Elster und Geitel ist es uns nicht gelungen, die von der sekundären Resonanzstrahlung erzeugten, sehr schwachen Photoströme galvanometrisch direkt zu messen. Es wurden daher die Ströme der Photozelle vermittelst einer Elektronenröhre verstärkt.[3]) Mit Röhren, deren Gitterisolation und Gitterstromcharakteristik zweckentsprechend waren, konnten im Institut Verstärkungen von der Größenordnung 10^6—10^7 erreicht werden. Die Verstärkeranordnung wurde zu einer trägheitslosen Meßmethode für Intensitäten ausgebaut, die eine für unsere Zwecke vollkommen genügende Empfindlichkeit besaß.

Die experimentelle Arbeit zerfällt in zwei Teile. Im

---

1) M. Schein, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. (3) 7. S. 5. 1926.

2) W. Rump, Ztschr. f. Phys. 29. S. 196. 1924.

3) Edgar Meyer, H. Rosenberg u. F. Tank, Arch. de Genève (5) 2. S. 260. 1920 u. H. Rosenberg, Naturwissenschaften 9. S. 359 u. 389. 1921.

ersten Teil wird die emittierte Intensität der sekundären Resonanzstrahlung als Funktion der magnetischen Feldstärke bis zu möglichst großen Aufspaltungen verfolgt. Die so ermittelte Kurve enthält die wesentlichsten Ergebnisse in bezug auf Struktur und Zeemaneffekt der Linie. Die in dem zweiten Teile durchgeführten Messungen in Absorption wurden hauptsächlich zur Ergänzung bzw. Bestätigung dieser Resultate unternommen.

Versuchsanordnung und Meßmethode

(Fig. 1.) Zur Erzeugung der Resonanzstrahlung fällt das Licht des Quecksilberbogens Q unmittelbar auf die primäre Woodsche Lampe R_{I}; die so erregte Resonanzfluoreszenz ist vermittelst der Quarzlinse L_1 auf das zweite Resonanzgefäß R_{II} abgebildet. Die sekundäre Resonanzstrahlung wird in senkrechter Richtung zum Strahlengang der primären mit der Quarzlinse L_2 parallel gemacht und durch die Linse L_3 auf die Kathode der photoelektrischen Zelle P fokussiert. F ist ein photographischer Verschluß mit Irisblende. In den Strahlengang zwischen die beiden Linsen L_2 und L_3 konnte ein Absorptionsgefäß A eingesetzt werden. Der Abstand zwischen sekundärer Resonanzlampe und Photozelle betrug je nach den Versuchsbedingungen 60—170 cm. R_{II} befand sich zwischen den Polen eines Elektromagneten M, eingestrahlt wurde senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien, während die Beobachtung parallel zur Kraftlinienrichtung erfolgte. Der ganze Strahlengang war lichtdicht eingebaut und durch Blenden b_i so definiert, daß kein fremdes Streulicht auf R_{II} und P auffallen konnte.

Zur Messung der Photoströme stand die Kathode der Zelle mit dem negativen Pol einer Akkumulatorenbatterie B in Verbindung, die Anode führte zum Gitter der Verstärkerröhre V.

Über die wesentlichsten Teile der Meßapparatur ist folgendes zu sagen:

1. *Die Lichtquelle.* Als Lichtquelle zur Erzeugung der Resonanzstrahlung wurde ein vertikal brennender Quarzquecksilberbogen von Heraeus (sogenannte Tauchlampe) verwendet. Derselbe wird mit 200 Volt Spannung und 8 Ampere Strom-

stärke betrieben. Zur Vermeidung der Selbstumkehr der Linie 2536,7 ÅE. mußte die Lampe kräftig gekühlt werden. Um eine möglichst konstante, gleichmäßige Kühlung zu erreichen, wird folgendermaßen verfahren: Am oberen Ende des Bogens, in der Nähe der Kathode, ist ein Messingkonus befestigt, dessen untere Öffnung so bemessen ist, daß zwischen ihm und der äußeren Wandung der Lampe nur ein ganz geringer Zwischenraum von etwa 1 mm freigelassen ist. Durch eine sehr konstant arbeitende Rundpumpvorrichtung gelangt destilliertes Wasser in den Konus, fließt ohne Anfangsgeschwindig-

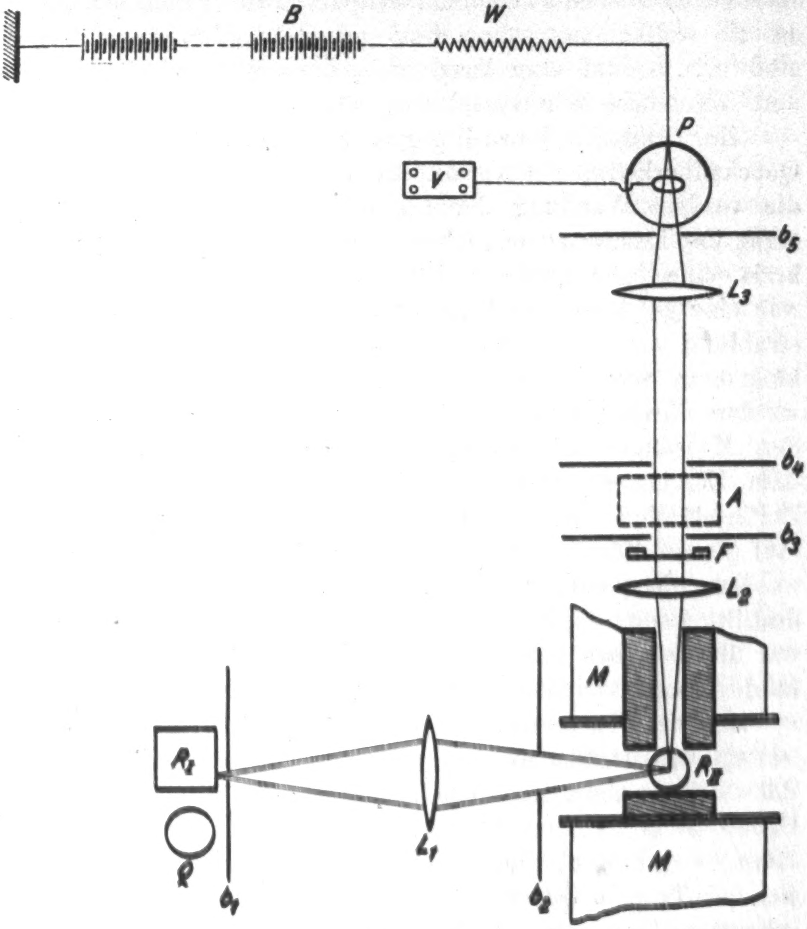


Fig. 1

keit aus und umspült den Bogen sehr gleichmäßig in einer ganz dünnen Schicht. Um die äußere Wandung der Lampe möglichst sauber zu erhalten, wurde zur Kühlung fettfreies, destilliertes Wasser verwendet. Zum Rundpumpen desselben erwies sich besonders die Schlauchpumpe von Prytz[1]) geeignet, da sie vollkommen ohne Fett arbeitet. Sie pumpt jedoch stoßweise, so daß zum Ausgleichen der Stöße zwischen Pumpe und Konus ein Windkessel eingeschaltet werden mußte.

Zur weiteren Vermeidung der Selbstumkehr wurde der Quecksilberlichtbogen vermittelst eines Hufeisenmagneten an die vordere Wandung der Lampe gepreßt. Um beste Konstanz der Lampe zu erreichen, wurde in den Lichtbogenstromkreis eine sehr große Selbstinduktion eingeschaltet. Damit war eine gut konstante Lichtquelle zur Erregung der Resonanzstrahlung erreicht. Die noch auftretenden kleinen Schwankungen in der Lichtintensität waren rein zufälliger Natur und wurden durch Häufung der Beobachtungen ausgeglichen. Mit den Messungen konnte zumeist schon einige Minuten nach dem Zünden des Bogens begonnen werden; sie wurden in Zeitintervallen von 1—$1^1/_2$ Stunden durchgeführt. Nach Ablauf dieser Zeit mußte der Bogen jedesmal frisch gezündet werden, da, wenn zuviel Quecksilber zur Anode hinüberdestilliert war, die Lampe inkonstant brannte; für die Versuche war dieses jedoch von keinerlei Nachteil, da jede Einzelmessung in der Regel bedeutend kürzere Zeit in Anspruch nahm.

2. *Die Resonanzlampen.* Die primäre Woodsche Lampe ist ein vollkommen aus amorphem Quarz hergestelltes Gefäß, mit vier zusammengeschmolzenen planen Platten von der Größe 22 × 22 mm. (Das Gefäß wurde von der Firma Heraeus geliefert.) Im unteren kleinen Ansatzrohr befindet sich ein Tropfen Quecksilber, am oberen Ende war ein Quarzrohr angeblasen, das in die Glasteile der Apparatur eingekittet werden konnte und in dauernder Verbindung mit einem Vakuumaggregat stand.

Als sekundäre Resonanzlampe wurde ein Quarzrohr von 12 mm äußerem Durchmesser verwendet. Das Rohr war an seinen beiden Enden zugeschmolzen, im unteren Teile befand

---

1) P. K. Prytz, vgl. J. Frick, Physikal. Technik I. 2. S. 787. 1905.

sich ein Tropfen Quecksilber. Ein senkrechtes Ansatzrohr wurde vermittelst Schliff in die Glasapparatur eingepaßt und stand in ständiger Verbindung mit den Luftpumpen. Das Quarzrohr durfte nicht in der vertikalen Lage gebraucht werden, da sonst durch Reflexionen an der Rohrwandung viel zu viel direktes Licht der primären Resonanz in die Photozelle gelangte. Diesem Übelstande konnte einfach dadurch abgeholfen werden, daß das Quarzrohr um ungefähr 40 Grad gegen die Richtung der primären Resonanz geneigt und im Magnetfeld so justiert wurde, daß das direkt reflektierte Licht nicht in den die Photozelle überstreichenden Strahlenkegel der sekundären Resonanz fiel. Diese Justierung erfolgte, während durch Einlassen von Luft in das Quarzrohr die Resonanz von $\lambda = 2536{,}7$ ÅE. aufgehoben war; bei der günstigsten Stellung des Rohres ist hierbei die Intensität der Gesamtstrahlung auf 3—4 Proz. ihres Anfangswertes zurückgegangen.

Der Druck des Hg-Dampfes betrug in beiden Resonanzgefäßen 0,0013 mm, d. h. der Sättigungsdruck bei 20° C.

3. *Die Photozelle.* Für die Intensitätsmessung der sehr schwachen sekundären Resonanzstrahlung kommt es auf möglichst große Empfindlichkeit der benutzten Photozelle an. Es wurde daher eine im Institut ganz aus Quarz hergestellte kolloidale Kaliumzelle mit Edelgasfüllung verwendet. Die kugelförmige Zelle ist innen auf der Seite der Kathode zur Hälfte versilbert und mit Kaliummetall überzogen. An die Kugel sind zwei Ansatzröhren geblasen, in die zwei Invarschliffe eingepaßt wurden; außen sind die Schliffe mit Quecksilber und Picein luftdicht abgeschlossen. Der eine Schliff steht in metallischer Verbindung mit der kolloidalen Kaliumschicht, am Ende des anderen ist ein Platindraht angeschweißt, der als Anode dient. Die Zelle wurde mit reinem Helium von 3—4 mm Druck gefüllt. Zum Schutz vor elektrostatischen Störungen ist sie in einen Messingkasten eingebaut worden; an der Vorderwand desselben, der Lichtöffnung der Zelle gegenüber, befand sich eine runde Öffnung von 3 cm Durchmesser. Durch diese erfolgte die Bestrahlung. An die Kathode wurde bei den Versuchen 200 Volt Spannung angelegt. Das Entladungspotential lag oberhalb 250 Volt, es waren daher bei den Messungen keine in Betracht fallenden Ermüdungserschei-

nungen[1]) zu befürchten. Zwecks guter Isolation wurden die Zuleitungen zu den Elektroden über isolierende Hartgummi- bzw. Bernsteinstücke geführt. Zur groben Kontrolle der Empfindlichkeit der Zelle wurde eine Hefnerkerze in 20 cm Entfernung von der Kaliumschicht aufgestellt und der Photostrom bei 180 Volt Spannung gemessen; er betrug bei dieser Spannung $6 \cdot 10^{-7}$ Ampere.

4. *Die Verstärkeranordnung.* Die Verstärkerröhren sind schon wiederholt zur Messung photoelektrischer Ströme benützt worden. In den älteren[2]) Arbeiten wurden die damit angestellten Untersuchungen nicht als photometrische Präzisionsmessungen ausgeführt, sondern sie zeigen nur im allgemeinen die Brauchbarkeit der Methode. Versuche, die günstigsten Bedingungen, d. h. die größtmögliche Verstärkung aus den Röhren herauszuholen, wie es zur Messung gerade schwächster Intensitäten erforderlich ist, sind von H. Rosenberg[3]) und G. du Prel[4]) angestellt worden.

Die Gesichtspunkte, nach denen man verfahren muß, um hohe Verstärkungen zu erreichen, lassen sich aus den Untersuchungen von Rosenberg folgendermaßen kurz zusammenfassen: Erste Vorbedingung ist, eine Röhre zu finden, die möglichst gute Gitterisolation besitzt. Diese wird am einfachsten so geprüft, daß man Glühdraht und Anode zur Erde ableitet, das Gitter mit einem auf einige Tausend Volt aufgeladenen Elektrometer verbindet und dann die Zeiten registriert, in denen das Gitter seine Spannung verliert. Wenn man eine Röhre mit genügend hoher Gitterisolation ausfindig gemacht hat, so wird die Verstärkung in Abhängigkeit von der Anodenspannung untersucht. Ist die günstigste Anodenspannung gefunden, so muß unter Beibehaltung derselben die Änderung der Verstärkung bei Variation des Heizstromes gemessen werden. Schließlich wird nachgesehen, ob eine Abhängigkeit des Verstärkungsgrades vom Potentialgefälle zwischen Gitter und Kathode vorhanden ist. **Rosenberg** fand bei der günstigsten Anodenspannung ein starkes Anwachsen des Verstärkungsgrades mit abnehmendem Heizstrom; eine weitere sehr starke Zunahme der Verstärkung zeigte sich mit wachsender negativer Gittervorspannung. Aus all dem geht hervor, daß sich **Rosenberg** auf den untersten Teil seiner Röhrencharakteristik begeben mußte, um möglichst hohe Verstärkungen zu erreichen. Sehr überraschend ist dies Resultat hauptsächlich deswegen, weil in diesem Bereich die Steilheit der Charakteristik klein ist im Vergleich zum mittleren Teil und die Verstärkung der Steilheit proportional anwachsen sollte. Verständlich wird diese merkwürdige Eigenschaft der **Rosenberg**schen Röhre, wenn man die Wirksamkeit der Gitterströme in dem in Frage stehenden Teil der Charakteristik untersucht. Der springende Punkt ist, daß im untersten Teile der Gitterstrom praktisch Null ist. — Je schwächer der zu verstärkende Strom ist, um so besser muß das Gitter der Röhre isoliert sein, um die Ausbildung einer möglichst hohen Potentialdifferenz zwischen Gitter und Kathode zu ermöglichen. Sind Gitterströme vorhanden, so wirken dieselben wie ein Nebenschluß, verkleinern das Potentialgefälle und setzen dadurch den Wirkungsgrad herab. Man muß also, um hohe Verstärkungen zu erreichen, diese Gitterströme möglichst vermeiden, was bei **Rosenberg** durch Verkleinerung der Anodenspannung, des Heizstromes sowie Vergrößerung der negativen Gittervorspannung erreicht wurde. Bei sehr gut evakuierten Röhren wird der Gitterstrom allein aus den Elektronen gebildet, die aus dem Glühfaden austreten. In ungenügend ausgepumpten Röhren überlagert sich dem reinen Elektronenstrom noch ein Ionengitterstrom, wobei die positiven Ionen, durch Stoßionisation gebildet, von der Anode abgestoßen werden und aufs Gitter gelangen.¹) Nimmt man die Gitterstromcharakteristiken einer schlecht evakuierten Röhre auf, so zeigen sie den Verlauf der Kurven in Fig. 2. Dieselben sind der Arbeit von **du Prel** entnommen.

---

[1]) Vgl. H. Rosenberg, Ztschr. f. Phys. 7. S. 18. 1921.

[2]) J. Kunz, Phys. Rev. **10.** S. 205. 1916; C. E. Pike, Phys. Rev. **13.** S. 102. 1919; H. Abraham u. E. Bloch, Compt. rend. **168.** S. 1321. 1919; Edgar Meyer, H. Rosenberg u. F. Tank, Arch. de Genève (5) 2. S. 260. 1920.

[3]) H. Rosenberg, Die Naturwissenschaften **9.** S. 359 u. 389. 1921.

[4]) G. du Prel, Ann. d. Phys. **70.** S. 199. 1923.

---

1) **R. Mühlbrett**, Jahrbuch d. drahtl. Telegr. u. Telephonie 17. S. 288. 1921; **H. Barkhausen**, ebenda, 18. S. 402. 1921.

Die Kurven zeigen ein Anwachsen des positiven Ionengitterstromes gerade in dem Gebiet der Röhrencharakteristik, wo die Verstärkungsmessung der Photoströme gewöhnlich stattfindet. Will man mit einer derartigen Röhre gute Verstärkungen erreichen, so muß man zur Unterdrückung des Ionengitterstromes sich auf den untersten Teil der Röhrencharakteristik begeben. Die von Rosenberg verwendete Röhre

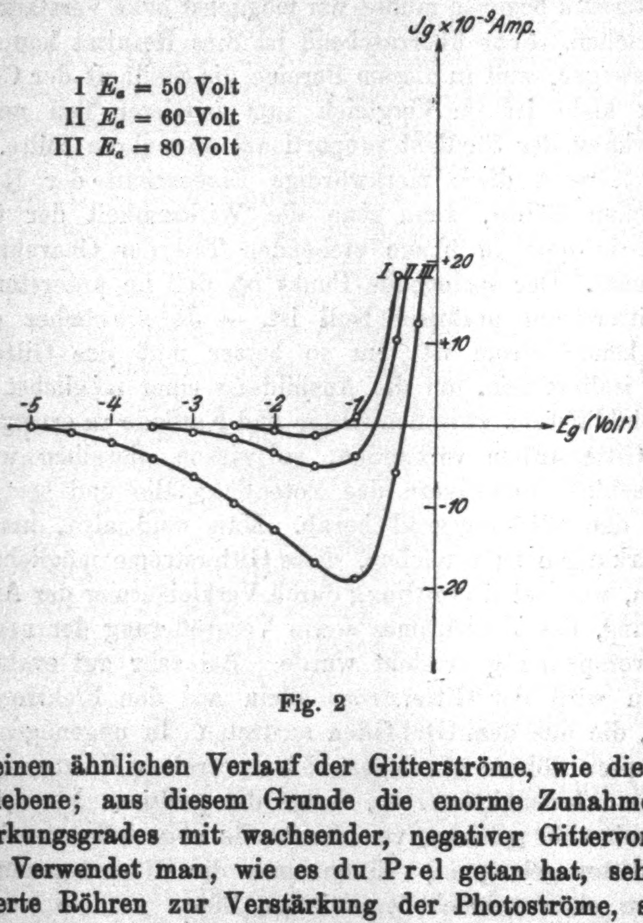


Fig. 2

zeigt einen ähnlichen Verlauf der Gitterströme, wie die oben beschriebene; aus diesem Grunde die enorme Zunahme des Verstärkungsgrades mit wachsender, negativer Gittervorspannung. Verwendet man, wie es du Prel getan hat, sehr gut evakuierte Röhren zur Verstärkung der Photoströme, so ist die Änderung der Anodenspannung sowie die des Heizstromes in weiten Grenzen ohne besonderen Einfluß auf den Verstärkungsgrad. Ebenso ist die Änderung der negativen Gittervorspannung belanglos. Du Prel kann sich daher in einem viel steileren Teil der Röhrencharakteristik bewegen als Rosenberg. Der maximale Verstärkungsgrad, den **Rosenberg** mit seiner Röhre erhält, beträgt 6 × 10^5, während **du Prel** Verstärkungen bis zu 15 × 10^6 gemessen hat.[1])

Für unsere Zwecke kam es weniger darauf an, die genauen Ursachen der Verstärkung zu studieren, als vielmehr eine Röhre ausfindig zu machen, die bei genügend hohem Verstärkungsgrad während der Dauer einer Intensitätsmessung gut konstant arbeitet und im verwendeten Helligkeitsintervall Proportionalität zwischen auffallender Lichtintensität und verstärktem Photostrom gibt. Nach längerem Herumprobieren mit verschiedensten Röhrentypen, stießen wir im Institut auf einige alte A.E.G.-Röhren[2]), unter denen sich etliche befanden, die in bezug auf Verstärkung der Photoströme alle Erwartungen übertrafen. Die Gitterisolation derselben ist ganz vorzüglich. Dies ist wahrscheinlich zum Teil darauf zurückzuführen, daß die Zuführung zum Gitter auf der entgegengesetzten Seite der Röhre eingeschmolzen ist, wie die Zuleitungen zum Glühdraht. Die Röhre wurde gewöhnlich mit einem Heizstrom von 0,475 Ampere und einer Anodenspannung von 60 Volt betrieben. Die dabei erreichten Verstärkungen waren je nach den Feuchtigkeitsverhältnissen im Experimentierraum von der Größenordnung 10^6—10^7. Für unsere Versuche war dies vollständig ausreichend, daher wurde von etwaigen Verbesserungen abgesehen. Übrigens zeigte es sich, ähnlich wie bei **du Prel**, daß eine starke Abhängigkeit der Verstärkung vom Heizstrom und Anodenpotential nicht vorhanden war. Eine Änderung der negativen Gittervorspannung wurde unterlassen.

In Fig. 3 geben wir die Röhrencharakteristik für den Heizstrom 0,475 Ampere und 60 Volt Anodenspannung wieder. Als Abszisse ist das Gitterpotential aufgetragen, während die Ordinaten den dazu gemessenen Anodenstrom darstellen. Wird bei unbelichteter Photozelle, wenn dem Gitter kein äußeres Potential aufgezwungen ist, die Größe des Anodenstromes ermittelt, so kann man aus der Charakteristik dasjenige negative Potential des Gitters entnehmen, auf das es sich unter dem Einfluß des Elektronenemissionsstromes auflädt. Für unseren Fall beträgt dieses Potential $-2{,}1$ Volt. Es ist nun zu untersuchen, wie die Gitterströme der Röhre in diesem Gebiet verlaufen; es wurde daher die Gitterstromcharakteristik

---

[1]) G. **du Prel** erreicht diese höchsten Verstärkungen, indem er seine Röhre bis auf −80° C abkühlt; hierdurch bekommt er eine extrem hohe Gitterisolation.

[2]) Type K 1.

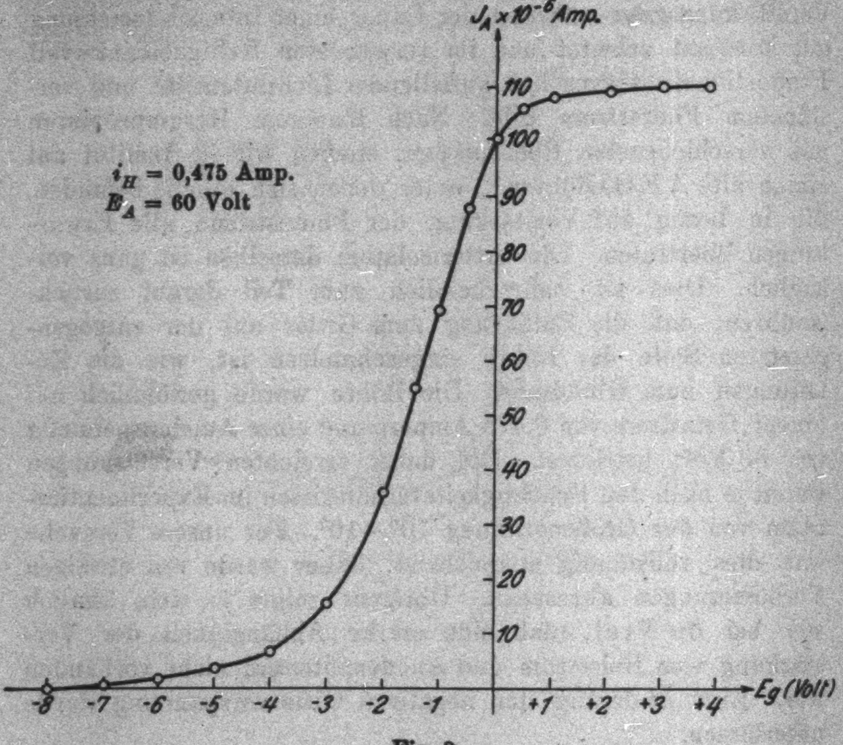


Fig. 3

der Röhre mit einem empfindlichen Galvanometer aufgenommen. Fig. 4 stellt dieselbe für 0,475 Ampere Heizstrom und 60 Volt Anodenspannung dar.

Die Kurve zeigt denselben Verlauf, wie sie du Prel für seine gut verstärkenden Röhren angibt. Der Gitterstrom verschwindet im unteren Teil der Charakteristik von $-2{,}2$ bis $-7{,}0$ Volt vollständig, während in schlecht evakuierten Röhren gerade im Gebiet um -2 Volt herum ein verhältnismäßig starkes Anwachsen des positiven Ionengitterstromes stattfindet.

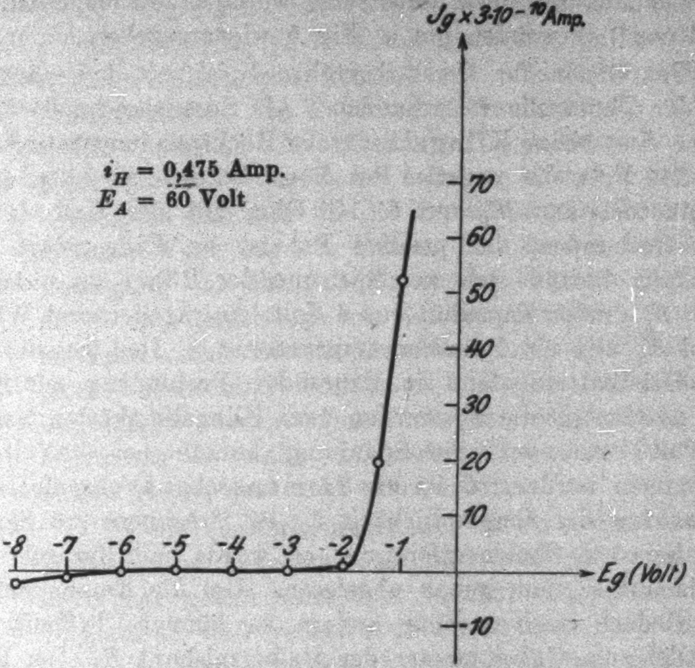

Jg × 3·10⁻¹⁰ Amp.
i_H = 0,475 Amp.
E_A = 60 Volt
70
60
50
40
30
20
10
-10
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
Eg (Volt)

Fig. 4

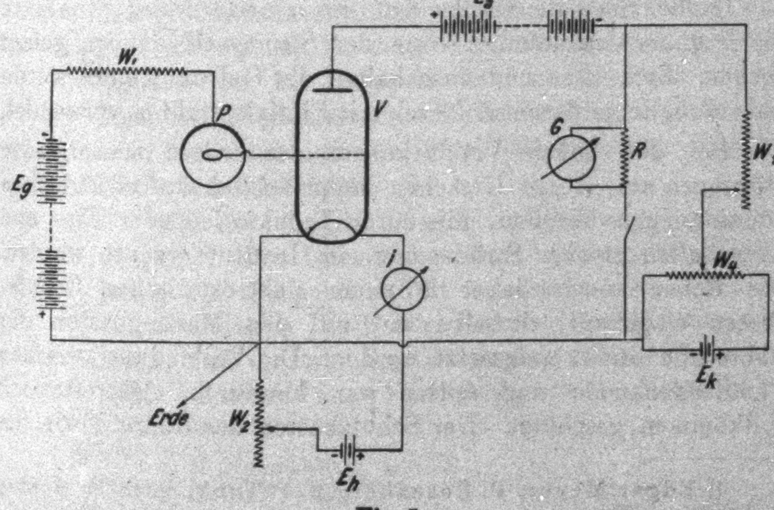

E_a
+
-
W₁
p
V
Eg
G
R
W₃
W₄
i
E_k
Erde
W₂
E_h

Fig. 5

Zur Messung der Photoströme wurde eine Kompensationsschaltung[1]) verwendet, die in Fig. 5 wiedergegeben ist.

Das Gitter der Verstärkerröhre V ist mit dem positiven Pol der Photozelle P verbunden. Als Spannungsquelle für P diente eine kleine Klingelfusssche Hochspannungsbatterie E_g von 240 Volt, der negative Pol dieser Batterie wird über einen Schutzwiderstand W_1 von $5 \cdot 10^4$ Ohm mit der Kathode der Zelle verbunden, der positive Pol ist an Erde gelegt. Im Heizkreis befand sich zur Speisung der Röhre ein Akkumulator E_h großer Kapazität von 4 Volt, ein regulierbarer Widerstand W_2 und ein Präzisionsamperemeter i. Der negative Pol der Heizbatterie stand in dauernder Verbindung mit Erde. Als Anodenbatterie E_a wurden zwei Klingelfusskästen von je 40 Volt verwendet, die Spannung konnte bei 60 Volt abgenommen werden. G ist ein Siemenssches Drehspulgalvanometer von der Empfindlichkeit $2 \cdot 10^{-10}$ Ampere pro Skalenteil bei 3 m Skalenentfernung, es wurde mit Fernrohr und Skala auf $^1/_{10}$ mm genau abgelesen. Um die Empfindlichkeit bei Bedarf rasch meßbar ändern zu können, befindet sich parallel zum Galvanometer der Universalshunt R. Der Kompensationskreis enthält den großen variablen Widerstand W_3 von 12000 Ohm, den Potentiometerwiderstand W_4 und die Akkumulatorenbatterie E_k von 4 Volt.

Große Sorgfalt mußte auf die einwandfreien Kontakte der Regulierwiderstände, sowie der Stromverbindungen gelegt werden. Zum Ein- und Ausschalten des Galvanometers wurde ein vorzüglicher Stromschlüssel mit Platinkontakten verwendet.

Bei den hohen Verstärkungszahlen traten mannigfache Störungen auf, deren Ursachen hauptsächlich auf elektrischen Schwingungen beruhen, die durch Induktorien oder Ein- und Ausschalten starker Ströme usw. im Institut erzeugt wurden. Die Röhre wurde daher in einen elektrostatischen Schutzkasten eingebaut, derselbe war auf den Messingkasten der Photozelle direkt aufgesetzt worden. Die Verbindung zwischen Photozellenanode und Gitter war hierdurch elektrostatisch vollkommen geschützt. Der Schutzkasten der Röhre sowie die

---

1) **Edgar Meyer**, **H. Rosenberg** u. **F. Tank**, Arch. d. Genève (5) 2. S. 260. 1920.

Kontaktstellen im Stromkreis waren zum Schutz vor thermischen Störungen mit Watte umwickelt. Um vollkommen störungsfrei arbeiten zu können, wurden die endgültigen quantitativen Messungen zumeist bei Nacht durchgeführt. Die Luftfeuchtigkeit im Experimentierraum mußte dauernd kontrolliert werden. An trockenen Tagen war eine vorzügliche Konstanz des Widerstandes zwischen Gitter und Kathode vorhanden, so daß sich für die Verstärkung vollkommen reproduzierbare Werte ergeben haben. Das strenge Erfülltsein dieser Bedingung war übrigens für unsere Versuche gar nicht nötig, da es sich durchwegs um Relativmessungen kurzer Zeitdauer handelte. Aus diesem Grunde konnte das Parallelschalten eines Nebenschlußwiderstandes zwischen Gitter und Kathode unterlassen werden. Das Einbauen der gesamten Verstärkeranordnung in einen elektrostatischen Schutzkasten war für unsere Messungen nicht erforderlich.

Da die Verstärkeranordnung zu einer direkten Intensitätsmessung der Resonanzstrahlung verwendet wurde, so mußte die Frage genau untersucht werden, ob zwischen auffallender Lichtstärke und verstärktem Photostrom Proportionalität besteht. Bekanntlich fand Rosenberg[1]) bei seiner Röhre bis zu einer Verstärkungszahl von 1×10^5 im Intensitätsintervall von 1:20 gute Proportionalität, für größere Bereiche oder höhere Verstärkungen dagegen Abweichungen in dem Sinn, daß größeren Intensitäten zu hohe Verstärkungen entsprachen. Rosenberg zog es daher vor, den ganzen photoelektrischen Apparat nur als Nullinstrument zu benützen und die eigentliche Helligkeitsmessung, die Einstellung auf Gleichheit, nach einer beliebigen photometrisch einwandfreien Abschwächungsmethode auszuführen.

Bei der von du Prel[2]) verwendeten Röhre ließ die Abwesenheit der Ionengitterströme günstigere Verhältnisse in bezug auf Proportionalität erwarten. Du Prel arbeitet in einem steileren Teil der Röhrencharakteristik als Rosenberg, und es steht ihm daher ein größerer Bereich der Linearität derselben zur Verfügung. Seine Versuche bestätigen

---

1) H. **Rosenberg**, a. a. O.

2) G. **du Prel**, a. a. O.

dies vollauf. Er findet zum Beispiel bei einem Heizstrom von 0,46 Ampere und 12 Volt Anodenspannung für unverstärkte Photoströme im Intervall von $0,9 \cdot 10^{-13}$ bis $22,5 \cdot 10^{-13}$ Ampere sehr gute Proportionalität.[1]) Bei größeren Photoströmen als $22,5 \cdot 10^{-13}$ Ampere traten systematische Abweichungen von der Proportionalität auf, da hierbei die auffallende Intensität offenbar eine derart große Verminderung des Anodenstromes bewirkt, daß man sich aus dem linearen Teil der Röhrencharakteristik hinausbewegt.

Die uns zur Verfügung stehende Intensität der sekundären Resonanzstrahlung war sehr schwach, da sie von der Resonanzlampe durch die enge Bohrung des Magneten in die sehr entfernte Photozelle gelangte. Sie wurde durch eine Irisblende so einreguliert, daß die Ausschläge des auf $^1/_{10}$ seiner Empfindlichkeit geshunteten Galvanometers maximal 150 Skalenteile betrugen. Dies entspricht einem primären Photostrom von höchstens $3 \cdot 10^{-13}$ Ampere, liegt also in einem Bereich, wo du Prel noch vollständige Proportionalität zwischen Photostrom und Galvanometerausschlag findet. Ob die Proportionalität bei unseren Messungen auch tatsächlich immer streng erfüllt war, wurde nach folgender Methode dauernd kontrolliert: In den Strahlengang zwischen Resonanzlampe und Photozelle wird ein Messingschirm aufgestellt, derselbe besitzt ein durch zwei Messingplatten verschlossenes Fenster. Jede Platte bedeckt die Hälfte des Fensters. Zuerst wird eine Hälfte des Fensters geöffnet und der Ausschlag beobachtet, dann wird die erste Hälfte geschlossen, die zweite geöffnet und der dazu gehörige Ausschlag gemessen. Bei ganz geöffnetem Fenster muß der Ausschlag die Summe der Einzelausschläge geben, falls Proportionalität vorhanden ist. Tab. 1 enthält einige der Proportionalitätsmessungen, die mit verschieden großer Galvanometerempfindlichkeit zu ganz verschiedenen Zeiten durchgeführt wurden. Die Zahlen beweisen deutlich das Vorhandensein strenger Proportionalität im benützten Helligkeitsintervall.

Die Intensitätsmessung der Resonanzstrahlung vermittelst der angegebenen Verstärkeranordnung ging im einzelnen

---

1) Mittlerer Fehler ± 1,1 Proz.

Tabelle 1

Galvanometer-empfindlichkeit	1. Fenster 1 offen	2. Fenster 2 offen	3. Beide Fenster offen	4. Summe von 1 und 2
2×10^{-8}	13,0	9,0	22,5	22,0
2×10^{-8}	11,0	10,0	21,0	21,0
2×10^{-9}	138	98	238	236
2×10^{-10}	85—90	79—82	160—165	164—172
2×10^{-9}	22,0	57,0	77,0	79,0
2×10^{-8}	10,0	10,0	20,5	20,0

folgendermaßen vonstatten: Als erstes wird der Heizstrom der Röhre eingeschaltet und die Anodenspannung angelegt. Nach einigen Minuten Wartens kompensiert man den Anodenstrom bei einer Empfindlichkeit des Galvanometers von $2 \cdot 10^{-8}$ Ampere, was leicht und schnell durchführbar ist. Die Anordnung wird nun eine Zeit sich selbst überlassen, um zu sehen, ob die Röhre, die Kompensationsanordnung, die Akkumulatoren usw. genügende Konstanz angenommen haben; dies äußert sich darin, daß nach einer abermaligen Kompensation des Anodenstromes bei zehnmal größerer Galvanometerempfindlichkeit keine Nullpunktsverschiebung sowie keine Schwankungen zu beobachten sind. Ist dies erreicht, so wird die Spannung an die Photozelle angelegt. Im ersten Augenblick beobachtet man einen großen Induktionsstoß im Anodenkreis, das Galvanometer stellt sich jedoch nach sehr kurzer Zeit genau auf den ursprünglichen Nullpunkt ein. Nach dem Anlegen der Zellenspannung muß die Anordnung abermals auf Konstanz geprüft werden, indem der Zeiger des Galvanometers einige Minuten dauernd beobachtet wird. Ist keine Verschiebung desselben zu bemerken, so kann der Lichtbogen gezündet werden und die Intensitätsmessung vonstatten gehen. — Bekanntlich tritt bei der Belichtung der Photozelle eine Verkleinerung des Anodenstromes ein, indem das negative Potential des Gitters zunimmt. Dies äußert sich in einem Ausschlag des Galvanometers entsprechend einem abnehmenden Anodenstrom. Beim Aufhören der Belichtung geht das Galvanometer momentan auf seinen Nullpunkt zurück, die Einstellung ist eine ganz normale, genau wie ohne Verstärker. Im benützten Helligkeitsintervall treten keinerlei Trägheitserscheinungen des Röhrengalvanometers auf. Dieselben werden erst bei sehr viel größeren Intensitäten bemerkbar, da dann ein Absinken des Anodenstromes in den untersten Teil der Charakteristik eintritt.

Wegen der großen Empfindlichkeit der Meßanordnung waren während der Dauer einer Intensitätsmessung sehr hohe Anforderungen an die verschiedensten Apparaturteile zu stellen. Es kam dabei nicht bloß auf Einzelteile der Verstärkeranordnung, wie Akkumulatoren, Widerstände usw. an, sondern auch alle anderen Apparate mußten vollkommen konstant arbeiten, da schon geringste Störungen, z. B. kleine Unregelmäßigkeiten in der Wasserkühlung des Lichtbogens usw., sich stark bemerkbar machten. Trotzdem konnten in den endgültigen Versuchen mehrere Meßreihen störungsfrei durchgeführt werden; deren Resultate sind daher als vollständig zuverlässig anzusehen.

5. *Die Magnetfelder*. Zur Erzeugung von Feldern bis zu 1300 Gauss wurden zwei Spulen aus 1,2 mm starkem Emailkupferdraht gewickelt, die in 14 mm Entfernung voneinander aufgestellt waren. Dieselben werden ohne Eisenkern gebraucht und bei starker Belastung (3—4 Ampere) nur sehr kurze Zeit eingeschaltet, damit keine Erwärmung des Hg-Dampfes in der Resonanzlampe, die sich zwischen den beiden Spulen befand, eintritt. Die Felder wurden vermittelst einer eigens hergestellten Probespule an der Stelle gemessen, wo die Emission aus der Resonanzlampe erfolgte. Die beiden Magnetfeldspulen hatten in der Mitte zylindrische Öffnungen; durch die eine derselben gelangte das Licht der sekundären Resonanzlampe in die photoelektrische Zelle. Das Streufeld der Spulen hatte noch in 130 cm Entfernung von der Resonanzlampe eine kleine Wirkung auf den Anodenstrom der Elektronenröhre. Dieser Effekt, der maximal einige Millimeter Ausschlag des Galvanometers betrug, konnte durch eine kleine eisenfreie Spule, die in passender Entfernung von der Verstärkerröhre aufgestellt war, und durch die derselbe Strom wie durch die Magnetisierungsspulen floß, genau kompensiert werden. Die Kompensation wurde für jedes Magnetfeld einzeln durchgeführt. Auf die Photozelle hatte das äußerst schwache Feld der Spulen keinerlei Wirkung, ebensowenig auf die Emission der primären Resonanzlampe.

Die Untersuchungen in starken Magnetfeldern wurden vermittelst eines kleinen Weissschen Magneten[1]) durchgeführt. Die zylindrischen Polschuhe desselben hatten 10 cm Durchmesser und befanden sich in 14 mm Entfernung voneinander. Die Sättigungsfeldstärke betrug bei 20 Ampere Strombelastung 13000 Gauss. Die Kühlvorrichtung des Magneten war dauernd von kaltem Wasser durchströmt und verhütete eine Erwärmung der Wicklung. Die Feldstärke wurde an Hand einer Eichkurve bestimmt, welche durch genaue Ausmessung des Feldes mit einer Probespule gewonnen war. Das Streufeld in der Umgebung des Magneten wurde ebenfalls genau gemessen; an der Stelle der primären Resonanzlampe war das Feld verschwindend klein und konnte keinerlei Wirkung auf die Resonanz ausüben. Auf den Anodenstrom der Elektronenröhre war bis zu Feldern von 10000 Gauss überhaupt kein Einfluß festzustellen. Felder über 10000 Gauss ergaben zwar eine sehr geringe Wirkung, diese konnte jedoch dadurch weggebracht werden, daß um die Röhre herum ein Eisenzylinder gelegt wurde. Auf die Photozelle hatte das Streufeld keinerlei Einwirkung.

Die Resonanzstrahlung gelangte durch die 30 cm lange Bohrung des einen Polschuhes in die Photozelle. Die Bohrung des anderen war mit Eisen vollständig ausgefüllt.

Um mit der Feldstärke höher als 13000 Gauss zu kommen, wurde derselbe Weisssche Magnet mit zugespitzten Polschuhen, die in einem Abstand von 4,5 mm sich befanden, benützt. Die Felder erreichten hierbei die Größe von 20000 Gauss. Zur Messung bzw. Vermeidung des Einflusses der Streufelder auf primäre Resonanzlampe, Röhre und Zelle konnte nach denselben Gesichtspunkten verfahren werden wie oben auseinandergesetzt.

Die Versuche mit den höheren Feldstärken gelangten bei Absorptionsmessungen zur Verwendung, wobei sich zwischen den Polschuhen des Magneten ein Absorptionsrohr von 4,2 mm Länge befand; hier erfolgte die Beobachtung durch die Bohrung der beiden Polschuhe hindurch.

---

1) Vgl. Katalog der Société Genevoise Nr. 3830.

Versuche in Emission

Die Untersuchungen in Emission wurden in zwei Etappen durchgeführt. In der ersten Versuchsreihe befindet sich die zweite Woodsche Lampe in Magnetfeldern bis zu 1300 Gauss, und es wird die Intensität der sekundären Resonanzstrahlung als Funktion der magnetischen Feldstärke aufgenommen. Die Bestimmung des Nullpunktes der Intensität erfolgte durch Lufteinlaß in die beiden Resonanzlampen.

Um für die verwendeten magnetischen Feldstärken die Aufspaltung der Komponenten in Wellenlängeneinheiten angeben zu können, wollen wir das aus unseren Versuchen sich ergebende Resultat vorwegnehmen, daß die Triplettaufspaltung $\frac{3}{2}a$, wie sie Paschen[1]) bei der unaufgelösten Linie 2536, 7 ÅE. im Felde von 35000 Gauss gemessen hat, für alle Feinstrukturkomponenten der Linie Gültigkeit besitzt und zwar bis zu Feldstärken von 13000 Gauss, ohne daß eine dem Paschen-Backeffekt ähnliche Umwandlung der Struktur vor sich geht.[2]) Hiernach beträgt die Änderung der Wellenlänge für 1 Gauss $4{,}5 \cdot 10^{-6}$ ÅE.

Tabelle 2

$\mathfrak{H}$ = Magnetfeldstärke in Gauss.
I = Intensität der sekundären Resonanzstrahlung.

$\mathfrak{H}$	I	$\mathfrak{H}$	I	$\mathfrak{H}$	I
0	100	0	100	0	100
525	69	320	85	320	88
751	49	525	69	375	84
1020	36	725	47	525	68
1160	29	1160	29	727	46
1275	27	1275	27	865	42
				1045	34
				1160	32

---

1) F. Paschen, Ann. d. Phys. 35. S. 860. 1911.

2) Nach Abschluß der vorliegenden Untersuchungen (September 1926, die Drucklegung wurde durch äußere Umstände um ein Jahr verzögert) ist in einer sehr interessanten Arbeit von Hrn. Mac Nair (Proceed. of Nat. Ac. 13. S. 430. 1927) der direkte spektroskopische Beweis der Gültigkeit der Triplettaufspaltung $\frac{3}{2}a$ für die Feinstrukturkomponenten der Resonanzlinie erbracht worden. Von der Anomalie der π-Komponente in der Aufspaltung des äußersten Satelliten 0,014 ÅE., die Hr. Mac Nair findet, werden unsere Versuche nicht berührt, da die Beobachtung stets parallel zu den magnetischen Kraftlinien erfolgte.

Tabelle 2 (Fortsetzung)

ℌ	*I*	ℌ	*I*	ℌ	*I*
0	100	0	100	0	100
320	92	320	87	320	90
375	82	375	80	375	82
525	68	525	68	525	65
751	52	751	47	865	42
1020	36	865	38	1020	37
1275	32	1160	32	1160	30
				1275	29

Tabelle 2 gibt die erhaltenen Meßresultate an. Die einzelnen Versuchsreihen sind zu verschiedenen Zeiten durchgeführt worden. Sie wurden alle aufeinander umgerechnet, indem man jedesmal die gemessene Intensität *I* im Felde Null gleich 100 setzt. Trägt man als Ordinaten die so erhaltenen Werte auf, als Abszissen die magnetischen Feldstärken ℌ in Gauss, so erhält man die Kurve I der Fig. 6.

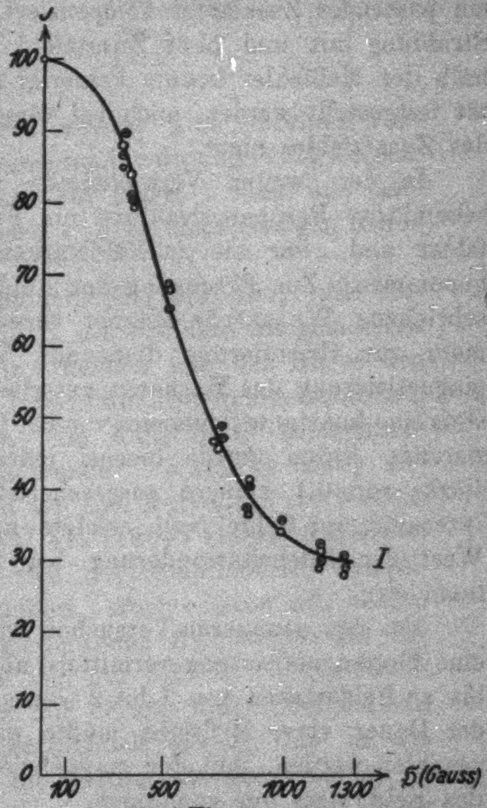


Fig. 6

Die Kurve I zeigt im Wellenlängenbereich von $0-5{,}8\cdot 10^{-3}$ ÅE. [1300 Gauss] einen steilen Abfall der Intensität der sekundären Resonanzstrahlung. Dies ist der direkte experimentelle Beweis für die große spektrale Schärfe, die den Feinstrukturkomponenten der Linie im verdünnten Dampf zukommt. Gleichzeitig erkennen wir, daß der steile Teil der Kurve sich zum Nachweis sehr kleiner Wellenlängenänderungen in hervorragendem Maße eignet. Ein Zeemaneffekt von 50 Gauss läßt sich noch mit voller Sicherheit am Galvanometerausschlag beobachten, was einer Änderung der Wellenlänge von nur $2{,}25 \cdot 10^{-4}$ ÅE. entspricht und sich mit spektroskopischen Methoden nicht mehr nachweisen läßt. Die genaue Diskussion der Kurve I wollen wir zusammen mit den anderen Versuchsresultaten im letzten Abschnitt geben.

Als eventuelle Fehlerquelle war noch zu untersuchen, ob durch die Einwirkung des Erdfeldes auf eventuell vorhandenes polarisiertes Resonanzlicht eine Änderung der in der Photozelle gemessenen Intensität eintritt.[1]) Zu diesem Zweck wurde an der Stelle der sekundären Woodschen Lampe das Erdfeld durch ein passendes Zusatzfeld kompensiert, und die Intensität der Strahlung mit und ohne Zusatzfeld genau gemessen. Innerhalb der Meßfehler konnte keinerlei Änderung in der Intensität festgestellt werden, auch bei verschiedenen Orientierungen des Zusatzfeldes nicht.

In der zweiten Versuchsreihe wird die Intensität der sekundären Resonanzstrahlung als Funktion starker Magnetfelder und zwar bis zu Feldstärken von 13000 Gauss aufgenommen. Zur Erzeugung der Felder wurde der schon beschriebene Weisssche Magnet verwendet. Bei den ersten, mehr zur Orientierung dienenden Versuchen ist eine Entmagnetisierung des Magneten unterlassen worden, da derselbe stets eine konstante Remanenz von 236 Gauss zeigte; der magnetisierende Strom wurde hierbei jedesmal bei einer Stromstärke von 0,7 Ampere ausgeschaltet. Die Bestimmung der Intensität im Felde Null erfolgte aus der Kurve I, wo der Wert der Intensitätsänderung bei 236 Gauss genau abzulesen war.

Bei den genaueren Versuchen wurde nach jeder Messung eine Entmagnetisierung vermittelst abnehmender Kommutation bis zu Feldstärken von 1 bis 2 Gauss durchgeführt. Während der Dauer einer Meßreihe mußte natürlich sorgfältig darauf geachtet werden, daß der magnetisierende Strom, und damit das Feld, stets nur zunahmen.

---

1) Die Frage kann nur bei Bestimmung der Intensität im äußeren Felde Null eine Rolle spielen.

Tabelle 3

$\mathfrak{H}$	I	$\mathfrak{H}$	I	$\mathfrak{H}$	I	$\mathfrak{H}$	I	$\mathfrak{H}$	I
0	100	0	100	0	100	0	100	0	100
236	94	1400	33	1750	46,5	1400	37	10500	19,5
1360	36,4	1700	45,6	2450	65,0	2000	51	11000	28
2100	56	2200	57,6	2750	63	2300	57	11300	20,4
3100	49	2900	57,6	5400	49	2750	59	12250	17
3350	42	3250	38	5700	44	3150	51	13100	14
3750	27,6	3600	30,6	6200	37	3400	33		
5000	51,1	3900	24	6750	27	4300	26		
5700	45,5	4450	30,6	8150	36	5500	47		
6100	36,4	4800	46,5	9250	21	6750	24		
6600	30	6200	35	9800	19	7100	27		
7600	32,2	6750	23	10200	17	8750	28		
9400	22,4	7600	28			9000	26		
10200	16,9	8750	28			9250	20		
		9200	21			10200	19,5		
		10200	17						

Tabelle 3 enthält die Meßresultate. Die einzelnen Versuchsreihen sind unabhängig voneinander durchgeführt worden. Genau in derselben Weise wie bei Kurve I sind alle aufeinander umgerechnet und lassen sich zu einer einzigen Kurve gut vereinigen.

Fig. 7 stellt die so entstandene Kurve II dar. Als Abszisse ist das magnetische Feld $\mathfrak{H}$, als Ordinate die gemessene Intensität I aufgetragen. Wir erkennen aus der Kurve den komplizierten Verlauf, den die Intensität der Resonanzstrahlung in starken Feldern annimmt. Im Falle einer Einfachlinie müßte die Intensität mit wachsender Feldstärke stetig abklingen. Statt dessen erhalten wir eine Kurve, die im Wellenlängenbereich von $0-5{,}8 \cdot 10^{-2}$ ÅE. [13000 Gauss] 5 Maxima der Intensität besitzt, worin sich mit Sicherheit die komplizierte Feinstruktur der Linie äußert. Auch ersehen wir, ebenso wie aus Kurve I, die außerordentliche Auflösungskraft der Methode, die in einem Gebiet von nur $5{,}8 \cdot 10^{-2}$ ÅE. die Aufnahme einer Intensitätskurve mit derart vielen Meßpunkten ermöglicht. Dies beruht hauptsächlich darauf, daß in der Woodschen Resonanzlampe die Feinstrukturkomponenten in der Linie voneinander sehr scharf getrennt sind. Die Frage, wie die Kurve II zustande kommen mag, wird uns im letzten Abschnitt der Arbeit noch ausführlich zu beschäftigen haben. Wir möchten aber an dieser Stelle nicht versäumen, das für uns wesentliche Resultat vorweg zu nehmen, zu dem man gelangt, wenn wir die Abstände der Intensitätsmaxima der Kurve II in Wellenlängeneinheiten ausrechnen und mit den Messungen

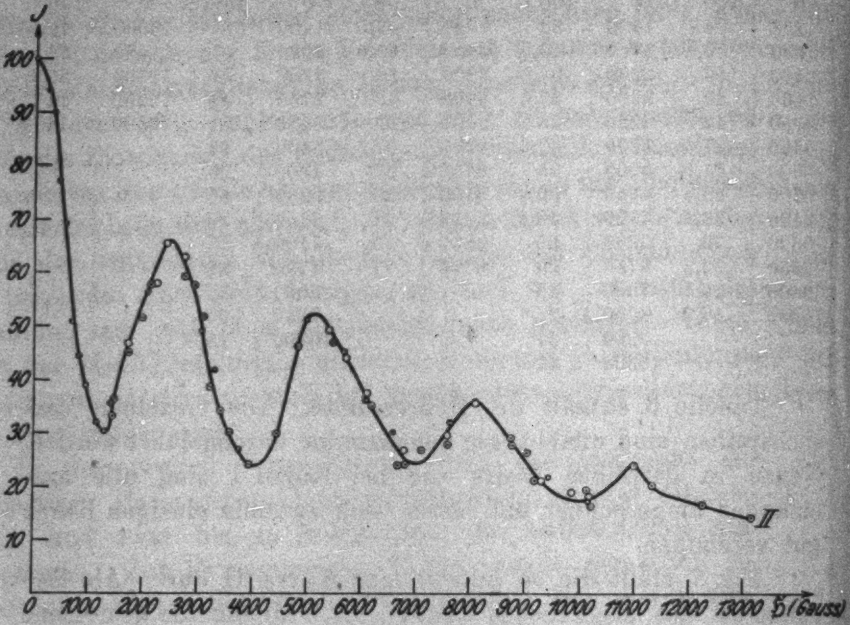


Fig. 7

von **Wood** vergleichen. Aus der Kurve II ergeben sich hierfür folgende Werte:

0,0112 ÅE.	(2500—0 Gauss),
0,0119 ÅE.	(5150—2500 „),
0,0135 ÅE.	(8150—5150 „),
0,0128 ÅE.	(11000—8150 „).

Auffällig ist die gute Übereinstimmung dieser Zahlen mit denjenigen, die **Wood** für die Komponentenabstände in der Linie angibt. Trotzdem wir auf gänzlich verschiedenem Wege zu den Zahlen gelangen, kann es sich hierbei nicht um eine rein zufällige Übereinstimmung handeln, es muß vielmehr ein enger Zusammenhang zwischen **Woods** Abständen und unseren Entfernungen der Maxima bestehen. (Vgl. später bei der Diskussion der Resultate.)

Die Änderung der Intensität der Resonanzstrahlung mit der Feldstärke konnte bei den Versuchen in Emission bis zu Feldern von 13000 Gauss ermittelt werden, wobei sich zeigte, daß bei der maximal erreichbaren Feldstärke noch 14 Proz. der Anfangsintensität vorhanden sind. Es bleibt daher noch die wichtige Frage zu untersuchen, wie die Intensität im Bereiche höherer Felder als 13000 Gauss verläuft. Da die unverschobene π-Komponente in longitudinaler Richtung nicht zur Ausstrahlung gelangt, so muß es in unserer Versuchsanordnung möglich sein, die Hg-Atome im Resonanzgefäß magnetisch so weit zu verstimmen, daß sie die einfallende Resonanzlinie einer ersten Woodschen Lampe praktisch überhaupt nicht mehr absorbieren und dementsprechend auch nicht remittieren können. Oberhalb einer bestimmten Feldstärke müßte daher die Intensität der Strahlung zu Null herabsinken. Die eben genannte Frage wurde bei den Messungen in Absorption (vgl. später) genau untersucht.

Vor Abschluß der Emissionsversuche in starken Magnetfeldern mußte noch erwogen werden, ob die Inhomogenität des Feldes an der Stelle der Durchbohrung des einen Polschuhs eine merkliche Unschärfe der Zeemankomponenten verursachen konnte. Die Frage wurde rein experimentell auf folgende Weise untersucht: Für den Fall der Messungen mit eisenfreien Spulen war das Magnetfeld an der Stelle der Resonanzlampe sicherlich ausreichend homogen. Es wurden daher die Werte der Intensität, die einmal mit den eisenfreien Spulen, das andere Mal mit dem Weissschen Magneten in genau gleichen Feldern erhalten worden sind, miteinander verglichen. Die Übereinstimmung war innerhalb der Meßfehler eine vollständige. Damit fand diese Frage ihre Erledigung.

Versuche in Absorption

Die Versuche in Absorption zerfallen in zwei Teile. In der ersten Versuchsreihe ist die sekundäre Resonanzlampe im Magnetfeld und das absorbierende Medium außerhalb, in der zweiten wird gerade umgekehrt das Absorptionsgefäß in das Magnetfeld gesetzt, während die Resonanzlampe sich im feldfreien Raume befindet.

1. Die Versuchsanordnung ist in ihren wesentlichen Teilen dieselbe wie bei den Versuchen in Emission. In den Strahlen-

gang zwischen die beiden Linsen L_2 und L_3 (Fig. 1) wird ein Absorptionsrohr A von 11 mm Länge eingesetzt. Dasselbe stand in dauernder Verbindung mit den Luftpumpen und konnte vermittelst eines Schliffes aus dem Strahlengange herausgedreht werden. Das Absorptionsgefäß besteht aus einem an den Enden plangeschliffenen und mit zwei amorphen Quarzplatten verschlossenen Messingrohr. Die beiden Quarzplatten waren mit Picein[1]) aufgekittet. Im Innern befand sich Quecksilberdampf von 0,0013 mm Druck.

Der Reflexionsverlust an den Quarzplatten wurde experimentell ermittelt und ergab sich zu 23 Proz. Sämtliche Messungen in Absorption wurden um diesen Betrag korrigiert.

Das Absorptionsgefäß stand in einer Entfernung von 23 cm vom äußersten Ende des durchbohrten Polschuhes; das magnetische Feld betrug an dieser Stelle maximal 3 Gauss und hatte daher keinerlei meßbaren Einfluß auf die Absorption der Resonanzstrahlung.

Bei den Versuchen mußte aus folgendem Grunde möglichst große Empfindlichkeit der Meßanordnung angestrebt werden: Die Intensität des in die Photozelle gelangenden Resonanzlichtes ist wegen der beträchtlichen Absorption (selektive Absorption) der Strahlung in einer 11 mm langen Schicht sehr stark geschwächt. Wird nun die Resonanzlampe magnetischen Feldern ausgesetzt, so ist es leicht einzusehen, daß bei Änderungen der Feldstärke nur geringe Unterschiede in der vom Absorptionsgefäß durchgelassenen Intensität zu erwarten sind. Denn bei denjenigen Feldstärken, wo die magnetische Aufspaltung eine starke Schwächung der emittierten Intensität bewirkt, ist die Absorption der Strahlung recht klein, dagegen tritt an den Stellen der Intensitätsmaxima der Emission eine entsprechend starke Absorption der Resonanzstrahlung ein. Aus alledem geht hervor, daß bei Variation der magnetischen Feldstärke in der photoelektrischen Zelle nur geringe Unterschiede in der gemessenen Intensität beobachtet[1]) werden; zur genauen Ermittlung derselben gehört möglichst hohe Empfindlichkeit der Meßanordnung. Die Versuche wurden daher mit ungeshuntetem Galvanometer durchgeführt; hierbei war es aber sehr schwierig, zu vollkommen einwandfreien Resultaten zu gelangen, da die Meßapparatur schon für die geringsten Störungen empfänglich war. Auch traten bei unbelichteter Zelle dauernde, vollkommen unregelmäßige Schwankungen des Galvanometers von einigen Skalenteilen auf, dasselbe konnte daher niemals in Ruhe beobachtet werden.[2]) Die Ergebnisse dieser Versuchsreihe sind aus diesem Grunde nur als qualitative zu bewerten. Die in der Photozelle gemessenen Werte, welche die vom Absorptionsrohr durchgelassene Intensität als Funktion der Feldstärke angeben, haben unmittelbar keine anschauliche Bedeutung, da sie nicht allein die Änderung der Absorption mit der Feldstärke anzeigen — wofür man sich eigentlich interessiert —, sondern auch noch die Änderung der als Lichtquelle dienenden sekundären Resonanzlampe im Magnetfeld mitenthalten. Will man zu einer anschaulichen Interpretation dieser Messung gelangen, so muß man bei den Absorptionsversuchen nach dem Vorgehen von Malinowski[3]) die Änderung der Lichtquelle im Magnetfeld dadurch mit berücksichtigen, daß man für eine jede Feldstärke den in Absorption gemessenen Wert[4]) der Intensität I durch den aus der Kurve II entnommenen, zu der gleichen Feldstärke gehörenden Betrag der emittierten Intensität I_0 dividiert und die so entstehenden Werte I/I_0 als Funktion der Feldstärke aufträgt.

---

[1]) Kittung mit weißem Siegellack ergab merkwürdigerweise einen viel zu großen (etwa 40 Proz.) Lichtverlust an den Quarzplatten (theoretischer Wert des Reflexionsverlustes an vier Flächen nach Fresnel 21,8 Proz.). Wodurch die Erhöhung der Absorption bei Verwendung von weißem Siegellack als Kittmaterial herrührt, Abgabe eines absorbierenden Dampfes oder dergleichen, wurde nicht weiter untersucht.

In der Tab. 4 geben wir statt $\frac{I}{I_0}$, $\frac{I}{I_0} \cdot 100$ als Funktion der Feldstärke an.

---

[1]) Diese Unterschiede in der beobachteten Intensität hängen natürlich auch noch von der Länge der absorbierenden Schicht ab.

[2]) Als Ursache derselben, da sie nur bei höchster Empfindlichkeit der Anordnung auftreten, könnte man natürliche Schwankungen in der Elektronenemission, sowie Isolationsschwankungen des Gitters infolge von thermischen Einflüssen vermuten, denen sich bei Belichtung der Photozelle eventuell Stoßschwankungen (Edgar Meyer, Phys. Ztschr. 11. S. 215. 1910; E. Steinke, Ztschr. f. Phys. 38. S. 378. 1926) schwächster Photoströme noch überlagern.

[3]) a. a. O.

[4]) Korrigiert um den Reflexionsverlust an den Quarzplatten.

Tabelle 4

$\mathfrak{H}$	$\frac{I}{I_0} \cdot 100$	$\mathfrak{H}$	$\frac{I}{I_0} \cdot 100$
0	17	5 750	44
250	21	6 500	77
520	43	7 050	96,5
1 050	88	7 500	70
1 325	93	7 700	58
1 500	75	8 250	43
2 200	43	9 000	62
2 500	38	9 500	83
2 800	45	10 000	90,5
3 500	75	10 500	78
4 200	96	11 000	56
4 600	70	11 500	60,5
4 800	49	12 000	69,5
5 250	39	13 000	86

Fig. 8 zeigt uns die Kurve III in Absorption. Sie verläuft im Gebiet von Null bis 13 000 Gauss vollkommen analog zur Kurve II; ihre Minima liegen genau an denselben Stellen wie die Maxima der Kurve II und umgekehrt.

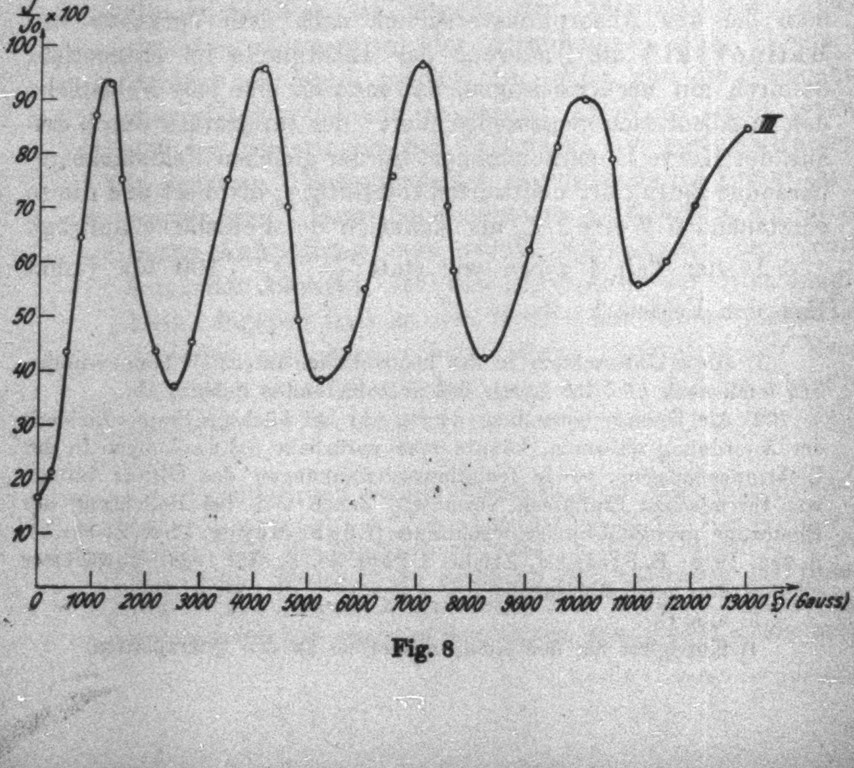


Fig. 8

2. Während die Versuchsreihe 1 eine mehr indirekte Methode zur Untersuchung der Absorptionslinie darstellt, indem man hierzu noch die Änderung der emittierten Intensität im Magnetfeld berücksichtigen und messend verfolgen muß, kann man diese Untersuchungen in der Weise ganz direkt durchführen, daß man das Absorptionsgefäß in das Magnetfeld setzt und die Änderung der absorbierten Intensität der Resonanzstrahlung als Funktion der magnetischen Feldstärke beobachtet. Da sich in dieser Versuchsreihe die als Lichtquelle dienende Resonanzlampe außerhalb des Magnetfeldes befindet, so konnte mit primärer Resonanzstrahlung gearbeitet werden. Die Versuchsanordnung wurde folgendermaßen abgeändert: Das Licht des Quecksilberbogens wird mit einer großen Linse aus amorphem Quarz auf die Resonanzlampe geworfen. Die Fluoreszenzstrahlung wird in senkrechter Richtung zum erregenden Strahl durch eine Quarzlinse parallel gemacht und mit einer weiteren Linse auf die Photozelle fokussiert. Die Entfernung zwischen Resonanzlampe und Photozelle betrug 170 cm. Im Raum zwischen den beiden Linsen befand sich der Weisssche Magnet. Durch die Bohrung seiner beiden Polschuhe hindurch gelangte das Licht der Resonanzlampe in die Photozelle. Zwischen die beiden Polschuhe konnten Absorptionsgefäße eingesetzt werden. In dieser Versuchsreihe gelangten zwei Absorptionsrohre zur Verwendung; das eine war das schon früher gebrauchte von 11 mm Länge, die damit erreichten Felder betrugen maximal 13000 Gauss. Zur Erreichung höherer Felder gelangte noch ein zweites Absorptionsgefäß von 4,2 mm Länge zur Verwendung.

In der Tab. 5 sind die mit dem Absorptionsrohr von 11 mm Länge gemessenen Werte angegeben.

Die Meßreihen sind alle aufeinander umgerechnet und liefern zusammen die Kurve IV (Fig. 9). Diese beweist uns ganz direkt, daß die Absorptionslinie des kalten Dampfes genau dieselbe Struktur haben muß, wie die Emissionslinie in der Woodschen Lampe. An den Stellen maximaler Emission (Kurve II) zeigt sich nämlich nach Kurve IV gleichzeitig eine maximale Absorption der Resonanzstrahlung. (Dasselbe gilt für die Minima der Kurve II und Kurve IV.)

Tabelle 5

$\mathfrak{H}$	I	$\mathfrak{H}$	I	$\mathfrak{H}$	I
0	17	0	17	0	17
210	20	200	19,4	1 184	78
325	28	1 184	73	2 000	58
520	41	2 000	57	4 600	70
840	59	2 500	43	6 800	70
1 070	65	3 500	71,5	7 200	84
1 184	73	4 200	83	7 700	70
2 200	54	4 600	61,5	9 600	88
3 000	48,6	5 500	50,7	10 500	83
5 000	48,6	6 200	75,6	11 200	66
8 150	56	7 100	85	12 200	70
8 600	46,8	7 600	73	12 700	86
9 100	56	8 600	50,7	13 000	90,7
9 600	82	9 500	88		
10 200	90,7	10 200	89,6		

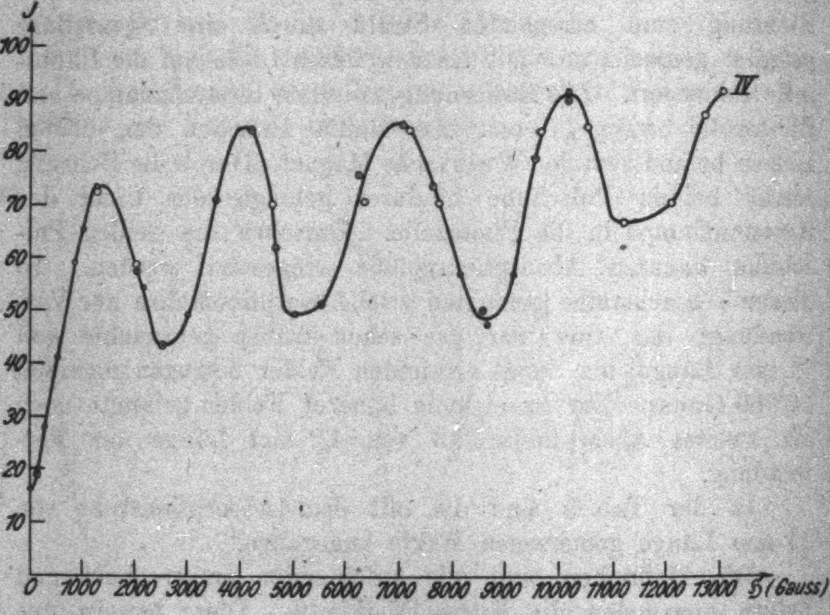


Fig. 9

Dies geht aus folgenden Zahlen deutlich hervor:

Abstand aufeinanderfolgender Maxima der Kurve II in ÅE.:	Abstand aufeinanderfolgender Minima der Kurve IV in ÅE.:
0,0112	0,0114
0,0119	0,0119
0,0135	0,0144
0,0128	0,0121

Wir wollen uns nun der wichtigen Frage zuwenden, wie die Kurve in Absorption oberhalb 13 000 Gauss verläuft. Die Versuche wurden, wie erwähnt, mit dem Absorptionsgefäß von 4,2 mm Länge durchgeführt. Tab. 6 enthält die Meßergebnisse; die Werte erstrecken sich von 10 000 bis 18 000 Gauss.

Tabelle 6

ℌ	*I*	ℌ	*I*
12 600	86	13 600	93
14 700	94	15 800	98
15 800	97	16 500	69
16 800	100		
18 000	100		

In Fig. 10 sind die gemessenen Werte zur Kurve V vereinigt.

Kurve V enthält zwei für uns sehr wichtige Resultate. Einmal beweist sie uns, daß die Resonanzkurve in Absorption

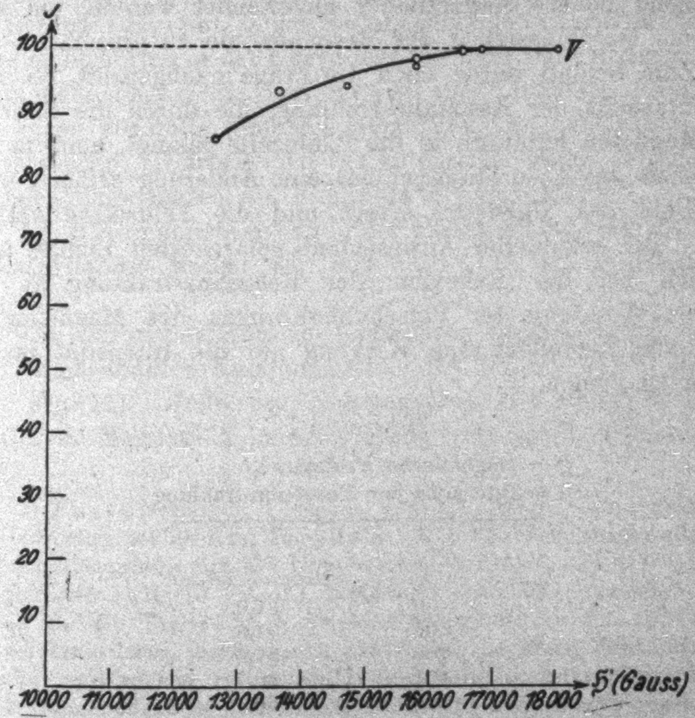


Fig. 10

oberhalb 13 000 Gauss keine weiteren Minima mehr aufweist, woraus mit Sicherheit zu folgern ist, daß auch in der Emissionskurve im ganzen nur 5 Maxima der Intensität auftreten. Weiterhin zeigt sie, daß die Intensität der Resonanzstrahlung im Felde von 17 000 Gaus denselben Wert annimmt (korrigiert um den Reflexionsverlust an den Quarzplatten) wie bei völliger Abwesenheit des Absorptionsgefäßes. Geht man mit der Feldstärke von 17 000 auf 20 000 Gauss, so tritt dabei keinerlei Änderung in der Intensität mehr auf. Die Aufspaltung im Felde von 17 000 Gauss beträgt 0,076 ÅE., es muß also die gesamte wirksame Breite der Linie innerhalb dieses Wellenlängengebietes liegen. Die Größe des Bereiches hängt natürlich noch von der Schichtdicke des absorbierenden Hg-Dampfes ab, da durch Verlängerung der Schicht noch Teile der Linienschwänze merkbar absorbiert werden können, für die eine kürzere Schicht praktisch vollkommen durchlässig ist. Geht man also zu größeren Schichtdicken über, so müssen entsprechend höhere Magnetfelder angewendet werden, um vollständige Durchlässigkeit der Resonanzlinie zu erreichen.

Zum Schluß wurde noch die Frage nachgeprüft, ob etwa die Intensität der Resonanzstrahlung, die durch die Bohrung des Magneten hindurch in die Photozelle gelangt, auch in Abwesenheit des Absorptionsgefäßes eine Änderung erfährt, wenn das Feld des Magneten erregt und die Feldstärke variiert wird. Bei eventueller Anwesenheit polarisierten Lichtes wäre nämlich bei der Reflexion der Resonanzstrahlung an der inneren Wandung der Polschuhbohrungen des Magneten infolge von Kerreffekt eine Wirkung auf die Intensität in Betracht zu ziehen.

Tabelle 7

$\mathfrak{H}$ = magnetische Feldstärke,
I = Intensität der Resonanzstrahlung

$\mathfrak{H}$	I
0	31,0
1 500	31,0
3 200	31,0
10 000	30,7
14 900	30,8
20 000	31,0

Die vollständige Konstanz der Werte I beweist, daß eine Wirkung auf die Intensität der Resonanzstrahlung nicht vorhanden ist.

Diskussion der Resultate

I. Als Erstes behandeln wir die Entstehung der Kurve II (vgl. Fig. 7), da sich hieraus die wesentlichsten Resultate bezüglich der Feinstruktur der Linie ergeben. Der Verlauf der Kurve zeigt ein charakteristisches Anwachsen und Abnehmen der Intensität der Resonanzstrahlung in Funktion der magnetischen Feldstärke. Es folgen hierbei die Stellen maximaler und minimaler Intensität mit großer Regelmäßigkeit aufeinander. Die Entfernungen benachbarter Maxima sind alle nahezu einander gleich und etwa vom Betrage 0,01 ÅE. (Berechnet aus den Feldstärken nach der Triplettaufspaltung $\frac{3}{2}a$.) Bezüglich der Maxima ist noch zu bemerken, daß sie in der Aufeinanderfolge (von kleinen zu großen Feldstärken fortschreitend) stets an Intensität abnehmen. Wie aus den Kurven II und V ersichtlich, treten im ganzen 5 Stellen maximaler Intensität im wirksamen Bereich der Resonanzlinie auf. Die eben angedeuteten charakteristischen Regelmäßigkeiten in der Kurve legen es nahe, die Erklärung ihres Zustandekommens aus dem Schema einer 5-fachen Emissions- und einer ebenfalls 5-fachen gleich gebauten Absorptionslinie zu versuchen. Hierbei wird der Intensitätsverlauf in jeder der 5 Linienkomponenten als Fehlerkurve dargestellt.[1]

Die 5 Komponenten (E_i) in der Emissionslinie der primären Resonanzlampe wollen wir mit 1^e, 2^e, 3^e, 4^e, 5^e bezeichnen (Fig. 11).

Die Absorptionslinie im sekundären Resonanzgefäß sei aus fünf gleichgebauten Komponenten A_i (1^a, 2^a, 3^a, 4^a, 5^a) gebildet (vgl. Fig. 11). Jede der Komponenten der Absorptionslinie spaltet im Magnetfeld in ein Triplett auf; da die Beobachtung parallel zu den Kraftlinien erfolgte, so kommen für unseren Zweck nur die beiden zirkularen Zeemankomponenten in Frage. Dieselben mögen mit 1_1^a 1_2^a, 2_1^a 2_2^a, 3_1^a 3_2^a, 4_1^a 4_2^a, 5_1^a 5_2^a bezeichnet werden. Die Abstände der Linienkomponenten (E_i, A_i) wählen wir alle nahezu gleich 0,01 ÅE. (Bei starker Verschiedenheit derselben könnten Maxima und Minima der Kurve II nicht in regelmäßigen Abständen von nahezu 0,01 ÅE. aufeinanderfolgen.) Auch wollen wir ihre Intensitäten nahezu gleich voraussetzen. (Dies ergibt sich aus der ziemlich regelmäßigen Abnahme der Intensität aufeinanderfolgender Maxima in der Kurve II.)

---

[1] Als verbreiternde Ursachen kommen, wegen des kleinen Hg-Dampfdruckes bei niederer Temperatur, in der Resonanzlampe allein die Strahlungsdämpfung und der Dopplereffekt in Frage. Bei 20° C ist die Dopplerbreite ($1,10 \cdot 10^{-3}$ Å.-E.) der Hg-Resonanzlinie ungefähr 20 mal größer als die Breite durch Strahlungsdämpfung ($\sim 0,5 \cdot 10^{-4}$ Å.-E.), letztere kann daher, insofern man sich in der Umgebung der Linienmitte befindet, vollkommen vernachlässigt werden. Die Intensitätsverteilung durch Dopplereffekt ist bekanntlich durch eine Fehlerkurve gegeben.

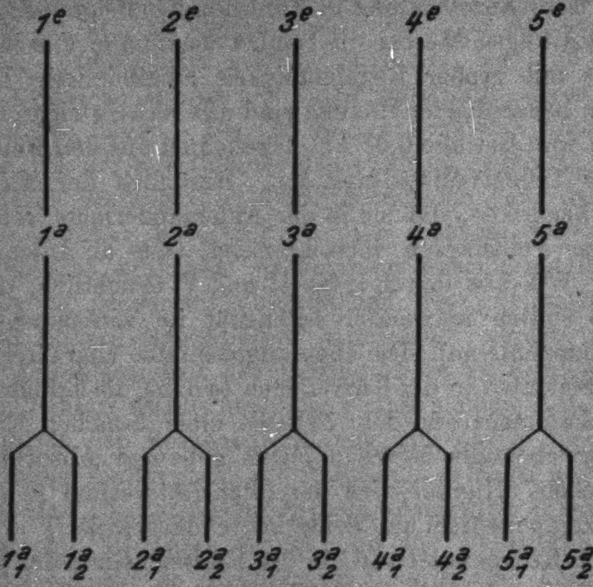


Fig. 11

Die Entstehung der Kurve II läßt sich aus dem eben angedeuteten Bilde der Feinstruktur folgendermaßen herleiten: Im Felde Null fallen alle Komponenten E_i genau mit den A_i zusammen, daher wird aus der primären Resonanzstrahlung ein Maximum an Energie aufgenommen. Dieselbe wird allseits ausgestrahlt und ergibt so das I. Maximum der Intensität. Im Felde von 1275 Gauss beträgt die magnetische Aufspaltung 0,0056 ÅE., es fallen die A_i mitten zwischen die Emissionskomponenten E_i hinein, daher ist die Energieaufnahme der Resonanzlampe ein

Minimum. Die Kurve II besitzt an dieser Stelle das I. Minimum der Intensität. Das II. Maximum liegt bei einer Feldstärke von 2500 Gauss; derselben entspricht eine Aufspaltung der Δ_i von 0,011 ÅE. Daher fällt nach dem Schema der Fig. 11 1^e auf die Zeemankomponente 2_1^a, ebenso fällt 2^e auf die Komponente 1_2^a und 3_1^a, 3^e auf 2_2^a und 4_1^a usf. Nur die beiden äußersten Zeemankomponenten 1_1^a und 5_2^a rücken aus dem Bereich der Emissionslinie heraus und treten daher nicht in Wirksamkeit. Im ganzen fallen 5 Emissionslinien auf 8 absorbierende Zeemankomponenten, und zwar die 3 inneren auf je 2, die beiden äußeren auf je 1 Zeemanlinie. Aus dem eben Gesagten geht hervor, daß die Zunahme der Intensität der Resonanzstrahlung bei der Feldstärke von 2500 Gauss dadurch entsteht, daß die magnetische Aufspaltung die Größe der Komponentenabstände der Linie erreicht. Genau nach dem angegebenen Schema kann der weitere Verlauf der Kurve II erklärt werden. Daß dabei im ganzen 5 Maxima der Intensität auftreten, ergibt sich aus unserem Feinstrukturbilde sehr einfach, da nach dem Erreichen des V. Maximums (11000 Gauss) die Aufspaltung der absorbierenden Zeemankomponenten derart groß wird (0,049 ÅE.), daß sie außerhalb des Bereichs der erregenden Emissionslinie fallen.

Würde die Resonanzlinie aus 5 äquidistanten, vollkommen gleich intensiven Linien bestehen, so müßten sich die Intensitäten der aufeinanderfolgenden Maxima in der Kurve zueinander verhalten wie 10 : 8 : 6 : 4 : 2; denn im I. Maximum fallen 5 Emissionslinien auf 10, im II. Maximum auf 8, im III. auf 6, im IV. auf 4, im V. auf 2 Zeemanlinien. In Wirklichkeit stehen die Maxima im Verhältnis 10 : 6,5 : 5,4 : 3,6 : 2,3. Hierin, sowie in den Ungleichheiten ihrer Entfernungen äußert sich deutlich die Verschiedenheit in der Intensität und in den Abständen der Feinstrukturkomponenten.

Zusammenfassend können wir feststellen, daß die Kurve II sich aus dem Bilde von fünf annähernd gleich intensiven Komponenten mit nahezu gleichen Abständen von 0,01 ÅE. befriedigend aufbauen läßt. Unser Bild deckt sich daher qualitativ vollständig mit der Woodschen Struktur. Damit glauben wir mit genügender Sicherheit nachgewiesen zu haben, daß die von einer Resonanzlampe emittierte sehr scharfe Linie die gleiche Feinstruktur besitzen muß, wie die Emissionslinie des Hg-Bogens nach Wood.

Die exakte Verteilung der Intensität in der Resonanzlinie aus der Kurve II zu ermitteln, ist uns nicht gelungen. Es zeigte sich nämlich, daß eine Fourieranalyse der Kurve zwar möglich ist, dieselbe führt aber nur unter der Annahme symmetrischer Verteilung der 5 Linienkomponenten zu einer genauen Bestimmung der Fourierkoeffizienten. Diese Annahme steht nach den Messungen von Wood mit den Tatsachen in Widerspruch, daher könnte die Fourierzerlegung kein wahres Bild der Linie geben.

Will man die Verhältnisse in der Kurve II nach ihrer quantitativen Seite hin überblicken, so kann man folgendermaßen vorgehen: Man zeichnet sich als Emissionslinie 5 Fehlerkurven mit der durch den Dopplereffekt gegebenen Halbwertbreite in Entfernungen, die genau den Woodschen Komponentenabständen entsprechen, und verschiebt nach dem Schema der magnetischen Aufspaltung $\frac{4}{3}a$ die 10 gleichgebauten Zeemanlinien in Absorption. Auf diese Weise erhält man eine Übersicht, wie sich die Intensität der Resonanzstrahlung nach dem Woodschen Feinstrukturbilde an den Stellen der Maxima und Minima in der Kurve II verhalten müßte. Während sich hierbei für die Intensität der Maxima durchaus vernünftige Werte ergeben, zeigt sich schon auf den ersten Blick, daß unser Schema der 5 Dopplerkurven an den Stellen der Minima zu ganz falschen Werten der Intensität führt. Bei einer Aufspaltung von 0,0056 ÅE. (I. Minimum) fallen die absorbierenden Zeemanlinien mit ihrer gesamten wirksamen Dopplerbreite mitten zwischen die Dopplerlinien in Emission hinein, und es könnte daher die Intensität der Resonanzstrahlung an dieser Stelle der Kurve, bei Berücksichtigung der endlichen Dicke von emittierender und absorbierender Schicht sowie der Wirksamkeit der natürlichen Linienbreite neben derjenigen durch Dopplereffekt, höchstens einige Prozent von der Intensität im Felde Null betragen. Statt dessen ergibt der experimentelle Befund einen Wert von 30 Proz. Ein ähnliches Verhalten der Intensität wiederholt sich an den Stellen der anderen Minima. Auf die Frage, ob die Ursache für diese Diskrepanz darin zu suchen ist, daß unsere Annahmen bezüglich der Breite oder Zeemanaufspaltung der Linienkomponenten, die sich in anderen Punkten vollkommen bewährt haben, nicht ganz zutreffend sind oder vielleicht in einer Abweichung von der Woodschen Linienstruktur ihre Erklärung findet, wollen wir noch in anderem Zusammenhang zurückkommen. Jedenfalls zeigt sich aus unserem Bilde, daß die Ungleichheit in den Abständen, wie sie Wood angibt, nicht ausreicht, um die Werte der Intensität an den Stellen der Minima befriedigend erklären zu können.

Unsere Betrachtungen über die Entstehungsart der Kurve II zeigen eindeutig, daß man hieraus nur unter der Annahme, daß die Triplettaufspaltung $\frac{3}{2}a$ für alle Komponenten der Linie Gültigkeit besitzt, zu einer Feinstruktur der Resonanzlinie gelangen kann, die mit Woods Untersuchungen in Einklang steht. Der sicherste Beweis für die Richtigkeit dieser Annahme scheint uns in der Tatsache zu liegen, daß für die Entfernungen der Maxima, die eine Art mittleren Abstand der nahezu äquidistanten Komponenten repräsentieren, nach der Aufspaltung $\frac{3}{2}a$ in Wellenlängeneinheiten berechnet, sich tatsächlich Werte ergeben (0,0112, 0,0119, 0,0135, 0,0128 ÅE.), die mit den Woodschen Komponentenabständen die erwartete Übereinstimmung zeigen. Von einer magnetischen Umwandlung des Feinstrukturbildes analog dem Paschen-Backeffekt[1]) ist bis zu Feldstärken von 13000 Gauss nichts zu bemerken. Dieselbe müßte, wenn sie vorhanden wäre, schon bei 1100 Gauss ihren Anfang nehmen, da hier die aufgespalteten Komponenten sich zu überlagern beginnen, und die Erfahrung zeigt, daß dann gegenseitige Beeinflussung erfolgt. Oberhalb 2500 Gauss (Aufspaltung 0,011 ÅE.) müßte dies zu einer vollständigen Änderung der Struktur geführt haben, die mit dem regelmäßigen Verlauf (Bildung von drei nahezu äquidistanten Maxima und Minima), die unsere Kurve oberhalb dieser Feldstärke zeigt, vollkommen unvereinbar ist. Es müßte als außerordentlicher Zufall bezeichnet werden, wenn sich Zahl und Abstände der Maxima trotz des Vorhandenseins eines Paschen-Backeffektes auf so einfache Weise aus dem Woodschen Feinstrukturbilde berechnen ließen.

Wir wenden uns nun der Entstehung der Kurven III und IV zu. Die Bedingungen, unter denen sie entstanden sind, entsprechen genau denjenigen, die für Kurve II maßgebend sind.

---

[1]) F. Paschen u. E. Back, Ann. d. Phys. **39**. S. 897. 1912 und **40**. S. 960. 1913.

Sie lassen sich daher nach demselben Schema gegenseitiger Verschiebung von Emissions- und Absorptionslinien behandeln.

Im Falle der Kurve IV sind die 5 Emissionslinien der primären Resonanzstrahlung fest vorgegeben, denen gegenüber die magnetisch verstimmten Absorptionslinien des absorbierenden Mediums verschoben werden. Die Verhältnisse sind daher analoge wie bei der Entstehung von Kurve II. Der einzige Unterschied besteht darin, daß wir uns hier für die Änderung der Absorption als Funktion der Verstimmung interessieren, während in Kurve II die Änderung der Emission beobachtet wurde. Die beiden Kurven ergänzen sich gegenseitig, erstere mißt die durchgegangene, letztere die absorbierte Intensität der auf die Resonanzlampe fallenden primären Resonanzstrahlung. Ihr Verlauf beweist sehr schön, daß sich Absorption und Emission der Resonanzstrahlung im verdünnten Hg-Dampf vollkommen analog verhalten, indem die Stellen maximaler Absorption (Kurve IV) sich genau mit denjenigen maximaler Emission (Kurve II) decken; dasselbe gilt für die Stellen der minimalen Absorption.

Für den Fall der Entstehung von Kurve III werden die Zeemankomponenten der aufgespaltenen Emissionslinie gegenüber den festen Komponenten der Absorptionslinie verschoben und die absorbierte Energie als Funktion der Verschiebung aufgenommen. Die Kurve III zeigt denselben Bau in bezug auf Maxima und Minima wie Kurve IV, dies beweist, daß für die Resonanzstrahlung sich emittierendes und absorbierendes Medium gegenüber magnetischen Verstimmungen vollkommen gleich verhalten, worin sich von neuem die Gleichheit der Struktur von Emissions- und Absorptionslinie bestätigt.

Zur Vervollständigung der Kurve IV, die bis zu Feldern von 13000 Gauss reicht, wurde Kurve V aufgenommen. Diese zeigt einen monotonen Abfall der Absorption im Gebiet von 0,056—0,076 ÅE. Im Felde von 17000 Gauss ist die Absorption zu Null herabgesunken, es befinden sich daher alle absorbierenden Zeemankomponenten außerhalb des wirksamen Bereichs der Emissionslinie. Bemerkenswert scheint uns die außerordentlich langsame Abnahme der Absorption am Rande der Resonanzlinie, die noch in großer Entfernung (mehr als 0,01 ÅE.) von den beiden äußersten Feinstrukturkomponenten meßbare Beträge der absorbierten Energie aufweist. Leider läßt sich über dieses Randgebiet der Linie nichts Sicheres aussagen, da man keine Anhaltspunkte dafür hat, ob für die in Frage stehenden magnetischen Feldstärken (13000 bis 17000 Gauss) die Zeemanaufspaltung des Feinstrukturbildes vom selben einfachen Typus ist, als im Gebiet bis 13000 Gauss.

II. Bei der Besprechung der experimentellen Ergebnisse haben uns bisher hauptsächlich Fragen der Struktur und Zeemanaufspaltung der Resonanzlinie beschäftigt, wobei die wesentlichsten Resultate aus Lage und Intensität der Maxima und Minima in den Kurven erhalten worden sind. Wenn wir nun im folgenden unser Interesse dem genauen Verlauf der Intensität in den Kurven zuwenden, so soll dies vornehmlich aus dem Grunde geschehen, weil sich darin die verbreiternden Ursachen, denen die Linie unterworfen ist, in charakteristischer Weise äußern. Der quantitativen Rechnung ist allerdings nur der erste Teil der Kurven bis ungefähr 700 Gauss zugänglich, da bei höheren Feldstärken (größeren Aufspaltungen) durch das Übereinandergreifen der Zeemanlinien die Verhältnisse außerordentlich kompliziert werden. Dagegen ist bis zu der genannten Feldstärke die Bedingung erfüllt, daß die aufgespaltenen Zeemanlinien jeweils im Bereich derjenigen Komponente sich befinden, aus der sie im Felde Null hervorgegangen sind. Da im Longitudinaleffekt die Aufspaltung aller Komponenten gleich ist, so kann bis 700 Gauss von der Feinstruktur der Resonanzlinie abgesehen werden und die Rechnung mit dem Schema einer einfachen Emissions- und Absorptionslinie durchgeführt werden. Die gemessenen Werte, die jeweils das Verhältnis der Intensität im Magnetfeld zu dem im Felde Null angeben, können ebensogut auf eine Einfachlinie bezogen werden, wie auf den Komplex der fünf Komponenten. Zur quantitativen Auswertung wählen wir den Fall, daß sich die Resonanzlampe außerhalb des Feldes befindet, während das Absorptionsgefäß verschieden starken magnetischen Feldern ausgesetzt ist. Eine Berechnung der selektiven Absorption im Magnetfeld ist von Malinowski[1]) durchgeführt worden und zwar für das Schema einer Emissionslinie, die im Magnetfeld aufspaltet und gegenüber einer gleichgebauten Absorptionslinie verschoben wird. (Der umgekehrte Fall wie der von uns betrachtete.) Hierbei hat **Malinowski** die verbreiternde Wirkung, die die Dicke der emittierenden Schicht auf Form und Breite der Emissionslinie ausübt, nicht direkt berücksichtigt, ein Punkt, in dem unsere Rechnung von der **Malinowskischen** abweicht.

---

[1]) A. v. Malinowski, a. a. O.

Zur Durchführung der Rechnung führen wir von vornherein die Annahme ein, daß Gestalt und Breite der Emissions- und Absorptionslinie allein durch den Dopplereffekt gegeben ist. Danach ist die Intensitätsverteilung in der Emissionslinie einer unendlich dünnen Schicht nach Lord **Rayleigh**[1]) durch folgende Formel gegeben[2]):

$$(1) \qquad I_\lambda = I_{\lambda_0} \cdot e^{-\ln 2\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda}\right)^2},$$

wobei I_λ die Intensität der Wellenlänge λ, I_{λ_0} die Intensität in der Mitte der Linie, und $\Delta\lambda$ die Halbwertsbreite durch Dopplereffekt bedeutet. Diese ist durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$\Delta\lambda = 3{,}581 \cdot 10^{-7} \cdot \lambda_0 \sqrt{\frac{T}{M}},$$

hierin ist λ_0 der Ort der Spektrallinie, T die absolute Temperatur und M das Molekulargewicht des betrachteten Gases. Für die Linie 2536,7 ÅE. des Quecksilbers beträgt bei 20° C die theoretische Dopplerbreite $1{,}10 \times 10^{-3}$ ÅE.

Beim Übergang zur endlichen Dicke der emittierenden Schicht ändert sich die Verteilung (1), und wird nach **Malinowski** durch folgende Reihenentwicklung dargestellt:

$$(2) \qquad I'_{\lambda,l} = I_{\lambda_0} \cdot l \cdot e^{-\ln 2\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda}\right)^2} \left[1 - \frac{k_{\lambda_0} \cdot l}{1 \cdot 2}\, e^{-\ln 2\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda}\right)^2} + \cdots\right],$$

wo k_{λ_0} den maximalen Absorptionskoeffizienten in der Absorptionslinie der Resonanzlampe bedeutet, und l die Dicke der emittierenden Schicht ist. Der Faktor vor der Klammer ist die ideale **Rayleighsche** Verteilung, während die Klammer die Reihenentwicklung einer Korrektion im Falle der emittierenden Schichtdicke l enthält.

In aller Strenge müßte man für die Intensitätsverteilung der auf das Absorptionsgefäß auffallenden Linie die Verteilung (2) einsetzen. Im Falle dünner emittierender Schichten ist jedoch folgende Näherung vollständig ausreichend: Da die Verteilung (2) für kleine l sehr annähernd die Form einer Fehlerkurve besitzt, so können wir sie durch eine solche ersetzen, wobei die Halbwertbreite derselben nicht die Größe $\Delta\lambda$, sondern den veränderten Wert aus Verteilung (2) haben soll. Die emittierende Schichtdicke beträgt für unseren Fall 0,5 cm. Aus einer graphischen Interpolation bei Aufzeichnung der Verteilung (2) ergab sich als Halbwertbreite derselben $1{,}35 \times 10^{-3}$ ÅE.[1]), die Verbreiterung gegenüber der idealen Rayleighverteilung (1) beträgt $0{,}25 \cdot 10^{-3}$ ÅE. Wir können daher die Intensitätsverteilung in der Emissionslinie der primären Resonanzlampe in folgender Form schreiben:

---

[1]) Lord **Rayleigh**, Phil. Mag. (5) 27. S. 298. 1889.

[2]) Dieselbe schreiben wir in der von **W. Orthmann**, Ann. d. Phys. 78. S. 601. 1925, angegebenen Form.

$$I_\lambda = I_{\lambda_0} \cdot e^{-\ln 2\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda_1}\right)^2}, \tag{3}$$

wobei $\Delta\lambda_1 = 1{,}35 \cdot 10^{-3}$ ÅE. ist.

Die Wellenlängenabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten einer unendlich dünnen Schicht ist, da als alleinige wirksame verbreiternde Ursache der Dopplereffekt in Frage kommt, durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$k_\lambda = k_{\lambda_0} \cdot e^{-\ln 2\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda}\right)^2}.$$

In der Formel bedeutet k_λ den Absorptionskoeffizienten der Wellenlänge λ, k_{λ_0} den maximalen Absorptionskoeffizienten in der Mitte der Linie, und $\Delta\lambda$ die Halbwertbreite durch Dopplereffekt bei 20° C ($1{,}10 \cdot 10^{-3}$ ÅE.). Im Longitudinaleffekt spaltet die Absorptionslinie in ein Dublett auf, wobei der Absorptionskoeffizient jeder der aufgespaltenen Linien in der Mitte den Wert $k_{\lambda_0}/2$ besitzt; an irgendeiner Stelle λ' ist derselbe gegeben durch:

$$k_{\lambda'} = \frac{k_{\lambda_0}}{2} \cdot e^{-\ln 2\left(\frac{\lambda'-\lambda_0}{\Delta\lambda}\right)^2}. \tag{4}$$

---

[1]) Bei der quantitativen Berechnung der Verteilung der Intensität in der Linie nach Formel (2) wurde der Wert des maximalen Absorptionskoeffizienten k_{λ_0} von **Malinowski** zu 3,11 übernommen; da dieser Wert nicht vollkommen zuverlässig ist (vgl. später), so entsteht hierdurch eine kleine Ungenauigkeit in der Größe der ermittelten Halbwertbreite $1{,}35 \cdot 10^{-3}$ ÅE; diese ist jedoch so gering, daß sie in unserer Näherungsrechnung nicht berücksichtigt zu werden brauchte.

In Fig. 12 stellt die Fehlerkurve F, die nach Formel (3) gezeichnete Emissionslinie dar, während F_1 und F_2 nach Formel (4) entstanden sind. (Die Ordinaten der Kurven F, sowie F_1 und F_2 sind in willkürlichem Maßstab gezeichnet.) λ_a bedeutet die Aufspaltung der Absorptionslinie im Magnetfeld, sie ist in Fig. 12 als Entfernung der Maximalintensitäten von F und F_2 angegeben.

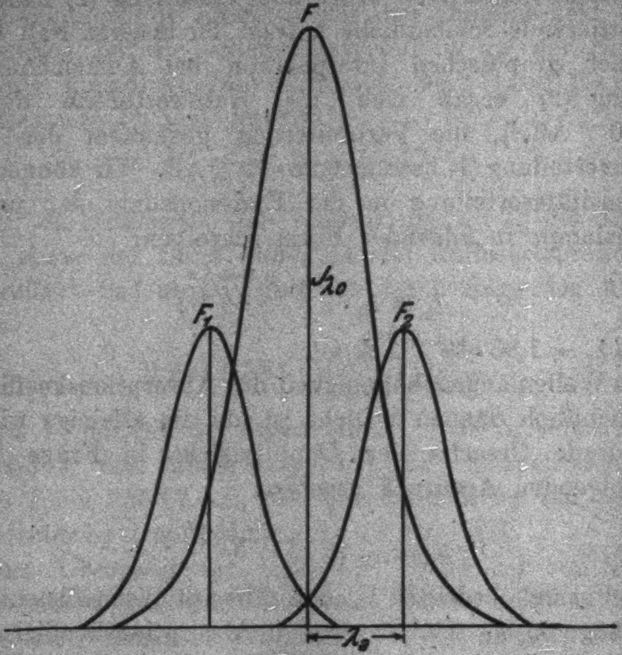


Fig. 12

Beziehen wir die Wellenlängenverteilung der Absorptionskoeffizienten der aufgespaltenen Linien auf den Koordinatenanfang der Emissionslinie F, indem wir $\lambda' = \lambda - \lambda_a$ setzen, so erhalten wir statt (4):

$$k_\lambda = \frac{k_{\lambda_0}}{2} \cdot e^{-\ln 2\left(\frac{\lambda-\lambda_0-\lambda_a}{\Delta\lambda}\right)^2}. \tag{5}$$

Beim Durchgang durch die absorbierende Schicht dl ist die Schwächung der Intensität I_λ durch die beiden absorbierenden Zeemanlinien gleich:

$$d I_\lambda = I_\lambda \left(k_\lambda^{F_1} + k_\lambda^{F_2}\right) \cdot d l,$$

wobei mit $k_\lambda^{F_1}$ und $k_\lambda^{F_2}$ die Absorptionskoeffizienten der Zeemankomponenten F_1 und F_2 (Fig. 12) bezeichnet sein mögen, und zwar für die Wellenlänge λ der Emissionslinie. Die umständliche Rechnung mit zwei Absorptionslinien (F_1 und F_2) kann für unseren Fall sehr einfach dadurch umgangen werden, daß in der unendlich dünnen Schicht die beiden symmetrisch zur Emissionslinie aufgespaltenen, gleich intensiven Zeemankomponenten durch eine einzige Absorptionslinie ersetzt werden, deren Abstand von der Mitte der Emissionslinie λ_a ist und die für jede Wellenlänge λ den doppelten Absorptionskoeffizienten besitzt, wie jede der beiden absorbierenden Zeemanlinien. Für die neu eingeführte Absorptionslinie ergibt sich an der Stelle λ der Absorptionskoeffizient aus dem Ausdruck (5) zu:

$$2 k_\lambda = 2 \frac{k_{\lambda_0}}{2} \cdot e^{-\ln 2 \left(\frac{\lambda - \lambda_0 - \lambda_a}{\Delta \lambda} \right)^2}.$$

Hierdurch erhalten wir für die Schwächung der Intensität I_λ in der Schicht dl:

$$d I_\lambda = 2 \cdot k_\lambda \cdot I_\lambda \cdot d l = 2 \cdot \frac{k_{\lambda_0}}{2} \cdot e^{-\ln 2 \left(\frac{\lambda - \lambda_0 - \lambda_a}{\Delta \lambda} \right)^2} \cdot I_\lambda d l.$$

Daraus folgt durch Integration, wenn I_λ^l die Intensität der Wellenlänge λ bezeichnet, die nach dem Durchgang durch die Dicke l aus dem Absorptionsgefäß austritt:

$$I_\lambda^l = I_\lambda^0 \cdot e^{-2 k_\lambda \cdot l} = I_\lambda^0 \cdot e^{-l \cdot k_{\lambda_0} \cdot e^{-\ln 2 \left(\frac{\lambda - \lambda_0 - \lambda_a}{\Delta \lambda} \right)^2}},$$

dabei bedeutet I_λ^0 die Intensität der Wellenlänge λ für $l = 0$. Führt man statt I_λ^0 die Intensität $I_{\lambda_0}^0$ in der Mitte der auffallenden Linie ein, so ergibt sich:

$$I_\lambda^l = I_{\lambda_0}^0 e^{-\ln 2 \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta \lambda_1} \right)^2} \cdot e^{-l k_{\lambda_0} \cdot e^{-\ln 2 \left(\frac{\lambda - \lambda_0 - \lambda_a}{\Delta \lambda} \right)}}. \tag{6}$$

Die Gesamtintensität des durch die Schicht l hindurchgehenden Lichtes findet man hieraus:

$$\left\{ \begin{aligned} I^l = \int_{-\infty}^{+\infty} I_\lambda^l \cdot d\lambda = I_{\lambda_a}^0 \int_{-\infty}^{+\infty} & e^{-\ln 2 \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta \lambda_1} \right)^2} \\ & \cdot e^{-l k_{\lambda_0} \cdot e^{-\ln 2 \left(\frac{\lambda - \lambda_a - \lambda_0}{-\Delta \lambda} \right)}} d\lambda. \end{aligned} \right. \tag{7}$$

Zur Auswertung des Integrals entwickelt man den zweiten Faktor unter dem Integralzeichen in eine Reihe:

$$e^{-l k_{\lambda_0}\cdot e^{-\ln 2\left(\frac{\lambda-\lambda_0-\lambda_a}{\Delta\lambda}\right)^2}}$$
$$= 1 - \frac{k_{\lambda_0} l}{1!}\cdot e^{-\ln 2\left(\frac{\lambda-\lambda_0-\lambda_a}{\Delta\lambda}\right)^2} + \frac{k_{\lambda_0}^2 l^2}{2!}\cdot e^{-\ln 2\left(\frac{\lambda-\lambda_0-\lambda_a}{\Delta\lambda}\right)^2} \mp \cdots$$

Führen wir die Multiplikation in (7) aus und integrieren gliedweise, was wegen der gleichmäßigen Konvergenz der Reihe der Exponentialfunktion erlaubt ist, so erhalten wir:

$$I^l = I^0_{\lambda_0}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\ln 2\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda_1}\right)^2}\cdot d\lambda - I^0_{\lambda_0}\cdot\frac{k_{\lambda_0}\cdot l}{1!}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\ln 2\left[\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda_1}\right)^2+\left(\frac{\lambda-\lambda_0-\lambda_a}{\Delta\lambda}\right)^2\right]}$$
$$\cdot d\lambda + \cdots + I^0_{\lambda_0}\cdot\frac{(-1)^n k_{\lambda_0}^n l^n}{n!}\cdot\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\ln 2\left[\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda_1}\right)^2+n\left(\frac{\lambda-\lambda_0-\lambda_a}{\Delta\lambda}\right)^2\right]} d\lambda.$$

Die Integrale lassen sich einzeln auf Laplacesche Integrale reduzieren. Ihre Auswertung ergibt:

$$I^l = I^0_{\lambda_0}\cdot\sqrt{\pi}\cdot\frac{\Delta\lambda_1}{\sqrt{\ln 2}}\left\{1 - \frac{k_{\lambda_0}\cdot l}{1!\sqrt{1+\left(\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda}\right)^2}}\cdot e^{-\frac{\ln 2}{\Delta\lambda^2}\cdot\frac{1}{1+\left(\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda}\right)^2}\cdot\lambda_a^2}\right.$$
$$\left. + \cdots + \frac{(-1)^n k_{\lambda_0}^n l^n}{n!\sqrt{1+n\left(\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda}\right)^2}}\cdot e^{-n\cdot\frac{\ln 2}{\Delta\lambda^2}\cdot\frac{1}{1+n\left(\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda}\right)^2}\cdot\lambda_a^2}\right\}$$

Die Intensität des auf das Absorptionsgefäß auffallenden Lichtes ist gegeben durch:

$$I^0 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} I^0_\lambda\cdot d\lambda = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} I^0_{\lambda_0}\cdot e^{-\ln 2\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda_1}\right)^2}\cdot d\lambda = I^0_{\lambda_0}\cdot\frac{\Delta\lambda_1}{\sqrt{\ln 2}}\cdot\sqrt{\pi}\,.$$

Das Verhältnis von durchgehendem zu einfallendem Licht ergibt sich daher zu:

$$(8)\quad\left\{\begin{aligned} \frac{I^l}{I^0} &= 1 - \frac{k_{\lambda_0}\cdot l}{1!\sqrt{1+\left(\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda}\right)^2}}\cdot e^{\frac{-\ln 2}{\Delta\lambda^2}\cdot\frac{1}{1+\left(\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda}\right)^2}\cdot\lambda_a^2} + \cdots \\ &\quad + \frac{(-1)^n k_{\lambda_0}^n l^n}{n!\sqrt{1+n\left(\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda}\right)^2}}\cdot e^{-n\cdot\frac{\ln 2}{\Delta\lambda^2}\cdot\frac{1}{1+n\left(\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda}\right)^2}\cdot\lambda_a^2}\end{aligned}\right.$$

Der Ausdruck (8) ist unsere Endformel für die selektive Absorption im Magnetfeld. Zur numerischen Berechnung sind alle Größen bis auf den maximalen Absorptionskoeffizienten k_{λ_0} bekannt. Derselbe wurde von Malinowski durch Absorptionsmessungen in sehr dünnen Schichten bestimmt und ergab sich zu 3,11. Jedoch scheint uns dieser Wert aus mehreren Gründen nicht ganz zuverlässig. Durch die schon früher erwähnte Ungenauigkeit, daß für die auf das Absorptionsgefäß auffallende Linie die ideale Rayleighsche Intensitätsverteilung vorausgesetzt war, würden sich bei Malinowski die gemessenen Werte der Absorption mit einem kleineren k_{λ_0} darstellen lassen als es der Wirklichkeit entspricht. Ein weiterer wichtiger Umstand, der möglicherweise zu einem kleineren Wert von k_{λ_0} als 3,11 führen kann und von Malinowski nicht berücksichtigt wurde, ist folgender: Bei Absorptionsmessungen von Resonanzstrahlung mit der Photozelle muß darauf sorgfältig geachtet werden, daß das Absorptionsgefäß nicht nahe an die Photozelle zu liegen kommt, sonst gelangt außer dem direkt durchgehenden Licht der Lichtquelle auch noch eine beträchtliche Menge zerstreuten Resonanzlichtes in die Zelle. Der prozentuale Beitrag hiervon zur Absorption berechnet sich in erster Näherung aus dem Verhältnis der Photozellenöffnung zur Kugeloberfläche $4r^2\pi$, wobei r die Entfernung zwischen Absorptionsgefäß und Photozelle bedeutet. Aus der Beschreibung und Skizze, die Malinowski von seiner Versuchsanordnung angibt, geht wohl mit Sicherheit hervor, daß sein Absorptionsgefäß nur durch eine Blende von der photoelektrischen Zelle getrennt war, wobei die Entfernung Zelle–Absorptionsgefäß höchstens einige Zentimeter betragen konnte. Da in diesem Falle ein beträchtlicher Bruchteil des in der Photozelle gemessenen Intensitätswertes durch Zerstreuung hervorgerufen wird, so ergeben sich für k_{λ_0} aus der Malinowskischen Rechnung durchwegs zu kleine Werte.

Neuere Bestimmungen von k_{λ_0} sind von W. Orthmann[1]) durchgeführt worden und zwar für verschiedene Hg-Dampfdrucke. Für den Sättigungsdruck bei 20° C findet er $k_{\lambda_0} = 3{,}15$. In den Orthmannschen Berechnungen der Absorption wird die Dicke der emittierenden Schicht nicht berücksichtigt, allerdings besitzt die bei seinen Messungen verwendete Emissionslinie sehr annähernd die ideale **Rayleigh**sche Verteilung der Intensität, da er mit Oberflächenresonanz arbeitet. Um die Frage zu entscheiden, ob bei **Orthmanns** Versuchen neben der Absorption noch die Zerstreuung in Frage kommt, müßte man in seiner Anordnung die Entfernung zwischen Absorptionsgefäß und derjenigen Linse, die das Licht auf die Photozelle fokussiert, genau kennen. Da **Orthmann** hierüber keine Angaben macht, so können natürlich seine k_{λ_0}-Bestimmungen nicht von vornherein als ungenau angesehen werden. Wir weisen jedoch darauf hin, daß hier jedenfalls die Möglichkeit einer Fehlerquelle bestehen kann, die in der Arbeit scheinbar nicht berücksichtigt wurde.

---

[1]) W. Orthmann, Ann. d. Phys. 78. S. 601. 1925.

Den sichersten Weg, zu einem zuverlässigen Wert des maximalen Absorptionskoeffizienten k_{λ_0} zu gelangen, bieten nach alledem die von uns selbst durchgeführten Absorptionsmessungen. Die Entfernung zwischen Absorptionsgefäß A und Linse L_2 (Fig. 1) beträgt in unserer Versuchsanordnung 50 cm, der Durchmesser der Linse L_2 4 cm. Daher gelangt vom Absorptionsgefäß weniger als 1 Promille der absorbierten Energie als zerstreutes Licht in die Photozelle. Zur Berechnung von k_{λ_0} setzen wir in Formel (8) die Aufspaltung $\lambda_a = 0$, betrachten daher die Absorption im Felde Null. Hierfür ergibt sich folgender Ausdruck:[1])

$$\frac{I}{I_0} = 1 - \frac{k_{\lambda_0} \cdot l}{1!\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda}\right)^2}} + \ldots + \frac{(-1)^n k_{\lambda_0}^{\,n} l^n}{n!\sqrt{1 + n\left(\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda}\right)^2}} \tag{9}$$

Für unsern Fall ist:

$$\Delta\lambda_1 = 1{,}35 \cdot 10^{-3}\ \text{ÅE}.$$
$$\Delta\lambda = 1{,}10 \cdot 10^{-3}\ \text{ÅE}.$$

Die gemessene Absorption in einem Gefäß von 1,1 cm Länge beträgt 83,0 Proz. Man sucht daher aus Formel (7) einen Wert von k_{λ_0} zu bestimmen, der zum experimentellen Betrag von 83,0 Proz. führt. Wegen der langsamen Konvergenz muß die Reihe hierbei bis zum 13. Gliede fortgesetzt werden. Um schneller zum Ziele zu gelangen, wurde als erstes die Absorption mit dem **Malinowski**schen Wert von $k_{\lambda_0} = 3{,}11$ berechnet. Es ergab sich hierfür 79,4 Proz., während das Experiment, wie erwähnt, 83,0 Proz. ergibt. Durch stufenweise Vergrößerung von k_{λ_0} gelangten wir schließlich zum Wert 82,6 für die Absorption, der mit dem experimentellen Betrag eine innerhalb der Meßfehler genügende Übereinstimmung darstellt. Hierbei ergibt sich für den Wert von $k_{\lambda_0} = 3{,}77$ (also wesentlich größer als der Malinowskische sowie auch Orthmannsche Wert.)

---

[1]) Derselbe ist auch schon von W. **Orthmann** a. a. O. in anderem Zusammenhang abgeleitet worden.

Vermittelst dieses Wertes von k_{λ_0} kann nun die Absorption der Resonanzstrahlung im Magnetfeld nach Formel (8) berechnet werden; für kleinere Aufspaltungen wurden 13 Glieder der Reihe (8) berechnet.

Tabelle 8

$\mathfrak{H}$	λ_a	I^t	$I^{t'}$	$I^{t''}$
0	0	17,0	17,44	20,86
111	0,0005	18,0	20,53	—
177	0,0008	19,5	25,54	—
250	0,00125	23,0	32,63	36,20
333	0,0015	32,5	42,05	46,18
444	0,0020	37,0	57,08	60,19
750	0,003375	56,0	89,57	90,23

Die Tab. 8 enthält in der ersten Kolonne die magnetischen Feldstärken $\mathfrak{H}$ in Gauss, in der zweiten die hierzu berechneten Aufspaltungen in ÅE., in den beiden folgenden Kolonnen sind die beobachteten Werte I^t aus Kurve IV, sowie die mit $k_{\lambda_0} = 3{,}77$ berechneten theoretischen Werte $I^{t'}$ angegeben. Schließlich enthält die letzte Kolonne die theoretischen Werte $I^{t''}$, die mit dem Malinowskischen Absorptionskoeffizienten 3,11 gewonnen sind.

Graphisch aufgetragen in Fig. 13 ergeben die Werte I^t $I^{t'}$, $I^{t''}$ die Kurven IV_b, IV_{th} und $IV_{th'}$. Aus Fig. 13 ist deutlich ersichtlich, daß der experimentelle Abfall der Absorption tatsächlich schon in einem Wellenlängengebiet stattfindet, das sich qualitativ aus der Verstimmung zweier Dopplerkurven gewinnen läßt. Jedoch ist die theoretische Kurve IV_{th} sehr viel steiler als die experimentell gemessene, wobei die Abweichungen um so größer werden, je mehr man sich der Stelle des ersten Maximums in Kurve IV nähert. Die berechnete Kurve $IV_{th'}$, die mit $k_{\lambda_0} = 3{,}11$ erhalten wurde, zeigt wie erwartet eine noch schlechtere Übereinstimmung als IV_{th}. Jedoch sind die Unterschiede zwischen beiden sehr gering und nur am Anfang der Kurven von Bedeutung.

Ein direkter Vergleich unserer Ergebnisse mit denjenigen von Malinowski läßt sich wegen der beträchtlichen Verschiedenheit der absorbierenden Schichtdicke, die bei Malinowski 1,8 cm betrug, nicht durchführen. Die Diskrepanz zwischen theoretischer und experimenteller Kurve findet sich auch in seinen Untersuchungen, doch ist der Unterschied hierbei nicht so bedeutend als in unserem Fall, was vielleicht darauf zurückzuführen ist, daß er, wie erwähnt, außer der direkten durchgehenden Intensität auch noch Resonanzlicht durch Zerstreuung im Absorptionsgefäß mitgemessen hat. Jedenfalls können wir sowohl aus den Malinowskischen wie aus unseren Ergebnissen schließen, daß man *unter den gemachten Voraussetzungen* mit der Dopplerverbreiterung allein zu keiner exakten Darstellung der Intensitätsverteilung im ersten Anstieg der Kurve IV gelangt. Dasselbe Verhalten findet sich für den Fall der Kurve I wieder, die den Abfall der emittierten Intensität der Resonanzstrahlung im Magnetfeld darstellt. Ein Vergleich zwischen Theorie und Experiment läßt sich hierbei aus den berechneten Werten von Kurve IV_{th} gewinnen, da diese für den Fall der Entstehung von Kurve I Gültigkeit besitzen. In der Tab. 9 sind in der ersten Kolonne die magnetischen Feldstärken, in der zweiten die Aufspaltungen in ÅE., in der dritten die beobachteten Werte der Kurve I und in der letzten die theoretischen Werte I_{th} dargestellt. Dieselben sind auf die Weise ermittelt, daß man in Kurve IV die im Felde Null berechnete Absorption von 82,6 Proz. gleich 100 setzt und alle anderen Werte der Kurve IV_{th} im Verhältnis 100 : 82,6 vergrößert.[1]

Die Abweichung der in Fig. 14 wiedergegebenen beobachteten Kurve I_b von der theoretischen I_{th} liegt in derselben Richtung wie für den Fall der Kurve IV. Der Abfall der

---

[1] Die so erhaltenen theoretischen Werte I_{th} müßten noch um die verbreiternde Wirkung der emittierenden Schichtdicke in der sekundären Resonanzlampe korrigiert werden. Dies würde die Übereinstimmung zwischen den Werten I_b und I_{th} etwas günstiger gestalten. (Der Unterschied ist jedoch — ähnlich wie im Falle der Kurven IV_{th} und IV_{th}' — nur ein sehr geringer.)

Tabelle 9

$\mathfrak{H}$	λ_e	I_b	I_{th}
0	0	100	100
111	0,0005	97,5	96,25
177	0,0008	96,0	90,19
250	0,00125	93,0	81,61
333	0,0015	88,0	70,19
444	0,0020	76,5	51,98
750	0,003375	45,5	12.68

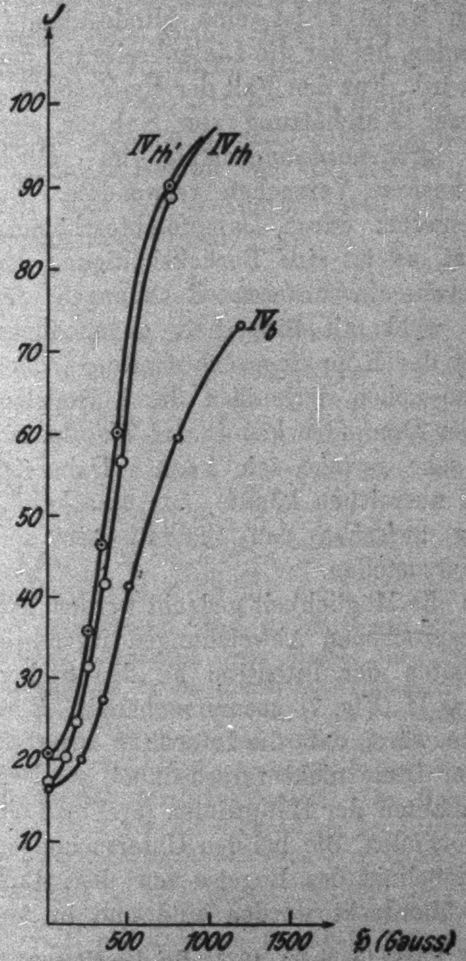


Fig. 13

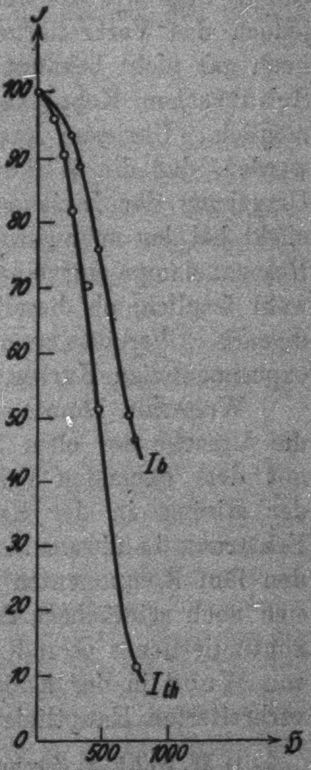


Fig. 14

Resonanzstrahlung müßte nach der Theorie steiler erfolgen, als er in Wirklichkeit gefunden wird.

Da der Verlauf der experimentellen Kurven I_b (Fig. 14) und IV_b (Fig. 13) größeren Linienbreiten entspricht als die Breite der betrachteten Dopplerkurven, so muß man sich fragen, ob außer dem Dopplereffekt eventuell noch weitere verbreiternde Ursachen beim Zustandekommen der Kurven wirksam sind. In einer kürzlich erschienenen Arbeit von W. Schütz1) wurde das Problem der Verbreiterung der *D*-Linien des Natriums bei sehr geringen Dampfdrucken eingehend untersucht. Nach Schütz ist eine Mindestdampfdichte des Natriums vorhanden, bei der die Linienbreite von der Dampfdichte unabhängig wird. Für den Fall der Hg-Resonanzlinie ergibt sich aus einer Abschätzung von Schütz eine Mindestdampfdichte, die größenordnungsmäßig im selben Gebiet liegt wie die bei unseren Versuchen verwendete. Da jedoch das Verbreiterungsgesetz durch Dampfdichteerhöhung noch gar nicht bekannt ist, so ist eine Berücksichtigung der Schützschen Kopplungsbreite in unseren Rechnungen unmöglich. Übrigens kann wohl mit Sicherheit angenommen werden, daß die Wirkung der Kopplungsverbreiterung in der Umgebung der Linienmitte neben derjenigen durch Dopplereffekt bei den sehr geringen Dampfdrucken in der Woodschen Resonanzlampe nur eine sehr geringe sein kann. Daher ist wohl fraglich, ob dieselbe ausreichen könnte, um eine befriedigende Übereinstimmung zwischen den theoretischen und experimentellen Kurven herzustellen.

Weiterhin könnte an die Möglichkeit gedacht werden, daß die Ursache der eben besprochenen Abweichungen irgendwie mit dem anomalen Verhalten der Intensität an den Stellen der Minima in der Kurve II (Fig. 7) zusammenhängt. Eine Erklärung in diesem Sinne wäre, daß die Intensität zwischen den fünf Komponenten der Linie nicht verschwindet, sondern sich noch schwächere Trabanten der Hauptlinien (eventuell ein kontinuierlicher Grund) vorfinden, die bei den Untersuchungen von Wood in der Emissionslinie des Bogens von den stark verbreiterten Hauptlinien überdeckt worden sind und in Ab-

---

1) W. Schütz, Ztschr. f. Phys. 45. S. 30. 1927. Bei den Messungen ist der Einfluß des Dopplereffekts eliminiert.

sorption nicht mehr aufgelöst werden konnten. Zur eventuellen Aufklärung dieser Fragen ist eine Fortsetzung der experimentellen Untersuchungen in der Richtung beabsichtigt, den genauen Verlauf der Resonanzkurven für sehr niedrige Hg-Dampfdrucke aufzunehmen.

Schließlich liegt eine Erklärungsmöglichkeit darin, daß die Aufspaltung der σ-Komponenten bei allen 5 Linien nicht die gleiche sei. Es müßte sich hierbei um eine recht große Verschiedenheit in der Zeemanaufspaltung handeln, damit das Verhalten der Intensität an den Stellen der Minima in Kurve II verständlich wird. Damit scheint uns unvereinbar, daß sich Lage und Intensität der Maxima in Kurve II so befriedigend aus der Gültigkeit der Aufspaltung $\frac{3}{2}a$ für alle fünf Komponenten ergeben haben. Auch stünde dies mit dem spektroskopischen Befund von **MacNair**[1]) nicht in Einklang, der für den Fall der σ-Komponenten bei allen Linien die gleiche Aufspaltung findet.[2])

Zusammenfassung der Resultate

1. Die Aufnahme der Intensität der sekundären Resonanzstrahlung des Hg-Dampfes als Funktion der magnetischen Feldstärke führt zu einer Art optischer Resonanzkurve, deren Zustandekommen sich aus einem Feinstrukturbilde erklären läßt, das mit **Woods** Untersuchungen am Hg-Bogen befriedigende Übereinstimmung zeigt.

2. An den Stellen minimaler Energieemission der Resonanzstrahlung im Magnetfeld ergibt die Beobachtung durchwegs

---

1) Proced. of Nat. Ac. 13. S. 430. 1927.

2) Allerdings steht hierbei nicht fest, ob die *Größe* der Aufspaltung im durchgemessenen Feldbereich exakt den Wert $\frac{3}{2}a$ besitzt. Hr. Professor E. **Back** hatte die Freundlichkeit, für uns den Zeemaneffekt der Quecksilberresonanzlinie in einem Felde von 39 500 Gauss mit dem Tübinger Konkavgitter zu untersuchen, wofür wir ihm auch an dieser Stelle herzlichst danken. Die Messung ergab eine Abweichung von 6 Proz. von der Aufspaltung $\frac{3}{2}a$ (Grund unbekannt). Wenn man die Gültigkeit dieser Abweichung von 6 Proz. auf die von uns verwendeten Feldstärken überträgt, so läßt sich leicht einsehen, daß sich dadurch zwar eine kleine Zunahme der Intensität an den Stellen der Minima in Kurve II ergibt, deren Betrag ist jedoch viel zu gering, um die gefundenen Werte, die 20 bis 30 Proz. von der Intensität im Felde Null betragen, erklären zu wollen.

größere Werte der Intensität, als sich aus dem Woodschen Feinstrukturbilde unter der Annahme des Dopplereffekts als alleinige verbreiternde Ursache der Linie ergeben müßte.

3. Aus dem Verlauf der Resonanzkurve läßt sich bezüglich der magnetischen Zerlegung des Feinstrukturbildes im longitudinalen Zeemaneffekt folgern, daß die Aufspaltung $\frac{3}{2}a$ für alle Komponenten der Resonanzlinie Gültigkeit besitzt, ohne daß im durchgemessenen Feldbereich von Null bis mindestens 13000 Gauss eine dem Paschen-Backeffekt analoge Umwandlung stattfindet.

4. Zwei Versuchsreihen in Absorption bestätigen die Gleichheit der Struktur von Emissions- und Absorptionslinie in der Resonanzlampe.

5. Durch Absorptionsmessungen in einer Schicht von 4,2 mm Länge wird gezeigt, daß im longitudinalen Zeemaneffekt in einem Felde von 17000 Gauss keine meßbare Absorption der Resonanzstrahlung stattfindet. Da der genannten Feldstärke eine Änderung der Wellenlänge von 0,076 ÅE. entspricht, so folgt hieraus, daß die gesamte wirksame Breite der Absorptionslinie (unter den gewählten Versuchsbedingungen) innerhalb dieses Wellenlängengebietes liegt.

6. Die quantitative Auswertung der Resonanzkurven bei kleinen magnetischen Aufspaltungen führt zum Resultat, daß die Annahme des Dopplereffektes als alleinige Ursache der Verbreiterung, der die Linie in der Resonanzlampe unterworfen ist, zwar eine qualitative, aber keine exakte Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment ergibt.

7. Aus Absorptionsmessungen in einer Schicht von 1,1 cm Länge wird eine Bestimmung des maximalen Absorptionskoeffizienten k_{1_0} bei 0,0013 mm Druck des Hg-Dampfes durchgeführt und der Wert zu 3,77 ermittelt.

Meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Professor Dr. Edgar Meyer, bin ich für die Anregung zu dieser Arbeit und sein stets lebhaftes Interesse an ihrem Fortgange zu großem Dank verpflichtet. Hrn. Professor Dr. E. Schrödinger danke ich aufrichtigst für wertvolle Ratschläge, mit denen er mich unterstützte.

Zürich, Physikal. Institut der Universität.

(Eingegangen 24. Dezember 1927)

2. *Über die Erregung von Fluoreszenzlicht durch Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlänge;*

von R. Glocker, E. Kaupp und H. Widmann

Die Kenntnis der Wellenlängenabhängigkeit der Röntgenstrahlenwirkung auf fluoreszierende Stoffe ist in zweifacher Hinsicht von Interesse: Erstens bildet sie ein wichtiges Glied in der Kette der experimentellen Unterlagen für die Aufstellung eines allgemeinen Wirkungsgesetzes der Röntgenstrahlen, und zweitens ist sie von unmittelbar praktischer Bedeutung, seit das auf der Leuchtwirkung fluoreszierender Substanzen beruhende Röntgenphotometer von Wintz und Rump[1] zur Strahlungsdosierung in der medizinischen Röntgentechnik in immer wachsendem Umfang Anwendung gefunden hat.

Von Rump[2] ist für einige gefilterte Reststrahlungen einer mit verschiedenen Spannungen betriebenen technischen Röntgenröhre das Verhältnis zwischen Fluoreszenzhelligkeit und Ionisationswirkung in dem Wellenlängenbereich von 0,15 bis 0,45 Å aufgenommen worden.

Mit Rücksicht auf die Bedeutung der Versuchsergebnisse erschien es uns lohnend, mit homogenen Strahlungen und unter Anbringung der verschiedenen erforderlichen Korrektionen (Absorption des Lichtes in der Leuchtsubstanz, Einfluß der Schichtdicke u. a.) die Wellenlängenabhängigkeit der Fluoreszenzlichterregung in einem möglichst ausgedehnten Wellenlängenbereich zu untersuchen. Da die Beziehung zwischen Ionisationswirkung und absoluter Energie vor kurzem[3] aufgeklärt wurde, konnte an Stelle der umständlichen bolometrischen Verfahren die wesentlich einfachere Ionisationsmethode zur Energiemessung herangezogen werden.

---

[1] H. Wintz und W. Rump, Fortschr. auf d. Geb. der Röntgenstrahlen **29**. S. 675. 1922; Strahlentherapie **22**. S. 444. 1926.

[2] Vortrag auf dem Innsbrucker Naturforscherkongreß Sept. 1924. Das nicht zum Abdruck gelangte Manuskript wurde uns vom Verf. freundlicherweise zur Kenntnisnahme überlassen.

[3] H. Kulenkampff, Ann. d. Phys. **79**. S. 97. 1926; H. Kircher und W. Schmitz, Ztschr. f. Phys. **36**. S. 484. 1926; R. Glocker, Ztschr. f. techn. Phys. **7**. S. 571. 1926; Ztschr. f. Phys. **40**. S. 479. 1926.

§ 1. Versuchsanordnung

Als *Strahlungsquelle* diente die K_α-Eigenstrahlung passend ausgewählter Antikathodenmaterialien unter Vorschaltung selektiv absorbierender Filter zur Unterdrückung der β-Linie und des kurzwelligen Bremsspektrums. Da die Leuchthelligkeit auch photometrisch mit dem Auge meßbar sein sollte, konnte aus Intensitätsgründen die an sich bessere Methode der spektralen Zerlegung der Röntgenstrahlung nicht zur Anwendung gelangen. Die Strahlungserzeugung erfolgte in gleicher Weise wie bei den früheren[1]) Untersuchungen über die photographische Wirkung der Röntgenstrahlen; nur waren im vorliegenden Fall der längeren Expositionszeiten wegen die Schwierigkeiten einer dauerhaften Befestigung der Stoffe auf der Antikathode[2]) wesentlich größer. Stoffe, die nicht in Blechform direkt aufgelötet werden konnten, wurden mit Wasserglas oder Graphit gemischt in ein 3 mm dickes Kupfernäpfchen eingefüllt, das mit Hilfe einer in den Kupferklotz der Antikathode eingefrästen, gut passenden Führungsnute festgemacht wurde.

In manchen Fällen war es günstig, das Material durch längeres Glühen in einem Vakuumofen vorher zu entgasen und zum Sintern zu bringen. Bei Cu, Ag, Mo, Pt wurden technische Elektronenröhren zu den Messungen verwandt. Die Dicke der Filter wurde so gewählt, daß die β-Linie 20- bis 40 mal stärker geschwächt wurde als das α-Duplett. Die Spannnng der Röntgenröhre wurde möglichst niedergehalten (im Mittel das $1^1/_2$ fache der Erregungsspannung). Durch besondere Versuche wurde ermittelt, in welchem Umfang eine Spannungsänderung noch keinen Einfluß auf die Meßresultate ausübte.

---

[1]) R. Berthold, Ann. d. Phys. 76. S. 409. 1925; R. Berthold und R. Glocker, Ztschr. f. Phys. 31. S. 259. 1825.

[2]) Verwendet wurde eine Haddingröhre aus Metall und für die höheren Spannungen eine Siegbahnröhre aus Glas mit 20 cm Kugeldurchmesser. Die 0,05 mm dicken Aluminiumfenster mußten bei Cer-, Antimon- und Selenstrahlung wegen Beschlagbildung häufig erneuert werden.

Die *Ionisationskammer* war die gleiche wie bei Berthold[1]); wie sich anläßlich einer anderen[2]) Untersuchung ergab, stimmen ihre Angaben in dem fraglichen Wellenlängenbereich bis auf 1 Proz. mit denen der Luftdruckkammer der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt überein. Es ist somit die Gewähr vorhanden, daß die reine Luftionisation gemessen wird und daß die sekundär gebildeten Elektronen voll ausgenützt werden.

Zur *Bestimmung der Helligkeit* der bestrahlten Fluoreszenzschirme[3]), die aus einem Zinksilikat bestanden, wurden zwei verschiedene Verfahren benutzt: die subjektive Messung mittels eines Lummer-Brodhunschen Würfels und die objektive Messung mit Hilfe der photographischen Platte.

Im ersten Fall konnte die Meßeinrichtung eines Wintz-Rumpschen Röntgenphotometers[4]) benutzt werden; am Ende eines langen Pertinaxrohres befindet sich der Leuchtschirm L (Fig. 1), dessen Rückseite von den auffallenden Röntgenstrahlen getroffen wird.[5]) Die Helligkeit des grünen Fluoreszenzlichtes wird durch das Okular A und den Spiegel S_p beobachtet und mit Hilfe des Lummer-Brodhunschen Würfels P mit der Helligkeit einer kleinen Glühlampe G, deren Abstand und Stromstärke geändert werden kann, verglichen. Die Eichung der Glühlampe erfolgt auf optischem Wege. Mit Rücksicht auf die geringe ausgestrahlte Energie einer mit niederen Spannungen betriebenen Röntgenröhre konnten solche photometrischen Messungen nur bis zu einer Wellenlänge von etwa 0,7 Å ausgeführt werden. Bei manchen, zu starker Verdampfung neigenden Antikathodenmaterialien, wie Antimon und Cer, ergab sich noch die Schwierigkeit, daß für die genaue Einstellung auf gleiche Helligkeit der beiden Gesichtshälften die Röhre nicht konstant genug war.

---

[1]) Holthusenkammer mit graphitierten Wänden, innerer Durchmesser 25 cm.

[2]) R. Glocker und E. Kaupp, Strahlentherapie 23. S. 445 und 517. 1927.

[3]) Geeignete Leuchtschirme mit verschiedener Dicke der Schicht wurden uns in dankenswerter Weise von Herrn Dr. Rump in Erlangen und den Phönix-Röntgenröhrenfabriken in Rudolstadt überlassen.

[4]) Das Instrument wurde uns freundlicherweise von Reiniger, Gebbert und Schall (Erlangen bzw. Siemens-Reiniger-Veifa [Berlin]) zur Verfügung gestellt, wofür wir auch an dieser Stelle unseren Dank aussprechen möchten.

[5]) Bei unserer Meßanordnung befand sich der Leuchtschirm bei Sp und eine Blende bei L.

Es wurde daher vorwiegend das zweite Verfahren benutzt, bei dem die gesamte während einer gewissen Zeit vom Schirm ausgestrahlte Lichtmenge auf eine photographische Platte zur Einwirkung gelangte, während gleichzeitig die gesamte in der Beobachtungszeit auffallende Röntgenstrahlenenergie mit der Ionisationskammer gemessen wurde. Die Versuchsanordnung ist in Fig. 2 schematisch gezeichnet. Dicht unterhalb der Eintrittsöffnung der Ionisationskammer befindet sich in einem lichtdicht verschlossenen Bleigehäuse der 2 × 2 cm große Leuchtschirm *L*, der mit der Einfallsrichtung der Röntgenstrahlen einen Winkel von 45° bildet. *B* ist eine 4 mm dicke Scheibe aus hochwertigem Bleiglas (Bleiäquivalent 1:4), welche die photographische Platte *Pl* gegen die sekundäre Röntgenstrahlenstrahlung der Leuchtsubstanz schützt. Bei *F* konnten verschiedene Farbfilter in den Strahlengang eingeführt werden, um die Wirkung der einzelnen in der Fluoreszenzlichtstrahlung enthaltenen Spektralbereiche getrennt untersuchen zu können.

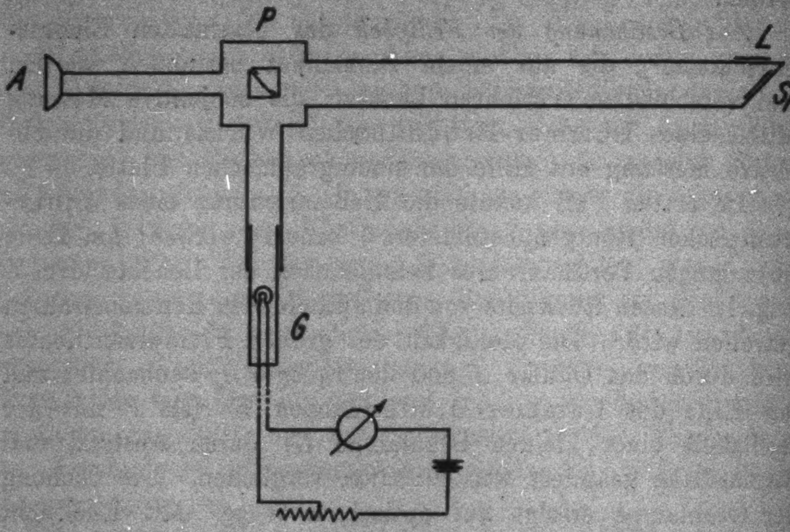


Fig. 1

Der Schieber *S* ermöglichte es, nacheinander verschiedene Felder der Platte *Pl* vor die Einfallsöffnung zu bringen. Die Helligkeit wurde nun so bestimmt, daß immer auf jeder Platte durch Bestrahlung des Schirmes mit der Wellenlänge $\lambda = 0{,}56$ Å ein Feld als Standard erzeugt wurde und daß dann nach Auswechslung des Antikathodenmateriales ein zweites Feld bei Bestrahlung des Schirmes mit einer anderen Röntgenwellenlänge hervorgerufen wurde. Während der Exposition, die 10 bis 40 Minuten betrug, wurde die gesamte Ionisationswirkung in der Holthusenkammer gemessen. Zur Erhöhung der Versuchsgenauigkeit wurden immer zwei Felder jeder Strahlung auf der Platte aufgenommen.

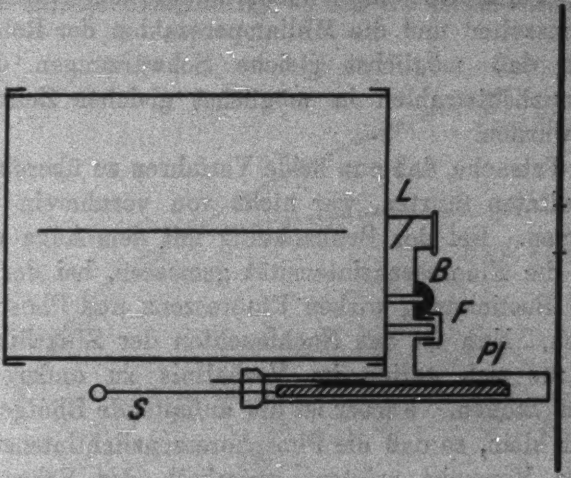


Fig. 2

Die Entwicklung der Platten — mit Rücksicht auf die erforderliche Gelbgrünempfindlichkeit wurden Hauff-Flavinplatten[1]) verwendet — erfolgte unter genau gleichen Verhältnissen (Adurolentwicklung 1 : 5 bei vollständiger Verdunkelung unter genauer Einhaltung der Temperatur von 18° C). Von jeder Emulsion wurde unter Benutzung der gelbgrünes Licht aussendenden Vergleichslampe des Röntgenphotometers eine Schwärzungskurve durch Veränderung des Plattenabstandes aufgenommen. Die Felder der Versuchsplatten wurden mit einem Hartmannschen Mikrophotometer ausgemessen und das Verhältnis der auffallenden Lichtintensitäten aus dem Schwärzungsverhältnis an Hand der Schwärzungskurve ermittelt. Mit Rücksicht auf die Verschiedenheit der Expositionszeiten wurde der Exponent p des Schwarzschildschen Gesetzes für die Flavinplatte bei der angegebenen Entwicklungsweise durch besondere Versuche bestimmt; es ergab sich $p = 0{,}90$. Um den Einfluß des Schwärzungsgesetzes auf ein Minimum herabzusetzen, wurde bei einer Wiederholung der Aufnahmen die Expositionszeiten und die Milliamperezahlen der Röhre so abgestimmt, daß möglichst gleiche Schwärzungen durch die Fluoreszenzlichtstrahlen in möglichst gleichen Zeiten hervorgerufen wurden.

---

[1]) Das Plattenmaterial wurde uns in dankenswerter Weise von der Chem. Fabrik Hauff in Feuerbach überlassen.

Die Tatsache, daß nun beide Verfahren zu übereinstimmenden Resultaten führten, war nicht von vornherein unbedingt zu erwarten. Bei der Beobachtung mit dem Auge wird nämlich nur die Fluoreszenzintensität gemessen, bei der photographischen Bestimmung wirken Fluoreszenz und Phosphoreszenz zusammen. Nun ist das Nachleuchten der Zinksilikatschirme an und für sich gering im Verhältnis zu anderen fluoreszierenden Stoffen. Ferner ist die auffallende Röntgenstrahlenintensität klein, so daß die Phosphoreszenzlichtintensitäten, wie besondere Versuche zeigten, unterhalb des Schwellenwertes der photographischen Platte lagen.

Es muß mit der Möglichkeit gerechnet werden, daß die spektrale Zusammensetzung des Fluoreszenzlichtes mit der Wellenlänge der erregenden Röntgenstrahlen sich ändert. In diesem Fall könnte eine Diskrepanz zwischen subjektiv-photometrischer und objektiv-photographischer Messung der Helligkeit auftreten und es wäre insbesondere bei der starken Wellenlängenabhängigkeit der für grüngelb sensibilisierten photographischen Emulsionen in hohem Grade fraglich, ob aus dem Verhältnis der Schwärzungen wirklich das Verhältnis der Lichtintensitäten erschlossen werden kann. Diese Möglichkeit einer spektralen Änderung des Fluoreszenzlichtes wurde daher einer besonderen Untersuchung unterzogen, über welche im § 4 berichtet werden wird; es ergab sich keine nachweisbare Änderung.

§ 2. Der Einfluß der Schichtdicke und die Absorption des Lichtes in der Schicht

An einer Serie von Leuchtschirmen, die aus dem gleichen Ausgangsmaterial mit verschiedener Schichtdicke[1]) hergestellt worden waren, wurde beobachtet, daß die Helligkeit H keineswegs proportional der Schichtdicke D zunimmt (Fig. 3) und zwar ist die Abweichung von der Proportionalität bei den langwelligen Strahlen größer. Während bei der Wellenlänge $\lambda = 0{,}19$ Å die Absorption der Röntgenstrahlen von Schicht zu Schicht nahezu dieselbe ist, so daß die Exponentialfunktion $1 - e^{-\bar{\mu} D}$ mit hinreichender Näherung durch $\bar{\mu} D$ ersetzt werden kann, ist dies bei $\lambda = 0{,}71$ Å wegen des größeren Absorptionskoeffizienten nicht mehr der Fall. In der ersten Schicht werden z. B. 41 Proz. der auf den Schirm auffallenden Röntgenenergie absorbiert, in der dritten Schicht dagegen nur 14 Proz. Die starke Abbiegung der Kurve für $\lambda = 0{,}71$ Å in der Fig. 3 ist also wesentlich durch die nicht linear mit der Dicke zunehmende Absorption der Röntgenstrahlen bedingt. Wenn nun auch die Kurve für $\lambda = 0{,}19$ Å mit wachsender Dicke eine zunehmende Krümmung zeigt, obgleich die pro Schicht absorbierte Röntgenenergie praktisch konstant ist, so muß dafür ein anderer Faktor verantwortlich gemacht werden, nämlich die Schwächung, die das Fluoreszenzlicht durch Ab-

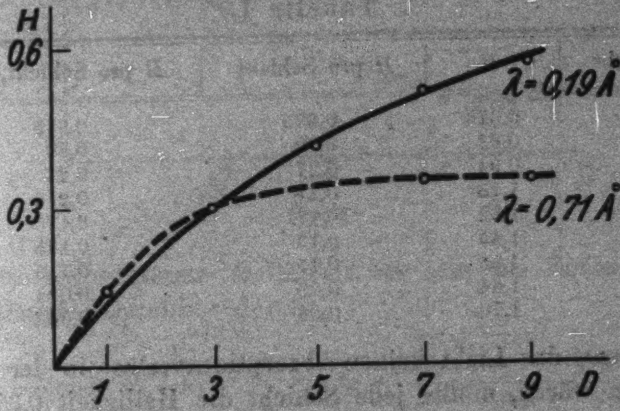


Fig. 3

---

[1]) Bestimmung durch Wägung der Schirme.

sorption und diffuse Reflexion auf seinem Weg vom Entstehungsort bis zur Schirmoberfläche erleidet.

Zur *Bestimmung des Koeffizienten* τ *der Lichtabsorption* (einschließlich der Verluste durch diffuse Reflexion) ist in der ersten Spalte der folgenden Tabelle angegeben die an Schirmen verschiedener Dicke bei Erregung mit der Röntgenwellenlänge $\lambda = 0{,}19$ Å beobachtete Helligkeit H. Die zweite Spalte enthält die Helligkeit pro Schicht und die dritte Spalte dieselbe Größe nach Anbringung einer kleinen Korrektur für die nicht streng lineare Absorption der Röntgenstrahlen.

Tabelle 1

Schicht	H	H pro Schicht	H pro Schicht, korr.
1	0,375	0,375	0,375
2	0,67	0,30	0,30
3	0,94	0,27	0,27
4	1,15	0,21	0,215
5	1,32	0,17	0,175
6	1,45	0,13	0,135
7	1,56	0,11	0,115
8	1,64	0,08	0,084
9	1,70	0,06	0,063

Wenn das Licht keinen Absorptionsverlust in der Schicht erfahren würde, müßte jede Schicht die Helligkeit 0,375 ausstrahlen. In der Schichtdicke 1 wird die Lichtintensität auf das 0,8 fache[1]) des Ausgangswertes geschwächt, in der Schichtdicke 3 auf das 0,72 fache usw. Diese Werte sind als Ordinaten in Fig. 4 eingezeichnet (Kreispunkte). Es läßt sich eine Exponentialkurve (ausgezogene Linie) hindurchlegen mit dem Exponenten $x = 0{,}20$. Aus der Dichte $\varrho = 3{,}5$ und dem Gewicht des Schirmes ergibt sich für die einfache Schicht die Dicke $D = 0{,}0043$ cm. Somit ist $\tau D = 0{,}20$ und der Lichtschwächungskoeffizient $\tau = 46{,}5$ bzw. $\frac{\tau}{\varrho} = 13{,}3$.

Ist E_0 die auf 1 qcm der Schirmoberfläche in 1 Sekunde auftreffende Röntgenenergie und k der Bruchteil, der in jedem Volumelement in Lichtenergie verwandelt wird, so ist die in einem Volumelement vom Querschnitt 1 und der Höhe dx in

---

1) Nämlich $\frac{0{,}300}{0{,}375}$.

der Tiefe x unterhalb der Schirmoberfläche erzeugte Fluoreszenzlichtenergie gleich $E_0 e^{-\mu x} dx$.

Die durch die Schirmoberfläche austretende und zur Beobachtung gelangende Lichtenergie ist wegen der Schwächung des Lichtes in der Schicht proportional mit $E_0 e^{-\mu x} \cdot e^{-\tau x} \cdot k \cdot dx$.

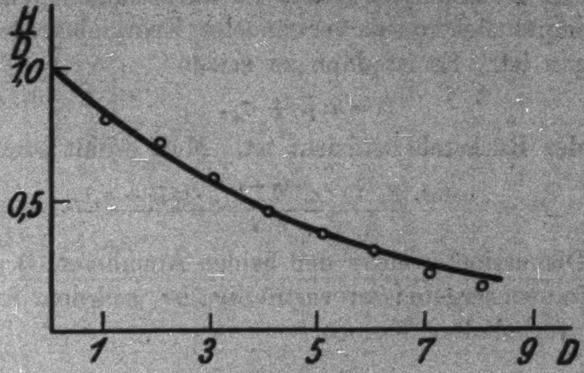


Fig. 4

Die beobachtetete Helligkeit ist also als Funktion der Wellenlänge darstellbar durch

$$H = \text{const.}\, E_0 \int_0^D k \cdot e^{-(\mu+\tau)x} dx = \frac{\left(1 - e^{-(\mu+\tau)D}\right) \cdot k\, E_0}{\mu+\tau},$$

wobei

μ der Schwächungskoeffizient[1] der Röntgenstrahlen,
τ der Schwächungskoeffizient der Lichtstrahlen,
D die Dicke der Leuchtsubstanz

bedeutet.

Es erhebt sich nun die Frage, *mit welchen physikalischen Größen k in Beziehung zu setzen* ist? Die naheliegende Annahme ist die, daß k bei Anregung mit verschiedenen Röntgenwellenlängen proportional der absorbierten Röntgenenergie sich ändert, d. h. daß k proportional mit $\bar{\mu}$ ist.[1]

Die Formel für die Helligkeit lautet dann

$$\text{(I)} \qquad H = \text{const.}\, \frac{E_0 \left(1 - e^{-(\mu+\tau)D}\right) \cdot \bar{\mu}}{\mu+\tau}.$$

---

[1] Definition: $\mu = \bar{\mu} + \sigma$.
$\bar{\mu}$ Absorptionskoeffizient, σ Streukoeffizient.

Wie der eine von uns an anderer[1]) Stelle gezeigt hat, ist für die photographische Wirkung der Röntgenstrahlen maßgebend nicht die absorbierte Röntgenenergie, sondern nur der in Elektronenenergie verwandelte Bruchteil α derselben, der „Photoelektronenausbeute“ genannt wird. Am Beispiel der Ionisation ist zu erkennen[2]), daß im kurzwelligen Gebiet auch der in Comptonelektronen verwandelte Energiebetrag zu berücksichtigen ist. Es ist dann zu setzen

$$k = \alpha \bar{\mu} + \sigma_r,$$

wobei σ_r der Rückstoßkoeffizient ist. Man erhält somit

$$\text{(II)} \qquad H = \frac{\text{const. } E_0 \left(1 - e^{-(\mu + \tau) D}\right) \cdot (\alpha \bar{\mu} + \sigma_r)}{\mu + \tau}.$$

Die Diskussion, welche der beiden Annahmen (I) oder (II) mit den Versuchsergebnissen verträglich ist, soll dem folgenden Abschnitt vorbehalten bleiben.

§ 3. Versuchsergebnisse

Genaue Messungen des Verhältnisses Fluoreszenzlichtintensität H zu Luftionisation J als Funktion der Wellenlänge wurden an Schirmen mit einfacher und dreifacher Schichtdicke ausgeführt. Die Mittelwerte der einzelnen Messungen sind, bezogen auf den Wert für $\lambda = 0{,}56$ Å als Einheit, in Spalte 11 und 17 der Tab. 2 angegeben und in Fig. 5 und 6 mit Kreisen bezeichnet. Die Lage der Punkte zeigt bei $\lambda = 0{,}35$ Å ein schon von **Rump**[3]) beobachtetes Maximum.

Die auf 1 qcm des Schirmes befindliche Menge Zn_2SiO_4 wurde durch chemische Analyse bestimmt; sie betrug

$p = 0{,}0152$ g/qcm für den Schirm mit einfacher Schicht,
$p = 0{,}0441$ g/qcm für den Schirm mit dreifacher Schicht.

Um nun nach Formel (I) bzw. (II) die absorbierte bzw. in Elektronenenergie umgesetzte Röntgenenergie als Funktion der Wellenlänge der Röntgenstrahlen berechnen zu können, ist die Kenntnis des Schwächungskoeffizienten μ, des Absorptionskoeffizienten $\bar{\mu}$, sowie der Photoelektronenausbeute α und für

---

1) **R. Glocker**, a. a. O. S. 484.

2) **R. Glocker**, a. a. O. S. 573.

3) **W. Rump**, a. a. O. Seine Messungen erstrecken sich nur auf $\lambda < 0{,}45$ Å.

Tabelle 2

λ in Å	J	$\frac{\tau}{\varrho} = 13{,}3$			Einfacher Schirm $p = 0{,}015_2$ gr/qcm						Dreifacher Schirm $p = 0{,}044_1$ gr/qcm					
					$1 - e^{-(\mu+\tau)D}$	Berechnung nach				Messung	$1 - e^{-(\mu+\tau)D}$	Berechnung nach				Messung
						Formel (I)		Formel (II)				Formel (I)		Formel (II)		
		$\frac{\mu}{\varrho}$	$\alpha\frac{\overline{\mu}}{\varrho}$	$\frac{\alpha\overline{\mu}+\sigma_v}{\mu+\tau}$		H	$\frac{H}{J}$	H	$\frac{H}{J}$	$\frac{H}{J}$		H	$\frac{H}{J}$	H	$\frac{H}{J}$	$\frac{H}{J}$
1,54	$0{,}27_5$	53	53	0,80	0,636	0,51	0,145	0,51	0,182	0,30	—	—	—	—	—	—
1,30	$0{,}18_1$	31,6	31,4	0,70	0,493	$0{,}34_5$	0,150	$0{,}34_5$	0,186	—	—	—	—	—	—	—
1,11	$0{,}11_8$	182	76,5	$0{,}52_8$	0,889	0,81	0,54	0,47	$0{,}39_3$	0,45	1,0	0,91	0,31	$0{,}52_8$	$0{,}22_2$	$0{,}31_6$
0,98	$0{,}07_1$	80	52	0,56	0,759	0,65	$0{,}72_5$	$0{,}42_5$	$0{,}59_5$	—	0,985	0,84	0,48	$0{,}55_5$	$0{,}39_5$	—
0,71	$0{,}038_8$	36,2	26	$0{,}52_5$	0,528	0,38	0,88	$0{,}27_8$	0,81	0,86	0,889	0,65	$0{,}76_4$	0,47	$0{,}68_5$	0,73
0,56	$0{,}017_4$	18,6	14,7	0,46	0,385	0,22	1,0	$0{,}17_7$	1,0	1,0	0,756	0,48	1,0	$0{,}34_8$	1,0	1,0
0,49	$0{,}011_5$	12,4	10,1	$0{,}39_8$	0,323	0,15	1,05	$0{,}12_7$	1,10	—[1]	0,68	$0{,}31_5$	1,08	$0{,}26_8$	1,15	—
0,36	$0{,}0044_3$	5,2	4,46	$0{,}24_2$	0,244	0,066	1,15	$0{,}058_6$	1,28	1,25	0,56	$0{,}15_3$	1,38	$0{,}18_7$	1,58	1,42
0,28	$0{,}0024_6$	2,6	2,24	$0{,}14_1$	0,215	0,0325	1,03	0,0308	1,20	—	0,504	$0{,}07_6$	1,22	$0{,}07_1$	1,48	—
0,19	$0{,}0011_6$	0,94	0,78	$0{,}05_1$	0,195	0,0105	0,71	0,010	$0{,}84_5$	0,92	0,467	$0{,}024_6$	$0{,}84_5$	$0{,}028_4$	1,0	0,93
$0{,}12_5$	$0{,}0008_5$	0,40	0,25	$0{,}018_2$	0,188	0,0035	0,33	$0{,}0084_6$	0,40	0,82	0,454	0,0085	0,40	$0{,}008_3$	$0{,}48_5$	0,41

---

[1] 1,18 für $\lambda = 0{,}47$ Å.

die kürzeste verwandte Wellenlänge auch die des Rückstoßkoeffizienten σ_v für Zn_2SiO_4 erforderlich. Direkt bekannt ist aus Messungen von Allen μ_{Zn} und μ_O; μ_{Si} kann mit der Allenschen Formel[1]) aus dem benachbarten μ_{Al} berechnet werden. Durch Abzug des Comptonschen Streukoeffizienten erhält man die Werte von $\bar{\mu}_{Zn}$, $\bar{\mu}_{Si}$, $\bar{\mu}_O$ und sodann nach der Mischungsformel $\bar{\mu}_{Zn_2SiO_4}$. Der Wert für σ_v, der bei dem relativ schweratomigen Zinksilikat nur einen geringen Bruchteil der gesamten Elektronenenergie ausmacht, kann aus der Comptonschen Theorie entnommen werden.

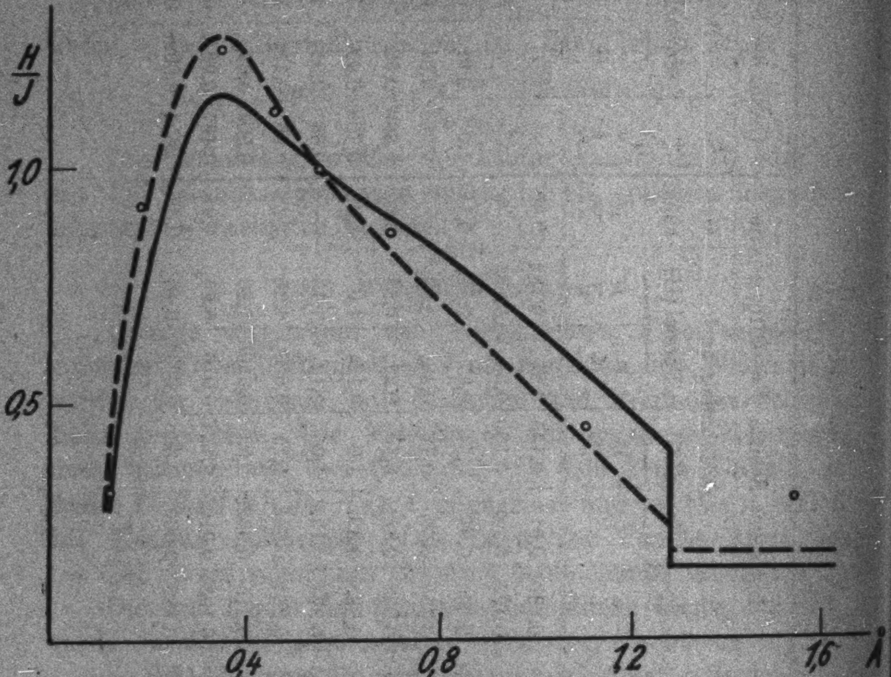


Fig. 5

Zur Prüfung der Berechnung wurde für den Schirm mit dreifacher Schicht μ/ϱ experimentell bestimmt für die Wellenlänge $\lambda = 0,71$ Å. Der erhaltene Wert 35,0 stimmt mit dem berechneten Wert innerhalb 3 Proz. überein.

---

1) Landolt-Börnstein, Phys.-Chem. Tabellen. Ergänzungsband S. 389. 1927.

Über die Photoelektronenausbeute α liegen bisher nur bei Brom 1) direkt gemessene Werte vor. Macht man die naheliegende Annahme, daß bei den benachbarten Elementen α sich in gleicher Weise mit λ/λ_A (λ_A Wellenlänge der Absorptionskante) ändert, so kann α für Zink hieraus berechnet werden. 2) Bei den beiden anderen Bestandteilen Si und O kann im Hinblick auf die große Entfernung der Absorptionskanten von dem untersuchten Wellenlängenbereich $\alpha = 1$ gesetzt werden.

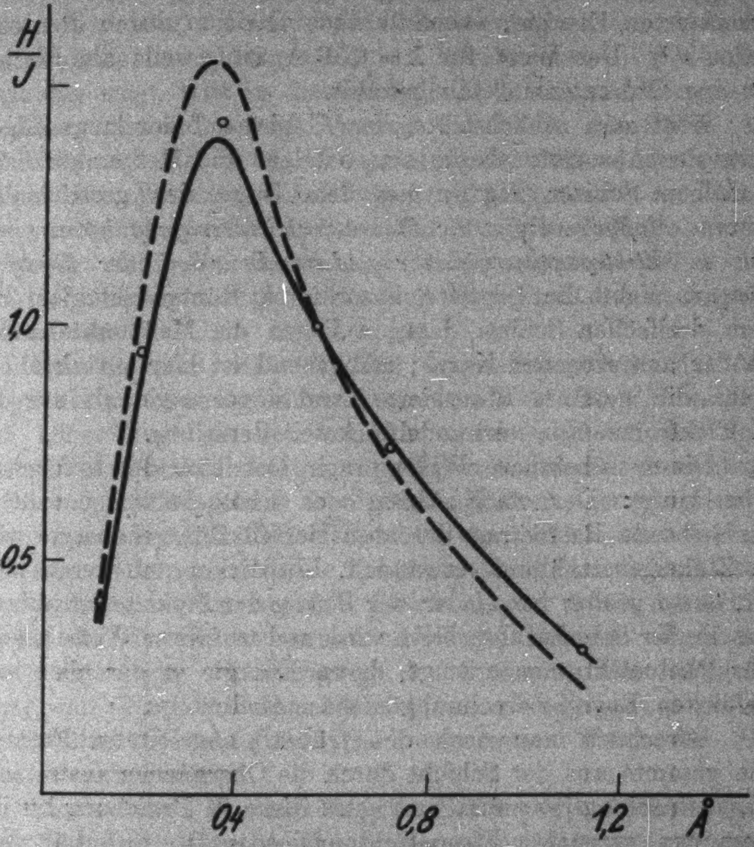


Fig. 6

---

1) C. G. Barkla, Phil. Trans. 217. S. 315. 1918.

2) Vgl. R. Glocker, Ztschr. f. Phys. 43. S. 827. 1927.

Die ausgezogenen Linien in Figg. 5 und 6 zeigen den Verlauf der absorbierten Röntgenenergie, dividiert durch die Ionisationswirkung J, die gestrichelten Kurven den Verlauf des in Photoelektronenenergie[1]) verwandelten Bruchteiles der absorbierten Energie, ebenfalls nach Division durch die Ionisation J.[2]) Der Wert für $\lambda = 0{,}56$ Å ist jeweils als Einheit für den Ordinatenmaßstab gewählt.

Sieht man zunächst von dem Gebiet auf der langwelligen Seite der Absorptionskante ab, so folgen die Meßpunkte beim einfachen Schirm (Fig. 5) gut dem Zuge der gestrichelten Kurve. *Maßgebend für die Fluoreszenzlichterregung ist also nur der in Elektronenenergie verwandelte Bruchteil der Röntgenenergie*, nicht die gesamte absorbierte Röntgenenergie. Bei dem dreifachen Schirm dagegen liegen die Meßpunkte näher an der ausgezogenen Kurve; maßgebend ist hier unverkennbar mehr die gesamte absorbierte Strahlungsenergie als nur der in Elektronenenergie verwandelte Anteil derselben.

Dieser scheinbare Widerspruch löst sich durch folgende Überlegung: Der nach Abzug der Photoelektronenausbeute verbleibende Restbetrag der absorbierten Röntgenenergie wird in Zinkeigenstrahlung verwandelt. Je dicker nun der Schirm ist, desto größer ist wieder der Betrag der Zinkeigenstrahlung, der in der Schicht absorbiert wird und auf diese Weise sekundär Photoelektronen erzeugt, deren Energie in der oben ausgeführten Energieberechnung nicht enthalten ist.

Berechnet man nach den früher[3]) abgeleiteten Formeln die gesamte aus der Schicht durch die Oberflächen austretende Eigenstrahlungsintensität und setzt diese in Beziehung zu der gesamten erzeugten Eigenstrahlungsintensität, so erhält man folgendes Resultat:

Bei dem Schirm mit einfacher Schicht wird im Durchschnitt ein Viertel der entstehenden Zinkeigenstrahlung in der Schicht selbst absorbiert, in dem Schirm mit dreifacher Schicht mehr als die Hälfte. Das Resultat ist in gutem Einklang mit

---

1) Bei $\lambda = 0{,}12$ Å wurde noch der geringe Betrag der Rückstoßelektronenenergie hinzuaddiert.

2) Zahlenwerte vgl. R. Glocker, Ztschr. f. Phys. 43. S. 830. 1927. Tab. 1.

3) R. Glocker, Phys. Ztschr. 19. S. 249. 1918.

den oben angeführten Beobachtungen, daß die Meßpunkte beim einfachen Schirm mehr dem Linienzug der primären Elektronenenergie, beim dreifachen Schirm mehr dem der gesamten absorbierten Energie folgen. Die gestrichelte Kurve würde streng gelten für einen außerordentlich dünnen Schirm, etwa von der Schichtdicke der photographischen Emulsionen. Wie die Berechnung zeigt, tritt in diesem Falle die erzeugte Silbereigenstrahlung bis auf wenige Prozent durch die Oberfläche der Schicht aus. Es ist daher verständlich, daß an der photographischen Wirkung der Röntgenstrahlen zuerst[1]) der Nachweis erbracht werden konnte, daß für die photographische Wirkung nicht die absorbierte Röntgenenergie, sondern nur der in Elektronenenergie verwandelte Bruchteil derselben maßgebend ist.

Die Tatsache, daß auf der langwelligen Seite der Absorptionskante des Zinks der gemessene Wert für H/J wesentlich höher liegt als der berechnete, ist wohl auf den dem Zinksilikat als Sensibilisator beigefügten Manganzusatz zurückzuführen. Leider gelang es nicht manganfreie, genügend stark fluoreszierende Zinksilikate herzustellen. Möglicherweise ist auch die nicht ausreichende spektrale Reinheit der benützten Röntgenstrahlung (kurzwelliges Spektrum, das durch das Filter dringt) für den Effekt verantwortlich zu machen. Versuche mit weitgehender Erniedrigung der Spannung der Röntgenröhre mit Kupferantikathode führten allerdings zu keiner wesentlichen Veränderung des gemessenen Werts für die Fluoreszenzhelligkeiten.

Eine dritte Möglichkeit der Erklärung, nämlich eine Änderung der spektralen Zusammensetzung des Lichtes, wenn die erregende Röntgenwellenlänge die Zinkabsorptionskante überschreitet, muß auf Grund der im folgenden Abschnitt beschriebenen Versuche ausgeschlossen werden.

Für die Röntgenstrahlenmessung ist es von Wichtigkeit zu beachten, daß die Empfindlichkeit eines Leuchtschirmes für die Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlänge je nach der Dicke der Leuchtsubstanz verschieden ist (vgl. Fig. 5 und 6). Der Schirm mit dreifacher Schichtdicke entspricht etwa der Dicke der in der Röntgentechnik üblichen Schirme.

---

1) R. Glocker, Ztschr. f. techn. Phys. 7. S. 571. 1926.

Bezieht man die *Helligkeit eines Leuchtschirmes* statt auf die Ionisation auf die *absolute, auftreffende Röntgenenergie*, indem auf Grund der früheren Daten¹) die Ionisation auf absolute Energie umgerechnet wird, so erhält man den in Fig. 7 gestrichelt gezeichneten Kurvenzug für den Schirm mit dreifacher Schichtdicke. Zum Vergleich ist als ausgezogene Kurve für gleiche auftreffende Strahlungsenergie der Ionisationsstrom einer 27 cm langen Luftkammer eingezeichnet. Beide Kurven sind für $\lambda = 0{,}5$ Å zur Deckung gebracht. Man sieht, daß die *Empfindlichkeit einer Ionisationskammer mit der Wellenlänge sich sehr viel stärker ändert als die Empfindlichkeit eines Leuchtschirmes.* Dieses verschiedene Verhalten ist darin begründet, daß bei der Ionisationsmessung im ganzen Wellenlängengebiet infolge der geringen Absorption der Luft die Exponentialfunktion mit hinreichender Näherung durch das erste Glied der Reihenentwicklung ersetzt werden kann, während beim Leuchtschirm sich $1 - e^{-\mu D}$ infolge des großen μ im lang-

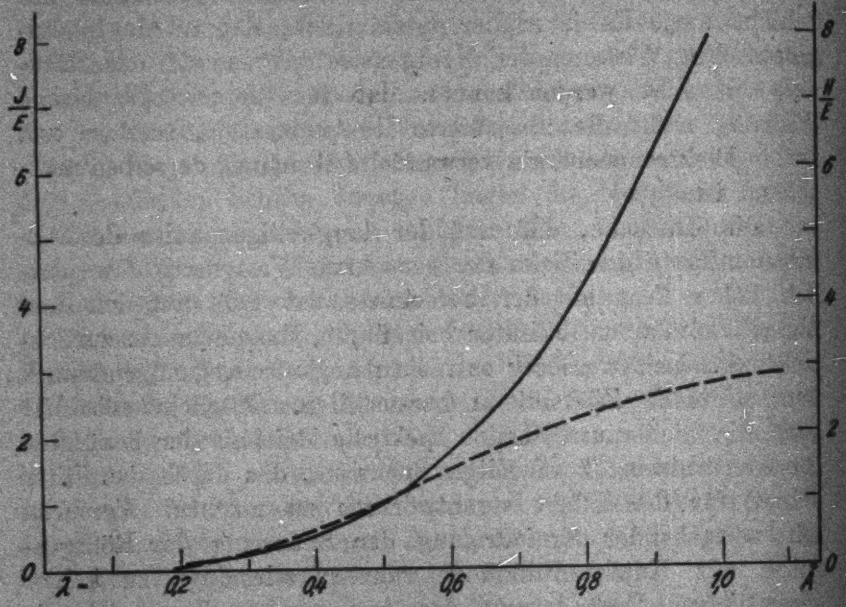


Fig. 7

---

1) R. Glocker, a. a. O. S. 830.

welligen Gebiet nur noch wenig ändert und dem Grenzwert 1 zustrebt. Bei Verwendung eines extrem dicken Leuchtschirmes würde man also, abgesehen von dem Einfluß der Lichtabsorption in der Schicht, eine horizontale Gerade in Fig. 7 erhalten.

§ 4. Die spektrale Zusammensetzung des Fluoreszenzlichtes als Funktion der erregenden Röntgenwellenlänge

Mit einem Gitterspektrographen[1]) wurde bei Erregung mit der Röntgenwellenlänge $\lambda = 0{,}56$ Å die spektrale Zusammensetzung des grünen Fluoreszenzlichtes des Zinksilikatschirmes untersucht. Es ergab sich eine breite Fluoreszenzbande von 505—573 $\mu\mu$ reichend, nach der kurzwelligen Seite relativ scharf, nach der langwelligen Seite diffus begrenzt mit einem Intensitätsmaximum bei etwa 520—530 $\mu\mu$.

Bei Erregung mit langwelligen Röntgenstrahlen waren ganz außerordentlich lange Expositionszeiten erforderlich, um Schwärzungseindrücke auf der Platte zu erhalten; diese waren aber immer noch zu schwach, um eine sichere photometrische Bestimmung der spektralen Energieverteilung zu ermöglichen. Da ein lichtstärkerer Spektrograph leider nicht zur Verfügung stand, mußte ein anderer Weg eingeschlagen werden.

Durch zahlreiche Vorversuche wurden zwei Lichtfilter ausgewählt, deren Durchlässigkeitsgebiete so lagen, daß durch das eine Filter die langwellige, durch das andere Filter die kurzwellige Hälfte der Fluoreszenzbande hindurchgelassen wurde. Als geeignet erwies sich das Lifagrünfilter 434, das langwelligere Lichtstrahlen als 536 $\mu\mu$ völlig absperrt, sowie eine 5 mm dicke Schicht einer 5 proz. wäßrigen Chromsäurelösung, die kurzwelligere Strahlen als 540 $\mu\mu$ völlig absorbiert. Die Durchlässigkeitsgebiete der Filter sind in Fig. 8 mit Pfeilen bezeichnet. Die Empfindlichkeit der Hauff-Flavinemulsion ist in der untersten Querspalte durch verschieden starke Schraffierung qualitativ wiedergegeben.

Die Versuchsanordnung ist aus Fig. 9 ersichtlich. Durch die Lochblenden B_1 und B_2 fallen die Röntgenstrahlen unter 45 Grad auf den 2 × 2 cm großen Leuchtschirm L, dessen Licht nach Durchgang durch das Bleiglas Z und das Filter F

---

1) Hrn. Prof. Dr. W. **Küster** sind wir für die freundliche leihweise Überlassung des Apparates zu Dank verpflichtet.

durch die Öffnung O auf die Platte Pl gelangt. Das Filter F ist durch eine vertikale Trennwand hälftig abgeteilt in das Grünfilter und das Orangefilter, so daß auf der Platte zwei Schwärzungsfelder nebeneinander entstehen. Die Durchlässigkeit der beiden Lichtfilter wurde so abgestimmt, daß die beiden Felder gleich geschwärzt sind, wenn die Erregung des Leuchtschirmes mit der Wellenlänge $\lambda = 0{,}56$ Å vorgenommen wird. Durch eine Horizontalverschiebung der Platte können außer diesen beiden Feldern zwei weitere Felder bei Bestrahlung mit einer anderen Wellenlänge aufgenommen werden. In allen Fällen hat sich nun ergeben, daß die beiden bei Bestrahlung mit $\lambda = 0{,}56$ Å gleich geschwärzten Felder hinter dem Grün- bzw. Orangefilter auch bei Erregung des Leuchtschirmes mit anderen Röntgenwellenlängen keine nachweisbaren Unterschiede zeigten. Dies bedeutet, daß *das Verhältnis der Licht-*

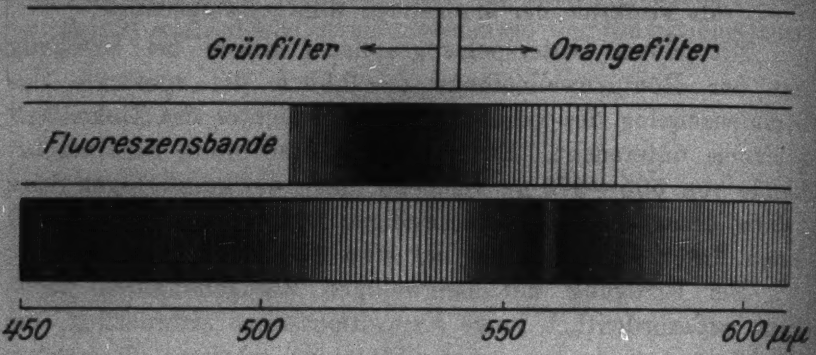


Fig. 8

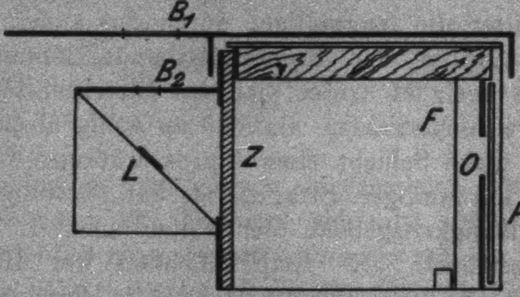


Fig. 9

intensität des kurzwelligen und des langwelligen Teiles der Fluoreszenzbande von der Art der Anregung der Fluoreszenz unabhängig ist.

Als Beispiel eines Versuches ist in Fig. 10 für die Wellenlängen 0,56 Å und 1,54 Å die Schwärzung der Felder durch die Länge der vertikalen Striche angegeben. Es ist keinerlei Verschiedenheit der beiden Wellenlängen in bezug auf den Schwärzungsunterschied von Grün- und Orangelicht vorhanden. Wohl ist dagegen zu bemerken, daß das grüne Licht bei den niederen Schwärzungsgraden größere, bei den hohen Schwärzungsgraden kleinere Schwärzungen hervorruft als das Orangelicht. Dies ist zweifellos eine Folge der Verschiedenheit der Form der Schwärzungskurven für beide Lichtarten. Die Ansichten in dieser Hinsicht sind geteilt: während **Leimbach**[1]) für eine Reihe von Platten im Wellenlängenbereich

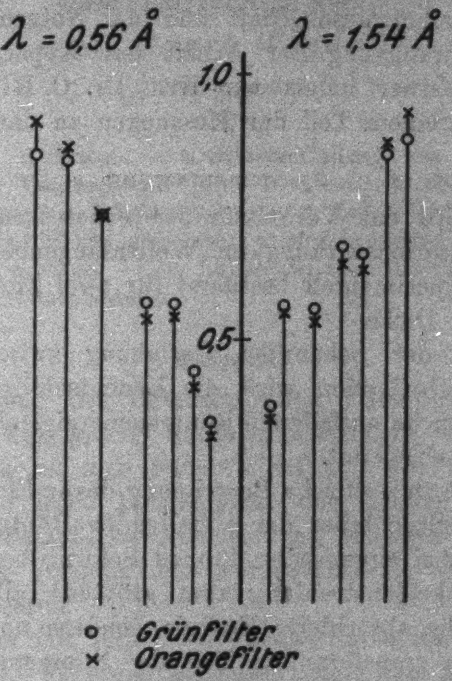


Fig. 10

---

1) G. **Leimbach**, Ztschr. für wiss. Phot. 7. S. 157. 1909.

von 415—700 $\mu\mu$ Schwärzungskurven erhält, die miteinander zur Deckung gebracht werden können, findet **Eder**[1]) eine Abhängigkeit der Form der Schwärzungskurve von der Wellenlänge. Aus Fig. 10 ist zu schließen, daß bei der *Flavinemulsion* und der angewandten Entwicklungsweise die *Schwärzungskurve für Orange steiler verläuft als für Grün.*

Der Helmholtzgesellschaft und der Notgemeinschaft sind wir für Unterstützung der Arbeit mit Apparaten zu Dank verpflichtet; ferner haben wir Hrn. Dr. O. **Risse** für seine Mitarbeit bei einem Teil der Messungen zu danken.

Zusammenfassung

1. Es wird das Verhältnis der Fluoreszenzlichtintensität und der Ionisationswirkung im Wellenlängenbereich von 0,12 bis 1,54 Å experimentell bestimmt für zwei Zinksilikatschirme verschiedener Dicke.

2. Aus der bekannten Beziehung zwischen absoluter Energie und Ionisation wird die Leuchtschirmhelligkeit, bezogen auf gleiche auffallende Röntgenenergie, als Funktion der Wellenlänge abgeleitet.

3. Durch theoretische Berechnung des in Elektronenenergie umgesetzten Bruchteiles der auffallenden Röntgenenergie wird gezeigt, daß bei einem sehr dünnen Schirm, bei dem die entstehende Zinkeigenstrahlung zum größten Teile ausgestrahlt wird, nicht die absorbierte Energie, sondern nur der in Elektronenenergie transformierte Teil der Röntgenenergie für die Fluoreszenzlichterregung maßgebend ist.

4. Es wird ein Verfahren angegeben zur Ermittlung der Lichtverluste in der Schicht infolge von Absorption und diffuser Reflexion.

5. Eine Änderung der spektralen Zusammensetzung des Fluoreszenzlichtes mit der Änderung der erregenden Röntgenwellenlänge ist nicht nachweisbar.

Stuttgart, Röntgenlaboratorium an der Techn. Hochschule

---

[1] J. M. **Eder**, Handb. d. Photographie 3. S. 222. 1903.

(Eingegangen 19. Dezember 1927)

3. *Messungen des luftelektrischen Potentialgefälles vom Luftschiff aus;*

von Albert Wigand

(Hierzu Tafel XI)

Inhalt: 1. Aufgabe. — 2. Selbstaufladung von Verbrennungsmotoren; a) Der Vorgang und seine Ursachen; b) Flugzeugmotoren; c) Luftschiffmotoren; d) Dieselmotoren. — 3. Luftelektrisches Potentialgefälle vom Luftschiff aus gemessen; a) Meßverfahren; b) Ergebnisse; c) Raumladungsprobleme. — 4. Luftelektrische Sicherung des Luftschiffs. — 5. Zusammenfassung.

1. Aufgabe

Die Messung des luftelektrischen Potentialgefälles vom Flugzeug aus wird *gestört* durch die *elektrische Selbstaufladung des Motors*. Es ist also leider nicht so, wie man anfangs hoffte, daß die hohe Leitfähigkeit der heißen Abgase des Motors zur vollständigen Ausgleichung etwaiger Eigenladung ausreicht. Der Vorgang der Motoraufladung war daher zunächst zu studieren.

Gemeinsam mit Hrn. Schlomka[1]) habe ich diese Untersuchung für das Flugzeug ausgeführt, mit dem Ergebnis, daß die Standmotoren (Umlaufmotoren wurden nicht untersucht) im Flug wie am Boden eine beträchtliche positive Selbstaufladung zeigten, und zwar in gesetzmäßiger Abhängigkeit von der Motorleistung, während sich die Auspuffgase negativ aufluden.

Zwar war die *Beseitigung einer solchen Eigenladung* des Motorluftfahrzeugs durch Ausgleicher möglich in einem für technische Zwecke hinreichenden Maße (wie etwa zur Be-

---

1) A. Wigand und T. Schlomka, Ann. d. Phys. 75. S. 279. 1924; Z. f. Flugt. u. Motorl. 15. S. 158 und 185. 1924 (hier mit „W.-S. Ann." und „W.-S. Z. F. M." zitiert); A. Wigand, luftelektr. Untersuchungen bei Flugzeugaufstiegen, Fortschr. d. Chem., Physik und physik. Chem. (Eucken), Serie B, Bd. 18, Heft 5. S. 10. 1925.

seitigung der Zündgefahr eines Luftschiffs), nicht jedoch so vollständig, daß das luftelektrische Potentialgefälle vom Flugzeuge aus bequem und genau genug gemessen werden konnte.

Das noch unbefriedigende Ergebnis dieser Arbeit bewog mich, die Untersuchungen in zweierlei Weise fortzusetzen: Einerseits wurde das im Flugzeuge entwickelte *Spannungsmeßverfahren im Luftschiff* angewendet, um auch hier die Motoraufladung zu studieren und das *luftelektrische Potentialgefälle* zu messen. Andererseits waren weitere Versuche zur Aufklärung des *Vorgangs der Selbstaufladung* an anderen Verbrennungskraftmaschinen auszuführen.

2. Selbstaufladung von Verbrennungsmotoren

a) Der Vorgang und seine Ursachen

Da die Verhinderung der Selbstaufladung von Verbrennungsmotoren oder mindestens die Erkenntnis der physikalischen Natur und damit die Beherrschung dieses Störprozesses die Vorbedingung zur Lösung der luftelektrischen Aufgabe ist, soll zunächst über die neuen Motorenversuche berichtet werden.

Die Erfahrung hat gezeigt, daß in Benzinmotoren verschiedener Art (Luftschiff-, Flugzeug-, Fahrradmotoren) ein elektrizitätserregender Vorgang stattfindet, so daß der Motor sich auflädt, während die entsprechende Ladung des anderen Vorzeichens mit den Auspuffgasen entweicht.

Bei unseren Flugzeugmessungen hatte stets der Motor positives, das Auspuffgas negatives Vorzeichen; bei den Versuchen mit anderen Motoren, besonders mit kleinen Fahrradmotoren, ist von verschiedenen Beobachtern[1]) mitunter auch umgekehrtes und wechselndes Vorzeichen festgestellt worden. Der Ladungseffekt ist offenbar hinsichtlich des Vorzeichens sehr empfindlich gegen Änderungen in der Zusammensetzung des Auspuffgases, besonders für Bestandteile, die wie Öl nur in geringen Mengen vorhanden sind. Bereits **Faraday**[2]) hat solchen, durch Ölspuren bedingten Vorzeichenwechsel bei der **Armstrong**schen Dampfelektrisiermaschine, die sich ja ebenfalls wie die Verbrennungsmotoren auflädt, gefunden. Und beim Wasserfalleffekt ist nach den Untersuchungen von Lenard[1]), Coehn und ihren Mitarbeitern der Einfluß geringer Mengen elektrolytischer Ionen auf das Vorzeichen der Ladung bekannt. An der Elektrizitätserregung beim schnellen Ausströmen von CO_2 ist nach Hörold[2]) ebenfalls das spurenweise vorhandene Öl beteiligt; es zeigte sich hierbei außerdem, daß dieser Ladungseffekt mit abnehmender Temperatur wächst.

---

[1]) W.-S. Ann. S. 802; W.-S. Z. F. M. S. 187; neuerdings noch von A. **Stäger**, Arch. de Geneve (5) 7. S. 208. 1925.

[2]) M. **Faraday**, Pogg. Ann. 60. S. 321. 1843.

Wenn die *Ursache der Motoraufladung*, wie man annimmt, ein ähnlicher *Reibungsvorgang* ist, so eröffnet sich damit die Möglichkeit, durch *Regulierung der Zusammensetzung und Temperatur des Auspuffgases* die Ladung zwischen den beiden Vorzeichen zu balancieren und damit hinreichend niedrig zu halten. Ähnlich kann man auch im Freiballon verfahren, wenn man für luftelektrische Messungen seine Aufladung durch Ballastabgabe vermeiden will[3]); man gibt dann Sand und Eisenfeilicht, in bestimmtem Mengenverhältnis gemischt, als Ballast aus und erreicht damit praktisch verschwindende Aufladung, da die beiden Materialien durch die Reibung beim Ausschütten entgegengesetzte Ladung ergeben.

Ob als die wirkliche Ursache der Selbstaufladung der Benzinmotoren in Analogie zu manchen anderen ähnlichen Vorgängen die *Reibung der Auspuffgase* mit ihren fein verteilten Ruß- und Ölverunreinigungen anzusehen ist, steht noch nicht ganz fest. Es fehlt noch an Versuchen zur Entscheidung der Frage, ob die Anwesenheit dieser nicht-gasförmigen Fremdkörperchen eine notwendige Bedingung für die Elektrisierung der Motoren ist. Es könnte nämlich sein, daß auch beim Ausstoßen reiner Verbrennungsgase ein Ladungseffekt auftritt, nicht durch Reibung, sondern infolge der verschiedenen Kondensationskraft und Beweglichkeit der positiven und negativen Ionen, die bei dem Glüh- und Verbrennungsprozeß im Zylinder des Motors entstehen. Dann wäre die Ursache der Motoraufladung ein *glühelektrischer Vorgang*, wie

---

1) P. Lenard, Heidelb. Ber. 1914, Nr. 28 und 29; Ann. d. Phys 47. S. 463. 1915.

2) H. Hörold, Diss. Heidelberg 1924; P. Lenard u. F. Schmidt, Ztschr. f. techn. Phys. 6. S. 85. 1925.

3) H. Dember, Leipz. Ber., math.-phys. Kl. 62. S. 247. 1910.

er wohl für die Selbstaufladung von Lunten angenommen werden muß.[1])

Ganz ausgeschlossen war es auch nicht, daß die *Magnetzündung*, die bei allen bisher auf ihre Elektrisierung untersuchten Benzinmotoren tätig war, als Quelle der Ladung anzusehen wäre. Dafür scheint eine Beobachtung zu sprechen, die mir Hr. W. Wien freundlichst mitteilte: Bei Fernlenkversuchen wurde eine elektrische Aufladung des Flugzeugs im Tempo der Magnetzündung beobachtet. Zwar wäre diese Festsellung auch durch Reibungselektrisierung beim Auspuff oder glühelektrisch erklärbar, da diese Vorgänge ebenfalls stoßweise im Rhythmus der Zündung erfolgen würden. Trotzdem schien es mir wünschenswert, zu untersuchen, ob auch Verbrennungsmotoren ohne Magnetzündung (wie Dieselmotoren) einen Ladungseffekt zeigen.

b) Flugzeugmotoren

Nachdem in der früheren Arbeit drei Typen von deutschen Flugzeug-Benzin-Standmotoren (160 PS-Mercedes, 200 und 220 PS-Benz) verschiedener Herkunft und Stärke mit übereinstimmendem Ergebnis hinsichtlich des Vorzeichens und der Größe der Selbstaufladung untersucht worden waren, habe ich mich darauf beschränkt, noch bei einem stärkeren, ausländischen Flugmotor die Elektrisierung festzustellen. Es war ein 360 PS-Rolls-Royce-Benzin-Standmotor mit 12 Zylindern in V-Stellung, der in Marina di Pisa in ein Dornier-Wal-Flugboot eingebaut war. Der Motor lief vor der Halle, und die Auspuffgase wurden in einem isoliert aufgehängten Eimer aufgefangen. Bereits bei 1000 Touren ergab sich eine beträchtliche Aufladung des mit dem Eimer verbundenen Wulfschen Zweifaden-Elektrometers.

c) Luftschiffmotoren

Die Selbstaufladung der Motoren hat für das Luftschiff wegen der Sicherheit auch große praktische Bedeutung. Gern nahm ich die mir gebotene Gelegenheit wahr, die im Amerika-Zeppelin LZ 126 verwendeten Maybachschen Benzin-Standmotoren von 1924 zu untersuchen. Das Luftschiff hat fünf solche Motoren von 400 PS mit je 12 Zylindern in V-Stellung; jeder Motor ist in einer besonderen Maschinengondel außerhalb des Schiffskörpers angeordnet.

---

[1] W.-S. Ann. S. 287.

Schon früher (1911) war Dieckmann[1]) bei Messungen des luftelektrischen Potentialgefälles von einem Zeppelinluftschiff aus als erster auf die Vermutung der Motoraufladung gekommen, da die beobachteten Gefällewerte mit der Fahrtdauer zunächst fast ununterbrochen zunahmen, und zwar weit über eine Zeit hinaus, die als Aufladezeit für die Kollektoren in Frage kam.

Die Untersuchung eines 180 PS-Maybachmotors im Laboratorium der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt 1914 durch G. Fuhrmann ergab für die hohe Selbstaufladung dieses Motors Gesetzmäßigkeiten, wie wir sie später bei Flugzeugmotoren im Fluge wiederfanden und aufklärten.[2])

Die neuen Versuche mit den Maybachmotoren des LZ 126 im Fluge ergaben im Gegensatz zu allem Bisherigen *eine nur geringe Aufladung*, so daß von diesem Luftschiff aus das luftelektrische Potentialgefälle nahezu ungestört gemessen werden konnte.

Das verwendete „*Einkollektorverfahren*", das wir bei Ballonfahrten[3]) und den erwähnten Flügen ausgebildet hatten, besteht darin, daß man, um möglichst einfache Versuchsbedingungen zu haben, den Spannungsunterschied zwischen dem Luftfahrzeug und *einem* außerhalb angebrachten Kollektor bestimmt. Besitzt das Luftfahrzeug im Fluge *keine Eigenladung*, ist es also im luftelektrischen Felde ausgeglichen, so zeigt das Elektrometer eine Spannungsdifferenz zwischen dem Luftfahrzeug und dem Luftpunkte am Orte des Kollektors an, die nach Größe und Vorzeichen bis auf einen konstanten Reduktionsfaktor als Maß des luftelektrischen Potentialgefälles anzusehen ist. Hat aber das Luftfahrzeug *eine Eigenladung*, wie etwa der Freiballon durch Ballastwurf oder das Flugzeug durch den laufenden Motor, so wird die luftelektrische

---

1) M. Dieckmann, Z. F. M. 1911, Heft 1.

2) W.-S. Ann. S. 302; W.-S. Z. F. M. S. 187.

3) E. Everling, Verh. d. D. Physik. Ges. 16. S. 240. 1914; E. Everling und A. Wigand, Ann. d. Phys. 66. S. 261. 1921.

Potentialdifferenz geändert, und zwar läßt sich quantitativ aus der gemessenen Höhe der Spannung und ihrem Vorzeichen, wenn man das luftelektrische Potentialgefälle kennt, das Eigenpotential des Luftfahrzeugs und die Größe der auf ihm befindlichen Eigenladung ermitteln. Nach dieser Methode ergab sich, daß die von uns untersuchten Flugzeugmotoren im gedrosselten und vollbelasteten Betriebe beim Fluge durchweg dem Flugzeuge eine hohe Eigenladung erteilen und dadurch den Spannungsabfall in der nächsten Umgebung auf 1000 bis 2000 Volt/m erhöhen, also auf ein hohes Vielfaches des normalen luftelektrischen Potentialgefälles, welches in der untersten Luftschicht von der Größenordnung 100 Volt/m ist und in 1,5 km Höhe nur etwa 25 Volt/m beträgt.

Das Instrumentarium im Luftschiff bestand demnach im wesentlichen aus Elektrometer und Kollektor. Das verwendete *Wulfsche Zweifaden-Elektrometer* hatte zur Erzielung eines großen Meßbereichs und geringer Erschütterungsempfindlichkeit eine ziemlich starke Fadenspannung und daher nur eine Meßempfindlichkeit von 5 Volt/Skt. Als Beobachtungsraum war die zum Laboratorium vorzüglich geeignete Küche auf Steuerbord der vorderen Hauptgondel zur Verfügung gestellt. Hier stand das Elektrometer auf einem Fenstertisch, und zwar mit untergelegtem Gummiluftkissen, so daß auch die an sich schon geringen Erschütterungen des Luftschiffs einflußlos waren und die Elektrometerfäden vollkommen ruhig und scharf standen. Die Fäden des Elektrometers wurden über zwei frisch paraffinierte Hartgummi-Isolatoren mit dem Kollektor verbunden, das Gehäuse an die Metallteile des Luftschiffs angeschlossen, die sämtlich nachweisbar gutleitend miteinander und mit den ebenfalls gut leitenden Gaszellen verbunden waren.

Der *Kollektor* war der bei unseren letzten Flugzeugversuchen verwendete Radiothorkollektor Nr. III.¹) Er saß mit einem Hartgummizwischenstück auf einem Stahlrohrhalter, der an hölzernen Holmhaltern außenschiffs unterhalb des Küchenfensters unter 45° abwärts mit Schellen befestigt und mit Draht verspannt war. Der freie Abstand des Kollektors

---

1) W.-S. Ann. S. 291; W.-S. Z. F. M. S. 156.

vom Luftschiff betrug 94 cm. Seine Ladezeit, d. h. die Zeit bis zur Ausgleichung einer anfänglichen Spannungsdifferenz auf 5 Proz., war bei dieser Anordnung nach mehreren Messungen während der mit einer Geschwindigkeit von 30 m/sec ausgeführten Fahrt 1—2 Sekunden. Diese schnelle Wirksamkeit ist wichtig für die Untersuchung der Motoraufladung, wie auch der Änderungen des luftelektrischen Potentialgefälles. Der Leitwert dieses Kollektors; d. h. seine Entladestromstärke pro Volt Spannungsdifferenz, betrug nach Laboratoriumsversuchen bei Ventilation mit 30 m/sec Wind $\lambda = 4 \cdot 10^{-11}$ Amp/Volt.

Fig. 1, Taf. XI zeigt die Anordnung von außen, während das Luftschiff in der Halle auf Böcken steht; der Kollektor ist unten in der Mitte zu sehen. Rechts unter der Eingangstür der Gondel ist ein Flugzeug-Meteorograph angebracht.

Ferner wurde eine Zambonisäule benutzt zur Prüfung der Isolation des Elektrometers und besonders zur *Bestimmung des Vorzeichens* der Kollektorladung mit Hilfe des Innenkonduktors am Elektrometer. Dies letztere geschah möglichst häufig während der Fahrten. Als allein zuverlässig, besonders bei kleiner Ladung, erwies sich dazu die Beobachtung des Zusammenfallens der Fäden, wenn der Innenkonduktor mit der Zambonisäule gleichnamig wie die mit dem Kollektor verbundenen Fäden aufgeladen wurde. Bestimmt man das Vorzeichen nach dem Auseinandergehen der Fäden, so kann bei kleiner Elektrometerladung ein anfängliches Zusammenfallen leicht übersehen werden. Verwendet man geriebenen Bernstein oder Hartgummi zur Hilfsladung, so ist das Vorzeichen nicht immer das richtige.

Es sei hier noch auf eine wesentliche Voraussetzung der Anwendbarkeit des Einkollektorverfahrens eingegangen, nämlich die vollkommene *Ausgleichung des Luftschiffs im Erdfelde.* Bei keiner der 150 Einzelmessungen trat eine Andeutung dafür auf, daß die Ausgleichung unvollkommen war oder nicht schnell genug erfolgte. Für diese Ausgleichung des Luftschiffs kommen drei Faktoren in Betracht: Die luftelektrische Zerstreuung an der Oberfläche des im Fahrtwind stark ventilierten Schiffes, die Leitung durch die thermisch ionisierten Auspuffgase der Motoren, schließlich die Wirkung der leitenden Propeller, die bei ihrer schnellen Rotation mit großen Mengen von Luftionen in Berührung kommen. Soweit beim LZ 126 Holzpropeller vorhanden waren, wurde ihr an Eintrittskanten und Flügelenden angebrachter Blechbeschlag mit der Propellernabe durch einen innen verlaufenden Draht verbunden. Die Prüfung in der Halle ergab, daß eine auf den nichtlackierten Propellerblechbeschlag gebrachte Ladung momentan durch Nabe, Achse und Lager des Motors trotz guter Ölung abgeleitet wurde.

Das Ergebnis der Messungen war bezüglich der *Motoraufladung* folgendes: Zwei Probefahrten des Luftschiffs[1]) am 6. und 11. September 1924 mit vielstündigen Beobachtungsreihen und bei verschiedenartigem Wetter ergaben übereinstimmend, daß der Spannungsunterschied zwischen dem Kollektor und dem Luftschiff bei gedrosselt (mit 1250 Uml./min) und bei vollbelastet (mit 1380 Uml./min) laufenden Motoren nicht wesentlich verschieden war von dem Spannungsunterschied, wie er bei schwebendem Schiff mit stillstehenden Motoren bestand, und daß er die für das luftelektrische Potentialgefälle charakteristischen Änderungen mit der Höhe und mit dem meteorologischen Zustand der Atmosphäre zeigte.

Man hatte meist den Eindruck, daß der Motorlauf keinen merklichen Einfluß auf die gemessene Spannung ausübte. Mehrere Beobachtungen bei beiden Fahrten ergaben jedoch, daß in dem Augenblick, als der Betriebszustand der Motoren geändert wurde, sprungweise Spannungsänderungen bis zu 30 Volt eintraten, die sich bei der verwendeten Meßgenauigkeit von ±5 Volt deutlich feststellen ließen; und zwar bewirkte Abdrosseln und Abstoppen der Motoren einen Spannungsrückgang, Anlaufen und Übergang von Drosselung zu Vollgas eine Spannungszunahme, wenn das luftelektrische Potentialgefälle normal von oben nach unten gerichtet war. Da der Kollektor auf der Unterseite des Schiffes seitlich 94 cm weit schräg abwärts angebracht war, entspricht diesem Effekt eine *positive Aufladung der Motoren*, die mit der Motorbelastung zunimmt. Dadurch wird an der Meßstelle des Luftschiffs ein zusätzliches, von oben nach unten gerichtetes Potentialgefälle geschaffen, das bei Vollgas mit allen fünf Motoren höchstens 30 Volt/m beträgt.

---

1) Die Beobachtungen der zweiten Fahrt hat Hr. H. Koppe ausgeführt.

Verglichen mit dem entsprechenden Effekt von 1000 bis 2000 Volt/m bei Flugzeugen, handelt es sich hier beim Luftschiff um eine geringfügige Aufladung, deren nähere Verfolgung leider unterbleiben mußte, weil es bei dem sonstigen überreichlichen Versuchsprogramm dieser Probefahrten nicht angängig war, mit den Motoren nur zu diesem Zwecke weiter zu experimentieren.

Die Erklärung dieses besonderen, für die Messung des luftelektrischen Potentialgefälles und im Luftschiffbetrieb für die Zündgefahr so günstigen Verhaltens der 400 PS-Maybachmotoren wird in der eigenartigen *Beschaffenheit ihres Auspuffs* zu finden sein. Die Selbstaufladung der Flugzeugmotoren kommt, wie ich mit Hrn. Schlomka nachgewiesen habe, dadurch zustande, daß geladene Auspuffgase aus dem Motor ins Freie treten, und daß die äquivalente Ladung des anderen Vorzeichens als Eigenladung des Motors zurückbleibt. Bei den Luftschiffmotoren wird dieses weitgehend verhindert, indem die Auspuffgase, bevor sie ins Freie treten, zur Kühlung intensiv mit Luft durchmischt und durch die Berührung mit metallischen Kühlgängen (Düsen) weitgehend entladen werden, so daß nach außen nur eine geringe freie Aufladung des Motors bemerkbar werden kann. Diese Kühlung der Auspuffgase, die beim Austritt ins Freie unter die Zündfähigkeitsgrenze abgekühlt sind und keine glühenden Rußteilchen mit sich führen, und auch die Kühlung des Auspufftopfes weit unter die Glühtemperatur ist zur Sicherung des nahen Schiffskörpers erforderlich und wird erzielt, indem die Auspuffgase in luftgekühlten Rohren durch Düsenwirkung die zur Kühlung erforderliche Luft selbst heranholen und dann durch den Boden der Maschinengondel hindurch ins Freie austreten.

Für die Verhinderung einer nennenswerten Aufladung bei diesem Auspuffvorgang im Gegensatz zum Flugmotor ist also verantwortlich zu machen die Entladung der geladenen Gase in den Kühlgängen oder überhaupt die Vermeidung der Gasaufladung, wobei die hier herrschenden Verhältnisse der Temperatur und Zusammensetzung der Auspuffgase eine Rolle spielen mögen. Auch die beträchtliche luftelektrische Zerstreuung an der relativ großen Oberfläche des Luftschiffs wirkt wohl günstig gegen die Erreichung eines höheren Endpotentials der Motoraufladung.

d) Dieselmotoren

Um auch einen von den Benzinmotoren abweichenden Typ der Verbrennungskraftmaschinen zu untersuchen, besonders um die Magnetzündung als vermutete Ursache der Motoraufladung eventuell auszuschließen, wurde ein Schweröl-Dieselmotor (MAN) von 80 PS mit zwei Zylindern gewählt. Hier ist keine besondere Zündvorrichtung (Magnet oder Glühkopf) vorhanden wie bei den Benzinmotoren; sondern in der durch Kompression auf 35 Atm. hoch erhitzten Luft (etwa 600° C) tritt beim Einführen des Brennstoffs Selbstzündung ein. Die Verbrennung im Zylinder erfolgt hier langsamer als bei den Explosionsmaschinen.

Die Versuche wurden[1]) in der Weise ausgeführt, daß die Verbrennungsgase durch einen geöffneten Hahn aus dem Zylinder in einen isoliert aufgehängten und mit dem Elektrometer verbundenen Eimer ausgepufft wurden. Es ergab sich bei belastetem Motor eine *Aufladung des Eimers auf 800 Volt positiv* durch die Gase, und zwar schwankte das Maximum im Tempo der Motorstöße. Bei mehreren Wiederholungen hatte der Versuch stets das gleiche Ergebnis. Das Vorzeichen ist das entgegengesetzte wie bei den von uns untersuchten Flugzeug- und Luftschiff-Benzinmotoren.

Danach ist die Mitwirkung der Magnetzündung nicht erforderlich zum Zustandekommen der Selbstaufladung von Verbrennungsmotoren; und es ist unwahrscheinlich, daß auch bei den Benzinmotoren im Flugzeug und Luftschiff die Magnetzündung an der Aufladung irgendwie beteiligt sei.

3. Luftelektrisches Potentialgefälle vom Luftschiff aus gemessen

a) Meßverfahren

Die luftelektrische Theorie hat es zwar hauptsächlich auf den allgemeinen Vertikalverlauf des Potentialgefälles abgesehen, auf den mittleren „Normalzustand", ungeachtet der beträchtlichen, immer vorhandenen Störungen in den unteren Luftschichten. Aber auch die oft komplizierten Feldverhältnisse der untersten Höhenkilometer, wo die wechselnden Raum-

---

1) unter Mitarbeit von Hrn. T. Schlomka.

ladungen der Wolken- und Dunstmassen wirken, an charakteristischen *Einzelfällen* zu studieren, ist nicht weniger interessant, nicht nur weil man hier schöne Beispiele für potentialtheoretische Aufgaben findet, auch wegen des gesetzmäßigen Zusammenhanges individueller elektrischer Raumladungs- und Feldverhältnisse mit dem meteorologischen Schichtungszustand, schließlich aber auch aus praktischen Rücksichten auf die Navigation von Luftfahrzeugen.

Solche Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen Potentialgefälle und dem meteorologischen Zustand in den unteren Schichten sind besonders von Linke[1]) im Freiballon ausgeführt worden. Die Messungen bei den Probefahrten des LZ 126 liefern neue Beispiele solcher Untersuchungen. Sie sind methodisch gegenüber den älteren Messungen im Vorteil durch die bessere Apparatur, wie sie im Abschnitt 2c beschrieben wurde: Der Kollektor folgt praktisch momentan den Feldänderungen und stellt somit eine Sonde zum Studium der feineren Struktur des Feldes dar, die auch bei sprungartiger Änderung des Potentialgefälles in Schichtgrenzen scharf reagiert. Das praktisch trägheitsfreie Elektrometer ist unabhängig von der Vertikalbewegung des Luftfahrzeugs, hat ausreichenden Meßbereich und gestattet mit seinem Hilfskonduktor eine schnelle und einwandfreie Bestimmung des Vorzeichens der Kollektorladung.

Auch etwa auftretende Eigenladungen des Luftschiffs stören diese luftelektrische Feldmessung nicht merklich, da sich das Luftschiff mit sofortiger Ausgleichung durch die im Abschnitt 2c genannten Vorgänge in das System der Äquipotentialflächen schnell einstellt. Der verbleibende geringe Ladungseffekt der Motoren ist durch eine Korrektion sicher auszuschalten.

Wie schon erwähnt, waren infolge der Selbstaufladung der Luftschiffmotoren die bei laufenden Motoren direkt gemessenen Spannungswerte, wenn das luftelektrische Potentialgefälle die normale Richtung von oben nach unten hatte, um einen, je nach dem Betriebszustand der Motoren bis zu 30 Volt gehenden Betrag zu hoch. Bei umgekehrter Richtung des

---

1) F. Linke, Göttinger Abh., math.-phys. Kl. N. F. 3. Nr. 5. 1904.

luftelektrischen Potentialgefälles waren die gemessenen Spannungswerte um die gleichen Beträge zu niedrig. Ich habe daher hierauf bezügliche *Korrektionen*, entsprechend dem jeweiligen Betriebszustande der Motoren, an den gemessenen Spannungswerten angebracht und schätze die so korrigierten Spannungswerte, die dadurch mit den ohne Motorlauf gewonnenen Werten vergleichbar sind, auf ±10 Volt genau.

Man erhält dann den nur luftelektrisch bedingten Spannungsunterschied zwischen dem Luftschiff und dem an der betreffenden Stelle 94 cm entfernten Kollektor. Der so ermittelte Spannungswert ist ein Relativmaß des luftelektrischen Potentialgefälles und bedarf zur Reduktion auf den in Volt/m ausgedrückten Absolutwert, den das Potentialgefälle am Orte des Luftschiffs ohne Felddeformation durch dieses hat, nur der Multiplikation mit einem konstanten *Reduktionsfaktor*.

Dieser Reduktionsfaktor läßt sich bestimmen aus den Untersuchungen über die Deformation eines künstlichen elektrostatischen Feldes durch ein ausgeglichenes Luftschiffmodell, die Hr. W. Müller[1]) unter meiner Anleitung ausgeführt hat. Eine gewisse Unsicherheit besteht zwar, weil die Form des Modells eines älteren Z-Schiffes nicht genau mit der Form des LZ 126 übereinstimmt; doch spielt dies bei der angegebenen Genauigkeit der Spannungsmessung von ±10 Volt keine Rolle. Der Reduktionsfaktor darf für die verwendete Meßstelle am Luftschiff hinreichend genau als 1 angenommen werden, so daß die gemessenen und mit der Motorladungskorrektion versehenen Spannungswerte direkt als die Absolutwerte des luftelektrischen Potentialgefälles gelten können.

b) Ergebnisse

Das *Luftschiff* LZ 126 hat einen Gasinhalt von 72000 m^3; bei den deutschen Fahrten war Wasserstoff das Füllgas. Die Gesamtlänge des Schiffs beträgt 200 m, der größte Durchmesser des Schiffskörpers nach Höhe und Breite 28 m, die größte Gesamthöhe einschließlich der Gondeln 31 m.

Infolge der Anordnung der fünf Motorengondeln mit ihren Propellern seitlich und unterhalb des Schiffskörpers geht die für die Einstellung im luftelektrischen Erdfelde maßgebende mittlere Ausgleichs-Niveaufläche durch den Luftschiffkörper schätzungsweise nahe oberhalb seines unteren Randes. Hierfür ist das Zusammenwirken der verschiedenen ausgleichenden Faktoren (Abschnitt 2c) bestimmend.

---

[1]) W. Müller, Diss. Halle 1920; Ann. d. Phys. 63. S. 585. 1920.

Die *Fahrt am 6. September* dauerte von $9^h 4^m$ bis $17^h 46^m$. Anfangs wurde bei Friedrichshafen einige Zeit über dem See und dem Ufer gekreuzt. Daran schloß sich eine Rundfahrt über Kempten, Starnberger See, München, Regensburg, Nürnberg, Stuttgart und den Ueberlinger See nach Friedrichshafen zurück.

Die *Wetterlage* am 6. September war antizyklonal. Die Fahrt fand statt in einem Gebiete mit über 760 mm reduziertem Luftdruck bei Windstille bis schwachen Winden aus SW bis SE am Boden. Die Lufttrübung war mäßig und nahm gegen Ende der Fahrt beträchtlich ab, so daß die horizontale Sichtweite von der Friedrichshafener Drachenstation aus zunahm von 14 km um $14^h 43^m$ auf 50 km um $18^h 55^m$. Die Bewölkung war, abgesehen von zeitweiligem, leichtem Cirrus, gering. Anfangs lag am Bodenseeufer nur ein sich auflösender, durchbrochener und weniger als 50 m mächtiger Stratus, der eine halbe Stunde nach dem Aufstieg verschwunden war, mit seiner oberen Grenze in 700 m Seehöhe, also rund 300 m über dem Gelände und dem Bodensee. Später, von $10^1/_4{}^h$ an, wurde es böig, und es trat von $13^1/_2{}^h$ an oberhalb 1100 m Seehöhe lebhafte Cumulusbildung auf, die gegen Ende der Fahrt zur Ausbildung eines nahezu geschlossenen Stratus führte.

Der Registrieraufstieg der Friedrichshafener Drachenstation 2 Stunden vor Beginn der Fahrt zeigt bis 700 m Seehöhe normale Temperaturabnahme von 0,5° für 100 m mit konstanter hoher relativer Feuchtigkeit; darüber bis 800 m Seehöhe eine kräftige Inversion mit 1,3° Temperaturzunahme für 100 m und Abnahme der Feuchtigkeit, und weiter bis 1100 m Seehöhe eine schwächere Inversion mit 0,1° Temperaturzunahme für 100 m und weiterer Feuchtigkeitsabnahme. Nach oben schließt sich daran normale Temperaturabnahme von 0,6° für 100 m mit konstanter Feuchtigkeit. Die Friedrichshafener Höhenwindmessungen des Tages ergaben für die Fahrthöhen schwache vorwiegend südwestliche Winde, mit Ausnahme der Stratusschicht unterhalb 700 m und der darüber anschließenden Inversion; hier kamen schwache östliche bis nordöstliche Winde vor.

Die *Fahrt am 11. September* dauerte von $9^h 54^m$ bis $17^h 56^m$. Nach anfänglichem Kreuzen über dem Bodensee wurde eine Rundfahrt über Zürich und die Nordostschweiz bis zurück nach Friedrichshafen gemacht.

Die *Wetterlage* am 11. September war ebenfalls antizyklonal mit reduzierten Luftdrucken von über 760 mm im Fahrtgebiet und Windstille bis schwachen, ringsum drehenden Winden am Boden. Die Luft war in den untersten Schichten ziemlich trüb, so daß die Friedrichshafener Sichtweite 6—10 km betrug. Ein Stratus lag, als das Luftschiff nach $2\,^1/_2$-stündiger Tieffahrt höher ging und nach W fuhr, über der Schweiz mit seinem unteren Rande in 1300 m Seehöhe, später über dem Bodensee um $17\,^1/_2{}^h$ in 1800 m.

Der Registrieraufstieg der Friedrichshafener Drachenstation 2 Stunden vor Beginn der Fahrt zeigt bis 1500 m Seehöhe normale Temperaturabnahme von 0,8° für 100 m, ohne Andeutung einer Inversion oder sonstigen Sperrschicht. Die Friedrichshafener Höhenwindmessungen des Tages ergaben für die Fahrthöhen mäßige nordwestliche bis nordöstliche Winde.

Nach den Beobachtungen bei den Probefahrten des LZ 126 am 6. und 11. September 1924 sind die Ergebnisse für das Potentialgefälle in den Figg. 2 u. 3 graphisch dargestellt. Die Gesamtheit der beobachteten Werte kann keinen Anspruch darauf machen, einen Augenblickszustand der Atmosphäre darzustellen, da sich die Beobachtungen in den verschiedenen Höhen über einen Zeitraum von 8—9 Stunden verteilen, wobei sich die luftelektrischen und meteorologischen Verhältnisse nicht unwesentlich änderten. Das ist besonders bei der ersten Fahrt der Fall.

Trotzdem habe ich mehrere Gruppen von zeitlich einander naheliegenden Werten zu Kurvenzügen zusammengefaßt, nämlich die Beobachtungen für Aufstieg (ausgezogene Kurve der Punkte) und Abstieg (gestrichelte Kurve der stehenden Kreuze). Diese Kurvenzüge mögen mit einer gewissen Annäherung als *Zustandskurven des Potentialgefälles* gelten, und gestatten eine Deutung der Ursachen ihres Verlaufs derart, daß sie auch zur Berechnung der als solche Ursachen maßgebenden *Raumladungen* verwendet werden können. Die bei der ersten Fahrt aus diesen Kurven stark herausfallenden Werte können einleuchtend begründet werden.

Zur Beurteilung der individuellen Feldverhältnisse der beiden Fahrten sei der *mittlere „normale" Vertikalverlauf des Potentialgefälles* und der aus der Potentialtheorie sich ergebende Zusammenhang zwischen Raumladungsschichten und Potentialgefälle zugrunde gelegt.

Für die Höhen der Luftfahrt, die klein sind gegen den Erdradius, besteht normalerweise zunächst das zur *negativen Erdladung* gehörige Feld, dessen Stärke sich in ionenfreier Luft mit der Höhe nicht ändern würde, und darüber gelagert das Feld der *Raumladung der Luft*, die im Mittel *positiv* ist, und deren Dichte von unten nach oben abnimmt. Es resultiert im Mittel ein durchweg positives, d. h. von oben nach unten gerichtetes Potentialgefälle $\frac{dV}{dh}$, dessen Wert von rund 100 Volt/m am Erdboden mit zunehmender Höhe zunächst schnell, dann

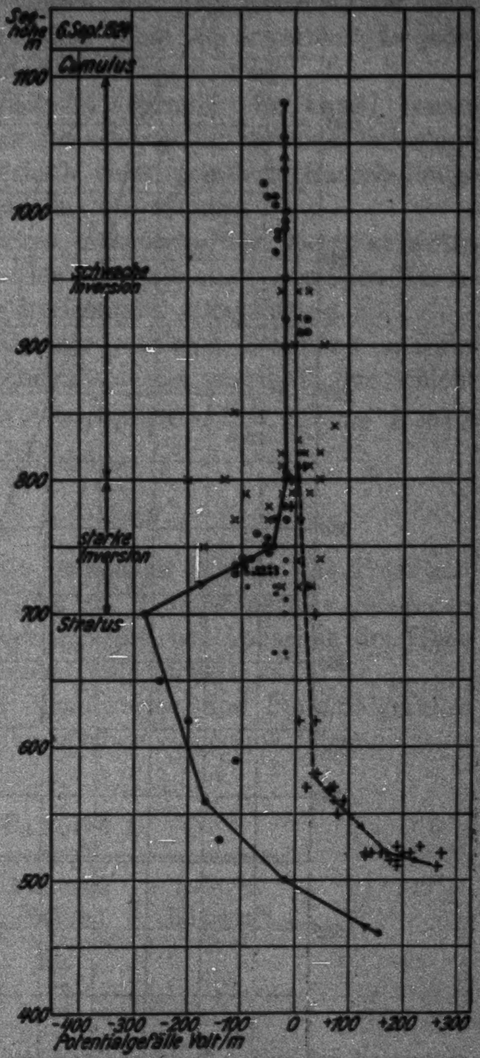


Fig. 2

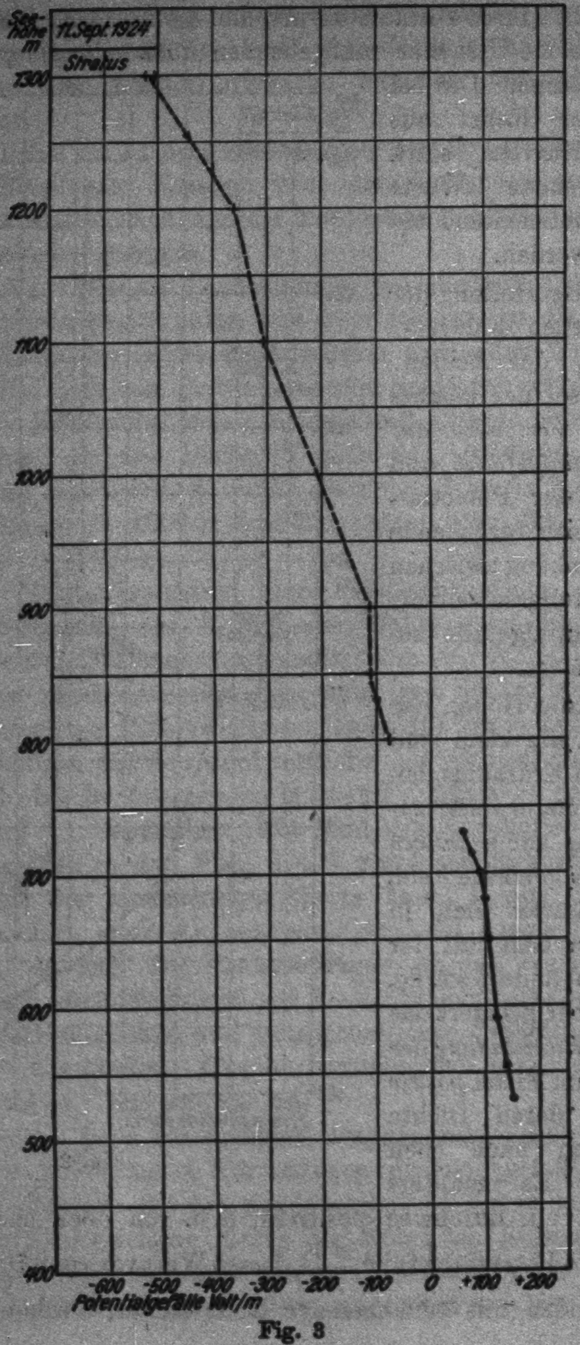

Seehöhe m
11. Sept. 1924
Stratus
1300
1200
1100
1000
900
800
700
600
500
400
-600
-500
-400
-300
-200
-100
0
+100
+200
Potentialgefälle Volt/m

Fig. 3

langsamer abnimmt auf rund 25 Volt/m in 1500 m und 15 Volt/m in 3000 m Höhe. Ein einfaches Gesetz, etwa eine Exponentialkurve, ist für diesen mittleren Höhenverlauf nicht gefunden worden und ist auch nicht zu erwarten, da jeder Einzelfall zu beträchtliche Abweichungen zeigt.

Negatives Potentialgefälle ist anormal. Es kann, ebenso wie *anormal kleines positives Potentialgefälle*, auftreten unterhalb einer negativen oder oberhalb einer positiven Raumladungsschicht von großer horizontaler Ausdehnung.

Anormal großes positives Potentialgefälle kann auftreten unterhalb einer positiven oder oberhalb einer negativen Raumladungsschicht von großer horizontaler Ausdehnung.

Die *Dichte der Raumladung* ϱ solcher Schichten und ihr Vorzeichen läßt sich berechnen aus der innerhalb der Schicht stattfindenden *Änderung des Potentialgefälles* $\frac{dV}{dh}$ *mit der Höhe* h nach der Poissonschen Gleichung:

$$\frac{d^2 V}{d h^2} = -4\pi\varrho .$$

So nimmt in einer positiv geladenen Schicht das Potentialgefälle mit zunehmender Höhe ab, in einer negativ geladenen Schicht zu. *Konstantes Potentialgefälle* bei Änderung der Höhe tritt nur in raumladungsfreien Luftschichten auf.

Aus den angeführten Mittelwerten des Potentialgefälles ergeben sich nach der Poissonschen Gleichung folgende *„normale“ Raumladungsdichten*:

Tabelle 1

Seehöhe (m)	Pot.-Gef. (Volt/m)	$\varrho \cdot 10^{10}$ (ESE/cm^3)
0	100	+13,2
1500	25	+ 1,76
3000	15	

Größe und Richtung der Feldstärke $\frac{dV}{dh}$ werden bestimmt durch die außerhalb der Beobachtungsstelle näher oder ferner in der Luft, besonders in Dunst und Wolken, sowie auf der Erdoberfläche befindlichen Ladungen. Dagegen hängt die Änderung der Feldstärke mit der Höhe $\frac{d^2 V}{dh^2}$ nur von der im

Beobachtungsraum von der Höhe dh herrschenden Raumladungsdichte ϱ ab. —

Da das *Schaubild der zweiten Fahrt* (Fig. 3) einfachere Feldverhältnisse zeigt als das der ersten, betrachten wir es vorher: Nach der Aufstiegskurve aus der ersten halben Fahrtstunde herrscht in der untersten Schicht normales positives Potentialgefälle mit Abnahme von +150 auf +92 Volt/m zwischen 530 und 700 m Seehöhe; dieser Abnahme entspricht positive Raumladung von 7-fach normaler Dichte (Tab. 2).

Tabelle 2

	Seehöhe (m)	Pot.-Gef. (Volt/m)	$\varrho \cdot 10^{10}$ (ESE/m^3)
Aufstieg	530	+150	+90
	700	+92	
Abstieg	1300	−522	+235
	800	−78	

Bei 700 m biegt die Aufstiegskurve des Potentialgefälles etwas nach links um zu dem zuletzt gemessenen Wert von +58 Volt/m in 730 m Seehöhe, wodurch sie etwa die Neigung der ganz im Gebiete negativer Feldwerte verlaufenden Abstiegskurve bekommt und als deren Verlängerung nach unten erscheint. Die von −522 bis −78 Volt/m gehenden Abstiegswerte zwischen 1300 und 800 m Seehöhe wurden $2\frac{1}{4}$ Stunden später als die Aufstiegswerte gemessen, als das Luftschiff aus der Maximalhöhe von 1300 m vom unteren Stratusrande abstieg. Aus der Neigung der Abstiegskurve geht hervor, daß der ganze Raum bis zum Stratus mit positiver Ladung erfüllt ist, deren mittlere Dichte größer ist als in der Schicht unter 700 m Höhe, nämlich 18-fach normal (Tab. 2).

Die Feldumkehr in dem Raume zwischen 800 und 1300 m Seehöhe kann verursacht sein durch negative Ladung des in 1300 m beginnenden Stratus; dann wäre diese Ladung schon 500 m tiefer, in 800 m Seehöhe an dem negativen Werte des Potentialgefälles zu erkennen. Da in dem Stratus selbst nicht gemessen wurde, läßt sich nicht sicher entscheiden, ob diese Annahme zutrifft, oder ob die Feldumkehr oberhalb 800 m Seehöhe etwa nur durch die darunter befindliche, die negative Erdladung überwiegende positive Raumladung bewirkt wurde.

Für eine negative Ladung des Stratus als wahrscheinlichere Ursache der Feldumkehr spricht die Analogie zu den Ergebnissen der ersten Fahrt, bei der durch höher liegende negative Raumladung bewirkte Feldumkehr beobachtet wurde; diese negative Raumladung der mit einem flachen Stratus beginnenden Luftschicht konnte aus der Feldänderung mit der Höhe in dieser Schicht zwischen 700 und 800 m Seehöhe berechnet werden.

Das *Schaubild der ersten Fahrt* (Fig. 2) sieht weniger einfach aus, weil während der 8 $^1/_2$-stündigen Beobachtungszeit wesentliche meteorologische und luftelektrische Veränderungen eintraten. Der anfänglich unterhalb 700 m Seehöhe vorhandene flache, durchbrochene Stratus mit einer an ihn nach oben angrenzenden Dunstschicht war schon nach einer halben Stunde verschwunden, und es traten bei wolkenfreiem Himmel mit kräftiger Sonnenstrahlung Vertikalböen auf, die oberhalb 1100 m Seehöhe zur Bildung von Cumulus und später Stratus führten.

Die Aufstiegskurve des Potentialgefälles beginnt zwar im untersten Meßpunkt in 460 m Höhe (30 m über dem Boden bei Friedrichshafen) mit einem normalen positiven Werte von + 154 Volt/m; ihr weiterer Verlauf zeigt dann aber von 500 m Höhe an nur anormale, negative Werte bis zum Höchstbetrage von −280 Volt/m in 700 m Seehöhe. Die Ursache dieser Feldumkehr ist die negative Raumladung der in 700 m Seehöhe oberhalb des Stratus beginnenden, 100 m mächtigen Schicht, deren Feld in der Schicht unter ihr über das Feld der negativen Erdladung beträchtlich überwiegt. Ihre negative Raumladungsdichte ergibt sich aus dem Vertikalverlauf des Potentialgefälles in ihr. Diese Schicht zeichnet sich nach den unabhängigen Messungen der Friedrichshafener Drachenstation mit genau den gleichen Grenzen im vertikalen Temperaturverlauf als starke Inversion und durch Winddrehung aus.

Ihre negative Raumladung war jedoch zusammen mit dem dicht darunter liegenden flachen Stratus schon nach einer Stunde verschwunden, nicht nur infolge des Geländewechsels bei der Schiffsreise, sondern auch über dem Aufstiegsgelände, was aus der Lage der Abstiegskurve des Potentialgefälles hervorgeht; die kleinen Punkte im Diagramm in größerer Entfernung rechts von der ausgezogenen Kurve stellen solche Aufstiegswerte dar, die bei wechselnder Höhenlage des Schiffes beobachtet wurden, nachdem diese negative Schichtladung fast ganz oder ganz verschwunden war. Die Abstiegskurve zeigt keine Spur mehr von der anfänglichen negativen Schicht zwischen 800 und 700 m, weder durch den vertikalen Feldverlauf innerhalb dieser Schicht, noch durch die Richtung der Feldstärke unter ihr; gegenüber der Aufstiegskurve ist die Abstiegskurve vielmehr um 200 bis 300 Volt/m ganz ins Gebiet der positiven Potentialgefällewerte verschoben.

Von 800 m Seehöhe an bis zur erreichten Maximalhöhe von 1080 m zeigt die Aufstiegskurve im Mittel kleine negative Feldstärkenwerte von —20 Volt/m. Ob für diese Feldumkehr eine negative Raumladung der darüber im Cumulusniveau in 1100 m Seehöhe beginnenden Schicht bestimmend war oder die positive Raumladung der Schichten unter 800 m Seehöhe, läßt sich nicht entscheiden. Jedenfalls blieb der vertikale Feldverlauf oberhalb 800 m Seehöhe, während der ganzen Beobachtungszeit über dem großen Fahrtgebiet im Durchschnitt kaum verändert bestehen, trotz der oberhalb 1100 m stattfindenden Wolkenbildung. Die Vertikalböen und die Cumulusbildung störten nur die horizontale Gleichmäßigkeit der Raumladungsverteilung und bewirkten dadurch zwischen 940 und 720 m Seehöhe lokal bald eine Erniedrigung, bald eine Erhöhung des Potentialgefälles; die liegenden Kreuzchen im Diagramm stellen solche Werte dar, bei denen gleichzeitig die Schiffsbewegung eine Vertikalböe anzeigte oder ein Cumulus über dem Schiff beobachtet werden konnte. Gegen Ende der Fahrt, als in den letzten 40 Minuten über dem Bodensee und dem Ostufer die Werte der Abstiegskurve beobachtet wurden, schlossen sich die Cumuli zu einem fast lückenlosen Stratus zusammen, und die Vertikalböen waren vorüber. Bei diesem Zustande der Schicht oberhalb 1100 m Seehöhe wurden die Werte der in 810 m Seehöhe beginnenden Abstiegskurve beobachtet.

Für die *Raumladungsdichte* ϱ lassen sich aus der Neigung einzelner Kurvenstücke die in der Tab. 3 zusammengestellten Werte berechnen.

In der untersten Schicht bis 700 m Seehöhe ist also die positive Raumladungsdichte von beträchtlicher, nach oben geringer werdender Größe, nämlich nach der Aufstiegskurve

Tabelle 3

	Seehöhe (m)	Pot.-Gef. (Volt/m)	$\varrho \cdot 10^{16}$ (ESE/cm^3)
Aufstieg	460	+154	+ 598
	560	−170	+ 208
	700	−280	−1250 } starke Inversion
	750	− 44	− 127 } starke Inversion
	800	− 20	0 schwache Inversion
	1080	− 20	
Abstieg	810	+ 6	+ 31
	580	+ 84	+ 865
	510	+263	

45- und 16-fach normal, nach der Abstiegskurve 66- und $2\,^1/_3$-fach normal. Bemerkenswerterweise sind durch die Verschiebung der Kurve nach rechts, infolge des Verschwindens der negativen Schicht in 700—800 m Seehöhe, die unteren Raumladungen trotz eines Zeitunterschieds von 8 Stunden nicht sehr verändert worden.

Die hochgeladene negative Schicht (starke Inversion) über dem Stratus in 700 m hat zunächst auf 50 m Höhe eine negative Raumladungsdichte vom 95-fachen, in den anschließenden 50 m Höhe vom 10-fachen Betrag des normalen positiven ϱ.

Die nach oben anschließende schwache Inversionsschicht von 800 m an ist bis 1080 m Höhe unterhalb der Cumulusgrenze durchschnittlich raumladungsfrei, da das Potentialgefälle im Mittel der zeitlichen Schwankungen hier als praktisch konstant angesehen werden muß.

Gegen Ende der Fahrt wurde zwischen Friedrichshafen und Langenargen wechselnd über dem See und dem Land gefahren. Dabei ergab sich durch zwei Gruppen von Messungen deutlich, daß *das über dem See herrschende Potentialgefälle kleiner war als das in gleicher absoluter Höhe („Seehöhe") über dem Land gemessene*, eine Beobachtung, die schon von Dieckmann[1]) bei seinen Spannungsmessungen vom Zeppelinluftschiff aus gemacht worden ist. Meine diesbezüglichen Beobachtungen sind in Tab. 4 zusammengestellt:

---

[1]) M. Dieckmann, Z. F. M. 1911, Heft 1.

Tabelle 4

Zeit	Seehöhe (m)		Pot.-Gef. (Volt/m)		Höhe (m) über dem See bzw. Land	
17ʰ 17ᵐ	580	577	+ 40	31	über dem See	177
19	580		+ 34			
22	570		+ 20			
24	570	570	+ 72	67	„ „ Land	140
24,5	570		+ 65			
25	570		+ 65			
33	525	518	+188	182	„ „ See	118
34	515		+171			
35	515		+188			
41	520	518	+200	231	„ „ Land	88
42	510		+263			
43	525		+231			

Der Unterschied ist zu groß und eindeutig, als daß man ihn als Zufälligkeit bewerten könnte. Seine Erklärung ist wohl so zu geben: Da die absolute Höhe des Bodensees 400 m, die des Landes am Ostufer mit Einschluß von Bewachsung und Bebauung rund 430 m ist, so entsprechen bei gleicher absoluter Höhe die Werte über dem See einer um etwa 30 m größeren Höhe über der Erdoberfläche als die Werte über dem Land. Bei der geringen Höhe von 140 und 88 m über dem festen Boden kann der beobachtete Unterschied des Potentialgefälles in der natürlichen *Hebung und Zusammendrängung der Äquipotentialflächen über dem Ufer* seine Erklärung finden. Während schon die Zusammendrängung der Äquipotentialflächen über dem Ufer eine Feldverstärkung dort bedeutet, muß auch die Hebung der Flächen über dem Ufer einen Effekt wie den beobachteten bewirken. Denn bei solcher Schräglage der Flächen finden die Messungen über dem See, bei gleicher absoluter Höhe wie über dem Land, auf einer höheren Äquipotentialfläche statt, womit (in einer Luftschicht mit positiver Raumladung wie hier) eine kleinere Feldstärke verbunden ist. Ob diese Deutung ausreicht, kann bei dem Fehlen einer hinreichend genauen Ortsbestimmung und wegen der Streuung der vorliegenden Einzelwerte rechnerisch nicht entschieden werden; der Größenordnung nach sind die See-Land-Unterschiede aber so, daß die Erklärung wohl richtig sein dürfte.

Anders ausgedrückt kann man den durch die Hebung der Äquipotentialflächen über dem Ufer bewirkten Effekt auch so deuten: Bei gleicher absoluter Höhe wird das Luftschiff über dem See in der höheren Luftsäule eine größere positive Gesamtraumladung unter sich haben als über dem Land. Infolgedessen wird in gleicher absoluter Höhe über dem See das höhenkonstante Feld der negativen Erdladung von der zwischenliegenden positiven Luftraumladung zu einem größeren Teile neutralisiert als über dem Land.

Sollte die Felddeformation am Ufer nicht ganz ausreichen zur Erzeugung des vollen, im Luftschiff beobachteten See-Land-Unterschieds des Potentialgefälles, so müßte man noch annehmen, daß die Raumladungsdichte in der alleruntersten Luftschicht über dem See größer ist als über dem Land.

Es sei noch betont, daß die bei den beiden Luftschifffahrten festgestellten Verhältnisse des vertikalen Feldverlaufs und der Raumladungsverteilung, auch des mit Umkehrung des vertikalen Leitungsstroms verbundenen negativen Potentialgefälles, keineswegs als seltene Sonderfälle anzusehen sind, vielmehr typische Fälle gewitterfreier atmosphärischer Zustände darstellen.[1])

c) Raumladungsprobleme

Aus dem mittleren Vertikalverlauf des Spannungsgefälles (Tab. 1, S. 349) ergibt sich nach der **Poissonschen** Gleichung, daß die im Mittel *positive Raumladungsdichte* schnell von unten nach oben abnimmt. Für die unterste Luftschicht bis etwa 100 m Höhe über dem Boden wird diese Abnahme in der Regel besonders groß gefunden, was verständlich wird aus dem Mechanismus des auf Ionenwanderung beruhenden vertikalen Leitungsstromes in der Atmosphäre, da nahe der Erde als negativer Elektrode ein Überschuß an positiven Ionen über die negativen auftreten muß.[2])

Daß das Potentialgefälle auch oberhalb 100 m Höhe zwar langsamer, aber doch noch beträchtlich abnimmt bis 9 km Höhe,

---

1) **E. Everling** und **A. Wigand**, Ann. d. Phys. **66**. S. 279 bis 280. 1921.

2) **E. v. Schweidler**, Wien. Ber. (IIa) **117**. S. 653. 1908; **M. Behacker**, ebenda **119**. S. 675. 1910; **W. F. G. Swann**, Terr. Magn. **18**. S. 163. 1913.

daß also auch in den bodenfernen Schichten der Troposphäre nennenswerte *positive Raumladung* vorhanden ist, muß andere Ursachen haben, die noch ebensowenig geklärt sind wie die Ursache für die Erhaltung der negativen Erdladung, und die im Problem der *Erhaltung des luftelektrischen Gesamtfeldes* gleichfalls eine Rolle spielen.

Einen beachtlichen Versuch in dieser Richtung, auch zur Erklärung der Entstehung *negativer Raumladungsschichten* in der Atmosphäre, bedeutet die von **Elster** und **Geitel**[1]) und von **Linke**[2]) entwickelte Vorstellung der *Ionenstauung in Dunst- und Wolkenschichten*: Hat der vertikale Ionenstrom eine solche Schicht zu durchsetzen, so wird die Ionenbeweglichkeit durch Adsorption der Ionen an den Dunst- oder Wolkenteilchen so sehr herabgesetzt, daß sich eine *Raumladungs-Doppelschicht* ausbilden soll, in der die positive Ladung oben und die negative unten liegt; in der dem Boden aufliegenden Dunstschicht soll es durch die Ionenstauung nur zur Ausbildung positiver Raumladung kommen.

Zur exakten Prüfung dieser Vorstellungen liegt noch kein hinreichendes Beobachtungsmaterial vor. Immerhin bieten die **Linke**schen Ballonfahrten einige Belege für die Existenz solcher Raumladungs-Doppelschichten.

Die weitere Verfolgung solcher Gedankengänge wird zu berücksichtigen haben, daß die Beweglichkeit der von unten in eine Stauschicht von *geringer* Mächtigkeit einwandernden negativen Ionen nicht unbeträchtlich größer sein kann als die Beweglichkeit der positiven Ionen, die von oben her eintreten, so daß es zu negativer Überschußladung der Gesamtschicht käme; bei hinreichender Stärke einer solchen negativen Schichtladung würde unterhalb eine Umkehrung der Feld- und Stromrichtung eintreten. Andererseits müßte in einer Stauschicht von *großer* Mächtigkeit die Abnahme des Luftdrucks mit zunehmender Höhe und die dadurch bewirkte Zunahme der Ionenbeweglichkeit zur Ausbildung einer Raumladungs-Doppelschicht mit positiver Überschußladung der Gesamtschicht führen, worauf schon **Linke** hingewiesen hat.

---

[1]) **J. Elster** und **H. Geitel**, Met. Ztschr. 17. S. 280. 1900; Phys. Ztschr. 7. S. 870. 1906; **H. Geitel**, Phys. Ztschr. 17. S. 455. 1916.

[2]) **F. Linke**, a. a. O. S. 80—88.

Das Zustandekommen von Raumladung in bodenfernen Luftschichten außerhalb geladener Stauschichten wird sich für den nicht-stationären Zustand durch folgende Vorstellung erklären lassen: Eine solche Stauschicht mit doppelter Ladung kann, wenn ihre beiden Belegungen etwa durch Änderung des horizontalen Lufttransports mit der Höhe oder durch Kondensation und Niederschlag voneinander getrennt werden, für den vertikalen Leitungsstrom zwischen der Erdoberfläche und der gutleitenden oberen Atmosphäre eine Zeit lang als *Zwischenelektrode* wirken, die in bekannter Weise in ihrer Nähe Raumladung erzeugt. Auf solche Vorstellungen wird man besonders dann geführt, wenn man die oft beobachtete schichtweise Umkehr der Feld- und Stromrichtung verstehen will, die im stationären Gleichgewichte des vertikalen Ionenstroms nicht erklärbar ist.

Die *Ergebnisse meiner beiden Luftschiffahrten* zeigen bezüglich der vertikalen Raumladungsverteilung, wie kompliziert die Verhältnisse in Einzelfällen liegen können, wenn man die angeführten theoretischen Überlegungen anwenden will.

In der untersten Luftschicht, von 30 m Höhe über dem Boden gerechnet, nimmt bei der ersten Fahrt (Tab. 3) die positive Raumladungsdichte von unten nach oben schnell ab. Bei der zweiten Fahrt (Tab. 2) dagegen fällt die Zunahme der positiven Raumladungsdichte mit der Höhe auf, wenn man die beiden Schichten von 530 bis 700 m und von 800 bis 1300 m Seehöhe miteinander vergleicht.

Raumladungs-Doppelschichten nach der Stauungstheorie sind bei den beiden Fahrten nicht gefunden worden. Wenn die Ursache der Feldumkehr eine negative Ladung der Cumulus-Schicht oberhalb 1100 m bei der ersten Fahrt, sowie eine negative Ladung der unteren Stratusgrenze in 1300 m Seehöhe bei der zweiten Fahrt ist, so stimmt dies mit den Vorstellungen der Ionenstauung überein. Ob sich aber in diesen beiden Fällen nach oben eine positive Raumladungsschicht anschloß, konnte nicht festgestellt werden, weil das Schiff nicht so hoch stieg. Die hohe positive Raumladung bei umgekehrter Feldrichtung nahe unter dem Stratus bei der zweiten Fahrt ist vielleicht eine Zwischenelektrodenwirkung.

Unerklärlich nur durch Ionenstauung ist die isolierte negative Raumladungsschicht, die bei der ersten Fahrt in

700 bis 800 m Seehöhe mit der starken Inversion identisch war, und oberhalb deren keine positive Raumladung gefunden wurde.

In solchen Fällen wird man die an Schichtgrenzen oft sprunghaft erfolgende Änderung des horizontalen Lufttransports mit der Höhe sowie das Herausfallen von Raumladung durch Kondensation und Niederschlag zur Erklärung heranziehen müssen, um die Beseitigung oder Einschiebung geladener Einzelschichten zu erklären. Bei der ersten Fahrt wurde ja die Beseitigung der negativen Schicht zwischen 700 und 800 m Seehöhe während der Beobachtungszeit festgestellt. Zur exakten Auswertung in diesem Sinne fehlt es für die vorliegende Untersuchung leider an ausreichenden, streng gleichzeitig gewonnenen aerologischen Beobachtungen.

Weitere Feld- und Raumladungsuntersuchungen müssen auf diesem Wege durch das Studium von Einzelfällen weitere Aufklärung des Tatsachenbestandes wie auch der Vorgänge bei der Ausbildung und beim Verschwinden von Raumladungsmassen bringen, damit man dann auch zur Erkenntnis der Ursachen des Anteils der Raumladung am luftelektrischen Gesamtfelde kommt. —

Ein altes, bisher noch nicht befriedigend geklärtes Raumladungsproblem[1]) besteht darin, daß die aus dem mittleren Vertikalverlauf des Potentialgefälles berechneten Werte der positiven Raumladungsdichte ganz wesentlich kleiner sind (etwa $^1/_{100}$) als diejenigen Werte, die sich aus direkten Messungen der Raumladung oder des Ionengehalts beider Vorzeichen ergeben. Das liegt, wie man bei zuverlässiger Kenntnis des Vertikalverlaufs des Potentialgefälles für einzelne flache Schichten sieht, mindestens z. T. daran, daß man bei der Mittelbildung über viele 100 m Höhe die nicht unwesentlichen negativen Raumladungsschichten mit einbegreift, wodurch der positive Mittelwert stark herabgedrückt wird. Tut man das nicht, sondern rechnet man die Raumladungsdichte nur für solche flachen Schichten aus, die positiv geladen sind, so sieht der Vergleich ganz wesentlich günstiger aus, wie die Tabelle 5 zeigt.

---

1) **H. Gerdien**, Physik. Ztschr. 6. S. 647. 1905; **H. Ebert**, Physik. Ztschr. 6. S. 828. 1905.

Tabelle 5

Positive Raumladungsdichte $\varrho \cdot 10^{10}$ (ESE/cm³)

I direkt nach der Käfigmethode	II aus dem Ionengehalt ($E_+ - E_-$)	III aus dem Vertikalverlauf des Potentialgefälles
2000—4400 in geringer Seehöhe am Boden und bis 300 m üb. dem Boden	1000 in geringer Seehöhe auf Meer und Land	13 in 0—1500 m Höhe über dem Boden (Mittelwert)
4700 in 2960 m Seehöhe auf der Zugspitze	3000 in 2500 m Seehöhe auf dem Säntis	593 in 30—130 m Höhe 208 „ 130—370 m „ 865 „ 80—150 m „ über dem Boden — 1. Fahrt.
	300—4000 in 1100—1800 m Seehöhe i. Freiballon	235 „ 370—870 m „ über dem Boden — 2. Fahrt.

Zu beachten ist dabei, daß die Werte in Spalte II für die mit dem Ionenzähler gemessene Differenz des positiven und negativen Ionengehalts ($E_+ - E_-$) in positiv geladenen Schichten durch die besonderen Schwierigkeiten der genauen Unipolaritätsbestimmung im Freiballon wie am Boden und auch wegen des teilweisen Entwischens der größeren Ionen nur die Größenordnung angeben können, und daß nach der direkten, ebenfalls nicht sehr genauen Raumladungsmessung mit der Käfigmethode (Spalte I) bis jetzt nur von Boden- und Bergstationen sowie vom Eiffelturm, aber noch nicht aus der freien Atmosphäre Beobachtungen vorliegen. Raumladungsmessungen nach allen drei Methoden in den untersten drei Metern über dem Boden, die oft negative Werte ergeben, sind in der Zusammenstellung weggelassen.

Die Schichtwerte der Spalte III erreichen zwar die der Spalten I und II noch nicht ganz, kommen ihnen aber in der Größenordnung nahe. Dieses Raumladungsproblem wird sich erst dann exakt lösen lassen, wenn streng gleichzeitige Messungen der Raumladungsdichte nach allen drei Verfahren ausgeführt werden, was im Luftschiff oder Flugzeug für die Verfahren I und II störungsfreier als im Freiballon und am Boden möglich ist. Die Ausführung solcher Untersuchungen ist beabsichtigt.

4. Luftelektrische Sicherung des Luftschiffs[1])

Ein Luftschiff kann unter ungünstigen Bedingungen, besonders wenn es mit Wasserstoff gefüllt ist, durch elektrische Funkenbildung oder Blitze gezündet und zerstört werden, wie einige Fälle gezeigt haben.

Sehen wir von der Möglichkeit der Funkenbildung durch radiotelegraphische Vorgänge ab, die mit Sicherheit vermieden werden kann, wenn alle Metallteile des Luftschiffs untereinander gutleitend verbunden sind, so kann ein zur Funkenbildung erforderliches starkes elektrisches Feld am Luftschiff nur entstehen in einem *starken luftelektrischen Felde* bei Gewitterlage oder infolge der Bildung von *Eigenladung des Luftschiffs* durch Reibungsvorgänge oder auch durch das Zusammenwirken dieser beiden Ursachen.

Die von uns entwickelte Vorrichtung zur Messung der Spannung des Luftschiffs gegen die unmittelbar umgebende Luft folgt praktisch momentan den während der Fahrt auftretenden Spannungsänderungen und gestattet daher, die Spannung laufend zu kontrollieren, und damit frühzeitig festzustellen, wenn infolge von Eigenladung oder starkem luftelektrischem Felde eine Gefährdung einzutreten beginnt. Dann kann der luftelektrisch und meteorologisch gut informierte Luftschiffführer rechtzeitig für Beseitigung von Eigenladung durch Ausgleicher sorgen und mit geeigneter Höhen- oder Seitennavigation dem luftelektrischen Hochspannungsgebiete ausweichen, ferner auch durch Innehalten gewisser Vorschriften über Gasabblasen und Ballastwerfen die Zündgefahr vermeiden.

Die vorstehend mitgeteilten Ergebnisse der beiden Luftschiffahrten haben gezeigt, daß durchaus noch ungefährlich geladene Luftschichten und Wolken bereits in großer Höhenentfernung das normale luftelektrische Feld so stören, daß man von einer Fernanzeige dieser störenden Gebilde auf mehrere 100 m Höhenentfernung sprechen kann. Im Gewitterfeld wird diese Fernanzeige elektrisch hochgespannter Schichten und Einzelwolken, an denen eine Erhöhung des Potentialgefälles bis zur Entladungsspannung zu erwarten ist, schon auf Entfernungen von einigen Kilometern funktionieren, wenn sich das Luftschiff noch in Gebieten mit ungefährlich niedrigem Potentialgefälle befindet.

---

1) A. Wigand, Ztschr. f. techn. Phys. 5. S. 238. 1926.

5. Zusammenfassung

Das im Flugzeuge entwickelte Spannungsmeßverfahren mit einem schnell wirkenden Radiothorkollektor wurde im Luftschiff angewendet, um hier (wie im Flugzeuge) die *elektrische Selbstaufladung der Motoren* zu studieren und das *luftelektrische Potentialgefälle* zu messen. Zur Aufklärung des Vorgangs der Selbstaufladung sind weitere Versuche an anderen Verbrennungskraftmaschinen ausgeführt worden.

Als wahrscheinlichste *Ursache der Motoraufladung* kommt die Reibung der Auspuffgase in Betracht. Nicht ausgeschlossen ist ein glühelektrischer Vorgang als Ursache. Die Beteiligung der Magnetzündung beim Aufladungseffekt wurde durch Versuche mit einem Dieselmotor ausgeschlossen. Die Maybachmotoren des Amerika-Zeppelins LZ 126 ergaben im Gegensatz zu allen untersuchten Flugzeugmotoren eine nur geringfügige Aufladung, die bei der Messung des luftelektrischen Potentialgefälles vom Luftschiff aus nicht nennenswert störte.

Die Ergebnisse der Messungen bei zwei Probefahrten des Luftschiffs an Tagen, die für gewitterfreies Hochdruckwetter als typisch gelten können, ergaben für die unteren Schichten bis 1300 m Seehöhe ein klares Bild der luftelektrischen Feldverhältnisse und ihres Zusammenhangs mit den meteorologischen Bedingungen. Der *Vertikalverlauf des Potentialgefälles* geht durch große negative Werte, zeigt damit höher gelegene negativ geladene Schichten bereits mehrere 100 m tiefer deutlich an und ergibt für die positive und negative *Raumladungsdichte* der durchfahrenen Schichten Werte, die ein Vielfaches des Mittelwertes der positiven Raumladungsdichte der unteren Luftschichten sind.

Es werden ferner einige noch ungeklärte *Raumladungsprobleme* erörtert und die Maßnahmen zur *luftelektrischen Sicherung* des Luftschiffs mit Hilfe des verwendeten Spannungsmeßverfahrens besprochen.

Für Unterstützung dieser Arbeiten darf ich mehreren Förderern danken, besonders der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft und dem Luftschiffbau Zeppelin.

Hohenheim-Stuttgart, Physikalisches Institut d. Landw. Hochschule, am 18. Dezember 1927.

(Eingegangen 20. Dezember 1927)

4. Stoß zweiter Art, Anregung und Wiedervereinigung in der Glimmentladung;

von Rudolf Frerichs

(Mitteilung aus der Phys.-Tech. Reichsanstalt)

(Hierzu Tafel XII)

Unter den spektroskopischen Lichtquellen sind nur wenige bekannt, bei denen sich der Anregungsvorgang quantitativ übersehen läßt. Sie alle zeigen Mängel. So ist die Anregung durch Elektronenstoß nach **Franck** und **Hertz**, an sich das Ideal einer übersichtlichen Lichtquelle, außerordentlich lichtschwach und es ist daher bezeichnend, daß Elektronenstoßversuche nur in sehr wenigen Fällen zur Auffindung *neuer Energieniveaus* geführt haben; meistens geben sie eine wertvolle Bestätigung oder Deutung der andersartig gefundenen spektralen Gesetzmäßigkeiten.

Die mannigfachen Vorgänge der Resonanz und Fluoreszenz beschränken sich naturgemäß auf die *Bogenspektra*, denn nur unangeregte Atome im Normalzustand können hierbei durch Absorption einfallende Strahlungsenergie aufnehmen.

Die übersichtliche und elegante, von **Franck** herrührende Methode der sensibilisierten Fluoreszenz [1]) ist an die verhältnismäßig geringe Energie 4,9 Volt des Quecksilbers gebunden. Außerdem ist hier die Intensität meistens zur Untersuchung mit stärker auflösenden Spektralapparaten nicht hinreichend.

Ähnliche Verhältnisse wie bei der sensibilisierten Fluoreszenz liegen nun bei Glimmentladungen in Gemischen von Edelgasen und Spuren von Beimengungen vor. **Paschen** [2]) hat schon vor längerer Zeit gezeigt, daß in der in Helium zerstäubenden Aluminiumhohlkathode bei Gleichstromentladung neben dem Bogenspektrum lediglich das *erste* Funkenspektrum des Aluminiums auftritt und er hat damals die Vermutung ausgesprochen, daß hier die Umwandlungsspannung des Edelgases die Geschwindigkeit der stoßenden Elektronen und damit die Anregung des Metalldampfes begrenzt. Schüler[1]) weist später bei der Beschreibung seiner Hohlkathodenlampe auf die Möglichkeit hin, in dieser durch *Klein-Rosselandschen Stoß zweiter Art* Spektra anzuregen. Gemeinsam mit Wolf[2]) wendet er diese Annahme auf die Anregung des kontinuierlichen Wasserstoffspektrums an, das nach seinen Beobachtungen lediglich in solchen Metalldämpfen auftritt, deren Resonanzpotential 2,9 Volt, den Wert für Calcium, übertrifft. In anderen Fällen[3]) hat man Gemische von Edelgasen und geringfügigen Beimengungen (Wasserstoff, Kohlenstoffverbindungen) untersucht und die Elektronenfrequenzen der dabei auftretenden Banden durch ähnliche Überlegungen nach der Stärke ihres Auftretens in den verschiedenen Edelgasen abzuschätzen versucht. Schließlich hat Duffendack[4]) in einem kurzen Sitzungsbericht auf die stufenweise Erzeugung des Kupferfunkenspektrums unter Annahme von Stößen positiver Edelgasionen hingewiesen. Auf diese Arbeit wird weiter unten noch eingegangen werden.

---

[1]) J. **Franck**, Ztschr. f. Phys. 9. S. 259. 1922.

[2]) F. **Paschen**, Ann. d. Phys. 71. S. 142, 537. 1923.

Eine exakte Untersuchung dieser ganzen Vorgänge ist nun besonders aussichtsreich bei Gemischen von Edelgasen und solchen Metalldämpfen, deren Spektra hinreichend viele und genügend bekannte Energiestufen aufweisen.

Auf Anregung von Hrn. Präsident Paschen wurden daher zunächst die Vorgänge in der Aluminiumhohlkathode in Neon und Argon untersucht. Im Verlauf der Untersuchungen schien es ratsam, außer anderen Elementen (Mg, Zn, Cd, Cu) auch die positive Säule hinzuzuziehen und schließlich vervollständigte die Beobachtung des Leuchtens in einem Ansatz außerhalb der eigentlichen Entladungsbahn die Deutung des Anregungsvorganges.

Experimentelles

Über die experimentelle Anordnung ist folgendes zu sagen. Sehr wichtig ist bei derartigen Untersuchungen die sorgfältige

---

[1]) H. Schüler, Ztschr. f. Phys. 35. S. 323. 1926.

[2]) H. Schüler und K. L. Wolf, Ztschr. f. Phys. 35. S. 477. 1926.

[3]) W. H. B. Cameron, Phil. Mag. 1. S. 405—417. 1926; E. E. Witmer, Proc. Nat. Akad. Amer. 12. S. 238. 1926.

[4]) O. S. Duffendack und J. G. Black, Phys. Rev. 29. S. 925. 1927.

Reinigung des Edelgases. Aus diesem Grunde wurden die Gase in ständigem Kreislauf mittels einer Quarzstufenpumpe durch das Entladungsrohr und geeignete Reinigungsvorrichtungen getrieben. Zur Reinigung des Heliums und Neons[1]) diente glühendes Kupferoxyd und Adsorptionskohle in flüssiger Luft gekühlt. Argon wird bei tiefen Temperaturen von der Kohle vollständig adsorbiert und ist schwieriger zu reinigen. Anordnungen nach Gehlhoff[2]), Glimmentladungen in Alkalimetalldämpfen, bewährten sich bei Dauerbetrieb nicht, die Gefäße wurden von den reaktionsfähigen Dämpfen angegriffen und zersprangen leicht. Ein Gemisch von metallischem Magnesium und Calcium auf dunkle Rotglut erhitzt, entfernt Luft, Kohlenstoffverbindungen wie auch Wasserstoff, wenn man nur die Temperatur so einreguliert, daß die entstehenden Verbindungen, insbesondere die *Hydride* nicht wieder zerfallen. In den meisten Fällen (Mg, Cd, Zn) sorgt außerdem der Metalldampf der Entladung selbst für eine wirksame Reinigung. Ein Maß für die Reinheit gibt das Auftreten der Metallinien in der zerstäubenden Kathode bzw. bei der Verdampfung in der positiven Säule, denn geringfügige Verunreinigungen unterdrücken den Leuchtvorgang vollständig.

Zur Beobachtung diente ein kleiner und ein mittlerer Quarzspektrograph von Hilger, für das sichtbare Gebiet ein Hilger-Wellenlängenspektrometer mit einer Ansatzkamera.

Die Anregung im Glimmlicht

Für die Untersuchung der Vorgänge im Glimmlicht wurde die ursprünglich von Paschen angewandte Form der Elektroden, die röhrenförmige Hohlkathode ~ 1 cm ϕ, 3—4 cm Länge, umgeben von der dazu konzentrischen Anode (ϕ = 40 mm) benutzt. Die Stromstärke des verwandten Gleichstroms einer Batterie betrug 50—150 mA je nach dem Schmelzpunkt des Elektrodenmaterials, das Potential an den Elektroden wenige 100 Volt.

Aluminium

Wie Paschen, vgl. o., gefunden hat, tritt in einer Heliumatmosphäre bei Gleichstromentladung neben dem Bogenspektrum das vollständige erste Funkenspektrum auf, das nach Paschen und Sawyer[1]) aus einem Singulett- und einem Triplettsystem besteht. Aus dem dort veröffentlichten Termschema des Spektrums geht hervor, daß unter diesen Bedingungen die höheren Serienglieder sehr gut ausgebildet sind und sich bis zu Laufzahlen $n = 20$! verfolgen lassen. Teilweise liegen die Linien im äußersten nur dem Vakuumspektrographen zugänglichen Ultraviolett. Andere liegen im sichtbaren Gebiet, wo die Dispersion des hier benutzten Quarzspektrographen zu gering ist, um sie von den zahlreichen Edelgaslinien zu trennen. Dies gilt insbesondere für die Hohlkathode, in der intensiv die kaum bekannten Edelgasfunkenlinien (Ne^+, Ar^+) auftreten. Die meisten dieser letzteren Aluminiumlinien sind von Paschen auf langfristigen Aufnahmen mit einem lichtstarken 1 m-Gitter beobachtet worden, der hier benutzte Glasspektrograph ergab infolge seiner geringen Intensität nur die stärksten von ihnen.

---

[1]) Diese Gase hat in liebenswürdiger Weise Hr. W. Meissner zur Verfügung gestellt, wofür auch hier gedankt sei.

[2]) G. Gehlhoff, Verh. d. D. Phys. Ges. 13. S. 271. 1911.

Obwohl so nicht das vollständige Spektrum untersucht wurde, reicht doch der Spektralbereich von etwa 4000—2000 ÅE. zu einer eindeutigen Entscheidung des Anregungsvorgangs aus, da fast alle in Frage kommenden Termwerte hier durch starke und charakteristische Kombinationen gesichert sind.

Um einen Anhaltspunkt beim Vergleich der Spektra zu haben, wurde die Belichtung so gewählt, daß die Aluminium*bogen*linien auf allen Aufnahmen möglichst die gleiche Intensität aufweisen. Dies gilt ebenso für die übrigen hier untersuchten Elemente.

Aus der Tab. 1 geht hervor, daß eine Grenze der Anregung bei Neon und Argon bei einer Termgröße 16943,1 cm^{-1} bzw. 56512,0 cm^{-1} besteht. Die numerisch benachbarten Terme 13363,7 bzw. 44942,2 werden nicht mehr angeregt. Unter Berücksichtigung des Grundterms 151860,4 ergibt sich dann für Neon eine Grenze der Gesamtanregung des *Aluminiumions* zwischen 134917,3 und 138496,7 cm^{-1} für Argon zwischen 95348,4 und 106918,2 cm^{-1}.

Es zeigt sich also, daß bei dieser Art der Anregung in der Hohlkathode die Energie der metastabilen Edelgaszustände

---

[1]) R. A. Sawyer und F. Paschen, Ann. d. Phys. 84. S. 1. 1927.

Tabelle 1

λ	ν	Kombination	Anfangsterm [1])	Helium	Neon	Argo
6243,35—26,19	16012,6—56,7	4^3P-4^3D	30379,2—80,1	mittel	stark	—
5593,23	17873,8	4^1P-5^1D	27068,4	„	„	—
4663,05	21439,16	3^1D-4^1P	44942,2	stark	„	—
4026,5	24828,5	4^1D-6^1P	16943,1	[2])	schwach	—
3900,68	25629,32	3^1P-3^1D	66381,4	stark	stark	schwa
3866,16	25858,15	4^1P-6^1S	19084,0	mittel	mittel	—
3738,00—31,59	26744,66—88,04	4^3P-6^3S	19648,0	stark	stark	—
3703,22	26995,88	4^1P-6^1D	17946,8	„	„	—
3655,00—49,18	27352,00—95,61	4^3P-5^3D	19040,7—0,5	„	„	—
3587,44—86,55	27867,09—74,04	3^3D-4^3F	28439,6—44,5	„	„	—
3428,92	29155,39	4^1D-6^1F	19084,0	mittel	?	—
3315,61—13,35	30151,67—72,26	3^3D-5^3P	26141,4—59,9	stark	stark	—
3275,77	30518,35	4^1S-5^1P	25993,7	mittel	mittel	—
3135,87	31881,05	4^1P-7^1S	13061,1	„	—	—
3088,52	32368,56	4^1P-7^1D	12573,6	„	—	—
3074,66	32514,08	4^1D-7^1F	9258,8	„	—	—
3041,28	32871,37	4^1D-8^1P	8901,5	„	—	—
3026,76—22,79	33029,01—72,44	4^3P-7^3S	13368,7	stark	—	—
2998,17—4,28	33344,28—87,29	4^3P-6^3D	13048,5	„	—	—
2881,46	34694,44	4^1D-8^1F	7078,5	mittel	—	—
2868,52	34851,0	4^1D-9^1P	6921,3	„	—	—
2816,18	35498,67	3^1P-4^1S	56512,0	stark	stark	stark
2760,85	36210,02	4^1D-10^1P	5562,9	schwach	—	—
2762,46	36188,95	4^1D-9^1F	5583,8	„	—	—
2723,09—19,86	36712,12—55,70	4^3P-8^3S	9499,6	mittel	—	—
2709,58—6,41	36895,14—938,4	4^3P-7^3D	9497,6	stark	—	—
2669,16	37453,76	$3^1S^1-3^3P$	114281,1—466,4	„	stark	stark
2638,18—37,69	37893,62—900,57	3^3D-5^3F	18418,1—25,4	„	„	—
2631,55	37989,07	3^1D-4^1F	28392,8	„	„	—
2559,61—56,78	39056,70—99,9	4^3P-9^3S	7886,1	mittel	—	—
2533,41—32,65	39460,6—72,5	3^3D-6^3P	16841,5—51,4	schwach	?	—
2526,47	39568,93	$4^1S^1-6^1P$	16943,1	mittel	mittel	—
2475,26	40387,72	3^1D-5^1P	25993,7	stark	stark	—
2459,82—57,20	40641,2	4^3P-10^3S	5751,6	mittel	—	—
2326,50—24,20	42969,94—43012,42	3^3D-6^3F	13301,2—41,7	stark	—	—
2195,50—92,60	45533,59—93,71	3^3D-7^3F	10719,9—778,0	„	—	—
2095,2—4,3	47713—734	3^3D-8^3F	8579,3—97,7	„	—	—
1989,85	50238,6	3^1P-4^1D	41772,9	„	stark	—

Neon = 16,6 Volt = 134000 cm^{-1} und

Argon = 11,5 Volt = 93000 cm^{-1}

ziemlich genau die Grenze der Anregung des *Metallions* darstellt. Damit steht in Übereinstimmung, daß in Helium:

---

1) Der Anfangsterm ist hier stets der höher angeregte.

2) Koinz. mit He: 4026,19.

19,7 Volt = 160000 cm^{-1} das vollständige erste Aluminiumfunkenspektrum auftritt. Die Grenze der Anregung, die bei Argon infolge des Fehlens geeigneter Energiestufen¹) nicht sehr charakteristisch ist, ist bei Neon sehr scharf. Dies läßt sich besonders gut z. B. an der Serie 3^2D—n^2F verfolgen. Die Liniengruppe 3^2D—5^2F ist in Neon noch stark, 3^2D—6^2F fehlt vollständig.

Magnesium

Der Grundterm des ersten Magnesiumfunkenspektrums beträgt nach Paschen-Götze 121265,26. Auf Grund der Beobachtungen an Aluminium ist bei Neon (134000 cm^{-1}) und Helium (160000 cm^{-1}) das vollständige erste Funkenspektrum

Tabelle 2

λ	ν	Kombination	Anfangsterm	Helium	Neon	Argon	Bemerkung
5401,05	18509,85	4^2F–7^2G	8954,27	?	stark	—	
4481,32— 81,13	22308,68— 07,67	3^2D–4^2F	27464,82	stark	"	schwach	vgl. Taf.
4433,99— 27,99	22546,85— 77,34	3^2P–4^2S	18067,85	mittel	mittel	sehr schwach	
4390,58— 84,64	22769,76— 800,60	3^2P–5^2D	17844,77	"	"	"	
3850,40— 48,24	25978,68— 64,11	3^2D–4^2P	28795,4	"	"	mittel	
3553,51— 49,61	28133,85— 64,25	3^2P–5^2S	12481,15	"	"	—	
3538,86— 35,04	28249,78— 80,30	3^2P–6^2D	12364,91	schwach	"	—	
3175,84— 72,79	31478,81— 509,0	3^2P–6^2S	9136,0	"	"	—	
3168,98— 65,94	31546,93— 77,22	3^2P–7^2D	9067,87	"	"	—	
3104,80— 04,71	32198,96— 199,90	3^2D–5^2F	17574,57	mittel	stark	—	
2936,49— 28,62	34044,41— 135,86	2^2P–2^2S	51459,4	stark	"	schwach	vgl. Taf.
2802,69— 795,52	35669,57— 761,16	1^2S–2^2P	85504,1	"	"	stark	
2797,99— 90,77	35729,60— 822,26	2^2P–3^2D	49778,93	"	"	schwach	vgl. Taf.
2660,82— 75	37572,66— 73,62	3^2D–6^2F	12200,86	mittel	"	—	
2449,57	40811,81	3^2D–7^2F	8962,42	"	"	—	
2329,58	42913,30	3^2D–8^2F	6860,52	schwach	"	—	
2258,87	44354,65	3^2D–9^2F	5419,84	"	mittel	—	

---

1) Die Linie 2816,18 ist an sich sehr intensiv und erscheint daher in Argon, obgleich die nötige Energie nicht vollständig erreicht ist.

zu erwarten, bei Argon (93000 cm^{-1}) können sämtliche Termwerte numerisch größer als 121265,26 — 93000 = 18000 angeregt werden.

Aus der Tab. 2 geht hervor, daß auch hier diese Grenze der Anregung besteht. Die Linien, die an der Grenze der Anregungsmöglichkeit liegen, sind hier jedoch schon sehr schwach und treten an der Kathodenwand, wohl unter dem Einfluß elektrischer Felder verstärkt, als kurze, kommaförmige Gebilde auf (vgl. Aufn. 3, Taf. XII). Andererseits ist etwa 20 bis 30000 cm^{-1} unterhalb der Grenze bei den höheren Gliedern der $3^2D—n^2F$-Serie (Aufn. 2, Taf. XII) in Neon eine auffällige Verstärkung gegenüber Magnesium in Helium zu bemerken, eine Beobachtung, auf die später noch eingegangen wird.

Zink

Während Aluminium und Magnesium nur verhältnismäßig spärlich zerstäuben, wird in Zink wie auch in Cadmium die Zerstäubung so stark, daß der Metalldampf zum Teil die Stromleitung übernimmt. So läßt sich in Kathoden aus diesen Metallen schon bei sehr geringem Edelgaspartialdruck eine intensive Entladung unterhalten, wobei die Edelgaslinien gegenüber den Metallinien fast gänzlich zurücktreten. Es ist daher zu erwarten, daß sich hier die Anregungsverhältnisse nicht so gut übersehen lassen.

Tab. 3 enthält die in der Hohlkathode beobachteten Linien. Bei der Größe des Grundterm des ersten Zinkfunkenspektrums[1])

Tabelle 3.

λ	ν	Kombination	Anfangsterm	Neon	Argon
6482,98	15420,75	$4^2F–6^2F'$	72207,29	mittel	—
6214,65	15086,56	$4^2P_1–3^2D_2$	79449,96	„	?
6111,56	16357,91	$5^2P_1–5^2D_2$	26922,39	schwach	—
6102,54	16382,11	$5^2P_1–5^2D_1$	26898,19	„	—
6021,26	16603,24	$5^2P_2–5^2D_2$	26922,39	„	—
5894,43	16960,48	$4^2P_2–3^2D_2$	79449,96	stark	stark
4923,98	20303,12	$4^2D_1–4^2F$	27628,04	„	„
4911,63	20354,16	$4^2D_2–4^2F$	27628,04	„	„
2557,94	39082,20	$4^2P_1–5^2S$	56454,42	„	„
2502,02	39995,73	$4^2P_2–5^2S$	56454,42	„	„
2102,83	47553,88	$4^2P_1–4^2D_2$	47982,20	„	schwach
2100,51	47607,09	$4^2P_1–4^2D_1$	47981,42	„	„

---

1) G. v. Salis, Ann. d. Phys. 76. S. 145. 1925.

von 144890,23 liegt die Anregungsgrenze in Neon bei ~10000. Diese Grenze kann hier nicht mehr sicher entschieden werden, da die betreffenden Linien zum Teil in dem nicht untersuchten Gebiet oberhalb 6500 ÅE. liegen, die übrigen nach den Angaben von v. Salis[1]) schwach sind und auf dem hier vorliegenden Plattenmaterial nicht mit Sicherheit identifiziert werden können. In Argon müßten alle Terme bis zu einem Betrag von ~50000 angeregt werden. Damit steht in Einklang, daß das intensive Dublett 2102,28—2100,58 ÅE. noch eben schwach auftritt.

Einen offensichtlichen Widerspruch zu unseren Annahmen bilden jedoch die intensiven Linien 4923,98 bzw. 4911,63 ÅE., deren Anfangsterm bei 27628,04 cm^{-1} liegt. Diese Linien treten in Argon unter den verschiedensten Bedingungen auf. Sie wurden in weiten wie auch in engen Kathoden, bei denen die Verdampfung geringer ist, beobachtet, ebenso traten sie in einer Messingkathode, also bei Verdünnung des Zinkdampfes durch Kupfer stark auf.

Es läßt sich auf Grund des vorliegenden Materials noch nicht sicher entscheiden, ob hier neben der Anregung durch Stoß zweiter Art noch eine *direkte* Anregung durch Elektronenstoß vorliegt oder ob die Energie hier etwa an ein angeregtes, metastabiles Ion übertragen wird.

Cadmium

Da Cadmium noch stärker als Zink verdampft, wurden die Versuche mit einer etwas abgeänderten Anordnung durchgeführt. Die Hohlkathode bestand aus einem sorgfältig in der Entladungsröhre ausgeglühten Kohlenrohr und befand sich in einem Quarzrohr von etwa 2 cm ϕ, in dem durch eine darumgewickelte Heizspirale etwas Cadmium verdampft wurde. Auf diese Weise läßt sich, unabhängig von der Strombelastung der Kathode, ein geringer Cadmiumdampfdruck aufrecht erhalten.

Der Grundterm des Cadmiumfunkenspektrums[2]) beträgt 136376,59. In Helium und Neon ist demnach das vollständige Funkenspektrum ausgebildet, in Argon wurde eine Anregung (vgl. Tab. 4) bis 46531,04 beobachtet. Im Gegensatz zu Zink tritt

---

[1]) G. v. Salis, a. a. O.

[2]) G. v. Salis, a. a. O.

Tabelle 4

λ	ν	Kombination	Anfangsterm	Helium	Argon	
5381,82	18575,93	$5^2D_1-4^2F_1$	27942,34	stark	—	okulare Beobachtung
5378,12	18588,70	$5^2D_1-4^2F_2$	27955,11	„	—	
5337,49	18730,20	$5^2D_2-4^2F_2$	27955,11	„	—	
3420,14	29230,19	$6^2P_1-8^2D_2$	11738,92	mittel	—	
3417,40	29253,62	$6^2P_1-8^2D_1$	11738,92	„	—	
3250,30	30757,58	—	—	stark	stark	1)
3093,77	32313,73	$6^2P_1-9^2D_2$	8663,87	schwach	—	
3092,84	32323,67	$6^2P_1-9^2D_1$	8663,87	„	—	
3030,67	32986,42	$6^2P_2-9^2D_2$	8678,81	„	—	
2929,29	34128,07	$5^2D_1-6^2F_1$	12402,97	stark	—	
2927,90	34144,25	$5^2D_1-6^2F_2$	12386,79	„	—	
2014,69	34298,96	$5^2D_2-6^2F_2$	12386,79	„	—	
2911,64	34334,88	$6^2P_2-10^2D_1$	6657,66	schwach	—	
2856,45	34998,20	$6^2P_2-10^2D_2$	6667,60	„	—	
2748,58	36371,70	$5^2P_1-6^2S_1$	53386,87	stark	schwach	*
2672,68	37404,57	$5^2D_1-7^2F_1$	9126,47	mittel	—	
2670,21	37439,16	$5^2D_1-7^2F_2$	9092,46	„	—	
2651,29	37599,98	$5^2D_2-7^2F_2$	9092,46	„	—	
2654,27	37663,93	$6^2S_1-8^2P_2$	15722,44	„	—	
2650,44	37718,34	$6^2S_1-8^2P_1$	15668,08	„	—	
2573,08	38853,06	$5^2P_2-6^2S_1$	53386,87	stark	schwach	*
2321,15	43068,92	$5^2P_1-5^2D_2$	46685,31	„	„	*
2312,87	43223,05	$8^2P_1-5^2D_1$	46531,04	„	„	*
2265,06	44135,30	$5^2S_1-5^2P_2$	92241,29	„	mittel	
2194,60	45552,07	$5^2P_2-5^2D_2$	89758,07	„	schwach	*
2144,39	46618,52	$5^2S_1-5^2P_1$	89758,07	„	„	*

Die mit * bezeichneten Linien treten vorwiegend an der Kathode auf, vgl. Magnesium.

hier keinerlei Überschreitung der Anregungsgrenze ein. Dies gilt insbesondere für die grüne Gruppe 5381,82—5337,40 ÅE. das Analogon zu den oben genannten Zinklinien.

Kupfer

Während die Termsysteme der übrigen hier untersuchten Elemente gesichert sind, ist die Analyse des ersten Kupferfunkenspektrums noch recht unvollständig. Trotzdem wurde auch dieses untersucht, einerseits um eine möglichst umfassende und allgemeine Prüfung der Anregungsvorgänge durchzuführen, andererseits da Duffendack und Black gerade an Kupfer Anregungsversuche mit Argon- und Neon*ionen* ausgeführt haben, auf die weiter unten noch eingegangen wird.

---

1) Diese Funkenlinie ist nicht eingeordnet.

Nach **Hund**[1]) konvergieren die zwei Seriensysteme des Kupferatoms, das normale Dublett- und das anormale Dublett-Quartettsystem gegen einen ^1S- bzw. einen ^3D- und einen ^1D-Term des Ions.

Shenstone[2]) hat im Kupferfunkenspektrum lediglich die beiden letzteren ^3D und ^1D beobachtet, doch läßt sich die Differenz $^1S—^3D$, ^1D angenähert aus dem Serienverlauf der normalen und anormalen Kupferbogenserien berechnen. Da die Grenze der anormalen ^4D-Folgen des Bogenspektrums nur durch zwei Glieder gesichert ist, gibt **Shenstone** für diese Differenz einen Wert von 22224 ± 1500 cm^{-1} an.

In der Arbeit von **Shenstone** sind nun eine Anzahl der stärksten ultravioletten Linien des Kupferfunkens zwischen 2900 und 1900 ÅE. in Gruppen eingeordnet. Der tiefste Term a^3D_3 ist dabei entgegen den übrigen hier untersuchten Spektren $= 0$ gesetzt.

Die Tab. 5 enthält die in Neon bzw. Argon in der Kupferhohlkathode auftretenden stärksten Linien dieser Gruppen. Aus dieser Tabelle geht hervor, daß die kurzwelligere Gruppe durchweg in Argon und in Neon auftritt, die intensiven Kombinationen mit den Anfangstermen b^3 bzw. b^1D dagegen in Argon vollständig fehlen.

Erhöht man nun die Termwerte dieses Schemas um den oben angegebenen Betrag von 22224 cm^{-1}, so ergibt sich auch hier, daß in Argon keine größeren Anregungen als $22224 + 51173{,}3 = 73397{,}3$ auftreten, während die sehr intensiven und charakteristischen Kombinationen der Terme b^3D bzw. b^1D (maximale Anregung $= 22224 + 88435 = 110659$) nur in Neon auftreten können.

Nach diesen Beobachtungen befinden sich die Kupferionen innerhalb der Hohlkathode in dem zur Seriengrenze des *normalen* Kupferbogenspektrums gehörigen Ionisierungszustand, da sonst ebenfalls in Argon die höher angeregte Gruppe des Funkenspektrums auftreten müßte.

Auf den Zusammenhang dieser Ergebnisse mit den ent-

---

1) Vgl. **F. Hund**, Linienspektra und Periodisches System der Elemente. S. 169. Berlin 1927.

2) **A. G. Shenstone**, Phys. Rev. **29**. S. 381. 1927.

Tabelle 5

λ	ν	Gruppe	Anfangsterm	Neon	Argon
2218,11	45069,4	a^3D-a^3P	46912,2	mittel	mittel
2247,00	44489,9	„		stark	stark
2276,26	43918,1	„		mittel	mittel
2294,37	43571,4	„		stark	stark
2489,64	40154,3	a^1D-a^3P	46912,2	mittel	?
2400,10	41652,2	„		schwach	schwach
2125,05	47020,8	a^3D-a^3F	47931,3	mittel	?
2369,88	42183,8	a^1D-a^3F	47939,8	stark	mittel
2242,62	44576,8	$a^1D-a^3D^1$	51173,3	„	schwach
2189,63	45655,6	a^1D-a^1F	49991,3	„	fehlt
2403,47	41593,8	a^3P-b^3D	88153,3	„	—
2478,47	40416,8	„		„	—
2485,95	40213,9	a^3F-b^3D	88153,3	„	—
2506,41	39885,5	„		„	—
2526,73	39565,0	„		„	?
2544,96	39281,6	„		„	?
2598,96	38465,4	„		„	—
2468,58	40496,9	a^3F-b^1D	88435,0	„	—
2590,68	38588,4	$a^3D^1-b^3D$	88153,3	„	—
2666,44	37492,1	„		„	—
2689,46	37171,2	„		„	—
2708,34	36980,2	„		„	—
2713,66	36839,7	„		„	—
2737,5	36518,9	„		mittel	—
2529,46	39521,9	$a^3D-b'D$	88435,0	stark	?
2571,91	38870,0	„		„	—
2745,43	36413,4	a^1F-b^3D	88153,3	mittel	—
2600,48	38443,7	a^1F-b^1D	88435,0	stark	—
2721,84	36729,0	a^1D-b^3D	88153,3	„	—
2701,12	37010,7	$a^1D^1-b^1D$	88435,0	„	—
2718,96	36767,9	a^1P-b^1D	88435,0	„	—

sprechenden Beobachtungen von Duffendack und Black wird weiter unten eingegangen.

In allen beobachteten Fällen (mit Ausnahme der genannten Linien des Zinks) verläuft die Anregung so, als ob ein beträchtlicher Teil der Anregungsenergie des metastabilen Edelgasatoms an die Metall*ionen* übertragen würde. Die *Ionen* müssen daher eine verhältnismäßig große Lebensdauer aufweisen. Dies ist verständlich, da einerseits nach dem intensiven Auftreten der Edelgasfunkenlinien zu schließen, im Glimmlicht zahlreiche Edelgasionen vorhanden sind, die den Metallionen die Elektronen wegfangen, andererseits der fast feldfreie Raum in der Hohlkathode eine Fortbewegung der Metallionen verhindert.[1])

Der Anregung der Metall*ionen* überlagert sich nun eine Übertragung der Anregungsenergie an die Metall*atome*, doch ist es im Glimmlicht hier nicht möglich, diese beiden Vorgänge zu trennen.

Die Anregung in der positiven Säule

Die Emission der positiven Säule wurde in einem Gemisch von Edelgas und Magnesiumdampf untersucht. Dazu diente ein Quarzrohr von etwa 2 cm ϕ und 12 cm Länge, das in seitlichen Ansätzen Aluminiumelektroden trug. In dem Quarzrohr wurde durch eine darum gewickelte Heizspirale etwas Magnesium verdampft. Auch hier zirkulierte das Edelgas durch die Entladungsröhre und die positive Säule konnte durch ein aufgekittetes Quarzfenster in Längsdurchsicht beobachtet werden.

Das allgemeine Aussehen der so erhaltenen Spektra unterscheidet sich in charakteristischer Weise von dem Leuchten in der Hohlkathode. Zunächst sind die Linien wesentlich unschärfer, wie man sogar aus den beigefügten Aufnahmen (4—6, Taf. XII) mit *kleiner Dispersion* entnehmen kann. Das liegt wohl daran, daß in der positiven Säule elektrische Felder vorhanden sind, während nach Schüler[1]) der Gradient in der Hohlkathode fast verschwindet.

Es treten nun in der positiven Säule die gleichen Linien auf wie im Glimmlicht, doch ist ein Teil von ihnen sehr schwach. Dies geht besonders deutlich aus den Aufnahmen 2 und 5 der Taf. XII, Glimmlicht bzw. positive Säule in Neon, hervor. Während im Glimmlicht die beiden Dubletts 2802,69 bis 2795,52 ÅE. und 2797,99—2790,77 ÅE. gleich intensiv auftreten, ist das höher angeregte zweite Dublett in der positiven Säule schon schwach. Noch deutlicher wird der Unterschied an den Linien der Bergmannserie 3^2D-n^2F, die im Glimmlicht sehr intensiv sind, in der positiven Säule fast vollständig verschwinden.

Es wird also die Energie hier nur zu einem kleinen Teil an Ionen übertragen.

---

1) H. Schüler, Phys. Ztschr. 24. S. 259. 1923.

Die Anregung im Ansatzrohr

In der positiven Säule sind demnach auch nur wenige Ionen vorhanden, deren Lebensdauer zur Anregung durch einen Stoß zweiter Art hinreicht. Um nun die Anregung in *atomarem* unangeregten Metalldampf zu untersuchen, wurde eine etwas andere Anordnung getroffen, die zugleich entscheiden sollte, ob es sich bei derartigen Vorgängen tatsächlich um eine reine Wirkung von *Stößen zweiter Art* handelt oder ob die begrenzte Anregung nur durch das *Fehlen schnellerer Elektronen* bedingt ist.

Es wurde daher versucht, die angeregten Edelgasatome *außerhalb der eigentlichen Entladungsbahn* mit dem Metalldampf zur Reaktion zu bringen.

Ein zylindrisches Quarzrohr von etwa 1 cm Durchmesser stand durch eine Öffnung (1 cm Durchmesser) mit einem zweiten dazu senkrecht verlaufenden Rohr in Verbindung. (Fig. 1.) In dem oberen Rohr wurde zwischen Aluminiumelektroden eine Edelgasentladung aufrecht erhalten, in dem unteren Ansatzrohr durch eine darumgewickelte Heizspiralee das Metall verdampft. Das Edelgas zirkulierte dauernd in der Pfeilrichtung durch die Anordnung hindurch und verhinderte so ein Überströmen des schweren Metalldampfes in das Entladungsrohr.

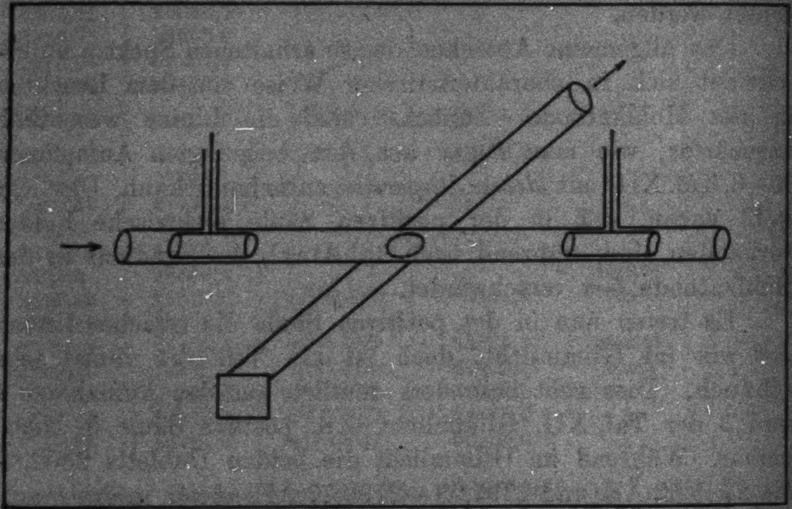


Fig. 1

Es wurde nun zunächst versucht, die angeregten Edelgasatome während ihrer Abklingungszeit in das Ansatzrohr abzupumpen. Dies erschien durchführbar, da sich mit der dazu verwandten großen Gädestahlpumpe bei niedrigen Drucken und weiten Rohrleitungen eine Pumpleistung von mehreren Liter/Sek. erreichen läßt. Bei den Dimensionen des Entladungsrohres entspricht das einer Bewegung der angeregten Atome von mehreren Zentimetern während einer Abklingungszeit von der Größenordnung 10^{-2}—10^{-3} Sek.

Zunächst schien in der Tat ein derartiger Effekt in dem Ansatzrohr aufzutreten. Unterhalb der Verbindungsöffnung bildete sich im Magnesiumdampf eine helle, grüne Flamme von 1—2 cm Länge aus, deren Spektrum lediglich Metall- und keinerlei Edelgaslinien erkennen ließ. Dieses Leuchten blieb jedoch auch bei unterbrochener Zirkulation bestehen, so daß es sich hier nicht um eine Wirkung angeregter und aus der Entladungsbahn abgepumpter Edelgasatome handeln kann. Ebenso ist die Diffusionsgeschwindigkeit der angeregten Atome viel zu gering, als daß diese während ihrer Lebensdauer Strecken von 1—2 cm zurücklegen könnten.

Es zeigt sich nun, daß in dem Ansatzrohr wirklich angeregte Atome vorhanden sind. Nach den Versuchen von Paschen[1]) bei Helium und Meissner[2]) bei Neon lassen sich metastabile Zustände durch angeregte Absorption der von diesen Zuständen ausgehenden Linien nachweisen. Am einfachsten wird dieser Nachweis an der intensiven Neonlinie $1S_5—2P_9$: 6402,246 ÅE. durchgeführt. Durch das Ansatzrohr wurde das Licht einer schwach erregten Neonröhre hindurchgesandt und der Absorptionsverlauf innerhalb einzelner Linien mit einem Interferometer nach Fabry-Perot (Hilger) bei ungefähr 3 cm Plattenabstand untersucht. Das Interferometer war dabei in bekannter Weise in den parallelen Strahlengang zwischen Spaltrohr und Prisma eines Wellenlängenspektrometers eingeschaltet. Der Plattenabstand wurde bis zum Deutlichwerden der Absorptionsstreifen variiert und es ergab sich dann in dem Ansatzrohr eine beträchtliche *Absorption*, obwohl *keine Emission* mehr nachzuweisen war.

---

1) F. Paschen, Ann. d. Phys. 45. S. 625. 1914.

2) K. W. Meissner, Ann. d. Phys. 76. S. 124. 1925.

Beim Zusatz von Magnesiumdampf trat keine erkennbare Schwächung der Absorption auf, die angeregten Edelgasatome müssen sich demnach ständig in großer Zahl neubilden.

Um diesen Vorgang näher zu verfolgen, wurde die *Lebensdauer* der angeregten Atome im Ansatzrohr nach der Methode von Dorgelo[1]) beobachtet. Eine schnell rotierende Kontaktscheibe schloß die Absorptionsröhre kurz und gab erst meßbare Zeit darauf durch eine Öffnung den Strahlengang frei. Genaue Zeitmessungen wurden nicht ausgeführt, doch wurde 2—3 · 10^{-3} Sek. nach der Anregung (berechnet aus dem Winkel Kontaktausschnitt und der Tourenzahl) deutliche Absorption festgestellt.

Diese Lebensdauer wird, wie auch schon früher von Dorgelo festgestellt ist, beim Erhitzen der Entladungsröhre auf etwa 100° nach dieser Methode schon unmeßbar klein, so daß die angeregten Atome bei der Temperatur des Magnesiumdampfes ihre Energie *spontan* abgeben müssen. Man muß daher annehmen, daß sich hier die angeregten Atome durch Einstrahlung der ultravioletten Edelgasresonanzlinien und einen Übergang $1S_2$, $1S_4 \longrightarrow 1S_3$, $1S_5$ durch *Stöße zweiter Art* bilden, daß hier also der gleiche Mechanismus wie bei der sensibilisierten Fluoreszenz vorliegt.

Die Versuche wurden mit Magnesium und Cadmium durchgeführt. Aufn. 7, Taf. XII gibt ein Bild des so erhaltenen Magnesiumspektrums. Von den Funkenlinien tritt das Dublett $1^2S - 2^2P$ stark auf, außer diesem wird neben dem vollständigen Bogenspektrum nur noch $2^2P - 3^2D$ und $2^2P - 2^2S$ schwach angeregt. Die Bergmannserie fehlt vollständig.

Aus dieser Anregungsgrenze folgt, daß hier die Anregungsenergie des metastabilen Edelgasatoms an Magnesium*atome* übertragen wird, denn die Ionisierungsenergie des Magnesiums beträgt 61 663,0 cm^{-1}, so daß nur noch 135 000—61 663,0 cm^{-1} zur Anregung des *Ions* zur Verfügung stehen.

In Cadmiumdampf treten außer den danach zu erwartenden Linien ebenfalls die intensiven Linien 2748,58 und 2573,03 schwach auf. Diese Beobachtung läßt sich so deuten, daß neben unangeregten Atomen im Ansatzrohr eine beträchtliche

---

[1]) H. B. Dorgelo, Ztschr. f. Phys. 34. S. 766. 1925.

Anzahl *metastabiler* Cadmiumatome vorhanden ist und daß diese die Anregungsenergie aufnehmen. Der Mehrbetrag der Anregung, der damit verfügbar wird, ist $1^1S_0 - 2^3P_0 =$ 30113,25 cm^{-1} und deckt damit den fehlenden Energiebetrag. Es scheint dann allerdings bemerkenswert, daß bei dem analogen Bau des Magnesiumspektrums metastabile Atome für die Anregung nicht in Betracht kommen.

Zusammenfassung

Zusammengefaßt ergeben diese Versuche nun folgendes: In einer Glimmentladung in einem Gemisch aus Edelgas und geringen Metalldampfmengen wird *primär* lediglich das *Edelgas* angeregt und gibt *sekundär* die Anregungsenergie seiner ersten (metastabilen) Anregungsstufe quantitativ durch *Stoß zweiter* Art an die Beimengung ab, die dadurch bis zu einer bestimmten Grenze angeregt wird.

Im Glimmlicht der Hohlkathode erfolgt diese Energieübertragung an die Beimengung zum großen Teil direkt an das *Ion*, daneben auch an das *Atom*. In der positiven Säule wird das *Ion* nur schwach angeregt, stark dagegen das *Atom*. Außerhalb der eigentlichen Entladung im Ansatzrohr nehmen lediglich *normale* oder eventuell *angeregte metastabile Atome* diese Anregungsenergie auf.

Mit den vorliegenden Beobachtungen steht nun eine kurze Mitteilung von Duffendack und Black, vgl. o., über die Anregung des Kupferfunkenspektrums durch Stoß positiver Neon- oder Argonionen in Widerspruch. Die Verfasser haben Niederspannungsbogen in einem Wolframofen in einer Mischung von Argon bzw. Neon und wenig Kupferdampf untersucht und beobachten dabei in Argon keinerlei Kupferfunkenlinien, während in Neon sämtliche von Shenstone in Gruppen geordneten Linien auftreten.

Die zu dem Term $1S$ des Funkenspektrums gehörige Ionisierungsenergie des Kupferatoms beträgt 62305,86, die Differenz dieses Terms und des niedrigsten von Shenstone, vgl. o., als a^3D_3 bezeichneten Terms beträgt 22224. Die Kupferfunkenterme sind also sämtlich um 84529,86 zu erhöhen, um die Anregung vom Grundzustand des Atoms aus zu erhalten. Die erforderliche Anregungsenergie für die beiden Gruppen des Kupferfunkenspektrums beträgt dann 135 000 bzw. 166 000 cm. Aus dem Auftreten beider Gruppen in Neon bzw. aus dem Nichtauftreten beider in Argon schließen die Verfasser, daß hier die *Ionisierungsenergien* Ne: 21,5 Volt = 174 000 bzw. Ar: 15,4 Volt = 125 000 die Anregung begrenzen.

Diese Annahme steht in Widerspruch zu den hier mitgeteilten Beobachtungen, bei denen stets das *metastabile* Edelgasatom die maximal mögliche Anregung bestimmt. Die Versuche mit Kupferdampf im Wolframofen konnten hier nicht wiederholt werden, in der Hohlkathode dagegen wird an die Kupferionen die Energie des metastabilen Edelgasatoms übertragen, vgl. o.

Eine zweite noch ungeklärte Frage ist das Zustandekommen des Bogenspektrums. Bei allen Versuchen sind die Bogenlinien intensiv und bis zu den höchsten Seriengliedern ausgebildet. In der Hohlkathode sind sie sehr scharf. An der roten Cadmiumlinie konnten bei der Anregung durch Neon in der Hohlkathode mit dem Fabry-Perotinterferometer Interferenzen bis zu einem Plattenabstand $d = 10$ cm, entsprechend einer Halbwertsbreite der Linie $\delta = \frac{\lambda^2}{4d} = 0{,}01$ ÅE. beobachtet werden. Bei dieser Art der Anregung tritt demnach keine mit Dopplerverbreiterung verbundene *Impulsübertragung*[1]) des anregenden Edelgasatoms an das Metallatom auf. Diese Beobachtung spricht dafür, daß es sich hier um Wiedervereinigungsleuchten handelt, denn nur bei Ionisation und nachfolgender Anregung des Funkenspektrums kann die gesamte verfügbare Energie vollständig in Anregung umgesetzt werden, während bei einem Anregungsleuchten der Bogenlinien ein beträchtlicher Energieüberschuß in Wärmeenergie verwandelt werden müßte.

Das Leuchten der Funkenlinien in der Hohlkathode ist in vielen Fällen ein reines Anregungsleuchten jedoch ohne größere Impulsübertragung. Neben dem Fehlen jeglicher elektrischer Felder in der Hohlkathode kann damit die ausgezeichnete

---

[1]) Vgl. etwa F. Rasetti, Nature 118. S. 47. 1926.

Schärfe der Funkenlinien zusammenhängen, die z. B. bei der grünen Cadmiumfunkenlinie 5378,12 ÅE., ebenfalls nach interferometrischen Messungen nur 0,005 ÅE. beträgt!

Schließlich sei noch auf einen wichtigen Unterschied gegenüber einigen kürzlich von Beutler und Josephy[1]) ausgeführten Untersuchungen über Resonanz bei Stößen zweiter Art hingewiesen.

Die Verfasser beobachteten bei der sensibilisierten Fluoreszenz eines Gemisches von Quecksilber und Natriumdampf eine auffällige Verstärkung derjenigen Natriumnebenseriemglieder, die einer möglichst vollständigen Aufnahme der Anregungsenergie des Quecksilbers entsprechen. Dieser Resonanzvorgang ist so scharf, daß man rückwärts aus dem Anregungsmaximum auf den Zustand des anregenden Atoms schließen kann. Eine Beimischung von Argon z. B. führt die Quecksilberatome aus dem angeregten 2^3P_1-Zustand in den benachbarten metastabilen 2^3P_0-Zustand, wobei eine deutliche Verschiebung des Anregungsmaximums auftritt.

Bei den vorliegenden Untersuchungen konnten solche Resonanzerscheinungen nicht nachgewiesen werden, die Linien erreichen vielmehr bei einem Überschuß von etwa 20- bis 30000 cm^{-1} eine maximale Intensität. Dies läßt sich z. B. bei den höheren Seriengliedern der Bergmannserie des Magnesiumfunkenspektrums in der Neonhohlkathode feststellen. (Vgl. Tafel 2 : Ne und 1 : He.) Es scheint hier also eine Anregungsfunktion[2]) wie etwa bei der Anregung durch Elektronenstoß vorzuliegen.

Der Anregungsvorgang des *Ions* unterscheidet sich nicht wesentlich von den obengenannten Versuchen. Bei der Anregung eines *Atoms* tritt dagegen neben den beiden Stoßpartnern und der Strahlung als vierter Partner das losgelöste *Elektron* auf, und es ist anzunehmen, daß dieses als Energiereservoir die überschüssigen Energiebeträge aufnimmt.

Charlottenburg, 3. Januar 1928.

---

1) H. Beutler und B. Josephy, Naturw. 15. S. 9. 1927.

2) Vgl. etwa W. Hanle, Naturwiss. 15. S. 832. 1927.

Erläuterungen zu Tafel XII

Die Aufnahmen sind 1,2fache Vergrößerungen des ultravioletten Magnesiumspektrums zwischen 3104 und 2449 ÅE.

Aufnahme 1: Magnesiumhohlkathode in Helium.
(Diese Aufnahme wurde dem Verfasser freundlicherweise von Hrn. Dr. Gremmer, Charlottenburg, zur Verfügung gestellt).

Aufnahme 2: Magnesiumhohlkathode in Neon.
Die zahlreichen feinen Linien sind Neonfunkenlinien. Man beachte die stark ausgebildete Serie 3104, 2660, 2449.

Aufnahme 3: Magnesiumhohlkathode in Argon.
Die Linien sind zum Teil an der Kathodenwand verstärkt: 2936—28, 2797—2790 ÅE.

Aufnahme 4: Positive Säule in Magnesium und Helium.

Aufnahme 5: Positive Säule in Magnesium und Neon.

Aufnahme 6: Positive Säule in Magnesium und Argon.
In allen Fällen sind die Linien viel unschärfer als in der Kathode.

Aufnahme 7: Leuchten im Ansatzrohr in Magnesium und Neon.

(Eingegangen 8. Januar 1928)

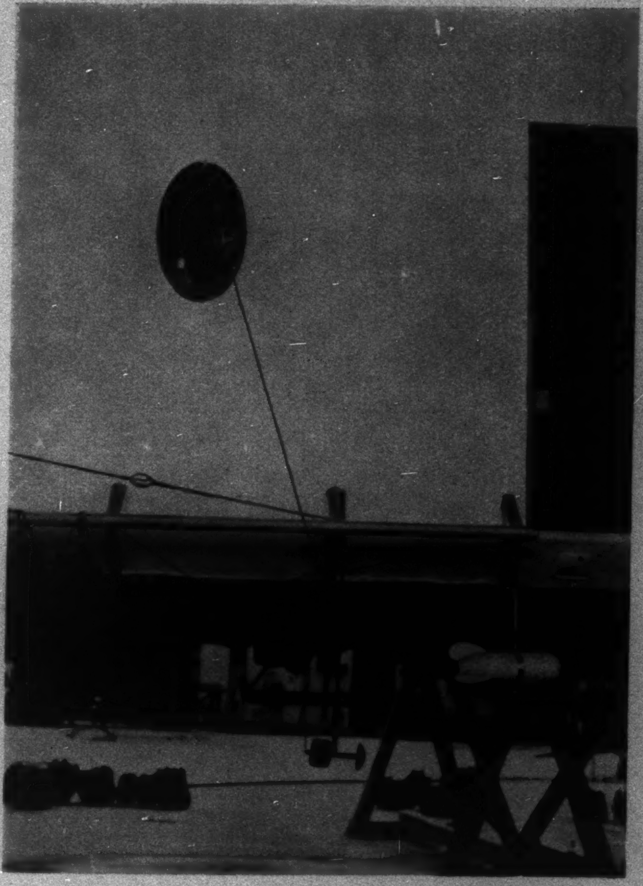
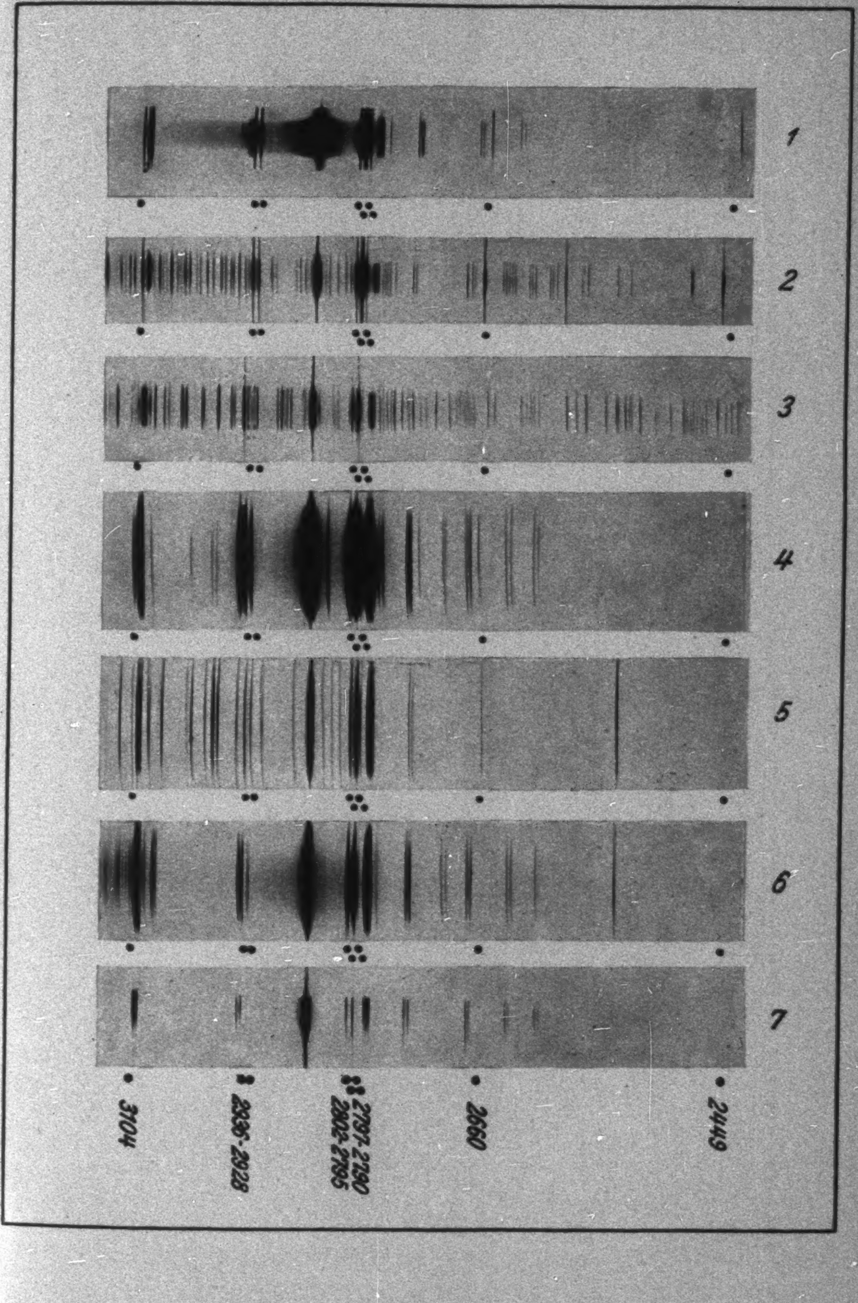


Fig. 1

A. Wigand


1
2
3
4
5
6
7
3104
2936-2928
2797-2790
2802-2795
2660
2449

R. Frerichs

1928 № 4

ANNALEN DER PHYSIK

VIERTE FOLGE. BAND 85

1. *Beitrag zur Kenntnis des Funkenpotentials in Stickstoff;*

von Bernhard Frey

(Aus dem Physikalischen Institut der Universität Zürich)

§ 1. Die vorliegende Arbeit hatte ursprünglich zum Ziel, den Einfluß eines Magnetfeldes auf das Funkenpotential[1]) in Stickstoff und in Edelgasen zu untersuchen. Im Verlaufe der Messungen machten sich jedoch verschiedene Fehlerquellen bei der Bestimmung des Funkenpotentials derart störend bemerkbar, daß das Ziel der Arbeit dahin geändert wurde, diesen Fehlereinflüssen, vor allem dem des Wasserdampfes genauer nachzugehen und eventuell eine Erklärung für sein Verhalten zu suchen. Diese Untersuchungen und daran anschließende Messungen über den Einfluß von Wasserstoffbeimischungen zum Stickstoff bilden den Hauptgegenstand der Arbeit; einige Messungen über den Einfluß des Elektrodenmaterials bei der Funkenentladung werden zum Schluß noch angegeben.

§ 2. Der Einfluß, den Wasserdampf auf das Funkenpotential ausübt, ist in seiner vollen Bedeutung seit der Zeit bekannt, da E. Meyer[2]) in seiner Arbeit „Über die Beeinflussung des Funkenpotentials in Luft durch geringe Verunreinigungen“ darauf hingewiesen hat, daß die stärkste Störungsquelle für einen reproduzierbaren Entladungsverlauf die Feuchtigkeit bildet; geringste Schwankungen der Feuchtigkeit bedingen in Luft enorme Differenzen für die Durchschlagsspannungen. Dank genauester Konstanthaltung der Feuchtigkeit ist es E. Meyer gelungen, bei mittlerer Feuchtigkeit ganz außerordentlich genau reproduzierbare Kurven für das Funkenpotential (auf ± 1 Volt) zu erhalten, die vollständig das Paschensche Gesetz[3]) erfüllen. Sowohl in der Arbeit von E. Meyer für Luft, als auch in der daran anschließenden von Frl. H. Stücklen[1]) für Stickstoff stellte sich heraus, daß eine Feuchtigkeitsvermehrung erniedrigend auf das Funkenpotential einwirkt, wenn die Gasfeuchtigkeit sehr klein ist, erhöhend aber bei mittleren und größeren Feuchtigkeitsgehalten. Meyer[2]) schreibt dazu: „Man könnte zur Erklärung der Erscheinung auch an eine starke Elektronenaffinität des Wasserdampfes denken, jedoch würde sich dadurch *allein* wohl nur schwerlich das Minimum in der Abhängigkeit des Funkenpotentials von der Wasserdampfkonzentration deuten lassen, wie ja überhaupt das Vorhandensein des Minimums darauf hinweist, daß zwei verschiedene Ursachen den Verlauf des Effektes bedingen müssen.“ Die von E. Meyer gegebene Erklärung für den *Anstieg* des Funkenpotentials mit wachsender Feuchtigkeit infolge der großen Elektronenaffinität des Wasserdampfes steht mit den experimentellen Ergebnissen von Franck[3]) in völligem Einklang. In Übereinstimmung damit hat neuerdings Güntherschulze[4]) gefunden, daß Wasserdampf in noch höherem Maße als Sauerstoff die Eigenschaft besitzt, Elektronen einzufangen und Makroionen zu bilden, die für den Stoßvorgang bei der Funkenbildung sehr ungeeignet sind. Nach dem Gesagten ist also hauptsächlich noch die bei sehr großer Trockenheit vorhandene *Abnahme* des Funkenpotentials durch Zusatz geringer Feuchtigkeitsmengen zu erklären.

---

[1]) Vgl. z. B. Edgar Meyer, Ann. d. Phys. 58. S. 297. 1919; Max Wehrli, ebenda 69. S. 285. 1922.

[2]) Edgar Meyer, Ann. d. Phys. 65. S. 335. 1921.

[3]) F. Paschen, Wied. Ann. 37. S. 69. 1889.

Das Resultat der vorliegenden Arbeit gleich vorweggenommen lautet: Durch Dissoziation des Wasserdampfes werden Wasserstoffspuren gebildet, die eine Erniedrigung des Funkenpotentials hervorrufen. Bei äußerster Trockenheit, also wenn zu wenig Wasserstoff gebildet werden kann, steigt das Potential daher wieder an (Anstieg auf dem trockenen Ast der Funkenpotential-Feuchtigkeitskurve). Bei großer Feuchtigkeit sind es dagegen die Makroionen, die das Funkenpotential ansteigen lassen. Eine ähnliche Erklärung gibt auch Knipping[5]) für das Pseudohochvakuum, obschon seine Schlußfolgerung nicht ganz zwingend sein dürfte. Bei den hohen Spannungen nämlich, die er anwendet, spielen noch die entstehenden Wandladungen eine wichtige Rolle, wie Güntherschulze[1] gezeigt hat. Janitzky[2]) hingegen glaubt, daß das Pseudohochvakuum hauptsächlich auf die vollständige Entgasung der Elektroden zurückzuführen sei. Aus seiner Arbeit geht leider nicht hervor, was es für Gase sind, die hauptsächlich aus den Elektroden entweichen.

---

[1]) H. Stücklen, Ann. d. Phys. **69**. S. 625. 1922.

[2]) Edgar Meyer, Ann. d. Phys. **65**. S. 367. 1921.

[3]) J. Franck, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**. S. 291 u. 613. 1910.

[4]) A. Güntherschulze, Ztschr. f. Phys. **22**. S. 84. 1924.

[5]) P. Knipping, Die Naturwissenschaften S. 756. 1923.

Über andere Verunreinigungen wie Sauerstoff, Kohlendioxyd, Quecksilberdampf, Phosphortrioxyd (solches ist immer ein wenig in P_2O_5 vorhanden) liegen die Verhältnisse klarer, zumal E. Meyer[3]) für CO_2, P_4O_6 und Quecksilberdampf gezeigt hat, daß deren Einfluß auf das Funkenpotential in Luft innerhalb der Meßfehler fällt; von Sauerstoff ist genügend bekannt, daß er infolge seiner Elektronenaffinität das Kathodengefälle[4]) erhöht, die Ionenbeweglichkeit vermindert[5]), also auch höhere Funkenpotentiale bedingt.

Funkenpotentialmessungen in sehr sauber gereinigtem Stickstoff wurden von Strutt[6]) ausgeführt.[7]) Seine Resultate weichen von einer weiter unten gegebenen Kurve, die bei wohldefinierten und den seinigen am ehesten entsprechenden Bedingungen aufgenommen wurde, um etwa 13 Volt ab. Strutts Werte liegen tiefer, weisen aber eine etwas stärkere Streuung auf.

§ 3. Die benutzte Versuchsanordnung ist dieselbe, wie sie von E. Meyer[8]) verwendet wurde. Als Spannungsquelle diente eine Hochspannungsbatterie (Akkumulatorenfabrik Oerlikon) von 960 Volt und 4 Amp.-Std. Kapazität. Die Batterie war unterteilt in Kästen von je 48 Volt. Etwa 200 Volt wurden

---

1) A. Güntherschulze, Ztschr. f. Physik 31. S. 606. 1925.

2) A. Janitzky, Ztschr. f. Physik 35. S. 27. 1925.

3) Edgar Meyer, Ann. d. Phys. 65. S. 335. 1921. (Hg: § 13 und 24; P_4O_6: § 14; CO_2: § 24.)

4) E. Warburg, Wied. Ann. 40. S. 1. 1890.

5) J. Franck, Verhandl. d. D. Phys. Ges. 12. S. 613. 1910.

6) R. J. Strutt, Phil. Trans. Roy. Soc. (A) 193. S. 377. 1900; Proc. Roy. Soc. (A) 89. S. 68. 1913/14.

7) Die Versuche von H. E. Hurst, Phil. Mag. (6) 11. S. 534. 1906, scheinen in weniger sauberem Stickstoff ausgeführt zu sein.

8) Edgar Meyer, Ann. d. Physik 58. S. 297. 1919.

an den Potentiometerwiderstand von 2000 Ohm gelegt. Als Blockkapazität diente ein sogenannter „Minos“-Kondensator (Schott u. Gen. Jena) von 5000 cm Kapazität. Das Spiegelgalvanometer war ein Siemens-Halske-Instrument mit einer Empfindlichkeit von $4{,}5 \cdot 10^{-10}$ Amp. pro Skalenteil. Das Präzisionsvoltmeter (Siemens-Halske) gestattete die Bestimmung des Funkenpotentials auf ± 1 Volt. Es wurde zur Kontrolle vermittelst eines Kompensationsapparates mit einem Normalelement geeicht. Die zur Prüfung des Paschenschen Gesetzes verwendeten Elektroden waren zwei Messingplatten, deren Abstand durch zwischengelegte Ebonitringe (genau wie bei Meyer a. a. O.) bestimmt war. Wie später gefunden wurde, stimmten die so erhaltenen Werte genau überein mit Vergleichswerten, bei denen dieser Ebonitring vermieden war. Bekanntlich ist jedoch der Ebonitring für Messungen unterhalb des Minimums unerläßlich. Zum Evakuieren der Apparatur diente eine Gaedesche Kapselpumpe, die gestattete, ein Vakuum bis zu etwa 0,1 mm Hg herzustellen. Für die späteren Messungen, bei denen Hochvakuum nötig war, kam noch eine Quecksilberstrahlpumpe zur Verwendung.

§ 4. Um sich ein rohes Bild über die Größe des Einflusses der Verunreinigungen auf das Funkenpotential und der dadurch bedingten Streuung machen zu können, sollen einige Resultate der Vorversuche angeführt werden, bei denen das Gas, Stickstoff aus einer Bombe, ohne vorherige Reinigung in die Funkenstrecke eingelassen wurde. Als Verunreinigungen sind hier hauptsächlich Sauerstoff und Feuchtigkeit zu nennen. Erfahrungsgemäß sind im Bombenstickstoff etwa 4 Proz. Sauerstoff enthalten. Da immer ein und dieselbe Bombe mit der Apparatur in Verbindung stand, so waren stärkere Schwankungen hinsichtlich der Menge der Verunreinigungen nicht zu erwarten, und infolgedessen hätten sich auch ziemlich reproduzierbare Werte für das Potential ergeben sollen. Es zeigte sich jedoch bei vielen unabhängigen Messungen, daß die Funkenpotentialwerte keineswegs reproduzierbar waren. Nicht einmal bei derselben Gasfüllung und konstantem Druck blieb das Funkenpotential dasselbe. Die Streuung betrug maximal etwa 40 Volt, wie aus der Fig. 1 ersichtlich ist.

Eine weitere Erscheinung war die, daß die Streuung der Werte des Funkenpotentials durch die Anzahl der Funken, die man durch die Funkenstrecke ließ, vermehrt wurde. Einen ähnlichen Effekt hat auch **Warburg**[1]) bei seinen Messungen des Kathodengefälles in Stickstoff gefunden. Das Kathodengefälle wurde bei **Warburg** vollständig konstant und unabhängig von der Stromdauer, wenn er seinen Stickstoff mit Natrium reinigte. **Warburg** äußert die Ansicht, daß diese Inkonstanz wesentlich der Bildung von Stickstoff-Sauerstoffverbindungen zuzuschreiben sei.

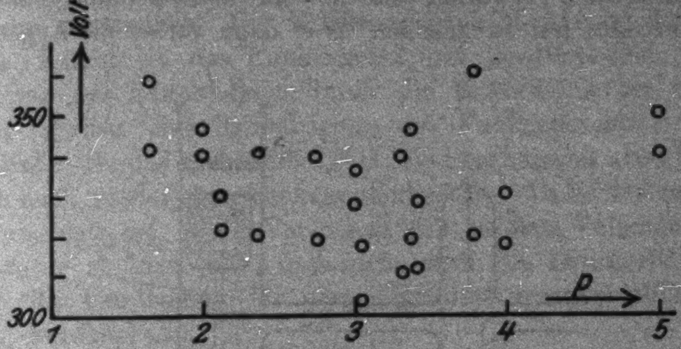


Fig. 1

§ 5. Um die Verhältnisse zu klären, wurde direkt an das Funkengefäß ein Geisslerrohr angeblasen, worin man eine kräftige Entladung eines Induktoriums erzeugen konnte. Durch ein kurzes Verbindungsrohr konnten allfällig gebildete Stickstoff-Sauerstoffverbindungen rasch in die Funkenstrecke hinüber diffundieren. Es zeigte sich nun, daß eine Entladung im Geisslerrohr wohl einen großen (bis zu 12 Volt), aber keinen eindeutigen Einfluß auf das Funkenpotential ausübte, indem je nach dem Feuchtigkeitsgehalt in der Apparatur das Funkenpotential erhöht oder erniedrigt wurde. Damit war erwiesen, daß eine Entladung in einer Nebenfunkenstrecke einen ähnlichen Einfluß hervorruft, wie eine solche in der Meßfunkenstrecke selbst.

Es liegt nun der Gedanke nahe, daß hier zwei Wirkungen zusammenspielen. Einmal kann durch die Entladung in der

---

1) E. **Warburg**, Wied. Ann. 40. S. 1. 1890.

Funkenstrecke oder im Geisslerrohr eine chemische Veränderung des Gasinhaltes hervorgerufen sein (Bildung von Stickoxyden), zweitens aber kann auch durch die Entladung eine Erwärmung der Funkenstrecke oder des Geisslerrohres eintreten, wodurch Wasserdampf abgegeben würde.

§ 6. Um diese beiden Wirkungen getrennt voneinander zu untersuchen, wurde das Geisslerrohr von außen durch einen Bunsenbrenner erwärmt, um die an den Wänden haftende Feuchtigkeit frei zu machen. War dann vorher die Apparatur und das Gas gut mit P_2O_5 getrocknet worden, so ergab sich eine Erniedrigung des Funkenpotentials, eine Erhöhung aber, wenn vorher kein Trockenmittel angewendet worden war. Bei der Funkenpotentialmessung war im ersten Falle (Trocknung *vor* der Erwärmung des Geisslerrohres) das Gefäß, das das P_2O_5 enthielt, von der Apparatur durch einen Glashahn abgesperrt worden, damit nicht der durch die Erwärmung des Geisslerrohres frei gemachte Wasserdampf sofort wieder absorbiert würde.

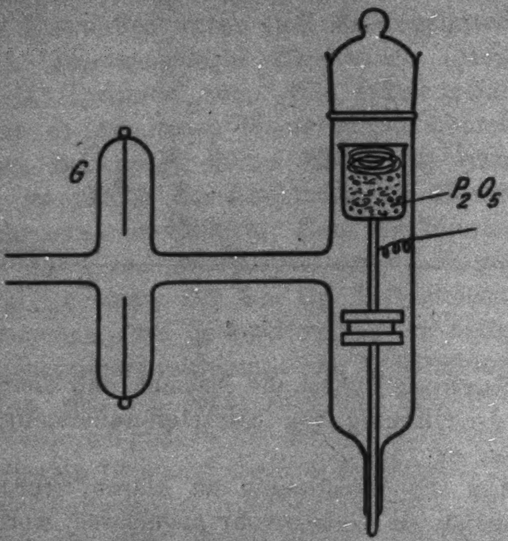


Fig. 2

Dieses Resultat steht in völligem Einklang mit den Messungen von Meyer (a. a. O.), der gefunden hat, daß die Erhöhung des Wasserdampfdruckes in Luft um den konstanten Betrag Δp eine Erniedrigung bzw. eine Erhöhung des Funkenpotentials bewirkt, je nachdem der totale Partialdruck des Wasserdampfes sehr klein, oder aber größer ist.

In etwas abgeänderter Form ergab ein weiterer Versuch dasselbe, nach Meyer zu erwartende Resultat. Ein kleiner Behälter mit P_2O_5 wurde direkt in das Funkengefäß eingesetzt (vgl. Fig. 2). Wurden nun das Geisslerrohr *G* oder andere Teile der Glasapparatur mit dem Bunsenbrenner erwärmt, so fiel zuerst das Funkenpotential, um nachher von selbst wieder langsam anzusteigen. Die Erklärung nach Meyer ist die folgende: Zuerst ist das Funkengefäß gut ausgetrocknet, eine Zunahme der Feuchtigkeit durch die Erwärmung der Glaswände bewirkt eine Erniedrigung des Funkenpotentials. In dem Maße, wie das vorhandene P_2O_5 die Feuchtigkeit absorbiert, steigt auch wieder das Funkenpotential an. Dabei ist zu bemerken, daß bei diesen Versuchen das gesamte Volumen der Apparatur so groß war, daß nicht etwa die Druckerhöhung durch die Erwärmung für dieses Resultat verantwortlich gemacht werden kann.

§ 7. Daß nun tatsächlich neben diesem Einfluß der Feuchtigkeit auch noch eine zweite Wirkung, wahrscheinlich eine chemische Umsetzung des Bombenstickstoffs vorhanden ist, geht aus dem folgenden Versuche hervor. In der Anordnung der Fig. 2 wurde das Geisslerrohr abwechselnd erwärmt, oder aber es wurde eine Induktorentladung durch dasselbe hindurchgesandt. Die Funkenstrecke war dauernd in Verbindung mit P_2O_5 (gemäß Fig. 2). Trägt man dann das gemessene Funkenpotential als Funktion der Zeit auf, und beginnt man bei vorher nicht gut ausgetrockneter Apparatur, so erhält man Kurven, wie zwei solche in Fig. 3 angegeben sind. Die gestrichelten Geraden bedeuten, daß hier eine Erwärmung des Geisslerrohres stattgefunden hat, die strichpunktierten, daß zu dieser Zeit eine Entladung durch das Geisslerrohr gegangen war. Man bemerkt die antagonistische Wirkung dieser beiden Ursachen. Erwärmung gibt Abnahme des Funkenpotentials, Entladung aber Erhöhung desselben.

Es ist damit sehr wahrscheinlich gemacht, daß neben dem Einfluß der Feuchtigkeit auch noch eine elektrochemische Umsetzung durch die Entladung anzunehmen ist. Dieser letztere Einfluß muß jedoch durch den Feuchtigkeitseinfluß zum Teil überdeckt sein, da bei der Entladung auch eine Erwärmung, also auch eine Abgabe von Wandfeuchtigkeit eintreten wird.

Diese verschiedenen Wirkungen auf den Wert des Funkenpotentials, nämlich die der Feuchtigkeit und die einer chemischen Veränderung des Gases, sollen im folgenden getrennt untersucht werden. Pulverisiertes Kupfer (Naturkupfer C von Kahlbaum) ist ein gutes Absorptionsmittel für NO_2. Ein zwischen das Geisslerrohr und die Funkenstrecke geschaltetes Rohr mit diesem Kupfer hatte absolut keinen Einfluß, womit sehr unwahrscheinlich gemacht wurde, daß NO_2 die chemische Ursache der Funkenpotentialänderung sei.

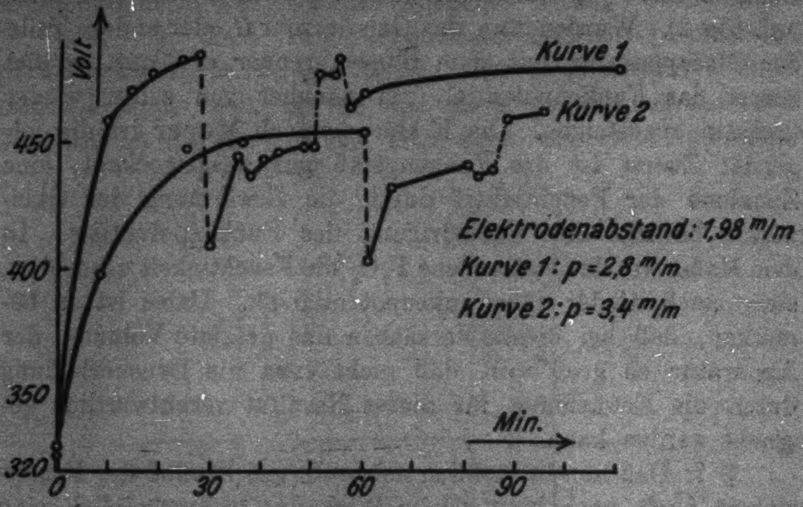


Fig. 8

§ 8. Um überhaupt die Bildung von Stickoxyden in der Geisslerentladung zu verhindern, wurde eine neue Apparatur hergestellt, die gestattete, den Bombenstickstoff verhältnismäßig gut zu trocknen und von Sauerstoff zu befreien. Der Stickstoff wurde zuerst durch ein langes Rohr mit $CaCl_2$, darauf durch ein P_2O_5-Rohr und nachher zur Absorption des Sauerstoffs über glühendes Kupfer geleitet. Danach gelangte er in zwei große P_2O_5-Röhren, die zugleich als Vorratsgefäß für den gereinigten Stickstoff dienten. Von diesem Vorratsgefäß konnte er portionsweise in die Funkenstrecke eingelassen werden. Das Volumen der P_2O_5-Röhren war so groß, daß der Gasinhalt für die Messungen von 2—3 Wochen Dauer genügte. Das Gefäß, worin sich die Funkenstrecke befand, sowie das Geisslerrohr waren mit destilliertem Wasser ausgekocht worden, um das Glas möglichst wenig hygroskopisch[1]) zu machen. Der so behandelte, gut getrocknete Stickstoff enthielt sicher nur noch Spuren von Sauerstoff. Es war also nicht zu erwarten, daß eine Oxydationsstufe des Stickstoffs noch merkliche Schwankungen des Funkenpotentials bewirken könnte.

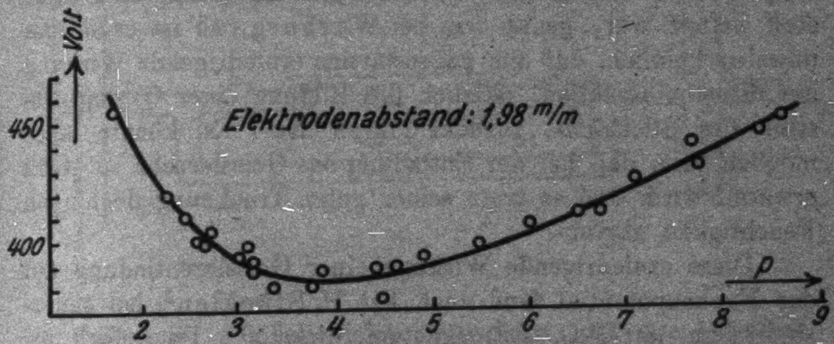


Fig. 4

Zuerst wurde versucht, ob mit der neuen Anordnung reproduzierbare Potentialwerte zu erhalten seien. Die beschriebenen Reinigungsmaßnahmen bewirkten, daß sich nun innerhalb einer Streuung von ±6 Volt das Funkenpotential reproduzieren ließ. Fig. 4 gibt als Beispiel das Funkenpotential in Funktion des Gasdruckes bei einem Elektrodenabstand von 1,98 mm.

§ 9. Aber trotz der viel besseren Trocknung und der Entfernung des Sauerstoffs, zeigte sich doch der Einfluß einer Geisslerentladung *in erhöhtem Maße*, aber jetzt in dem Sinne, daß das Funkenpotential stets erniedrigt wurde, also *umgekehrt* wie bei den Versuchen des § 7 (Fig. 3). Denkt man nun an das von Thomson[2]) konstatierte analoge Verhalten des minimalen Funkenpotentials und des Kathodengefälles, so steht diese

---

1) E. Warburg und T. Ihmori, Wied. Ann. 27. S. 481. 1886. H. Stücklen, Ann. d. Phys. 65. S. 369. 1921. Bei diesem Verfahren wird das Glas so wenig hygroskopisch wie amorpher Quarz. Vgl. dazu die Versuche in Luft von A. Schaufelberger, Ann. d. Phys. 73. S. 21. 1923.

2) J. J. Thomson, Recent Researches, § 162. S. 158.

Erniedrigung des Funkenpotentials offenbar im Gegensatz zu den Versuchen von **Warburg**[1]) über das Kathodengefälle. Bei ihm bewirkte nämlich der Stromdurchgang eine starke Erhöhung des Kathodengefälles. **Warburg** zeigte, daß diese Erhöhung sofort verschwindet, wenn dafür gesorgt wird, daß sich keine Sauerstoff-Stickstoffverbindungen bilden können, was er durch sorgfältige Entfernung des Sauerstoffs erreichte. Da sich bei unsern früheren Versuchen ebenfalls eine Erhöhung des Funkenpotentials einstellte, wenn der Stickstoff nicht von Sauerstoff befreit war, genau wie bei **Warburg**, so ist es höchst unwahrscheinlich, daß die gegenwärtige erniedrigende Wirkung auf dieselbe Reaktion, nämlich die Bildung einer Oxydationsstufe des Stickstoffs, zurückzuführen ist. Es könnte aber möglich sein, daß bei der Entladung das Geisslerrohr so stark erwärmt wird, daß es trotz seiner guten Trocknung doch noch Feuchtigkeit abgibt.

Diese erniedrigende Wirkung einer Geisslerentladung auf das Funkenpotential fand auch Frl. H. **Stücklen**[2]) bei sauerstofffreiem, mit P_2O_5 getrocknetem Stickstoff. Da jedoch für ihre Arbeit nur Relativwerte des Potentials erforderlich waren, wurde damals der Einfluß einer Entladung nicht eingehender untersucht.

§ 10. Um die Richtigkeit dieser Vermutung, Abgabe von Wasserdampf aus der Geisslerröhre, nachzuweisen, wurde zwischen das Geisslerrohr und die Funkenstrecke ein P_2O_5-Rohr mit Umwegleitung gelegt, so daß die Wirkung der Geisslerentladung ganz nach Belieben, das eine Mal mit dem dazwischen geschalteten Trockenmittel, das andere Mal ohne dasselbe, untersucht werden konnte. Die Anordnung ist in Fig. 5 skizziert.

Nun zeigte sich aber, daß in dem mit P_2O_5 getrockneten sauerstofffreien Stickstoff eine Entladung im Geisslerrohr einen erniedrigenden Einfluß hatte, *unabhängig* davon, ob das P_2O_5 zwischen Geisslerrohr und Funkenstrecke lag oder nicht. Es sei bemerkt, daß bei späteren Messungen, bei denen an Stelle des P_2O_5-Rohres ein mit flüssiger Luft gekühltes U-Rohr trat, die Verhältnisse genau dieselben blieben. Diese Tatsache beweist, daß die hier beobachtete Erniedrigung des Funkenpotentials unmöglich auf eine Feuchtigkeitsänderung in der Meßfunkenstrecke zurückgeführt werden kann. Die Möglichkeit, daß eventuell hinüberwandernde Ionen die Erniedrigung bewirken, ist nicht leicht anzunehmen, denn sonst müßte das Funkenpotential von selbst wieder auf den ursprünglichen Wert zurückkehren, was aber nach Stunden noch nicht der Fall war. Als Beispiel sei angeführt, daß das Potential, nachdem es vorerst konstant geworden war, infolge einer Entladung im Geisslerrohr von 350 auf 326 Volt fiel, wenn Hahn 3 (Fig. 5) offen, Hahn 1 und 2 aber geschlossen waren; bei der nächsten Messung betrug der konstante Anfangswert 372 Volt und der Endwert nach der Entladung 352 Volt, wobei Hahn 3 geschlossen, aber Hahn 1 und 2 geöffnet waren.

---

[1]) E. **Warburg**, Ann. d. Phys. **40**. S. 1. 1890.

[2]) H. **Stücklen**, Ann. d. Phys. **69**. S. 618 (Anm. 1). 1922.

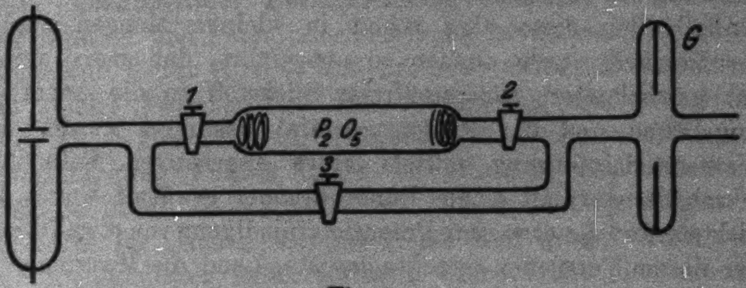


Fig. 5

§ 11. Diese beschriebenen, höchst eigentümlichen Wirkungen ließen die Vermutung aufkommen, daß es sich hier nicht direkt um frei werdenden Wasserdampf handelt, sondern um dessen Dissoziationsprodukte: Sauerstoff und Wasserstoff. Der Einfluß des Sauerstoffs auf das Funkenpotential in Stickstoff ist schon von Strutt (a. a. O.) untersucht; es mußte daher jetzt noch der Einfluß von Wasserstoff auf das Funkenpotential in Stickstoff untersucht werden, besonders auch deshalb, weil der Wasserstoff in ionisiertem Zustand Protonen gibt, deren große Beweglichkeit, verbunden mit ihrer geringen Ausdehnung, sie wahrscheinlich besonders geeignet zur Stoßionisation machen dürfte.

Bei dieser Auffassung, daß nämlich die Protonen besonders wirksam sind, bliebe noch zu erklären, wodurch der vorhandene

Wasserdampf in seine Bestandteile zerlegt werden könnte. Es lassen sich hierfür wohl zwei Ursachen angeben. Erstens wird ganz sicher durch den Funken selbst, bzw. durch die Geisslerentladung, der Wasserdampf dissoziiert werden. Zweitens kann man an eine chemische Wirkung der Aluminiumelektroden des Geisslerrohres auf den Wasserdampf denken.[1])

Ein Vorversuch über den Einfluß einer Wasserstoffbeimischung auf das Funkenpotential zeigte auch sofort den enormen Einfluß, den dieses Gas schon in kleinen Mengen ausübt. Der Versuch wurde einfach so ausgeführt, daß zuerst reiner, gut getrockneter, sauerstofffreier Stickstoff in die Apparatur eingelassen und das Funkenpotential bestimmt wurde. Die Wasserstoffeinführung mittels eines angesetzten Palladiumröhrchens, das mit einem Bunsenbrenner erwärmt wurde, bewirkte sofort die erwartete Potentialerniedigung von etwa 70 Volt. Bei diesen Versuchen erlaubte das Mac Leod die Messung einer Druckdifferenz von etwa 0,04 mm Hg. Eine solche konnte jedoch nach Einlassen des Wasserstoffs nicht konstatiert werden. Hier betrug die Wasserstoffkonzentration weniger als 1 Proz. Ein Kontrollversuch in Luft zeigte genau dieselbe starke Wirkung des Wasserstoffs.

In Tab. 1 ist als Beispiel für den Wasserstoffeinfluß eine Messung angegeben, bei der nur roh meßbare[2]) Wasserstoffkonzentrationen angewendet wurden. *V* bedeutet das Funkenpotential, *Pd* soll Palladiumröhrchen heißen.

Tabelle 1

Apparatur mit sauerstofffreiem Stickstoff gefüllt;
Elektrodenabstand: 1,98 mm

Bemerkungen	*V* in Volt				Druck *p* in mm Hg
ohne *Pd* zu erhitzen	375	374	374	374	3,29
Pd mit Brenner gestreift	370	369	369	369	3,29
„ „ „ „	363	360	360	360	3,29
„ „ „ „	357	355	356	356	3,33
„ etwas mehr erwärmt	332	333	333	333	3,33
„ stark erwärmt	295	293	293	293	3,41

---

[1]) Es wird auch sicher bei der Überleitung des feuchten Bombenstickstoffs über das glühende Kupfer Wasserstoff entstehen. Dieser Wasserstoff kann aber die hier behandelten Erscheinungen nicht erklären, da es ja ein Stoff sein muß, der durch die Geisslerentladung entsteht.

[2]) Meßbar durch die Druckerhöhung.

Aus diesem Versuch geht hervor, daß bei 3,29 mm Hg in Stickstoff eine Wasserstoffbeimischung von etwa 0,04 mm Hg schon eine Erniedrigung von 20—40 Volt bewirkt. Diese Messung kann nur die Größenordnung des Einflusses ergeben, da keine Gewähr dafür vorhanden ist, daß Diffusionsgleichgewicht vorhanden war.

§ 12. Die nächste Aufgabe bestand nun darin, den genauen quantitativen Zusammenhang zwischen Wasserstoffkonzentration und Potentialerniedrigung zu finden. Die früher angegebene Kurve (Fig. 4) für „reinen" Stickstoff besitzt in dem Gebiet zwischen 2,0 und 2,6 mm Hg eine verhältnismäßig kleine Streuung. Die folgenden Messungen mit Wasserstoffbeimischung wurden daher so gemacht, daß sämtliche Werte in dieses Gebiet fielen, so daß die Schwankungen in der Kurve für „reinen" Stickstoff bei den großen auftretenden Differenzwerten außer Betracht fallen. Die Bestimmung der prozentualen Konzentration des Wasserstoffs im Stickstoff erfolgte nach folgender Methode: Nachdem mit einem Pumpaggregat, bestehend aus Gaedescher Kapselpumpe und Quecksilberstrahlpumpe, die Apparatur auf Hochvakuum gepumpt war, wurde durch Erhitzen eines eingeschmolzenen Palladiumröhrchens der Wasserstoff bis zu einem meßbaren Druck p_H eingelassen. Der Stickstoff, der auf genau dieselbe Weise behandelt war, wie bei der in Fig. 4 angegebenen Kurve, wurde nun beigemischt bis zu einem Drucke p_{N+H}. Daraus ergibt sich der Prozentgehalt Wasserstoff zu $100\, p_H / p_{N+H}$. Durch teilweises Auspumpen des so erhaltenen Gemisches erfolgte die Einstellung des gewünschten Druckes p zwischen 2,0 und 2,6 mm Hg. Die Tabelle 2 enthält die Meßergebnisse eines Versuches. Das Funkenpotential ist immer viermal gemessen, der kleinste Wert[1]) wird als der richtige angesprochen. In der sechsten Kolonne sind die Funkenpotentiale für „reinen" Stickstoff V_N angegeben; sie sind aus der Kurve Fig. 4 zu den Drucken p entnommen. Es sind also diejenigen Werte, die das Funkenpotential haben würde, falls die Drucke p in Tab. 2 durch Stickstoff allein, *ohne* Wasserstoffzusatz, hervorgebracht wären. Die siebente Kolonne enthält die Differenzen dieser V_N gegen das Funkenpotential V_{N+H} in dem betreffenden Gasgemisch.[1]) In Fig. 6 ist das Resultat graphisch dargestellt.

---

[1]) **Edgar Meyer**, Ann. d. Phys. 67. S. 1. 1922. § 4 auf S. 7.

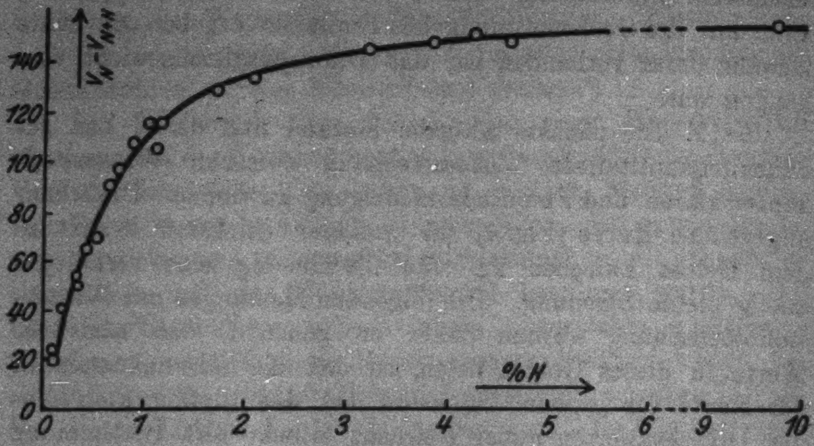


Fig. 6

Tabelle 2

p_H	p_{N+H}	p	%H_2	V				V_N	$V_N - V_{N+H}$
0,29	64,2	2,07	0,45	375	368	368	368	430	62
0,12	71,9	2,58	0,17	365	366	364	363	404	41
0,205	62,5	2,35	0,33	368	368	365	365	415	50
0,495	5,1	2,27	9,7	266	263	264	264	418	155
0,34	8,0	2,27	4,25	280	271	271	271	418	147
0,36	11,3	2,35	3,18	280	273	272	272	415	143
0,205	12,0	2,23	1,71	295	292	292	292	420	128
0,72	62,0	2,35	1,16	300	300	299	300	415	116
0,31	6,75	2,43	4,59	268	265	265	265	412	147
0,22	19,4	2,15	1,14	320	320	320	320	425	105
0,46	61,0	2,42	0,75	312	312	312	312	411	99
0,41	45,2	2,04	0,91	329	325	325	325	432	107
0,38	35,8	2,27	1,06	304	302	303	303	418	116
0,325	66,8	2,04	0,49	362	362	362	362	432	70
0,22	78,9	2,04	0,28	379	379	379	379	432	53
0,068	70,8	2,61	0,097	379	379	379	379	403	24
0,43	11,1	2,19	3,87	278	278	278	278	423	145
0,46	22,5	2,43	2,05	280	280	280	280	412	132

---

1) Man könnte auch denken, daß in diesen N_2–H_2-Gemischen durch die elektrische Entladung in merklichem Betrag NH_3 gebildet wird. Das ist aber deswegen sehr unwahrscheinlich, weil die vier aufeinanderfolgend gemessenen Werte des Funkenpotentials immer so gut übereinstimmen. Es wäre doch wohl anzunehmen, daß die Konzentration

Als Abszissen sind die Wasserstoffkonzentrationen in Prozenten der gesamten Gasmenge aufgetragen, als Ordinaten die Potentialdifferenzen $V_{\mathrm{N}} - V_{\mathrm{N+H}}$.

Die Kurve zeigt einen regelmäßigen Anstieg mit sehr wenig Streuung. Man sieht daraus, daß sehr geringe Mengen Wasserstoff einen sehr großen Einfluß auf das Funkenpotential haben können. 1 Promille Wasserstoff z. B. bewirkt schon über 20 Volt Erniedrigung. Bemerkenswert ist auch die Tatsache, daß bei dieser Kurve die Streuung so gering ist, trotzdem die Reinigung des Stickstoffs in keiner anderen Weise geschah als früher. Die einfachste Erklärung hierfür dürfte folgende sein: Wie die Kurve (Fig. 6) lehrt, wird die Änderung des Funkenpotentials bei derselben Änderung der Wasserstoffkonzentration um so kleiner, je größer die Wasserstoffkonzentration schon ist. Geringe Wasserstoffspuren veranlassen daher in reinem Stickstoff große Funkenpotentialschwankungen, und es ist mit den Versuchsergebnissen der Tab. 2 (und Fig. 6) wohl verträglich, die Schwankungen der Potentialwerte in der Fig. 4 durch geringe, in der Menge schwankende Wasserstoffspuren zu erklären.

§ 13. Durch den nachstehenden Versuch sollte die Richtigkeit dieser Hypothese geprüft werden. Wenn wirklich aus den vorhandenen Feuchtigkeitsspuren durch den Dissoziationsvorgang der Geisslerentladung Wasserstoff entsteht[1], so sollte es möglich sein, diesen durch ein glühendes Palladiumröhrchen aus der Apparatur hinausdiffundieren zu lassen, wobei das Funkenpotential wieder ansteigen müßte. Die Heizung des Palladiumröhrchens erfolgte durch einen elektrischen Ofen, der sich, zusammen mit dem Pd-Röhrchen, in einem Raume befand, der vollständig frei von Wasserstoff gemacht werden konnte (ähnlich wie in Fig. 10). Die Daten des Versuchs, der das erwartete Resultat ergab, sind in Tab. 3 zusammengestellt; die graphische Darstellung ist in Fig. 7 gegeben.

Man sieht aus Tab. 3 und Fig. 7 folgendes. Anfänglich war das Funkenpotential größer als 395 Volt (es wurde nicht

---

des NH_3 mit wachsender Funkenzahl steigt; im Falle der Bildung von NH_3 müßten daher die Werte von V (in einer horizontalen Reihe) einen Gang aufweisen, was sie aber nicht tun.

[1] Der entstehende Sauerstoff interessiert hier weniger, da er nach Strutt (a. a. O.) einen erhöhenden Einfluß auf das Funkenpotential ausübt.

Tabelle 8

p	Bemerkungen	V
2,11	Zu Beginn Funkenpotential	> 395
	15 Sek. Entladung im Geisslerrohr	330
	15 „ „ „ „	328
2,11	8 Min. Pd-Rohr geheizt	372
	30 Sek. Entladung im Geisslerrohr	348
	4 Min. Pd-Rohr geheizt	366
	1 „ Entladung im Geisslerrohr	340
	5 „ gewartet, ohne Entladung u. ohne Heizen	341
2,11	10 „ „ „ „ „ „ „	340
	3 „ Pd-Rohr geheizt	350
	3 „ „ „	361
	5 „ gewartet, ohne Endladung u. ohne Glühen	363
	30 „ „ „ „ „ „ „	361

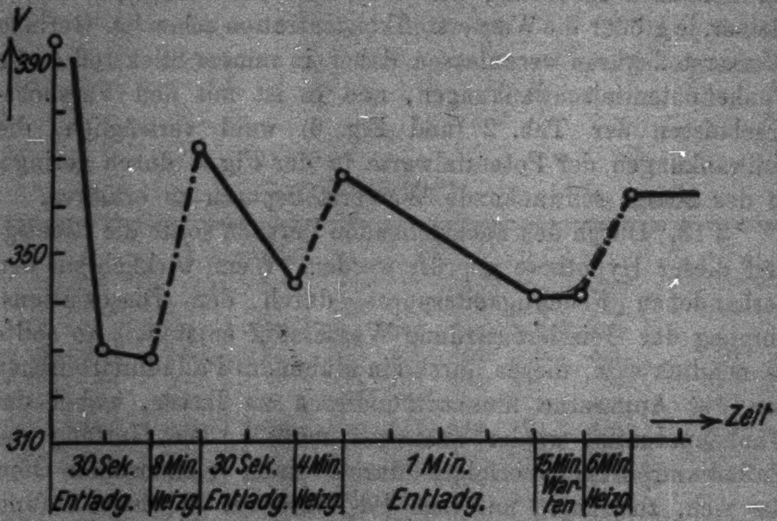


Fig. 7

gemessen, da zufällig in diesem Moment nicht genügende Akkumulatorenbatterien zur Verfügung standen). Infolge einer Geisslerentladung von 30 Sek. Dauer fiel das Funkenpotential von über 395 auf 328 Volt. Durch Glühen des Pd-Rohres während 8 Min. steigt das Potential wieder auf 372 Volt. Wiederholte Entladung und Glühen haben immer wieder denselben spezifischen Einfluß. Ruhiges Stehenlassen der Apparatur ohne Geisslerentladung und ohne Heizen ändern das Potential nicht.

§ 14. Trotzdem dieser Versuch auf den ersten Blick als sehr durchsichtig erscheint, ist er es in Wirklichkeit doch nicht. Denn das Resultat könnte auch in der Weise gedeutet werden, daß man annimmt, es hätte sich der (bei der Dissoziation des Wasserdampfes durch die Entladung gebildete) Wasserstoff und Sauerstoff an dem glühenden *Pd* wieder zu Wasser verbunden. Es wurde daher an Stelle des Palladiumröhrchens ein Glühdraht (*W*) in die Apparatur selbst eingesetzt. Es zeigte sich nun tatsächlich, daß die Wirkung des glühenden Palladiumröhrchens vollständig dieselbe war, wie diejenige beim Glühen des Wolframdrahtes. Sehr wahrscheinlich wurde bei der hohen Temperatur durch thermische Wirkung H_2 und O_2 wieder zu H_2O vereinigt. Diese Rückbildung zu Wasser dürfte auch beim Glühen des Palladiumröhrchens, wenigstens zum Teil, mitgespielt haben. Der Versuch der Tab. 3 ist hiernach so zu deuten: Durch die Geisslerentladung werden die vorhandenen Feuchtigkeitsspuren dissoziiert. Der entstehende Wasserstoff setzt das Funkenpotential stark herab. Durch einen Glühkörper veranlaßt, verbinden sich der Wasserstoff und der Sauerstoff wieder zu Wasser, und die abnehmende Wasserstoffkonzentration läßt das Potential wieder ansteigen, *ohne* daß dieser Effekt etwa durch die zunehmende Feuchtigkeit verdeckt wird. Die folgenden Versuche sind eine starke Stütze für diese Auffassung.

1. Versuch. Verwendetes Gas: Sauerstofffreier Stickstoff mit geringem Wasserstoffzusatz.

Tabelle 4

Stickstoff (sauerstofffrei); Wasserstoffzusatz

p_H	p_{N+H}	Versuchsdruck p	Bemerkungen	V		
0,68	75,6	2,85		285	280	280
			1 Min. Draht geglüht	293	293	293
			4 „ gewartet . . .	281	280	280
			2 „ Draht geglüht	300	300	300
			4 „ gewartet . . .	288	288	289
			4 „ „ . . .	282	282	281
			5 „ „ . . .	280	280	280
		2,85	3 Std. „ . . .	280	280	280

Nachdem das Potential konstant geworden war, wurde der Wolframdraht geglüht. Während des Glühens zeigte sich eine Erhöhung des Potentials, die aber nach der Erkaltung innerhalb 15 Minuten wieder verschwand. Glühen hatte also keinen bleibenden Einfluß. Protokoll des Versuches in Tabelle 4.

2. Versuch. Verwendetes Gas: Sauerstofffreier Stickstoff ohne Wasserstoffzusatz.

In diesem Falle bewirkte das Glühen zuerst gar nichts, nachher eine Erniedrigung, die aber von einer Druckerhöhung begleitet war. Auf jeden Fall trat keine Potentialerhöhung ein. Protokoll des Versuches in Tabelle 5.

Tabelle 5

Stickstoff sauerstofffrei; keine Wasserstoffbeimischung

p	Bemerkungen	V		
2,97		309	307	308
	1 Min. Draht geglüht	311	312	312
	2 „ „ „	312	312	311
	3 „ stark „	311	310	308
	10 „ gewartet	308	308	308
3,01	150 „ „	290	286	286

3. Versuch. Es wurde Bombenstickstoff eingelassen, der nicht über glühendes Kupfer geleitet war, also noch ungefähr

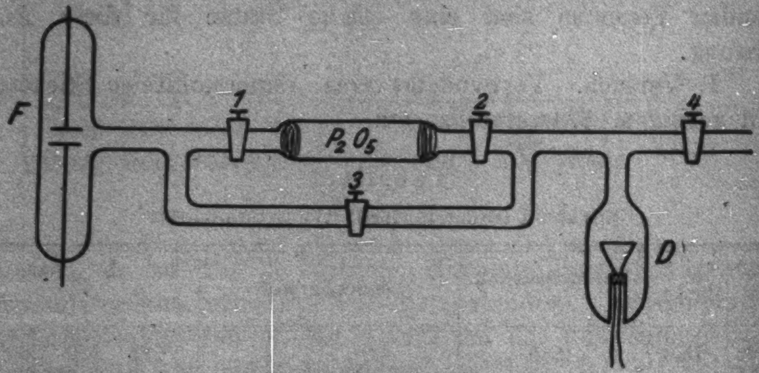


Fig. 8

4 Proz. Sauerstoff enthielt. Diesem mischte man ein wenig Wasserstoff bei. Dann stellte sich beim Glühen des Wolframdrahtes sofort eine starke Potentialerhöhung ein. Durch die Wirkung des Glühdrahtes hat sich wahrscheinlich Wasserstoff

mit Sauerstoff zu Wasser verbunden. Daß es nicht der entstehende Wasserdampf selbst ist, der die Erhöhung bewirkt, folgt daraus, daß zwischen Glühdraht *D* und Funkenstrecke *F* eine Trockenröhre mit Umwegleitung lag (vgl. Fig. 8). Die erhöhende Wirkung geht, wie aus der Tab. 6 ersichtlich, auch durch P_2O_5 hindurch. Das beweist, daß es der Entzug des Wasserstoffs ist, der die Erhöhung des Funkenpotentials bewirkt. Es wäre auch kaum denkbar, daß die minime entstehende Wassermenge imstande wäre, das Gas merklich feuchter zu machen.

Tabelle 6

Stickstoff (mit etwa 4 Proz. Sauerstoff); Wasserstoffzusatz

p_H	p_{N+H}	Versuchsdruck p	Nr. d. offenen Hähne (Fig. 8)	Nr. d. geschl. Hähne (Fig. 8)	Bemerkungen	V
0,68	64	2,74	1, 2, 3, 4			345 342 343
			3	1, 2, 4	3 Min. geglüht	365 368 368
			3	1, 2, 4	5 „ gewartet	375 378 378
			1, 2	3, 4	4 „ geglüht	400 400
			1, 2	3, 4	5 „ gewartet	400 401
			1, 2, 4[1]	3	5 „ „	360 360
			1, 2	3, 4	6 „ geglüht	380 380
			1, 2	3, 4	2 Tage gewartet	401 402
			1, 2, 4[1]	3	10 Min. „	380 380
		2,78	1, 2	3, 4	5 „ geglüht	403 402

4. Versuch. Als letzter Versuch wurde noch der Bombenstickstoff mit etwa 4 Proz. Sauerstoff aber ohne Wasserstoff untersucht. Hier hatte das Glühen gar keinen Einfluß. Protokoll in Tab. 7.

Aus diesen 4 Versuchen geht ganz eindeutig hervor, daß dann und nur dann, wenn ein Gemisch von Wasserstoff und Sauerstoff dem Stickstoff beigemengt ist, das Potential durch Glühen erhöht werden kann. Dieses entspricht aber genau der vorher ausgesprochenen Ansicht über die Wirkung des Wasserstoffs auf die Änderung des Funkenpotentials.

---

[1] Wenn Hahn Nr. 4 offen ist, kann neuer Wasserstoff aus der übrigen Apparatur in den Teil hineindiffundieren, der in Fig. 8 gezeichnet ist, und in dem der Wasserstoff durch das Glühen verschwindet. Bei Öffnung des Hahns Nr. 4 ergibt sich daher eine Potentialerniedrigung.

Tabelle 7

Stickstoff (mit etwa 4 Proz. Sauerstoff); *kein* Wasserstoff

p	Nr. der offenen Hähne	Nr. der geschl. Hähne	Bemerkungen	V
3,01	1, 2, 3, 4			445 445 445
	3	1, 2, 4	4 Minuten geglüht	449 450 450
	3	1, 2, 4	6 „ gewartet	450 450 450
	3	1, 2, 4	5 „ „	450 449 450
	3	1, 2, 4	5 „ geglüht	450 450 450
3,01	3	1, 2, 4	16 „ gewartet	445 445 445
	1, 2	3, 4	11 „ geglüht	446 446 446
	1, 2	3, 4	15 „ gewartet	445 445 445

§ 15. Wie die Versuche von Schaufelberger[1]) im gleichen Institut gezeigt haben, ist die Tension des Wasserdampfes bei der Temperatur der flüssigen Luft bedeutend kleiner, als sie durch wochenlanges Austrocknen einer Apparatur durch P_2O_5 erreicht werden kann. Diese Erfahrung von Schaufelberger sollte benutzt werden, um die bisher beschriebenen Versuche bei bedeutend geringeren Feuchtigkeitsmengen zu wiederholen.

Eine neue Apparatur wurde hergestellt, die neben den bisherigen Trocknungs- und Reinigungsvorrichtungen noch ein Ausfriergefäß für den Wasserdampf enthielt, das mit flüssiger Luft gekühlt werden konnte. Das alte Geisslerrohr wurde durch ein neues ersetzt, um sicher zu sein, daß nicht etwa Verunreinigungen, wie z. B. Quecksilber oder Hahnfett, die sich im Laufe der alten Versuche vielleicht angesammelt hatten, störend in Betracht kämen. Das Gefäß, welches die Funkenstrecke enthielt, war mit heißem Königswasser gereinigt und nachher mit destilliertem Wasser ausgekocht, die Elektroden abgedreht und die Zuführungen ausgeglüht worden. Bevor der Stickstoff in die so gereinigte Funkenstrecke eintrat, mußte er bei der neuen Anordnung durch ein mit flüssiger Luft gekühltes U-Rohr, das vor dem Geisslerrohr lag, hindurchpassieren. Mit Hilfe der flüssigen Luft konnte das Vakuum beim Auspumpen jetzt etwas verbessert werden.

Das Ergebnis dieser Maßnahmen war, daß sich schon in kurzer Zeit, in etwa 30 Minuten, ein ganz konstanter Wert für *V* einstellte, der außerdem sehr viel tiefer lag, als bei den alten Versuchen. Hieraus geht hervor, daß die Funkenpotentialkurve der Fig. 4 (§ 8) in nicht genügend trockenem Stickstoff aufgenommen ist. Wurde jetzt das Geisslerrohr in Tätigkeit gesetzt, so trat allerdings noch ein Fallen des Funkenpotentials ein, jedoch lange nicht mehr in dem Maße wie früher. Auch bewirkte das Erhitzen des Geisslerrohres mit einem Bunsenbrenner gerade nur so lange eine kleine Veränderung des vorher konstanten Potentials, bis sich das Rohr abgekühlt hatte, und damit die ursprüngliche Gasdichte in der Funkenstrecke wieder vorhanden war. Durch Erhitzen des Geisslerrohres am Anfang des Versuches konnte das Einstellen des konstanten Wertes beschleunigt werden, weil von den erhitzten Glaswänden bekanntlich die Feuchtigkeit rascher weggeht und daher auch rascher in dem gekühlten Rohr absorbiert wird. In Tab. 8 ist eine für die neue Apparatur charakteristische Meßreihe wiedergegeben.

---

[1] 1) A. Schaufelberger, Ann. d. Phys. 73. S. 21. 1923.

Tabelle 8

Einlassen von sauerstofffreiem Stickstoff durch ein mit flüssiger Luft gekühltes Rohr; $l = 1,98$ mm

p	Bemerkungen	V		
3,25		290	289	284
	10 Minuten gewartet	271	270	270
	3 " "	269	269	268
	10 " "	265	265	264
	10 " "	264	262	263[1])
	Geisslerrohr erhitzt			
3,25	10 Minuten gewartet	263	261	261
	5 " "	262	261	261
	15 Sekunden Entladung im Geisslerrohr	258	258	259
	30 " " " "	256	256	256
	10 Minuten gewartet	257	258	258
	30 Sekunden Entladung im Geisslerrohr	256	256	256
	20 Minuten gewartet	259	258	258
	10 " "	259	258	259

---

1) In der Tab. 8 ist der Wert von $p \cdot l = 6,44$. Diesem entspricht aus Fig. 4 ein $V = 408$ Volt, während hier der Anfangswert 290 Volt ist, der nach einer 33 Minuten langen Kühlung auf 262 Volt sinkt. Wiederum ein Beweis dafür, daß die Kurve der Fig. 4 in feuchterem Stickstoff aufgenommen ist.

§ 16. Da durch diese Versuche bewiesen ist, daß in der neuen Apparatur die Feuchtigkeit der Glaswände stark reduziert und auch die Trocknung des aus dem Vorratsgefäß in die Apparatur eingelassenen Stickstoffs durch flüssige Luft ziemlich vollständig ist, konnte man daran denken, eine saubere Funkenpotentialkurve für Stickstoff aufzunehmen.

Die Messungen erfolgten dabei in der folgenden Weise: Zuerst wurde ein hoher Druck eingestellt (etwa 20 mm) und das Gas so lange mit flüssiger Luft gekühlt, bis V konstant war. Eine Druckverminderung ergab darauf einen zweiten Wert für V, eine weitere einen dritten usf. Bei diesem Meßverfahren und der genannten Gasbehandlung zeigte sich, daß jetzt das Funkenpotential ganz unabhängig davon war, ob man für jede Messung neues Gas einließ, oder ob man durch sukzessives Auspumpen eine Meßreihe herstellte.

Die erste Kurve ist für den Elektrodenabstand 1,98 mm aufgenommen. Am Schluß dieser Messung wurde zur Kontrolle einmal das Gas, d. h. das Ausfriergefäß, während 42 Stunden dauernd mit flüssiger Luft gekühlt, um nachzusehen, ob vielleicht bei so langdauernder Kühlung noch eine Änderung des Potentials eintrat.[1] Dieses war jedoch nicht der Fall, wie die folgende Tab. 9 zeigt, woraus hervorgeht, daß jetzt der Stickstoff bedeutend besser getrocknet war.

---

[1] Die hier erreichte Trockenheit darf natürlich nicht als eine vollständige angesprochen werden, sondern nur als eine solche, die bei der gegebenen Versuchsanordnung maximal erreichbar war (vgl. § 25, Bemerkung zu Tab. 14). Für bessere Trockenheit müssen alle Fettschliffe und Kittstellen am Entladungsgefäß vermieden werden, so daß das ganze Gefäß erhitzt werden kann (vgl. B. Frey, Ann. d. Phys. 80. S. 408. 1926). Der Anstieg, den unter solchen Bedingungen das Funkenpotential erleidet, ist ein ganz außerordentlicher. Auch die Streuung, infolge der wachsenden Verzögerungen bei zunehmender Trockenheit (K. Zuber, Ann. d. Phys. 76. S. 231. 1926), wird erheblich größer, so daß man zu der Frage gedrängt wird, ob man bei fortschreitender Trocknung und Entgasung der Elektroden noch von einem wohldefinierten Funkenpotential sprechen kann, oder ob man sich hier mehr und mehr dem Zustand des Pseudohochvakuums nähert. Wenn unter derartigen Versuchsbedingungen die Verzögerungszeiten zu stark anwachsen, so ist natürlich nicht mehr daran zu denken, eine reproduzierbare Funkenpotentialkurve zu erhalten, sondern es werden sich in weiten Grenzen verteilte Potentialwerte ergeben.

Tabelle 9

Datum	Zeit	p	V	Bemerkungen
13. 1. 25	17^h15^m	17,75	531 531 531	
	18^h00^m	17,75	535 533 533	
	23^h00^m	17,75	536 534 535	
				flüssige Luft nachgefüllt
	24^h00^m	17,75	536 535 536	
14. 1. 25	9^h45^m	17,75	537 538 537	
	11^h00^m		538 537 538	
	12^h00^m		538 538 538	
	15^h00^m	17,9	539 537 538	
				flüssige Luft nachgefüllt
	17^h15^m	17,75	534 538 535	
15. 1. 25	1^h15^m	17,82	539 538 538	
				flüssige Luft nachgefüllt
	1^h20^m	17,75	533 534 534	
	11^h15^m	17,75	534 534 535	
				flüssige Luft nachgefüllt
	11^h20^m	17,75	532 532 533	
				2 Minuten Geisslerentladung
			531 532 531	

Entsprechende Ebonitringe dienten bei den Messungen mit den Elektrodenabständen 3,05 und 3,96 mm, während ein 5,03 mm dicker Ring aus Bernstein bestand. Die aus neuem Ebonit hergestellten Ringe gaben jedoch zuerst Gas ab, so

Tabelle 10

Sauerstofffreier Stickstoff, mit flüssiger Luft getrocknet.
Elektrodenabstand: 1,98 mm.

$p \cdot l$	V	Bemerkung
36,5	551 550 550	
35,2	532 532 533	(siehe Tab. 9 Endwerte)
29,7	485 485 485	
27,8	462 462 462	
23,6	420 420 420	
20,4	388 389 388	
18,5	372 370 370	
14,9	337 337 337	
10,3	291 291 291	
8,4	273 273 273	
6,54	265 265 265	
4,65	278 277 277	
3,64	290 290 290	
3,08	318 318 318	
2,77	354 352 352	
2,4	398 396 396	
2,17	482 481 481	
2,02	552 550 550	

Ebenso. Elektrodenabstand $l = 3{,}05$ mm

$p \cdot l$	V	$p \cdot l$	V
43,7	620 616 616	11,3	295 295 296
40,2	585 582 580	8,95	279 279 279
36,5	551 550 550	8,55	274 274 274
32,6	515 515 515	6,31	266 264 264
30,5	500 490 490	4,17	281 281 281
27,1	462 460 460	3,24	321 320 320
20,4	390 390 390	2,99	360 358 351
19,5	380 379 379	2,62	416 410 410
18,4	369 369 370	2,36	489 490 488
16,8	352 352 353	2,26	530 530 529
14,7	331 331 331	2,19	580 580 580
13,3	316 315 315		
12,25	309 308 308		

Ebenso. Elektrodenabstand $l = 3{,}96$ mm

$p \cdot l$	V	$p \cdot l$	V
40,8	589 589 589	11,0	299 299 299
37,3	556 554 554	10,1	293 291 291
33,0	518 517 517	9,35	285 280 281
28,6	478 477 477	7,75	278 273 272
25,8	444 442 442	6,65	272 270 271
23,3	420 419 419	4,95	273 271 271
20,8	394 390 390	3,87	290 288 288
18,8	374 374 374	3,24	315 310 310
16,2	349 347 347	2,85	338 338 339
13,9	327 327 327	2,3	442 441 441
12,55	310 310 310	1,9	638 636 636

Ebenso. Elektrodenabstand $l = 5{,}03$ mm

$p \cdot l$	V	$p \cdot l$	V
44,0	612 610 611	6,09	271 269 269
41,0	588 586 586	5,70	269 268 268
36,6	544 540 540	3,92	281 284 280
27,7	460 456 456	3,12	327 325 325
22,6	410 410 408	2,59	387 380 380
19,0	375 375 374	2,49	415 410 410
17,5	357 358 358	2,42	428 428 428
16,0	348 344 344	2,16	476 470 470
13,6	323 322 322	2,06	524 520 520
8,86	281 281 282	1,97	570 562 560
7,45	272 272 272	1,90	628 625 628

daß ein Messen damit unmöglich wurde. Diese Schwierigkeit konnte behoben werden durch einen leichten Zaponlacküberzug.

In der Tab. 10 sind die Meßresultate enthalten; bei den einzelnen Funkenpotentialwerten ist nicht der zugehörige Druck *p*

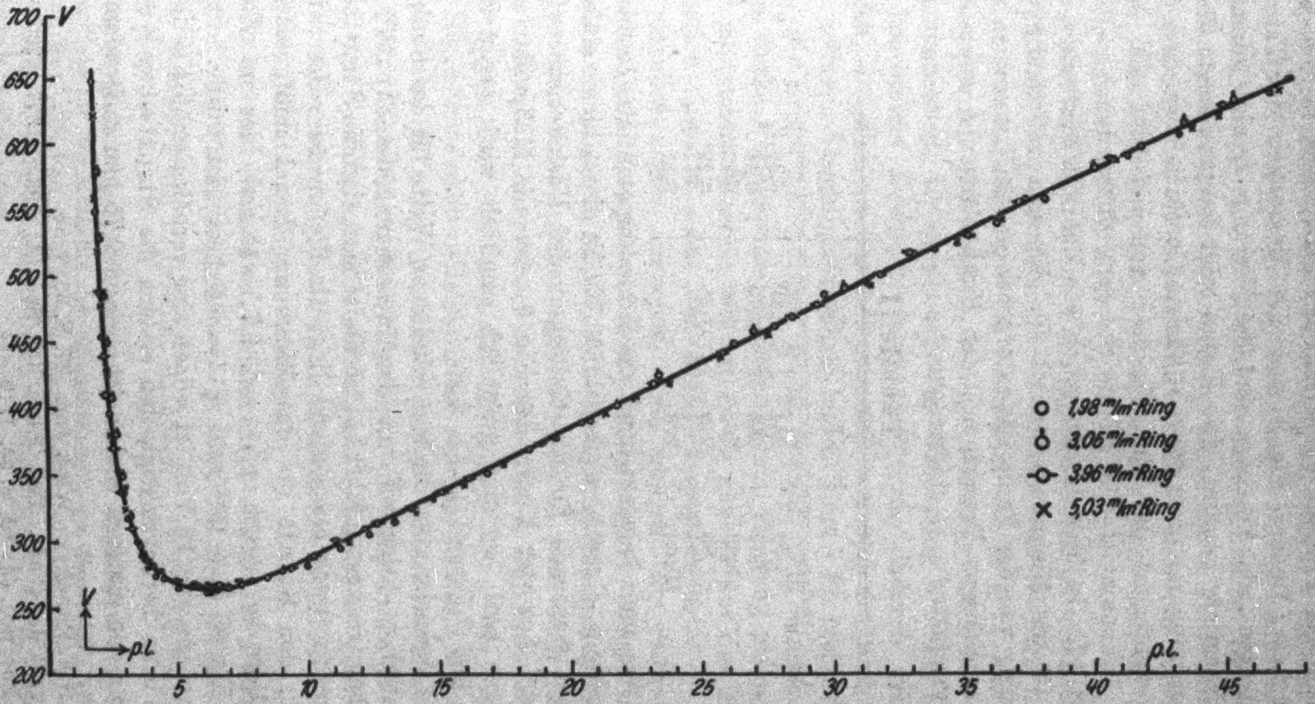

V
700
650
600
550
500
450
400
350
300
250
200
V
pl
pl
5
10
15
20
25
30
35
40
45
○ 1,98 mm Ring
ȯ 3,05 mm Ring
-○- 3,96 mm Ring
× 5,03 mm Ring

Fig. 9

sondern das Produkt $p \cdot l$ (Druck × Funkenlänge) in mm · mm angegeben. In der Fig. 9 sind die Messungen der Tab. 10 eingetragen; als Abszissen sind die Werte $p \cdot l$, als Ordinaten die Potentiale gewählt. Die Kurve zeigt ausgezeichnete Übereinstimmung mit dem **Paschen**schen Gesetz[1]), nach dem das Funkenpotential nur eine Funktion von $p \cdot l$ sein soll. Nur beim Minimum ist eine leichte Streuung vorhanden.

§ 17. In Tab. 11 sind noch aus den vier Meßreihen der Tab. 10 die Minimumpotentiale V_0, die sich vollständig unabhängig von der Funkenlänge ergeben sollten, zusammen mit den zugehörigen Drucken p_0, den Funkenlängen l, sowie mit den Produkten $p_0 \cdot l$ eingetragen.

Tabelle 11

l	V_0	p_0	$p_0 \cdot l$
1,98	264	3,20	6,34
3,05	264	2,10	6,41
3,96	268	1,62	6,42
5,03	269	1,25	6,29
Mittel:	266		6,37

Wie man bemerkt, sind die Minimumpotentiale, sowie die Produkte $p_0 \cdot l$ recht gut konstant. Es ist dieses nichts anderes als ein Ausdruck für die Gültigkeit des **Paschen**schen Gesetzes. Aus der Kurve der Fig. 9, wo alle Meßpunkte eingetragen sind, wo also graphisch gemittelt wird, ergibt sich $V_0 = 264$ Volt und $p_0 \cdot l = 6{,}30$.

Vergleicht man die hier erhaltenen Werte für das Funkenpotential in Stickstoff mit den Messungen, die **Strutt**[2]) im gleichen Gase ausgeführt hat, so findet man, daß die **Strutt**sche Kurve durchweg etwas tiefer liegt als die unsere. Der tiefste Wert, den **Strutt** für das Minimumpotential mißt, beträgt 251 Volt bei einem $p_0 \cdot l$ von 6,7, während hier im Mittel (aus Fig. 9) $V_0 = 264$ und $p_0 \cdot l = 6{,}3$ bestimmt wurde. Diese Diskrepanz von 13 Volt ist jedoch eine verhältnismäßig geringe, wenn man berücksichtigt, daß erstens die **Strutt**schen Werte, die für den einzigen Elektrodenabstand 0,75 mm aufgenommen

---

1) **F. Paschen**, Wied. Ann. **37**. S. 69. 1889.

2) **R. J. Strutt**, Phil. Trans. Roy. Soc. (A) **193**. S. 377. 1900 und Proc. Roy. Soc. (A) **89**. S. 68. 1913—14.

wurden, eine ziemlich starke Streuung aufweisen, zweitens, daß Strutt durch eine ganz andere Reinigungsmethode des Stickstoffs zu seinen Werten gelangt ist (zur Trocknung und zur Befreiung von Sauerstoff leitete er den Stickstoff durch eine Alkalischmelze), und drittens, daß in beiden Fällen wohl sicher ein verschiedener Feuchtigkeitsgehalt vorhanden war (vgl. dazu in § 25 die Bemerkung zu Tab. 14).

§ 18. Der Versuch, den Feuchtigkeitseinfluß teilweise durch verschiedene Wasserstoffgehalte des Stickstoffs zu erklären, stützt sich im wesentlichen auf die Resultate, die in § 11—15 beschrieben sind. Im Lichte dieser Auffassung muß also der Potentialanstieg, der durch sehr gute Trocknung in einem Gase bei konstantem Druck hervorgerufen wird, dadurch erklärt werden, daß sich zu wenig Wasserstoff aus dem vorhandenen, sehr geringen Feuchtigkeitsgehalt bilden kann. Es bleibt aber noch die Frage zu erörtern übrig, warum dem Wasserstoff diese starke Funkenpotential-erniedrigende Wirkung zukommt, oder mit andern Worten, warum er so günstig auf die Stoßionisation einwirkt. Aus den Ionisierungsspannungen V_I läßt sich darüber nichts aussagen, denn während für Stickstoffmoleküle etwa $V_I = 16—17$ Volt[1]) ist, beträgt für Wasserstoffmoleküle $V_I = 16{,}2 - 17{,}3$ Volt.[1]) Falls die Ionisierungsspannungen eine solche Rolle spielen würden, wäre auch anzunehmen, daß Hg-Dampf das Funkenpotential in Luft erniedrigen würde[2]), was aber nicht der Fall ist (vgl. § 2).

Man könnte aber vielleicht daran denken, daß den Wasserstoffprotonen (H^+) ein besonders großes Ionisationsvermögen zukommt. Wäre nämlich für Protonen, in bezug auf Stickstoff, das β der Townsendschen Stoßtheorie[3]) besonders groß, so wäre eine Erniedrigung des Funkenpotentials in Stickstoff durch Wasserstoffzusatz leicht zu verstehen.

Um dieses genauer zu untersuchen, sollte das Funkenpotential als Funktion von $p \cdot l$ in verschiedenen Gemischen von *sehr gut getrocknetem,* sauerstofffreiem Stickstoff und Wasserstoff gemessen werden.

---

[1]) J. Franck und P. Jordan, Handbuch d. Physik 23. Springer, Berlin 1926.

[2]) Die Ionisierungsspannung von Hg beträgt nämlich nur 10,4 Volt, während sie für die Moleküle des Stickstoffs und des Sauerstoffs 16 bis 17 Volt, bzw. 13,6 Volt ist (Literatur dazu: vorhergehende Anm.).

[3]) Z. B. J. S. Townsend, Handb. d. Radiologie 1. Akad. Verlagsgesellschaft, Leipzig 1920.

§ 19. Es wurde eine neue Apparatur erstellt, die in Fig. 10 dargestellt ist.

Zur Vorsicht wurden die alten Trockenröhren entfernt und durch ein einziges etwa 5 cm weites und 40 cm langes frisches P_2O_5-Gefäß ersetzt. Ein U-Rohr, möglichst in der Nähe des Entladegefäßes, das mit flüssiger Luft gekühlt werden konnte, diente dazu, die Trocknung möglichst weit zu treiben. Der sauerstofffreie Stickstoff wurde durch den Hahn Nr. 4 eingelassen. Das Palladiumröhrchen *Pd*, durch welches der Wasserstoff in die Apparatur hineindiffundierte, war außen von einem Glaskolben umgeben, der mit Bombenwasserstoff gefüllt wurde, so daß sich das Palladiumröhrchen dauernd in einer Wasserstoffatmosphäre befand. Die Heizung des Röhrchens erfolgte durch einen kleinen elektrischen Ofen. Durch diese Anordnung war die Garantie geboten, daß im Falle einer leichten Undichtigkeit des Palladiumröhrchens keine andern Gase als Wasserstoff in die Apparatur eindringen konnten.[1] Die verschiedenen Mischverhältnisse stellte man durch passende Gasmengen her, deren Drucke am Mac Leod-Manometer gemessen wurden (p_N und p_{N+H} wie in § 12). Das große P_2O_5-Rohr diente gleichzeitig

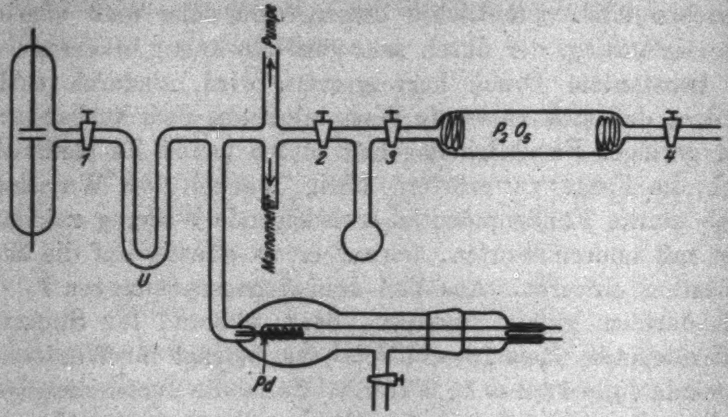


Fig. 10

---

[1] Glüht man ein Palladiumröhrchen einfach in der Flamme eines Bunsenbrenners, so diffundiert zwar auch Wasserstoff hinein, aber die Röhrchen werden sehr leicht undicht.

als Vorratsgefäß für die hergestellte Mischung. Um sicher das Diffusionsgleichgewicht zwischen Wasserstoff und Stickstoff zu erreichen, blieb das Gemisch vor der Messung mindestens einen Tag lang stehen. Daß wirklich Diffusionsgleichgewicht vorhanden war, folgte daraus, daß sich immer genau dieselben Werte für das Funkenpotential einstellten, unabhängig davon, ob die Messung mit der ersten oder der letzten Gasportion des Vorratsgefäßes ausgeführt wurde. Während der Versuche war das U-Rohr dauernd gekühlt. Bei konstantem Mischungsverhältnis wurde nun das Funkenpotential als Funktion des Druckes gemessen. Der kleine Glaskolben zwischen Hahn Nr. 2 und Nr. 3 wird erst für spätere Versuche benötigt.

In Fig. 11 sind die gesamten Messungen graphisch dargestellt. Als Abszissen sind wieder die $p \cdot l$-Werte, als Ordinaten die Funkenpotentiale gewählt. In der Figur ist ebenfalls die Kurve für den sauerstofffreien, mit flüssiger Luft sehr gut getrockneten Stickstoff der Fig. 9 eingetragen. Die eingezeichnete Funkenpotentialkurve für Wasserstoff wurde mir in freundlicher Weise von Hrn. Prof. Dr. Edgar Meyer zur Verfügung gestellt. Diese Messungen, die Prof. Meyer noch nicht veröffentlicht hat, zeigen einen Wert des Minimumpotentials von 238 Volt mit dem zugehörigen $p_0 \cdot l = 10{,}4$, während die bisher besten Messungen in Wasserstoff von Carr[1]) ergaben: $V_0 = 280$ und $p_0 \cdot l =$ etwa 11,5.

Ein Kontrollversuch meinerseits in reinem Wasserstoff ergab beim Minimum einen bis auf 4 Volt ($V_0 = 242$ Volt) mit den Messungen von Prof. Edgar Meyer übereinstimmenden Wert.

Bei der Betrachtung der Fig. 11 sieht man folgendes: Schon bei einer Wasserstoffkonzentration von 5 Proz. ist das Minimumpotential so tief, wie dasjenige für reinen Wasserstoff, jedoch liegt es etwa bei demselben $p \cdot l$-Wert wie für reinen Stickstoff. Bei einem Wasserstoffgehalt von 25 Proz. ($V_0 = 219$ Volt) tritt die stärkste Potentialerniedrigung des Minimums ein mit einem Betrag von -45 Volt gegenüber reinem Stickstoff. Mit diesem Gemisch wurde also das Minimum des Wasserstoffs

---

1) W. R. Carr, Proc. and Trans. Roy. Soc. Canada (2) 8. Sect. III. S. 161. 1902.

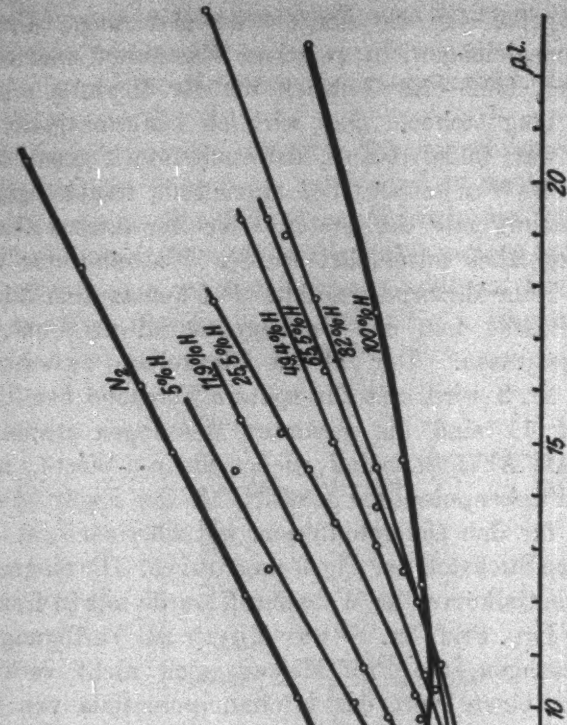


Fig. 11

um volle 19 Volt unterschritten, ohne daß sich jedoch bis zu dieser Konzentration das Minimum zu größeren $p \cdot l$-Werten verschiebt. Höhere Wasserstoffkonzentrationen ergeben wieder ein langsames Ansteigen der Minima bis auf dasjenige des Wasserstoffs. Die Verschiebung der Minima gegen größere $p \cdot l$-Werte beginnt erst bei einer Wasserstoffkonzentration von etwa 49 Proz. bemerkbar zu werden.

§ 20. Als wichtigstes Ergebnis des vorigen Paragraphen dürfte folgendes angesprochen werden: In einem Stickstoff-Wasserstoffgemisch kann das minimale Funkenpotential *tiefere* Werte haben als die Minima der reinen Komponenten. Um dieses höchst merkwürdige Verhalten zu deuten, liegt es sehr nahe, die schon oben in § 18 angedeutete Erklärung zu Hilfe zu nehmen. Man muß annehmen, daß die aus dem Wasserstoff gebildeten Protonen erstens den Stickstoff besser ionisieren können, als es die positiven Stickstoffionen tun, zweitens, daß die Protonen auch den Stickstoff besser als den Wasserstoff selbst ionisieren.

Nach dieser Auffassung ist es zu verstehen, warum das Minimumpotential eines Stickstoff-Wasserstoffgemisches bei einer bestimmten Konzentration (etwa 25 Proz. H_2-Zusatz) einen tiefsten Wert aufweist. Die Erniedrigung des Funkenpotentials wird nämlich so lange andauern, als die Protonen im wesentlichen mit Stickstoffmolekülen zusammenstoßen. Bei weiterem Wasserstoffzusatz kommen dann die ionisierenden Zusammenstöße zwischen Protonen und Stickstoffmolekülen seltener in Betracht, und das Funkenpotential muß wieder ansteigen.

Es kann auch eine direkte Beobachtung dafür angeführt werden, daß tatsächlich die Ionisation in Stickstoff durch Wasserstoffzusatz verbessert wird. Es zeigte sich bei den Messungen, daß die Funkenverzögerungen durch Zusatz von Wasserstoff viel geringer wurden. Beim Einsetzen des Funkens waren nämlich dann die Galvanometerausschläge außerordentlich klein[1]) und sie blieben es sogar auch, wenn das die primäre Ionisation erzeugende Radiumpräparat von der Funkenstrecke fortgenommen wurde.

Daß sich bei den Gasgemischen die Minimumpotentiale mit wachsendem Wasserstoffzusatz zu größeren $p_0 \cdot l$-Werten verschieben, ist selbstverständlich. Es ist nämlich bekannt, daß bei dem Minimumpotential, unabhängig von der Natur des Gases (Stickstoff oder Wasserstoff), immer auf die Funkenlänge etwa dieselbe Anzahl freier Elektronenweglängen kommen.[1]) Wenn deshalb bei Zusatz von Wasserstoff die mittlere freie Weglänge des Gemisches größer wird, so muß auch der Wert für $p_0 \cdot l$ wachsen.

---

[1] Daß man aus der Größe der Galvanometerausschläge auf die vorhandene Funkenverzögerung schließen kann, ist bekannt. Vgl. **Edgar Meyer**, Ann. d. Phys. **67**. S. 1. § 6. 1922.

§ 21. Wenn man aus der Fig. 11 die Funkenpotentiale der einzelnen Kurven bei einem konstanten $p \cdot l$-Wert entnimmt und sie als Funktion der Wasserstoffkonzentration aufträgt, so erhält man das Bild der Fig. 12.

In Fig. 12 a ist dieses für $p \cdot l = 14{,}0$, d. h. für einen Wert, der *größer* ist als der, der dem Wasserstoffminimum entspricht, geschehen. Das Potential ändert sich monoton, aber die Mischungsregel gilt augenscheinlich nicht, da sonst die Kurve eine Gerade sein müßte. Im Gegensatz hierzu fand **Hayashi**[2]) in Gemischen von Stickstoff und Wasserstoff die Mischungsregel, allerdings bei hohen Drucken (5—30 Atm.), bestätigt.

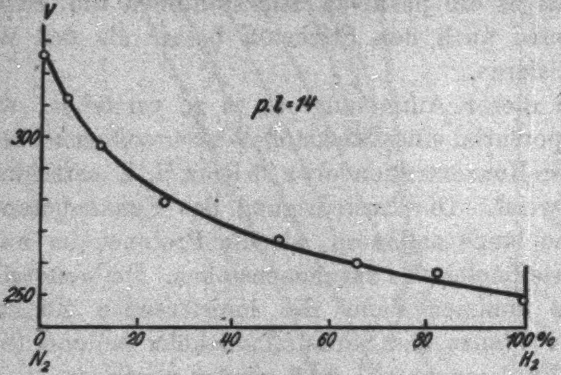


Fig. 12a

Wählt man den konstanten $p \cdot l$-Wert hierbei *kleiner* als $p_0 \cdot l$ für Wasserstoff, so erhält man ein ganz anderes Bild. In Fig. 12b, Kurve Nr. 1 ist das ausgeführt für $p \cdot l = 5{,}5$. Man bemerkt ein sehr ausgesprochenes Minimum des Funken-

---

1) Z. B. **J. J. Thomson**, Elektrizitätsdurchgang in Gasen, S. 388. Leipzig, bei Teubner 1906; oder **W. O. Schumann**, Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen S. 51. Springer, Berlin 1923.

2) **F. Hayashi**, Ann. d. Phys. 45. S. 431. § 9. 1914.

potentials für eine bestimmte Konzentration.[1]) Von einer, auch nur angenäherten Gültigkeit der Mischungsregel kann nicht gesprochen werden. Bouty[2]) hat diesen Effekt an H_2-Mischungen bei geringen Drucken schon bemerkt.

Kurve Nr. 2 Fig. 12b stellt die Minimumpotentiale der einzelnen Mischungen als Funktion der Konzentration dar; sie ergibt prinzipiell dasselbe wie Kurve Nr. 1.

Bei dieser Art der Darstellung scheint es besonders evident,

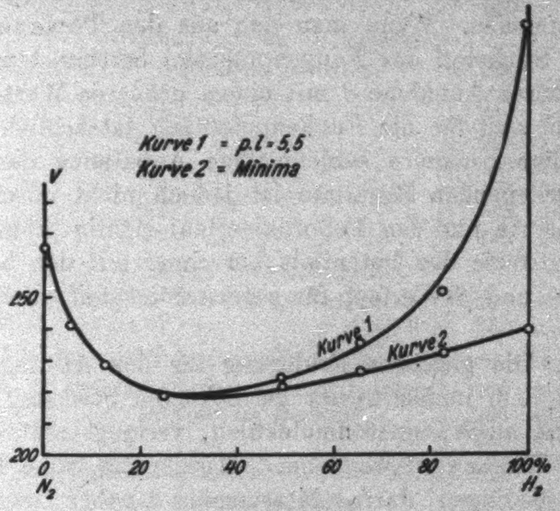


Fig. 12b

daß irgendein Vorgang vorhanden sein muß, der in den Gasgemischen eine bessere Ionisation erzeugt, als in den reinen Komponenten. Als diesen Vorgang haben wir die Wirkungsweise der Protonen angesprochen.

§ 22. Die Townsendsche Bedingungsgleichung für den Funkeneinsatz in einem homogenen elektrischen Feld $\mathfrak{E}$ lautet[3]):

$$\alpha = \beta \cdot e^{(\alpha-\beta)\cdot l}.$$

Hierin bedeutet α die Anzahl Ionenpaare, welche durch Stoßionisation pro 1 cm Weglänge im elektrischen Felde $\mathfrak{E}$ von einem Elektron neu gebildet werden, β die analoge Zahl für den Stoß durch die positiven Ionen, l die Funkenlänge. α/p und β/p sind beides Funktionen von $\mathfrak{E}/p$. Den analytischen Ausdruck dieser Funktionen kennt man zwar nicht, jedoch ist aus Experimenten ihr graphischer Verlauf für reine Gase ziemlich genau bekannt.

---

[1]) Die Lage des Minimums verschiebt sich, je nach dem gewählten $p \cdot l$-Wert.

[2]) E. Bouty, Compt. rend. 136. S. 669. 1903.

[3]) J. S. Townsend, a. a. O.

Unsere Annahme, daß den Protonen bei der Stoßionisation in Stickstoff eine größere ionisierende Wirkung zukommt, bedeutet, daß in der Townsendschen Formel die β größere Werte annehmen. Wenn man nun aus den Townsendschen Daten für Stickstoff das Funkenpotential berechnet und dabei gemäß unserer Annahme β mit einem größeren Wert einsetzt, so ergeben sich für die Funkenpotentiale tatsächlich kleinere Werte. Eine genauere zahlenmäßige Anpassung der Theorie an die vorliegenden Resultate ist jedoch nicht durchführbar, da die Theorie nur den Potentialverlauf richtig gibt, während die Absolutwerte des Potentials (berechnet mit den bisher bekannten α- und β-Werten) für reinen Stickstoff zu hoch ausfallen.

§ 23. Die gegebene Erklärung für den Anstieg des Potentials in dem immer besser getrockneten Stickstoff, nämlich der Mangel an Wasserstoffmolekülen, verlangt natürlich, daß in reinem Wasserstoff weitgehende Trocknung keine Potentialerhöhung bedingen darf. Messungen darüber wurden von Prof. E. Meyer[1]) mit der gleichen Apparatur ausgeführt, mit der er früher in Luft den starken Anstieg infolge Trocknung nachwies. Seine Untersuchungen ergeben tatsächlich, wie erwartet, für Wasserstoff einen monotonen Abfall des Funkenpotentials mit fortschreitender Trocknung. Zur Bestätigung seiner Resultate sei eine Messung in Tab. 12 angeführt, bei der, um die Trocknung möglichst weit zu treiben, die ganze Funkenstrecke selbst mit flüssiger Luft gekühlt werden konnte.[2]) Palladiumwasserstoff, der in einem P_2O_5-Gefäß aufbewahrt war, wurde in eine schwach feuchte Funkenstrecke eingelassen und das Funkenpotential beobachtet, während die anfängliche Feuchtigkeit allmählich durch die Kühlung mit flüssiger Luft vollständig ausfror.

---

[1]) Edgar Meyer, Helvetica physica acta Nr. 1. 1928.

[2]) Diese Messungen wurden mit der Apparatur ausgeführt, die beschrieben ist bei B. Frey, Ann. d. Phys. 80. S. 408. 1926. Die Bezeichnungen in der Tabelle beziehen sich auf die Fig. 2 der zitierten Arbeit. Der Elektrodenabstand war hier 5 mm.

Tabelle 12

p	Bemerkungen	V	
1,96		295	
	10 Minuten gewartet	306	
	10 " "	310	
	flüssige Luft an U_1 angesetzt		
1,88	5 Minuten gewartet	290	
	10 " "	270	270
	15 " "	269	270
	15 " "	263	262
	15 " "	260	260
	15 " "	260	260
	35 " "	258	259
1,88	30 " "	257	260
	flüssige Luft nachgefüllt		
1,88	30 Minuten gewartet	257	257
1,88	120 " "	255	255
	Hahn 1 jetzt zu und Funkenstrecke in flüssige Luft eingetaucht		
	gemessen sofort nach Eintauchen	280	280
	10 Minuten gewartet	269	270
	15 " "	271	270
	jetzt tiefer eingetaucht (über die Elektroden)		
	10 Minuten gewartet	261	263
	15 " "	263	264

Der Endwert des Funkenpotentials bei möglichst guter Trocknung des Gases (Kühlung des Entladegefäßes selbst mit flüssiger Luft) ist somit ungefähr 8 Volt (263 gegen 255) höher als derjenige, bei dem nur das U_1-Rohr gekühlt ist. Diese schwache Erhöhung kann daher rühren, daß die Dichte des Gases nicht ganz konstant blieb, da es unmöglich war, die ganze Apparatur auf die konstante tiefe Temperatur abzukühlen. Als Resultat ergibt sich also aus diesem Versuch, daß das Funkenpotential in Wasserstoff mit wachsender Trockenheit monoton abfällt, ohne, wie etwa bei Luft oder Stickstoff, bei extremer Trockenheit wieder anzusteigen.

§ 24. Während die vorliegende Arbeit im Gange war, hat Güntherschulze[1]) eine Serie von Messungen über das

---

[1]) A. Güntherschulze, Ztschr. f. Phys. 28. S. 129. 1924.

Kathodengefälle publiziert. Unter den zahlreichen Gasgemischen, die er untersucht hat, sind für das Vorliegende hauptsächlich die Wasserstoffgemische mit nicht reaktionsfähigen Gasen, wie Stickstoff, von Interesse. Es ist eine sehr starke Stütze für die in der vorliegenden Arbeit vorgetragenen Messungen und Anschauungen, daß das Kathodengefälle in einem Stickstoff-Wasserstoffgemisch ein ganz ähnliches Verhalten zeigt, wie das Funkenpotential. In Fig. 13 ist als Beispiel die Kurve des normalen Kathodengefälles in einem Stickstoff-Wasserstoffgemisch als Funktion der Konzentration nach Güntherschulze (a. a. O.) dargestellt.

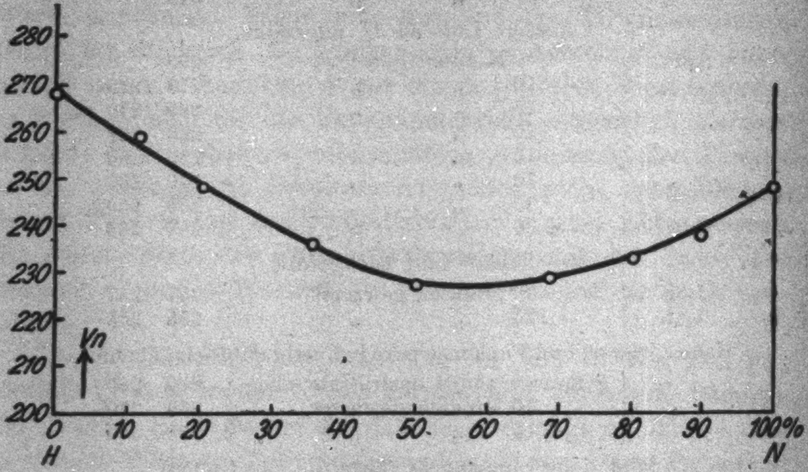


Fig. 13

Die Analogie mit Fig. 12b (Kurve 1 oder 2) ist sehr frappant; auch hier zeigt sich, daß bei einer bestimmten Konzentration das Kathodengefälle *tiefere* Werte annehmen kann, als das der reinen Komponenten. Daß die Lage der beiden Minima von Fig. 12b und Fig. 13 nicht übereinstimmt, liegt an dem für die Fig. 12b willkürlich gewählten $p \cdot l$-Wert. Denken wir uns nach Townsend den Funkenvorgang als einen wesentlich im Gase sich abspielenden Prozeß, so erscheint die weitgehende Analogie des normalen Kathodengefälles mit dem ganzen Funkenpotentialverlauf als eine weitere Bestätigung der schon längst von Thomson[1]) vermuteten engen Verwandtschaft dieser beiden Erscheinungen. Nur in dem, was den Einfluß des Elektrodenmaterials betrifft, unterscheiden sich die beiden Erscheinungsgebiete.

---

[1]) J. J. Thomson, Recent Researches § 162. S. 158.

§ 25. Ein Materialeinfluß der Elektroden auf das Funkenpotential wurde bisher nur in Edelgasen[1]) eindeutig nachgewiesen. Untersuchungen, die über diesen Einfluß in unedeln Gasen wie Luft und Stickstoff ausgeführt worden sind, haben keine eindeutigen Resultate ergeben.[2]) In Stickstoff hat Frl. Stücklen[3]) allein bei Zinkelektroden einen schwachen Effekt nachgewiesen, nachdem sie die Elektroden im Vakuum geschabt hatte. Ferner gibt Bär[4]) an, daß er bei Silber- und Magnesiumelektroden, zwischen denen vorher eine Entladung in einem Edelgas übergegangen war, in Luft einen starken Materialeinfluß gefunden hat, der jedoch mit der Zeitdauer, während der die Elektroden mit Luft in Verbindung sind, kleiner wird. Über den zu erwartenden Einfluß des Elektrodenmaterials auf das Funkenpotential läßt sich folgendes sagen: Da zwischen Funkenpotential und Kathodengefälle ein enger Zusammenhang besteht[5]), so ist zu erwarten, daß die Ergebnisse, die Schaufelberger[6]) mit verschiedenen Kathodenmaterialien bei der Untersuchung des Kathodenfalls erhalten hat, sich in analoger Weise auch wieder beim Funkenpotential zeigen. Danach sollte das Funkenpotential bei den Materialien mit kleiner Elektronenaustrittsarbeit φ, wie z. B. bei Magnesium, einen bedeutend kleineren Wert annehmen, als bei Materialien mit großem φ, wie z. B. Silber. Diese Gesetzmäßigkeit ist auch in Edelgasen von Holst und Oosterhuis[7]) in voller Übereinstimmung mit der Schaufelbergerschen Arbeit gefunden worden.

---

1) G. Holst u. E. Oosterhuis, Physica 1. S. 84. 1921; Phil. Mag. 46. S. 1117. 1923.

2) Wohl glaubte Edgar Meyer in Luft einen Effekt gefunden zu haben (Mitteil. d. Phys. Gesellsch. Zürich, Nr. 17. S. 70. 1919), doch dürfte die Kritik an diesen Ergebnissen von Frl. Stücklen (Ann. d. Phys. 69. S. 597. § 7. 1922) zu Recht bestehen.

3) H. Stücklen, Ann. d. Phys. 69. S. 597. 1922.

4) R. Bär, Arch. de Genève 7. S. 218. 1925.

5) Vgl. J. J. Thomson, a. a. O.

6) A. Schaufelberger, Ann. d. Phys. 73. S. 21. 1923.

7) G. Holst u. E. Oosterhuis, a. a. O.

Zur Untersuchung des Elektrodeneffektes kamen Materialien von möglichst verschiedenem φ zur Verwendung, nämlich Silber und Magnesium. Bei der Funkenstrecke (Fig. 14) war der Ebonitring, der die Elektroden distanzierte, weggelassen worden, um die Möglichkeit zu haben, durch Zerstäubung die Elektroden zu reinigen. Um sie in genauem Abstand zu halten, wurde zwischen die an einem Glasrähmchen befestigten Elektroden ein planparalleles Messingscheibchen gelegt, dann das Rähmchen vorsichtig erhitzt, bis das Glas weich wurde, und die beiden Elektroden auf das Scheibchen aufgepreßt. Zwei derartige Funkenstrecken, die eine mit Silber-, die andere mit Magnesiumelektroden, wurden in ein gemeinsames Entladungsgefäß eingesetzt (vgl. Fig. 14). Der Abstand der Platten betrug bei den Silberelektroden 4,79 mm, beim Magnesium 4,81 mm. Die Abstandsbestimmung geschah mit Hilfe eines Zeiss'schen Komparators. Am Entladungsgefäß selbst waren sämtliche Kittstellen vermieden, das Rähmchen sowie die Zuführungen waren direkt in das Glas eingeschmolzen. Die Messungen wurden in einer Anordnung ausgeführt, die ähnlich wie diejenige in Fig. 10 aufgebaut war; sie enthielt noch ein zweites Entladegefäß, in dem sich eine Funkenstrecke mit Messingelektroden befand, die durch einen Hartgummiring von 3,96 mm Dicke distanziert waren. In dem kleinen Glaskolben zwischen Hahn Nr. 2 und Nr. 3 konnte der Stickstoff im voraus gründlich mit flüssiger Luft getrocknet werden. Bei dieser Anordnung war es aber nicht möglich, das Funkengefäß vorher auszukochen, da die Elektroden, wie eben beschrieben, mit dem Gefäß fest verblasen waren, um Fettschliffe nach Möglichkeit zu vermeiden.

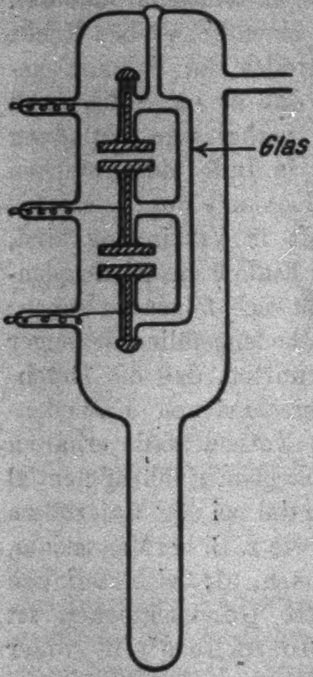


Fig. 14

Die Messungen wurden folgendermaßen angestellt: In Stickstoff, der in der üblichen Weise durch Überleiten über glühendes Kupfer von Sauerstoff befreit war, wurden die Elektroden mit einem Induktorium während ungefähr einer Minute zerstäubt, und dann das Gas vollständig fortgepumpt. In frisch eingelassenem Gas ergab sich dann das Funkenpotential für Silber und Magnesium nahe gleich. Magnesium war unbedeutend tiefer als Silber, im Maximum 10 Volt. Die Meßresultate sind in Tab. 13 zusammengestellt.

Tabelle 13

Flüssige Luft nur an U-Rohr;
$l_{Ag} = 4{,}79$ mm; $l_{Mg} = 4{,}81$ mm; $l_{Mess} = 3{,}96$ mm

$p \cdot l$	V (Ag)		V (Mg)		V (Messing) gemessen	V (Messing) aus Kurve Nr. 9
23,7	430	430	420	422	—	420
20,2	390	389	389	390	—	388
19,5	—	—	—	—	381	380
17,3	369	369	368	368	—	360
16,3	—	—	—	—	346	350
14,4	335	337	334	338	—	328
14,2	—	—	—	—	325	327
12,4	320	319	319	319	—	310
11,9	—	—	—	—	308	308
11,5	309	307	308	310	—	301
10,4	—	—	—	—	294	298
10,0	298	301	300	297	—	290

Da die in der vierten Kolonne angegebenen Meßwerte sehr gut mit der Kurve Fig. 9 übereinstimmen, kann man aus Fig. 9 die fehlenden Werte von V in Kolonne 4 ergänzen; das ist in Kolonne 5 geschehen. Zu vergleichen sind also bei konstantem $p \cdot l$ die Funkenpotentiale der Kolonnen 2, 3 und 5.

Die Fig. 15 zeigt die drei erhaltenen Kurven für Silber-, Messing- und Magnesiumelektroden. Daraus ist ersichtlich, daß das Funkenpotential in Stickstoff, wenigstens bei dem vorliegenden Trocknungsgrad, praktisch unabhängig vom Elektrodenmaterial ist.[1])

---

[1]) Die im allgemeinen etwas kleineren Werte für Messing dürften darauf zurückzuführen sein, daß die Feuchtigkeit in dem Gefäß der Messingfunkenstrecke nicht genau dieselbe war, wie in dem Entladegefäß für die Ag- und Mg-Funkenstrecke. Das gekühlte U-Rohr lag nämlich näher an dem zweiten Entladegefäß.

Um bei den folgenden Messungen noch bessere Trockenheit zu erreichen, wurde das Gas erst in die Funkenstrecke eingelassen, nachdem es vorher längere Zeit in dem Kolben zwischen Hahn Nr. 2 und Nr. 3 mit flüssiger Luft getrocknet worden war. Auch während dieser Messungen war das Funkengefäß dauernd mit dem U-Rohr (Fig. 10) in Verbindung, das mit flüssiger Luft gekühlt war. Jetzt zeigte sich folgender Verlauf: Als das Potential nach 4 Stunden einen vollständig konstanten Wert angenommen hatte, lag es beim Magnesium 10 Volt höher als beim Silber, im Gegensatz zu früher. Allem Anschein nach rührte dieses Verhalten von der besseren Trocknung her, denn es trat noch viel deutlicher zutage, als man den unteren Ansatz des Entladungsgefäßes (vgl. Fig. 14) selbst noch mit flüssiger Luft kühlte.

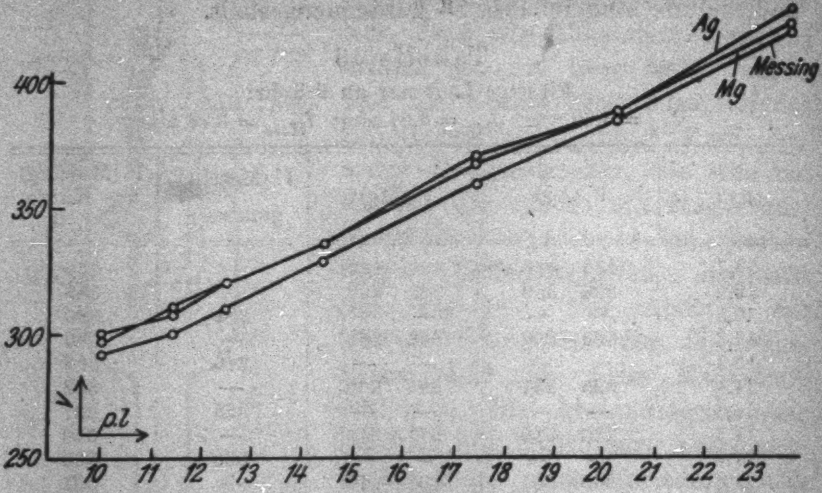


Fig. 15

In diesem Falle nahm nämlich das Funkenpotential bei den Magnesiumelektroden weit mehr zu, als bei den Silberelektroden. Die Differenz zwischen Silber und Magnesium stieg im Laufe von 5 Stunden bis auf 35 Volt. Die durch das Kühlen des unteren Ansatzes des Entladungsgefäßes verursachte Druckverminderung betrug bei diesem Versuche 0,28 mm Hg. Der gleiche Versuch wurde wiederholt; es ergab sich qualitativ wieder dasselbe Resultat, nur in verstärktem Maße. Das Funkenpotential für das Silber stieg von 380 Volt (flüssige

Luft nur am U-Rohr) bis auf 410 Volt (flüssige Luft am U-Rohr und am Entladungsgefäß), während dasjenige für Magnesium von 380 bis auf 470 Volt zunahm, so daß am Schlusse eine Differenz von 60 Volt vorhanden war. Tab. 14 enthält das Meßprotokoll.

Tabelle 14

Neue Messung: frisch zerstäubt; $l_{Ag} = 4,79$ mm; $l_{Mg} = 4,81$ mm

p	Ag-Elektroden	Mg-Elektroden	Bemerkungen	Zeit
3,56	380 380	380 385	fl. Luft an U-Rohr	11^{10}
	384 380	389 392		11^{30}
	390 388	400 402		11^{50}
flüssige Luft auch an Entladungsgefäß angesetzt				
	409 401	430 431		13^{15}
3,37	410 400	441 441		13^{35}
	412 398	468 470		15^{20}
3,28	410 400	470 470		16^{15}
flüssige Luft nachgefüllt an U-Rohr und Entladungsgefäß				17^{30}
	410 400	468 467		17^{45}
3,28	410 410	470 470		22^{30}

An die Ergebnisse der Tab. 14 läßt sich die folgende Bemerkung knüpfen. Für den Druck $p = 3,56$ mm ist für Silber- und Magnesiumelektroden der mittlere Wert von $p \cdot l = 17,09$. Hierfür gibt die Kurve der Fig. 9 ein Funkenpotential $V = 359$ Volt, also um 21 Volt tiefer als die Anfangspotentiale (380 Volt) der Tab. 14. Dieses ist augenscheinlich eine Folge der extrem großen Trockenheit, die hier durch Eintauchen des Entladungsgefäßes in flüssige Luft erreicht wurde; man erhält dasselbe Hinaufgehen des Funkenpotentials bei ganz geringer Feuchtigkeit, wie es von Frl. Stücklen in Stickstoff (a. a. O.) zuerst nachgewiesen wurde. Allerdings folgt damit auch, daß die Kurve der Fig. 9 sich nicht auf absolut trockenen Stickstoff bezieht.

Bei der letzten Messung zeigte die Silberfunkenstrecke eine ziemlich starke Polarisation, kommutierte Feldrichtung ergab, wie Tab. 15 zeigt, nicht dasselbe Potential. Die Differenz zwischen Silber und Magnesium ist jedoch so groß, daß diese Polarisation beim Silber das Resultat nicht beeinflußt.

Es war möglich, den Unterschied zwischen den beiden Funkenstrecken noch dadurch zu erhöhen, daß während des

Zerstäubungsprozesses das U-Rohr sowohl wie auch der Ansatz am Entladungsgefäß mit flüssiger Luft möglichst gut gekühlt wurden. Ein Beispiel für dieses Verhalten gibt Tab. 15.

Tabelle 15

Vor der Messung Elektroden zerstäubt und gleichzeitig gekühlt. Feldrichtung kommutiert nach jeder Messung (Polarisation); $l_{\mathrm{Ag}} = 4{,}79$ mm; $l_{\mathrm{Mg}} = 4{,}81$ mm

p	Ag		Mg		Bemerkungen	Zeit
4,21	37^7	345[1]	452	460	fl. L. an U-Rohr u. Entladungsgefäß	17^{30}
	37^0	340	455	460		17^{40}
	37^0	340	458	462		18^{10}
	37^1	341	455	460	flüssige Luft aufgefüllt	18^{45}
4,21	37^1	342	458	460		20^{00}
					ein wenig Auspumpen	
3,29	34^5	320	435	437	flüssige Luft aufgefüllt	20^{05}
	34^3	319	433	439		21^{10}
					ein wenig Auspumpen	
2,9	33^0	310	423	427		21^{15}
	33^0	310	424	427		21^{45}
					ein wenig Auspumpen	
2,44	320	300	420	420		21^{50}
2,40	321	300	413	415		24^{00}

Aus den angeführten Messungen geht ganz unzweideutig hervor, daß auch in Stickstoff ein starker Elektrodenmaterialeinfluß vorhanden sein kann. Würde die Kühlung des Gases nur eine Veränderung im Gase bewirken, z. B. Trocknung oder Druckänderung, so wäre es unmöglich, daß die Potentiale bei den beiden Funkenstrecken anfangs (wie z. B. in Tab. 14) nahe denselben Wert zeigen und erst nach langandauernder Kühlung die große Differenz aufweisen. Während das Potential für Magnesiumelektroden infolge besserer Trocknung so enorm in die Höhe gegangen ist (Tab. 14), ändern sich die Werte für die Silberelektroden bei weitem nicht in demselben Maße.

Der Umstand, daß hier der Materialeinfluß entgegengesetzt demjenigen in Edelgasen und dem beim Kathodengefälle gefunden wurde, ändert an der Tatsache seines Vorhandenseins nichts. Es entsteht nur die Aufgabe, zu untersuchen, aus welchem Grunde sich Magnesium in Stickstoff umgekehrt verhält wie in Edelgasen. Darüber lassen sich zur-

---

1) Die erste Ag-Messung zeigt also eine Polarisation von 32 Volt.

zeit nur Vermutungen aussprechen. Es ist bekannt, daß sich Magnesiumnitrid in trockenem Stickstoff unter dem Einfluß der Wärme (und wohl auch einer Geisslerentladung) bildet. Die Annahme, daß sich die Magnesiumelektroden während des Ganges der Untersuchungen mit diesem Nitrid überzogen in um so höherem Maße, je trockener der Gasinhalt des Gefäßes war, wird dadurch gestützt, daß auf den Elektroden ein matter hellgrauer Überzug sichtbar wurde. Nach Tab. 14 würde offenbar schon die äußerst schwache Entladung bei der Funkenpotentialmessung genügen, um eine Veränderung der Oberfläche zu bewirken. Um also die beiden Elemente Silber und Magnesium einwandfrei miteinander vergleichen zu können, dürfen die Messungen nicht in Stickstoff vorgenommen werden, sondern es muß ein Gas gewählt werden, das sicher mit keinem der beiden Metalle bei der Entladung chemisch reagiert. Die vorhandenen Resultate zeigen aber jedenfalls, daß bei Untersuchungen über Materialeinflüsse höchste Vorsicht geboten ist.

§ 26. Zusammenfassung

1. Es wurde das Funkenpotential in reinem, gut trockenem Stickstoff untersucht.

2. Es wurde gezeigt, daß durch eine elektrische Entladung in einer Nebenfunkenstrecke eine Gasveränderung hervorgerufen wird, die als Dissoziation von abgegebenem Wasserdampf gedeutet wird.

3. Der Einfluß einer Entladung auf das Funkenpotential kann rückgängig gemacht werden durch Glühen eines Wolframdrahtes.

4. Diese Wirkung der Entladung verschwindet bei genügender Trocknung des Stickstoffs (vermittelst flüssiger Luft).

5. Der Einfluß einer Entladung ist identisch mit demjenigen einer schwachen Wasserstoffbeimischung.

6. Eine Wasserstoffbeimischung zu dem Stickstoff ergibt bei passender Konzentration ein Minimumpotential, das tiefer liegt als die Minimapotentiale der reinen Komponenten.

7. Wegen dieser ausgezeichneten Eigenschaft des Wasserstoffs wird gefolgert, daß die potentialerniedrigende Wirkung des Wasserdampfes bei großer Trockenheit von der Dissoziation

des Wasserdampfes herrührt, und daß der gebildete Wasserstoff für die Potentialerniedrigung verantwortlich zu machen ist.

8. Elektrodenmaterialeinfluß: Bei Silber- und Magnesiumfunkenstrecken wurde ein Materialeinfluß nachgewiesen, wobei bei mäßiger Trockenheit das Potential der Magnesiumfunkenstrecke einige Volt tiefer lag als dasjenige der Silberfunkenstrecke. Bei sehr guter Trockenheit jedoch zeigten die Magnesiumelektroden ein bedeutend höheres Funkenpotential als die Silberelektroden. Diese Erscheinung wird durch die Annahme einer Magnesiumnitridschicht, die sich bei der Entladung bildet, erklärt. Wenn Feuchtigkeit vorhanden ist, ist Magnesiumnitrid unbeständig, so daß dieser Effekt nur bei hoher Trockenheit zutage tritt.

Die vorliegende Arbeit wurde auf Anregung von Hrn. Prof. Dr. Edgar Meyer im Physikalischen Institut der Universität Zürich ausgeführt. Es ist mir eine angenehme Pflicht, Hrn. Prof. E. Meyer für die vielen Anregungen und das fördernde Interesse, das er der Arbeit stets entgegenbrachte, auch an dieser Stelle meinen Dank auszusprechen.

Zürich, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 28. Dezember 1927)

2. *Versuche über die Polarisation spektralzerlegter Röntgenstrahlen;*

von Ernst Wagner und Paul Ott

Inhaltsübersicht: I. Versuchsmethode und Fragestellungen. — II. Die Versuchsbedingungen. — III. Die Versuchsanordnung. — Einzelheiten der Versuchsanordnung und ihre Justierungen. — 1. Das Röntgenrohr; 2. Das Hochspannungsvoltmeter; 3. Das Milliamperemeter; 4. Der Drehspalt; 5. Der Steinsalzkristall und seine Aufstellung; 6. Die Ionisationskammern; 7. Das Ionisationskammersystem mit dem Elektrometer. — IV. Die Meßmethode. — V. Gang der Messungen. — VI. Die Definition des Polarisationsgrades. — VII. Die Polarisationsversuche. 1. Cu als Antikathode; 2. Pt-Antikathode; 3. Ag-Antikathode. VIII. Die Fehlerquellenbetrachtungen. 1. Justierungsfehler; 2. Fälschung der Messungen durch unsymmetrische Strahlungen in den I.-K.; 3. Haben die entgegengesetzt aufgeladenen I.-K. einen Einfluß auf die Pol.-gradbestimmungen? 4. Zeigen I.-K I und II gleich intensive Strahlungen gleich stark an? 5. Der Kristalleinfluß; 6. Kam die Fe-K_α-Strahlung in die I.-K. I und II? 7. Die Brennfleckwanderungen. — IX. Ergebnisse aus den Polarisationsgradbestimmungen durch Kristallreflexion. — X. Zusammenfassung.

I. Versuchsmethode und Fragestellungen

Ch. Barkla[1]) hat zuerst nachgewiesen, daß die aus einem Röntgenrohr senkrecht zu den Kathodenstrahlen austretende X-Strahlung teilweise polarisiert ist. Der Grund dafür liegt in ihrer Entstehungsweise aus einem gerichteten Kathodenstrahl. Um die Polarisation festzustellen, streute er das gesamte Strahlenbündel an einem leichtatomigen Radiator. Die Intensitäten der so gestreuten Strahlung wurden in zwei zum primären X-Strahl senkrechten Richtungen gemessen und zwar das eine Mal parallel den Kathodenstrahlen, das zweite Mal senkrecht dazu. Ihr Verhältnis konnte als ein Maß der Polarisation des primären X-Strahles angesehen werden. Dieses Verfahren ist bis jetzt bei allen Polarisationsversuchen angewendet worden. — Nur Ham[2]) maß den Polarisationsgrad mit Annäherung, indem er die Intensitäten der aus seinem Rohr austretenden primären Strahlung in zwei Richtungen, unter einem Winkel von 90° und 30° zum erzeugenden Kathodenstrahl, verglich.

---

[1]) Phil. Trans. of the Royal Soc. of London Ser. A. 204. S. 467 bis 479. 1905.

[2]) Phys. Rev. 30. 1910.

Diese Methoden gestatten aber nur unter besonderen Bedingungen die Bremsstrahlung allein, getrennt von dem Fluoreszenzlicht der Antikathode und des Radiators, auf ihre Polarisation hin zu untersuchen.[1]) Zu diesem Zwecke mußte die Rohrspannung immer so gewählt werden, daß die kurzwellige *K*-Strahlung des Antikathodenmetalles noch nicht angeregt wurde. Die langwelligere *L*-Strahlung mußte praktisch völlig in der Glaswand des Rohres und die charakteristische Strahlung des Radiators in der bis zur Ionisationskammer durchsetzten Luftstrecke stecken bleiben.

Die Abhängigkeit des Polarisationsgrades von der Wellenlänge im kontinuierlichen Spektrum konnte nach der Barklaschen Streumethode nur indirekt mit Annäherung bestimmt werden. Kirkpatrick[2]) filterte zu diesem Zweck die primäre Strahlung mit Aluminiumblechen von verschiedener Dicke. Rechnerisch fand er dann leider nur für relativ große Bereiche aus dem kontinuierlichen Spektrum einen mittleren Polarisationsgrad.

Die Polarisationsmessung an einem kleinen Wellenlängenbereich aus dem kontinuierlichen Spektrum bei Vorhandensein einer charakteristischen Strahlung der Antikathode, deren Wellenlänge nahe dem zu untersuchenden Spektralgebiet lag, war bei Anwendung dieser Versuchsmethode nicht möglich.

Eine kritische Betrachtung der wesentlichen Ergebnisse der bisherigen Polarisationsversuche ist von H. Kulenkampff[3]) im Handbuch der Physik gegeben.

An Stelle des Barklaschen Radiators kann die unter 45° zum Primärbündel stehende Netzebene eines Kristalles (Kri.) verwendet werden. Sie reflektiert einen kleinen, ziemlich monochromatischen Wellenbereich $\Delta\lambda$ aus dem kontinuierlichen Spektrum unter 90° zum primären Röntgenstrahl. Man beobachtet die so reflektierte Intensität einmal in der Richtung

---

1) E. Bassler, Ann. d. Phys. 28. S. 808. 1909; P. Kirkpatrick, Phys. Rev. 22, II. Ser. S. 226. 1923.

2) P. Kirkpatrick, a. a. O.

3) H. Kulenkampff, Handbuch der Physik (H. Geiger und Karl Scheel) Bd. XXIII, Kapitel 4, S. 466.

parallel den Kathodenstrahlen, das zweite Mal senkrecht zu ihnen, indem man den Kristall um den Primärstrahl als Achse dreht. Die Intensitätsmessungen geschehen in zwei Ionisationskammern. Mit dieser Anordnung kann daher der Polarisationsgrad von $\Delta\lambda$ allein auch dann bestimmt werden, wenn im Primärstrahlenbündel ein ganzes kontinuierliches Spektrum und Fluoreszenzlinien vorhanden sind. Nur müssen die Eigenlinien andere Wellenlängen besitzen wie das zu untersuchende $\Delta\lambda$. E. Wagner[1]) hat diese Methode angegeben und früher beschrieben. Auch Mark[2]) und Szilard haben Kristalle und Kristallpulver als Analysatoren bei ihren Polarisationsversuchen mit photographischen Methoden verwendet.

In vorliegender Arbeit wurde die Polarisation eines Wellenlängenbereiches $\Delta\lambda$, bei 2 ÅE. im Bremsspektrum gelegen, nach der Wagnerschen Methode untersucht. Und zwar in Abhängigkeit:

1. von der angelegten Rohrspannung und damit von seiner Lage im kontinuierlichen Spektrum,
2. von dem Antikathodenmaterial, in dem die X-Strahlen hervorgerufen wurden,
3. von dem gleichzeitigen Auftreten der ungefähr gleich harten Eigenstrahlung des Antikathodenmaterials.

II. Die Versuchsbedingungen

In diesem Falle haben sich die Versuchsbedingungen ergeben durch die Verwendung einer Hochspannungsbatterie von etwa 11 Kilovolt für den Röntgenrohrbetrieb. Die Messungen des kontinuierlichen Spektrums, bei gleichen Spannungsverhältnissen gemacht, zeigten bei etwa 2 ÅE. einen Spektralbereich, welcher frei von den Fluoreszenzlinien der verwendeten Antikathodenmetalle und ihrer Verunreinigungen gefunden wurde. Er lag nahe dem Intensitätsmaximum des Spektrums. Es mußte daher bei den Versuchen die Netzebene eines Kri. mit einer solchen Gitterkonstanten zur Reflexion verwendet werden, welche diesen günstigen Wellenlängenbereich unter einem Glanzwinkel von 45° intensiv reflektierte. Die Fluoreszenzstrahlung des Kri. mußte sehr weich sein, damit möglichst wenig davon in die Ionisationskammern kam und der Kri. in großen Stücken vorkommen, um das primäre X-Strahlenbündel voll aufnehmen zu können. Allen diesen Anforderungen genügte die Würfelfläche des Steinsalzkristalles, welche die Strahlung von etwa 2 ÅE. *in II. Ordnung* gewünscht reflektierte. In I. Ordnung würde von ihr ein Wellenlängenbereich bei etwa 4 ÅE. gelegen in dieselbe Richtung reflektiert werden. Diese weiche Strahlung konnte aber nicht aus dem 0,03 mm dicken Aluminiumfenster des Rohres austreten.

---

[1]) Verhandlungen d. phys.-mediz. Gesellschaft zu Würzburg 51. Nr. 1. 1926.

[2]) Ztschr. f. Physik 35. S. 743. 1926.

Nur die (100)-Ebene von NaCl hat sich bis jetzt für die Polarisationsversuche als geeignet erwiesen. Versuche wurden außerdem noch mit der Rhomboederfläche von Kalkspat und mit der Würfelfläche von Sylvin unternommen, jedoch ohne Erfolg. Es erhob sich bei den letzteren die geringe reflektierte Strahlungsintensität zu ungenau über einem relativ mächtigen Grund, der von der diffusen Streustrahlung des Kri. herkam. Sie bestand, wie bei $CaCo_3$ durch Al-Filterversuche festgestellt werden konnte, zu einem großen Teil aus der Calciumeigenstrahlung. Dabei kam das Filter einmal in den Strahlengang vor den Kri. und filterte den Primärstrahl, das andere Mal direkt vor den Ionisationskammerspalt. Der Kri. stand dabei so, daß er nur als Streukörper wirkte, also nicht in die Ionisationskammerrichtung reflektierte. Die kräftigere Filterwirkung im 2. Falle zeigte, daß die Streustrahlung weicherer Natur war als das primär auf den Kri. auffallende Strahlengemisch, was auf die Beimengung der weichen Ca-K-Strahlung nach der Streuung am Kalkspat schließen ließ. Die Reflexionsversuche an $CaCo_3$ und KCl wurden bei den günstigsten Intensitätsverhältnissen, nämlich bei 10,88 Kilovolt Rohrspannung und mit Pt-Antikathode unternommen.

Die weiche Strahlung (etwa 2 ÅE.) und ihre Reflexion an NaCl(100) in II. Ordnung hatten eine sehr geringe Intensität der zu messenden Strahlung zur Folge. Darauf mußte bei allen Einzelheiten der Versuchsanordnung, besonders bei der Ausblendung des primären Strahlenbündels, bei der Empfindlichkeit des Elektrometers und bei der Kapazität der die Ionisationskammern I und II und das Elektrometer verbindenden Leitungen geachtet werden.

III. Die Versuchsanordnung

Sie ist im Grundriß durch Fig. 1 wiedergegeben. Das Röntgenrohr *R* saß fest auf einem am Experimentiertisch gut verspannten Stativ. Nahe davor stand das Spektrometer mit zwei Ionisationskammern (I.-K. 1 und I.-K. 2). Die Längsachse von I.-K. I lief parallel, die der I.-K. II senkrecht zum Kathodenstrahl. Ihre isoliert eingeführten Elektroden waren auf kürzestem Weg untereinander und mit dem Faden eines hochempfindlichen Elektrometers (Elektrometer 1) elektrostatisch geschützt verbunden. Das Röntgenrohr konnte aus Betriebsgründen (Zufuhr und Abpumpen von Wasserstoffgas) nicht um den Primärstrahl als Achse gedreht werden. Es wurde deshalb, durch 45°-Stellung der Antikathodenfläche zum auffallenden Kathodenstrahl, für einen Brennfleck gesorgt, der, in der Primärstrahlenrichtung gesehen, möglichst rund erschien. Das Fenster des Rohres war als Kreuzspalt ausgebildet. Die Spaltblende S_1 vor dem Rohr (Drehspalt) und die Kri.-platte wurden drehbar um den Primärstrahl als Achse an-

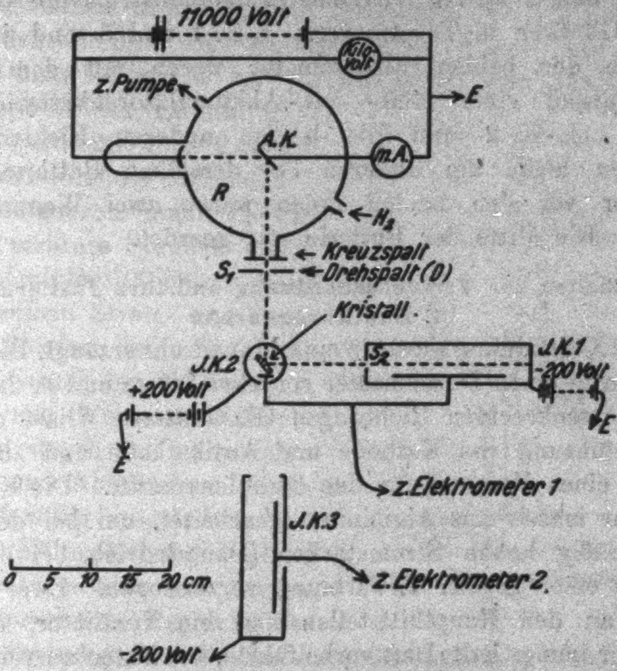

11000 Volt
Kilo-Volt
z. Pumpe
E
A.K.
mA
R
H_2
Kreuzspalt
S_1
Drehspalt (D)
Kristall.
J.K.2
S
S_2
J.K.1
-200 Volt
+200 Volt
E
E
z. Elektrometer 1
J.K.3
0 5 10 15 20 cm
z. Elektrometer 2
-200 Volt

Fig. 1. Grundriß der Versuchsanordnung

geordnet. Eine dritte Ionisationskammer (I.-K. 3) kam so zur Aufstellung, daß ihre Längsachse in die Mitte des primären Strahlenbündels fiel. Mit ihr prüfte man die Intensitätsgleichheit der primären Strahlung bei vertikal und horizontal gestelltem Spalt S_1. Ihre Elektrode war mit einem zweiten, unempfindlicheren Elektrometer (2) verbunden. Die Elektrometer 1 und 2 waren Wulfsche Einfadeninstrumente von der Firma Günther u. Tegetmeyer. I.-K. 1 und 3 und je eine Schneide der beiden Elektrometer waren mit dem einen Spannungspol einer 400-Volt-Akkumulatorenbatterie verbunden. I.-K. 2 und die beiden anderen Elektrometerschneiden lagen am anderen Pol derselben Batterie. Unmittelbar vor den beiden Polen waren zwei Wasserwiderstände. Die Mitte der Batterie war geerdet.

Einzelheiten der Versuchsanordnung und ihre Justierungen

1. Das Röntgenrohr

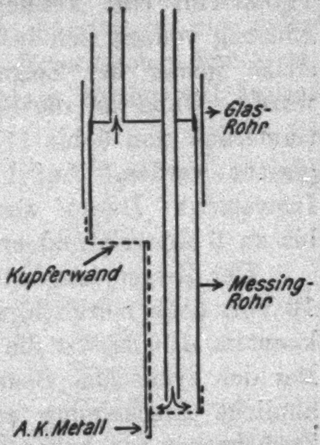
Die X-Strahlung wurde in einem Ionenrohr erzeugt. Die Glaskugel hatte einen Durchmesser von etwa 20 cm und in drei aufeinander senkrechten Richtungen Glasansätze. Diese dienten zur Einführung von Kathode und Antikathode und zur Aufkittung eines Fensters für den Strahlenaustritt. Die Kathode war sehr massiv aus Aluminium gearbeitet, um bei den verhältnismäßig hohen Stromstärken (Dauerbetrieb bei 6 Milliampere) einer großen Erwärmung vorzubeugen. Zwei Tropfkühler an den Hauptkittstellen und ein Ventilator, der an dem Rohr immer kalte Luft vorbeiführte, bewirkten ausreichende Kühlung. Der Krümmungsradius der hohlgeschliffenen Kathode betrug 5 cm. Mit dieser Krümmung wurde die beste Kathodenstrahlenkonzentration auf der Antikathode erzielt.

Die Bestimmung des wirksamen Brennfleckdurchmessers in der primären Strahlenrichtung geschah auf Grund der Fluchtstellungskurven. Zur Ermittelung dieser wurde die I.-K. I mit engem Spalt $S_2 = 0{,}4$ mm schrittweise durch das primäre Röntgenbündel geführt. Letzteres blendete ein 0,3 mm breiter Spalt S_1 aus. Die Ionisationsströme für die einzelnen Kammerstellungen wurden gemessen. Aus der so erhaltenen Intensitätsverteilungskurve des Primärbündels konnte die Größe des wirksamen Brennfleckdurchmessers zu 1 cm errechnet werden. Dabei wurden Intensitätswerte, die kleiner als $^1/_{10}$ der Maximalintensität waren, vernachlässigt.

Der vertikal nach oben stehende Glasstutzen endete in einem Glasschliff, durch den die Antikathode eingesetzt wurde. Fließendes Wasser kühlte sie gut. Fig. 2 zeigt in einem Längsschnitt den unteren Teil der Antikathode. Die Kupferwand, welche das Messingrohr abschloß, war hart aufgelötet.

Die zu untersuchenden Röntgenstrahlen traten senkrecht zum Kathodenstrahl in horizontaler Richtung durch den Kreuzspalt aus dem Rohre. Der Kreuzspalt war 2 mm breit und etwa 2 cm lang mitten in den planen Boden einer kräftigen Messingkappe (Dicke 1,3 mm) eingefeilt. Er wurde mit einer 0,03 mm dicken Aluminiumfolie überdeckt.

Das Röntgenrohr mußte bei den Versuchen mehrere Stunden gleich große Strahlenintensität liefern, wenn es bei denselben Strom- und Spannungsverhältnissen lief. Es wurde daher, auf Grund der Erfahrungen, das Rohr mit Wasserstoff durchströmt und durch das Ausfrieren seiner Zu- und Ableitungen Quecksilberdämpfe völlig ferngehalten. Die verwendete Kältemischung bestand aus Kohlensäureschnee und Aceton. Durch entsprechende Regelung der Pumpengeschwindigkeit einer **Gaede**schen Rotationspumpe und der Wasserstoffzufuhr, mit einem Nadelventil, konnte die Entladungsstromstärke gut konstant gehalten werden. Die Antikathodenmetalle, es kamen der Reihe nach Cu, Pt, Ag, Fe und Al zur Verwendung, zeigten nach ihrer Benutzung teilweise starke Aufrauhungen an den von den Kathodenstrahlen getroffenen Stellen. Aber gerade diese aufgerauhten Stellen und ihr nächster Umkreis waren völlig reines Metall, frei von jeder Oxydschicht.



Längsschnitt der Antikathode.
Fig. 2

2. Das Hochspannungsvoltmeter

Die Spannungsmessung lieferte ein elektrostatisches Voltmeter von der Firma Hartmann und Braun (Nr. 792211). Es war ähnlich dem von **E. Wagner**[1]) beschriebenen. Die Ein-

---

1) **E. Wagner**, Ann. d. Phys. 57. S. 411. 1918.

stellung des Instrumentes in die bei der Eichung innegehabte Lage war mit Hilfe einer empfindlichen Wasserwage für die Richtung (1, 2)[1] und eines Senkels für die Richtung (2, 3) möglich. Die Eichung des Voltmeters geschah dadurch, daß ihm ein geeichter Hochspannungswiderstand von etwa 2 Millionen Ohm parallel geschaltet wurde. Nach der Kompensationsmethode von **Poggendorff** konnte die am Widerstand und zugleich am Voltmeter liegende Spannung bestimmt werden. Die Skala des Instrumentes zeigte im Bereich von 6000 bis 11000 Volt eine Teilung von 200 Volt pro Skalenteil. Die Eichung vollzog sich in der Weise, daß immer auf einen Teilstrich genau der Zeiger eingestellt und dann kompensiert wurde. Ohne auf die Spannung Null zu gehen, konnte kontinuierlich von 6 bis 11 Kilovolt in Abständen von 200 Volt geeicht werden. Auf 11 Kilovolt blieb etwa $^1/_2$ Stunde das Instrument. Darauf wurde die Eichung rückwärts wiederholt bis zu 6 Kilovolt und erst dann das Instrument geerdet.

Der Zeiger reagierte im Bereich von 6—11 Kilovolt auf 10 Volt noch merklich, so daß 5 Volt noch geschätzt werden konnten. 10 Volt war die geringste noch zuschaltbare Spannung. Bei der zyklischen Spannungsänderung trat eine hysteresisähnliche Erscheinung auf. Der Spannungswert war beim Zurückgehen von hoher Spannung zu niedrigerer immer kleiner als umgekehrt. Dies machte bei dem Instrument im empfindlichen Bereich etwa 50—70 Volt aus. Die Reproduzierbarkeit der Werte, unter gleichen Bedingungen aufgenommen (von niederen Spannungen oder von Erde kommend), betrug 20 Volt für die Eichmessungen an drei verschiedenen Tagen.

Die Spannung am Röntgenrohr wurde während der Versuche unter Verwendung einer Zusatzbatterie, die in Stufen von 20 Volt, ohne Stromunterbrechung, an der Erdstelle der Batterie zugeschaltet werden konnte, mit dem eben beschriebenen Voltmeter auf etwa 3 Promille konstant gehalten.

3. Das Milliamperemeter

Es war zwischen Antikathode und Erde geschaltet und gab die Entladungsstromstärke im Rohr auf 0,5 Proz. genau an. Die mit den Witterungsverhältnissen veränderlichen Erdschlußströme der Batterie maß bei dieser Schaltung das Milliamperemeter nicht mit.

---

[1] Vgl. E. **Wagner**, a. a. O.

4. Der Drehspalt (*D*)

a) *Seine Beschaffenheit*

D saß mitten im primären, durch den Kreuzspalt ausgeblendeten Strahlenbündel. Die spaltförmige Blende hatte eine Größe von 6,0 mm × 1,15 mm. Sie war in ein Aluminiumblech von 1 mm Dicke eingefeilt, das die aus dem Rohr kommende Strahlung völlig absorbierte. Diese Blende (*B*) war, wie Fig. 3a und b zeigen, auf einem Messingschliff so befestigt, daß die Spaltmitte in die Konusachse fiel. Die innere Schliffhälfte *Si* saß gut in der äußeren *Sa*, indem eine Mutter *M* auf *Si* geschraubt wurde. Im Seitenriß Fig. 3a ist die untere Hälfte von *D* im Schnitt gezeichnet. Beim Drehen von *Si* mit dem Griff *G* mußte der Spalt um seinen Mittelpunkt kreisen.

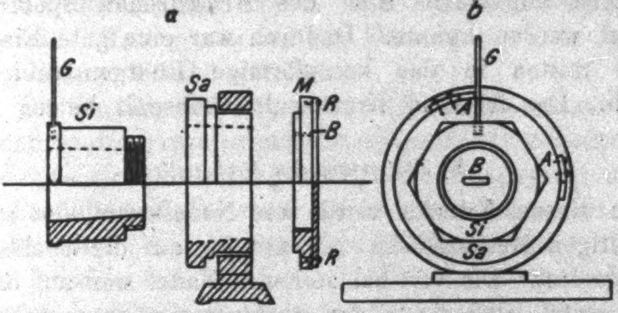


Fig. 3. Seiten- und Vorderansicht des Drehspaltes

Um dies praktisch zu erreichen, wurde *D*, der nicht völlig in der Konusachse saß, mit einer kleinen Bogenlampe beleuchtet und durch ein Objektiv auf einem fest aufgestellten Pappschirm, 40fach linear vergrößert, abgebildet. Ein Eckpunkt des abgebildeten Spaltes wurde herausgegriffen und vier verschiedene Lagen von ihm auf dem Pappschirm beim Drehen des Konus um 360° markiert. Diese vier Punkte lagen auf einem Kreis, dessen Mittelpunkt das Bild der Konusachse lieferte. Es wurden um diesen Mittelpunkt zwei Kreise gezogen, die einige Millimeter kleinere Durchmesser besaßen als die Längs- und Querdurchmesser des Drehspaltbildes. Dadurch konnte die Exzentrizität des Drehspaltmittelpunktes zur Konusachse gut beobachtet werden. Das Aluminiumblech mit Spalt wurde so lange auf seiner Auflagefläche, der Mutter *M*, die mit zähem Fett bestrichen war, verschoben, bis die Spaltbildränder beim Drehen des Schliffes um 180° keine merkliche Wanderung gegen die beiden Kreise zeigten. Mit dieser Methode konnte die Spaltmitte bis auf 0,01 mm genau in die Konusachse gebracht werden. Nach dieser genügend genauen Einstellung wurde die Blende durch Anziehen der Schrauben *R* und durch einen Kitt dauerhaft auf ihrer Unterlage befestigt und dann nochmals ihre richtige Lage geprüft.

Die Anbringung der zwei Anschläge *A* ermöglichte die sofortige, vertikale und horizontale Einstellung des Spaltes. *D* saß, durch zwei Schrauben befestigt, in einer Ringfassung, die auf einen horizontal laufenden, kräftigen Schlitten geschraubt war. In Fig. 3a ist die Ringfassung mit einem Teil des Schlittens im Schnitt gezeichnet. Dieser Schlitten mit *D* saß auf einem zweiten, massiven, vertikal laufenden Schlitten, der stabil auf einem Arm des Braggschen Spektrometers befestigt werden konnte. Dadurch war eine gute Einstellung von *D* mitten in das kreuzförmige Röntgenstrahlenbündel möglich. Der Abstand Kreuzspalt–Drehspalt betrug 1,55 cm.

b) *Justierung des Drehspaltes*

Zu diesem Zwecke wurde ein Nadelkreuz, das auf einer dreikantigen Messinghülse saß, mit ihr auf die Spektrometerachse gesetzt. Die vertikal stehende Nadel war auf die Hülse so aufgesetzt, daß sie in der Spektrometerachsenverlängerung sich befand. Ein Kriterium dafür war die feste Stellung des Nadelschattens auf einem vertikal hinter die Nadel gestellten Papierschirmchen, wenn die Spektrometerachse gedreht und die Nadel durch ein Lämpchen senkrecht zum Schirm bestrahlt wurde. Dieses Nadelkreuz war so dünn, daß sein Schattenbild den 1,15 mm breiten Drehspalt nicht auszufüllen vermochte, was für die weitere Justierung von Wichtigkeit ist. Das Kreuz kam auf eine solche Höhe, daß es in der Mitte des Röntgenstrahlenbündels stand, das vom Kreuzspalt ausging. Diese Einstellung geschah mit einem Fluoreszenzschirm. Mit einer passenden Unterlegscheibe konnte das Nadelkreuz immer mit einem Griff auf diese gewünschte Höhe gebracht werden. Nun wurde es mit parallelem Licht einer kleinen Bogenlampe beleuchtet, die in der Richtung des primären Röntgenstrahles, 214 cm vom Kreuzspalt entfernt, stand. Ihr Licht durchlief den Weg des unsichtbaren Röntgenlichtes im umgekehrten Richtungssinn dann, wenn der Nadelkreuzschatten mitten auf den Kreuzspalt fiel. Jetzt wurde *D* an einem Spektrometerarm vor dem Kreuzspalt festgeschraubt und mit den beiden Schlitten so eingestellt, daß bei seiner horizontalen und vertikalen Stellung der Nadelkreuzschatten mitten im Lichtbild des Spaltes lag. Das Lichtbild war auf dem Aluminiumfenster des Rohres zu beobachten.

Daß wirklich bei beiden Stellungen des Drehspaltes ein gleich intensives Röntgenstrahlenbündel ausgeblendet war, also keinerlei Abschattierungen im Strahlengang vorlagen, bewiesen die gleich großen Ionisationsströme in der luftgefüllten I.-K. III. Ihre Stirnseite stand 145 mm von der Spektrometerachse entfernt und I.-K. III war den I.-K. I und II völlig gleich in bezug auf Dimensionierung und Material. Nur hatte sie an der Stirnfläche eine runde, mit Aluminiumfolie (0,008 mm) bedeckte Öffnung von 4,2 cm Durchmesser für den Eintritt des primären Strahlenbündels.

Ein an die Öffnung gehaltener Fluoreszenzschirm zeigte an, daß sie das ganze primäre Strahlenbündel aufnahm. Gleiches bestätigte eine einfache geometrische Überlegung, bei welcher ein Brennfleckdurchmesser von 1 cm angenommen war. Die Ränder des Bündels mußten aber nach dieser Berechnung beim Durchlaufen der I.-K. III die Wandung, und bei horizontaler Lage von *D* auch die Elektrode treffen. Um sicher zu sein, daß letzteres bei den Kontrollmessungen der Drehspaltstellung keinen merklichen Fehler bewirkte, wurde die I.-K. III einmal durch eine vorn aufgesetzte Blechbüchse erweitert. Sie war 12 cm lang und hatte einen Durchmesser von 8 cm. Die Kammerelektrode war entsprechend nach vorne verlängert und die runde Öffnung von 8 cm Durchmesser mit 0,008 mm Aluminiumfolie bedeckt.

Die folgende Tab. 1 zeigt je eine Kontrollmessung des Drehspaltes. 1. Mit gewöhnlich benutzter I.-K. III und 2. mit erweiterter I.-K. III. Die Rohrspannung betrug bei beiden Versuchen 6,73 Kilovolt.

Tabelle 1

D	1. I.-K. III $t \cdot i$	2. I.-K. III erweitert $t \cdot i$
v	620	455
h	631	453
v	628	448

Bei diesen Messungen wurden die Zeiten t gestoppt, die für einen bestimmten Elektrometerausschlag (z. B. 15 oder 20 Skalenteile) nötig waren.

i = mittlere Stromstärke im Rohr während der Zeit t.

D = Stellung des Drehspaltes (horizontal oder vertikal) beim Versuch.

Das Produkt $t \cdot i$ ist ein Maß für die Größe der Ionisationsströme. Tab. 1 zeigt die Gleichheit von $i \cdot t$ bei horizontaler und vertikaler Stellung von D sowohl bei gewöhnlich benutzter, als auch bei erweiterter I.-K. III. Dies ist ein Beweis dafür, daß die beschriebene Asymmetrie keine merkliche Intensitätsfälschung der primären Strahlenbündel in I.-K. III bewirkt.

5. Der Steinsalzkristall und seine Aufstellung

a) *Beschaffenheit von Kri.-platte und Kri.-halter*

Damit das ziemlich divergente, primäre Röntgenstrahlenbündel von dem Steinsalzkri. völlig aufgenommen werden konnte, wurde eine Kri.-platte benutzt von der Größe: $2{,}65 \cdot 2{,}9 \cdot 0{,}3\ \mathrm{cm}^3$. Sie wurde durch Spaltung aus einem Steinsalzquader gewonnen, die Würfelfläche von der Firma Dr. Steeg und Reuter geschliffen und dann, wegen der hygroskopischen Eigenschaft von diesem NaCl, mit einer sehr dünnen Zaponlackschicht überzogen.

Wichtig für die Meßmethode war, daß der Kri. das ganze primäre Bündel auffing. Außer durch Rechnung konnte dies experimentell festgestellt werden. Dazu wurde der Kri.-halter, welcher die am Kri. vorbeigegangene Strahlung aufhielt, vom Spektrometer genommen. Eine leichte, dünne Glasplatte von derselben Oberfläche wie der Kri., die nur auf einem dünnen, hohen Bleidraht ruhte, kam an dessen Stelle auf das Spektrometer. Die weitgeöffnete Stirnfläche der erweiterten I.-K. III (in Abschnitt 4b dieses Kapitels näher beschrieben) war 2,5 cm von der vertikal stehenden Glasplatte entfernt, und fast alle an dieser vorbeigehende Strahlung konnte in die I.-K. III gelangen. Nur der Drahtstift warf einen geringen Schatten. Der Versuch, bei 6,73 Kilovolt ausgeführt, zeigte, wie aus Tab. 2 zu entnehmen ist, daß sowohl bei der 45°-Stellung, als auch bei Drehung der Platte um ±4,7° praktisch keine Strahlung am Kri. vorbeiging. Bei den Polarisationsversuchen war die Drehung des Kri., bei welcher er nicht mehr merklich in die I.-K. reflektierte, nur ±3,4°.

Tabelle 2

D stand vertikal, Spannung 6,73 Kilovolt.

w	e	i	$t_{\text{Sek.}}$	$\frac{e}{i\cdot t}\cdot 10^5$
45°	2,0	556	104,2	3,45
45° 1)	1,0	586	101,2	1,85
45° + 4,7°	2,0	566	107,2	3,30
45° − 4,7°	2,0	560	119,0	3,00
Glasplatte entfernt	60,0	560	10,2	1050,0
45°	2,0	550	101,8	3,55

w = Winkel, den der primäre Strahl mit der Glasplattennormalen bildet.

e = Ausschlag im Elektrometer in Skalenteilen.

i = mittlere Stromstärke im Rohr während t.

t = Zeit, die nötig war, um e zu erzeugen.

$\frac{e}{i\cdot t}$ = ein Maß für die Intensität der Strahlung.

Aus Tab. 2 kann entnommen werden, daß nur 0,33 Proz. der gesamten Primärstrahlung den Kri. nicht trafen. Dies trifft zu für die Stellung des Kri. bei der Reflexion in I.-K. I. Hiermit ist aber auch für die Kri.-stellung bei Reflexion in I.-K. II gesagt, daß kein nennenswerter Primärstrahlenbetrag am Kri. vorbeiläuft. Das geht daraus hervor, daß

1. die Brennfleckform in der Primärstrahlenrichtung gesehen rund erschien (Beweise siehe Kapitel VI.),
2. der Kri., um in I.-K. II zu reflektieren, um den Primärstrahl als Achse gedreht wurde.

Damit das letztere ausgeführt werden konnte, war der Kri. auf dem in Fig. 4 abgebildeten Kri.-halter befestigt. Dieser saß mittels der dreikantigen Messinghülse *B* fest auf der Spektrometerachse *A*. Im Schnitt gesondert gezeichnet ist der Messingrahmen *M* mit der Drehvorrichtung für die kleinen Schwenkungen des Kri. um die Achse *O*. *M* trug senkrecht zur Längsrichtung von *O* eine eiserne Achse *N*, die ihr Lager in dem Messingzylinder *P* hatte. Damit war eine Drehung von *M* und somit des Kri. um die Achse *N* möglich. Mit Hilfe von zwei einstellbaren Anschlägen *R* und *R'* konnten die beiden Hauptstellungen des Kri. sofort erhalten werden. In diesen reflektierte er das Primärbündel einmal horizontal in die Achse von I.-K. I und das zweite Mal vertikal in die Achse von I.-K. II.

---

1) Bei diesem Versuch hinderte ein Al-Blech die eine Hälfte der vorbeigehenden Strahlung am Eintritt in I.-K. III.

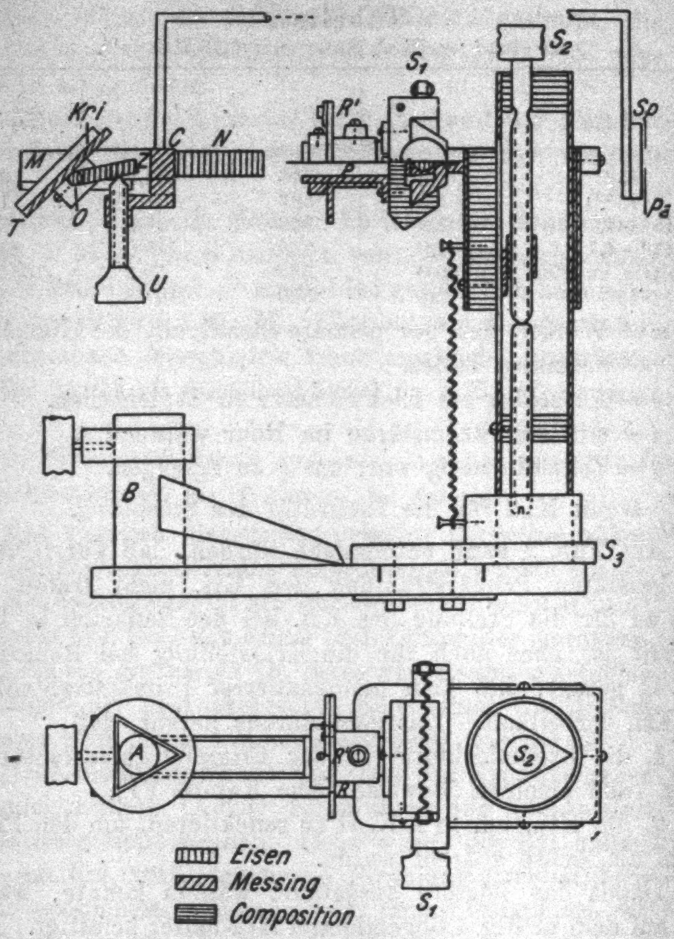

Kri
M
T
O
Z
C
N
U
S₁
R'
P
S₂
Sp
P₂
B
S₃
A
R'
R
S₂
S₁
Eisen
Messing
Composition

Fig. 4. Kristallhalter

b) *Justierung von Kri.-halter und Kri.*

Dabei war zu beachten:

1. daß die Drehachse *N* in die Richtung des primären Röntgenbündels fiel,
2. daß die Mitte der Würfelfläche in der Drehachsenrichtung und somit in der Mitte des primären Röntgenbündels sich befand,
3. daß die Würfelfläche des Kri. bei vertikaler Stellung in der Verlängerung der Spektrometerachse *A* lag.[1]

---

[1] Über die Einzelheiten der Justierung von Kri.-halter und Kri. vgl. Paul Ott, Dissertation 1927 bei Ambrosius Barth, Leipzig.

6. Die Ionisationskammern

a) *Beschaffenheit und Dimensionierung*

Die I.-K. I und II bestanden aus einem 20,2 cm langen Aluminiumrohr von 4,8 cm Innendurchmesser. Vorder- und Rückseite der Kammern trugen Al-Kappen, in deren Mitten Spaltöffnungen eingefeilt waren. Die Spalte an den Stirnflächen waren 5,5 mm breit und 34,5 mm hoch und mit Aluminiumschaum bedeckt. Die hinteren Spaltöffnungen waren mit dickerer Al-Folie (0,007 mm) verschlossen. Der Rauminhalt der Kammern betrug 366 cm^3. Die seitlich isoliert eingeführten Al-Elektroden, in jeder Kammer eine, waren 14 cm lang, 0,5 cm breit und 0,3 mm dick und standen in 1 cm Abstand von der Kammerwand. Beide Kammern waren mit Luft gefüllt.

b) *Einstellung*

Die I.-K. I, die beweglich um die Spektrometerachse war (Braggsches Spektrometer), wurde in Fluchtstellung gebracht. Ihre Längsachse stand senkrecht zur Spektrometerachse. Die senkrechte Stellung der Spektrometerachse zur primären Röntgenstrahlenrichtung und die Einstellung der I.-K. I auf eine solche Höhe, daß die Mitte des Röntgenstrahles mit ihrer Längsachse zusammenfiel, wurden vor den Drehspalt- und Kri.-halterjustierungen ausgeführt. Dazu kam das Nadelkreuz auf die Spektrometerachse. Die I.-K. I wurde der Höhe nach so lange verstellt und das Spektrometer durch Stellung seiner Fußschrauben gekippt, bis der Nadelkreuzschatten, der in der Mitte des kreuzförmigen Röntgenstrahlenbündels saß, an Stirn- und Rückfläche der I.-K. in die Mitte der Spalte fiel. Die Beobachtung geschah mit einem Fluoreszenzschirm.

Die genaue Fluchtstellung der I.-K. I wurde erhalten, indem diese schrittweise durch das primäre Röntgenbündel geführt und die Ionisationsströme für die einzelnen Kammerstellungen bestimmt wurden. Das Maximum der so erhaltenen Intensitätsverteilung des primären Bündels ergab die Fluchtstellung. Aus dieser wurde I.-K. I um 90° am Spektrometerteilkreis gedreht und festgeklemmt.

Die I.-K. II, deren Längsachse in die Spektrometerachsenverlängerung fallen mußte, war an einem starken Messingarm befestigt. Er ließ kleine Verstellungen der Kammer nach allen

Richtungen zu. Dieser Arm war an das Spektrometer angeschraubt. Indem die Längsachse der I.-K. II, definiert durch die Mittelpunkte ihrer beiden Spalte, mit der Spektrometerachse zur Deckung gebracht wurde, war die Stellung der I.-K. II grob richtig. Zur Erleichterung waren die Spaltmitten durch Kreuzungspunkte geeignet dicker Drähte markiert. Wichtig war, daß die Abstände vom Kri. zu den beiden I.-K. gleich groß gemacht wurden. Sie betrugen 125 mm und waren auf 1 Proz. gleich.

Der Kri.-halter mit Kri. wurde nun so auf die Spektrometerachse gesetzt, daß die Drehachse *N* mit dem Röntgenstrahl zusammenfiel. Ein Bündel sichtbarer Strahlen fiel durch *D* in der X-Strahlenrichtung auf den Kri. Mit der Schraube *U* wurde der Kri. so gestellt, daß er in eine der Kammern, durch die Mitte beider Spalte, das Lichtbündel reflektierte. Dann wurde der Kri. um *N* als Achse um 90° gedreht und falls die Reflexion in die andere Kammer keine genügende war, die letztere um den entsprechend kleinen Winkel verstellt, bis auch bei dieser Kammer das Lichtbündel durch die Mitten beider Spalte hinreichend genau reflektiert wurde.

Die Anschläge *R* und *R'* am Kri.-halter wurden so eingestellt, daß das reflektierte Drehspaltbildchen in die Mitte der Längsausdehnung der I.-K.-spalte fiel, wenn die Anschläge erreicht wurden. Die durch diese Anschläge bewirkte Drehung des Kri. um den Röntgenstrahl betrug daher nicht exakt 90°.

Besonders geachtet wurde noch auf die parallele Stellung der vorderen I.-K.-spalte zu dem reflektierten Lichtbild des Drehspaltes. Beobachtet konnte dies auf einem Seidenpapierschirmchen werden.

Weil das reflektierte Lichtbildchen auch im hinteren Spalt der I.-K. I und II auf einem dazwischengehaltenen, durchsichtigen Schirmchen zu sehen war, war ein axialer Strahlengang in den Kammern in weitgehendem Maße gesichert.

7. Das I.-K.-system mit dem Elektrometer

Die kürzesten Verbindungen der Elektroden der I.-K. I u. II miteinander und mit dem Faden des Elektrometers (1) bildeten das System, welches der in den Kammern erzeugte Ionisationsstrom aufladen mußte. Die Kapazität betrug 66 cm nach einer Bestimmung mit dem **Harmsschen** Kondensator. Dabei war die Elektrometerempfindlichkeit $^1/_{270}$ Volt/Skt. Die Verbindungsdrähte liefen elektrostatisch geschützt in geerdeten Metallröhren und die Wandungen der I.-K. I und II waren auf ± 200 Volt geladen. Bei diesem Potential war in den Kammern Sättigungsstrom erreicht.

Daß die beiden I.-K. auf entgegengesetzte Spannung gebracht waren, hatte seinen Grund im Vorhandensein einer Eigenionisation der Kammern, die bei der genannten Elektrometerempfindlichkeit und entsprechender Aufladezeit schon in die Erscheinung trat. Wurde eine I.-K. durch Erdung der Wand wirkungslos gemacht, so betrug der durch die Eigenionisation in der anderen Kammer erzeugte Ausschlag im Mittel 0,35 Skt. pro Minute bei $^1/_{270}$ Volt/Skt. Elektrometerempfindlichkeit, oder 10000 Elementarquanten pro Sekunde.

Berechnet man die Eigenionisation auf Grund des Volumens (366 cm^3) und der Oberfläche (305 qcm) einer Kammer aus Angaben, welche G. **Hoffmann**[1]) gemacht hat und wonach sie sich aus der Wirkung der durchdringenden Strahlung und aus der α-Strahlenwirkung der Wand zusammensetzt, so kommt man zu dem Werte 4000 Ionen pro Sek. Die größenordnungsmäßige Übereinstimmung des berechneten und experimentell gefundenen Wertes beweist, daß tatsächlich hier die natürliche Luftionisation eine Rolle spielt. Durch keinerlei Behandlung der Kammerwandungen konnte die Eigenionisation heruntergedrückt werden.

Bei gleichem Vorzeichen des Potentials an I.-K. I und II verdoppelte sich der Gang, und 0,7 Skt./min ist $^1/_3$ des Ausschlages der maximalen Reflexionsintensität bei einer Rohrspannung etwa 150 Volt über dem Minimumpotential für den untersuchten Wellenlängenbereich (vgl. Fig. 14). Um daher diesen relativ großen Gang zu beseitigen, wurden die Kammern auf entgegengesetzt gleiches Potential gebracht. In letzterem Falle schwankte er um einige Zehntel Skalenteile um den Nullpunkt innerhalb einiger Minuten. Die durch diese Gangschwankungen in die Messungen kommenden Fehler konnten nur durch Häufung der Messungen ausgeglichen werden.

---

1) G. **Hoffmann**, Ztschr. für Physik 25. Heft 3. S. 179. 1923.

Eine Elektrometerempfindlichkeit über $^1/_{300}$ Volt/Skt. wurde bei den Polarisationsmessungen nicht benutzt, da sonst der Faden zu labil wurde und die Nullpunktswanderungen in längeren Zeiten große Werte annahmen. Wiederholte Prüfungen der Abhängigkeit der Elektrometerausschläge von den Ladungsmengen, die auf das System gebracht wurden, ergaben Proportionalität. Es kamen bei den Pol.-messungen nur Elektrometerausschläge von höchstens 10 Skalenteilen in Frage.

IV. Die Meßmethode

Die Bestimmung der unter 90° zum primären Röntgenstrahl von NaCl reflektierten Intensitäten eines schmalen Wellenlängenbereichs $\Delta \lambda$ einmal parallel, das zweite Mal senkrecht dem Kathodenstrahl im Röntgenrohr, machte die Benutzung eines in der primären Strahlenrichtung rund erscheinenden Brennfleckes, von zentrisch symmetrischer Intensitätsverteilung wünschenswert. Denn nur bei einem so beschaffenen Brennfleck als Strahlungsquelle konnte der Spalt S_1 (D) bei horizontaler und vertikaler Stellung ein gleich breites Röntgenlichtbündel von gleicher Intensitätsverteilung ausblenden. Durch die schon erwähnte 45°-Stellung der Antikathodenoberfläche zum Kathoden- und Röntgenstrahl war diese Forderung in weitgehendem Maße zu erfüllen. Den besten Beweis liefern die unter den günstigsten Intensitätsverhältnissen aufgenommenen Reflexionskurven bei Pt als A.-K., auf welche weiter unten näher eingegangen wird. Die Annehmlichkeit des schmalen, intensiven Brennfleckes, wie er bei streifendgestellter A.-K. erhalten werden kann, ein wenig divergentes, primäres Röntgenstrahlenbündel zu erzeugen, fiel weg. Das primäre Bündel war zu breit, um von dem I.-K.-spalt S_2 nach der Reflexion voll aufgenommen zu werden. Dieser Umstand schrieb die Meßmethode der Reflexionsintensitäten vor.

Die Breiten von S_1 und S_2 bestimmten den Wellenlängenbereich $\Delta \lambda = 0{,}055$ ÅE., welcher in die Kammern gestrahlt wurde. Die Braggsche fokussierende Bedingung, nach welcher der Abstand S_1-Kri. gleich dem Abstand S_2-Kri. sein muß, war in weitgehendem Maße erfüllt. Abstand S_1-Kri. = 116 mm, Abstand S_2-Kri. = 124 mm. Daher reflektierte der Kri. in Stellungen, die um kleine Winkel von der 45°-Stellung abwichen, immer die gleiche Wellenlänge an dieselbe Stelle des I.-K.-spaltes. Nur stammte diese Wellenlänge jeweils von einem anderen Ort des Brennfleckes. Durch die kontinuierliche Kri.-drehung konnte somit von jedem Punkte des Brennfleckes das dort erzeugte $\Delta\lambda$, in dem Maße, als es im primären, von S_1 ausgeblendeten Strahlenbündel enthalten war, mit der Zeit in der Kammer zur Messung kommen. Die I.-K. stand immer fest.

Das äußerst angenehme Verfahren, daß der Kri. kontinuierlich durch den Bereich, in dem er reflektiert, gedreht wird und das Elektrometer die Integration der Strahlungsintensitäten von den einzelnen Stellen des Brennfleckes selbst ausführt, war leider wegen zu geringer Intensitäten nicht anzuwenden.

Statt dessen wurde der ganze Reflexionsbereich, der $6\,{}^3/_4{}^\circ$ Kri.-drehung groß war, in Schritten von etwa 0,4° bis 0,8° durchlaufen. In den einzelnen Stellungen strahlte eine definierte Zeit (1 bis 4 Min.) der Kri. in die I.-K. Der dadurch erzeugte Elektrometerausschlag kam bei jeder Kri.-stellung zur Ablesung. Die einzelnen Kri.-lagen konnten nach einem Lichtzeiger auf einer Skala an der Wand eingestellt werden, der von einem auf der Drehachse O sitzenden Spiegelchen dorthin geworfen wurde. Indem als Abszissen die Kri.-stellungen (Teilstriche der Wandskala), als Ordinaten die auf konstante Empfindlichkeit und konstanten Rohrstrom reduzierten Elektrometerausschläge aufgetragen wurden, konnte durch die so erhaltenen Punkte eine Verteilungskurve gelegt werden. Ihre abfallenden Äste erreichten nicht den Wert Null, sondern endeten auf einer konstanten Basis. Diese wurde durch Streustrahlung erzeugt, die, unabhängig von der Kri.-stellung, immer den gleichen Betrag besaß und der Messung allein zugänglich war, wenn der Kri. außerhalb seines Reflexionsbereichs stand. Die Streustrahlung setzte sich aus zwei Arten zusammen, nämlich aus der Fluoreszenzstrahlung des Kri. und aus dem vom Rohr kommenden Gemisch von Brems- und Eigenstrahlung der Antikathode, das an der durchlaufenen Luft und am Kri., als Folge seines nicht idealen Gitterzustandes, gestreut wurde. Die Fläche F oberhalb dieser Basis bildet ein Maß der Intensität des unter einem Glanzwinkel von etwa 45° reflektierten Wellenlängenbereichs $\Delta\lambda$.

V. Gang der Messungen

1. Nachdem das Röntgenrohr gute Wasserstoffatmosphäre hatte und die Rohrspannung und Stromstärke konstant waren, wurde die Prüfung der Drehspaltstellungen durch den Intensitätsvergleich des primären Strahlenbündels in I.-K. III bei horizontalem und vertikalem *D* vorgenommen. Die Angabe einer Messung vgl. Kapitel III, 4b. Dabei war der Kri.-halter vom Spektrometer entfernt. Die Intensitätsgleichheit war immer auf 1 Proz. genau erfüllt.

2. Zwischen Drehspalt und I.-K. III kam nun der Kri.-halter auf den Spektrometerzapfen, wobei die Drehachse *N* im primären Röntgenstrahl lag. Die unter IV beschriebene, schrittweise Kri.-reflexionsmessung wurde hierauf ausgeführt. Für eine bestimmte Kri.-stellung, die nahe dem Reflexionsmaximum lag, kam zuerst die Reflexionsintensität senkrecht zum Kathodenstrahl zur Beobachtung. Dabei stand der Drehspalt horizontal und ein Schieber aus Al-Blech, von etwa 2 mm Dicke, schloß die I.-K. I, während I.-K. II in Tätigkeit war. Der Elektrometerausschlag ging bei Benutzung dieser Kammer nach der rechten Seite von der Nullage des Fadens aus. Erst wurde die Empfindlichkeit des Elektrometers geprüft, dann das aufzuladende System enterdet und nun begann der Faden sehr langsam zu wandern. Bei der ersten günstigen Ablesemöglichkeit, an der Skala im Mikroskop des Elektrometers, wurde seine Stellung bestimmt und gleichzeitig eine Stoppuhr in Tätigkeit gesetzt. Nach jeder Minute, nach der Stoppuhr angezeigt, geschah eine Ablesung der Fadenstellung. Die Aufladezeiten betrugen bei den Versuchen 1 bis 4 Minuten. Bei Messungen, die mehrere Minuten dauerten, konnte somit die Proportionalität der Aufladung mit der Zeit geprüft und etwa auftretende Elektrometermängel ausgeglichen werden. Durch Erdung des Systems erreichte der Faden wieder seine Nullage, die sich bei den angewendeten Elektrometerempfindlichkeiten während der Aufladezeiten nie merklich änderte. Die Prüfung und Regulierung der Rohrspannung, nach Angaben des Hochspannungsvoltmeters, geschah bei jeder Elektrometermessung. Der Rohrstrom, der während mehrerer Minuten sich nur um wenige Prozente stetig änderte, wurde immer zu Anfang und nach jeder Minute der Messung abgelesen.

Unmittelbar an diese Messung schloß sich, für die gleiche Winkelstellung des Kri. zum Primärstrahl, die Vergleichsmessung in der I.-K. I an, durch welche die Reflexionsintensität parallel den Kathodenstrahlen gewonnen wurde. Dazu mußten: a) der Drehspalt vertikal gestellt, b) der Kri. um 90° um *N* gedreht, c) der Al-Schieber von I.-K. I geöffnet und der von I.-K. II dafür geschlossen werden. Nun zeigte das Elektrometer einen Ausschlag nach links an. In dieser Weise wurde durch den ganzen Reflexionsbereich durchgemessen, indem abwechselnd Kri.-stellungen rechts und links vom Reflexionsmaximum aufgesucht wurden.

3. Eine Kri.-drehung aus dem Reflexionsbereich, nach beiden Seiten um einige Grade, erlaubte nun die Messung der Streustrahlung. Diese Kri.-lagen sind in den Kurvenblättern durch $\pm\infty$ bezeichnet.

4. Hierauf wiederholten wir ein oder zwei Werte im Maximum der Reflexion um zu sehen, ob das Rohr nach stundenlangem Betrieb noch mit der gleichen Strahlenausbeute arbeitete. Dies war immer durchaus der Fall.

5. Zeitlich über die Messungen verteilt, wurde öfters das Elektrometer durch die Beobachtung seines Ganges kontrolliert. Dazu kam ein dickes Al-Blech, das die X-Strahlen völlig abschirmte, zwischen Kreuz- und Drehspalt und der Elektrometerfaden wurde dann enterdet. In fast allen Fällen war ein Gang nicht meßbar und es traten nur Schwankungen, im Sinne der früher besprochenen, von einigen Zehntel Skalenteilen um die Nullage auf.

6. Zum Schluß wurde der Kri. mit seinem Halter vom Spektrometer heruntergenommen und die Lage des Drehspaltes, wie unter 1 beschrieben, nochmals geprüft.

VI. Die Definition des Polarisationsgrades

Die Intensitätsmessungen, in der oben beschriebenen Weise ausgeführt, lieferten immer gleichzeitig zwei Intensitätsverteilungskurven, entsprechend den Reflexionen von $\Delta\lambda$ in die beiden Kammern. Wird die Fläche, die von der Verteilungskurve und der Basislinie eingeschlossen wird, mit F_1 bzw. F_2 bezeichnet, entsprechend den Messungen in den

L.-K. I und II, so soll in dieser Arbeit unter dem Polarisationsgrad stets das Flächenverhältnis $f = \frac{F_2}{F_1}$ verstanden werden.

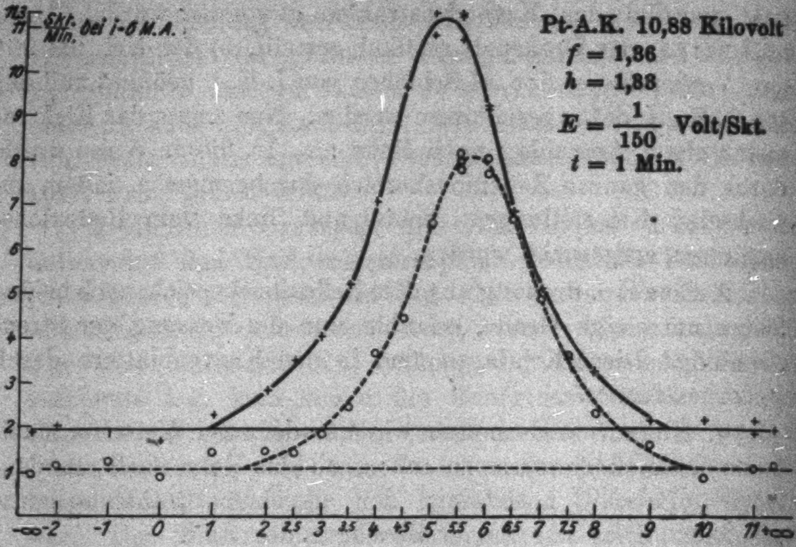


Fig. 5

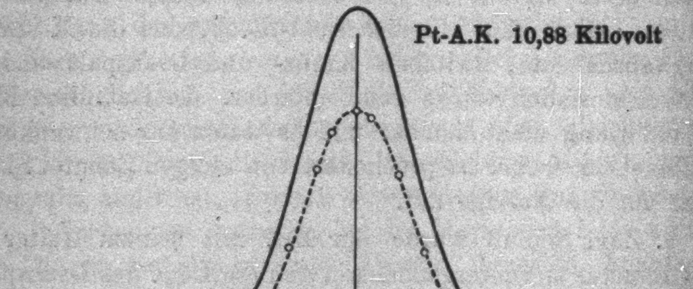


Fig. 6

Die günstigsten Intensitätsverhältnisse waren bei der höchsten Spannung 10,88 Kilovolt und bei der Verwendung von Pt als Antikathodenmetall gegeben. Wie eine bei diesen Versuchsbedingungen vorgenommene Messung zeigt (Fig. 5), sind die gemessenen 2 Reflexionskurven einander völlig ähnlich. Um dies einzusehen, wurden beide Kurven auf gleicher Basislinie übereinander gezeichnet und die obere, im Verhältnis der Maxima beider, auf die Größe der unteren Kurve reduziert. Die reduzierten Punkte liegen alle sehr befriedigend auf der zweiten Kurve (Fig. 6). Neben einer Anzahl von Lochblendenaufnahmen, die nur eine ungenaue Beurteilung von Form und besonders von der Intensitätsverteilung des Brennfleckes erlauben, kann dies als Beweis für das Vorhandensein der in Kapitel IV gewünschten Brennfleckeigenschaften angesehen werden. Es ist daher erlaubt auch das Verhältnis h der Kurvenmaxima über den Basislinien, das bei tieferen Spannungen nur allein mit Sicherheit zu erfassen war, als Polarisationsgrad zu betrachten.

VII. Die Polarisationsversuche

Bei den Intensitätskurven, zur Bestimmung der Polarisationsverhältnisse für die verwendeten Antikathodenmetalle bei verschiedenen Spannungen, sind die mit Kreisen bezeichneten Punkte in I.-K. I, die Kreuzpunkte in I.-K. II gemessen. Der Reflexionsbereich ist bei allen Kurven annähernd gleich groß und erstreckt sich vom Skalenstrich 1—9, was einer Kri.-drehung von $6^3/_4{}^\circ$ gleichkommt. Als Ordinaten sind die Elektrometerausschläge pro Minute, reduziert auf die angegebene Rohrstromstärke i und auf die Elektrodenempfindlichkeit E, aufgetragen. t bedeutet die Aufladezeit des Elektrometers, die bei der betreffenden Messung zur Gewinnung der Kurvenpunkte benutzt wurde.

Als Beispiel für die Messungen der Kurvenpunkte, die wie in Kapitel V beschrieben ausgeführt wurden, seien in Tab. 3 ausführlich die Aufzeichnungen aus den Beobachtungsheften für einige Punkte wiedergegeben.

a) Für die Punkte m und n auf Fig. 10. Bei diesem Versuch wurde eine Pt-Antikathode verwendet, die Rohrspannung betrug 6,73 Kilovolt und die Elektrometeraufladezeit $t = 2$ Min.

b) Für die Punkte p und q auf Fig. 13. Dieser Versuch wurde mit Pt-A.K. und bei 6,35 Kilovolt Rohrspannung ausgeführt. Die Elektrometeraufladezeit betrug 3 Min.

Tabelle 3

	Kurvenpunkt	E' $\frac{\text{Volt}}{\text{Skt.}}$	Kri.St.	I.-K.	τ	s	i' MA.	e	$\bar{i}'$ MA.	$e_r = \frac{e \cdot i}{e \cdot \bar{i}}$
a)	*m*	$\frac{1}{270}$	5,0	II	0′	0,0	6,80			
					1′	−3,1	6,80	7,2	6,80	3,18
					2′	−7,2	6,80			
	n	$\frac{1}{270}$	5,0	I	0′	+1,0	6,70			
					1′	+2,8	6,70	3,2	6,68	1,44
					2′	+4,2	6,64			
b)	*p*	$\frac{1}{270}$	5,5	II	0′	−1,0	6,60			
					1′	−3,4	6,50	7,5	6,35	2,36
					2′	−5,9	6,20			
					3′	−8,5	6,10			
	q	$\frac{1}{270}$	5,5	I	0′	+0,3	6,10			
					1′	+1,5	6,00	3,0	6,03	0,99
					2′	+2,3	6,00			
					3′	+3,3	6,00			

In Tab. 3 bedeuten:

E' Die Elektrometerempfindlichkeit bei der Aufnahme des betreffenden Punktes.

Kri.St. Die Kristallstellung, welche durch den Lichtzeiger auf der Skala an der Wand angezeigt wurde.

I.-K. Die benutzte I.-K.

τ Die einzelnen Minuten während der Messung eines Punktes.

s Die zu den Zeiten τ abgelesenen Fadenstellungen des Elektrometers, wobei Ausschläge nach rechts negativ, nach links positiv gerechnet wurden.

i' Die Rohrstromstärke zur Zeit τ.

e Der gesamte Elektrometerausschlag während der Gesamtaufladezeit t.

$\bar{i}'$ Mittlere Stromstärke während t Sekunden.

$e_r = \frac{e \cdot i \cdot E}{t \cdot \bar{i}' \cdot E'}$ reduzierter Elektrometerausschlag, der als Ordinate in den Kurvenblättern aufgetragen wurde.

Für die Punkte *m*, *n*, *p*, *q* war zufällig $E' = E$ (Elektrometerempfindlichkeit, auf die alle Kurvenpunkte der Kurvenblätter Fig. 10 und 13 reduziert sind).

Die Proportionalität des Elektrometerausschlages mit der Zeit ist, wie aus diesen Beispielen zu entnehmen ist, immer weitgehend für die Messung jedes Punktes erfüllt.

1. Cu als Antikathode

Zuerst wurde der Polarisationsgrad bei einer Rohrspannung von 10,88 Kilovolt an zwei aufeinanderfolgenden Tagen gemessen. Eine 8 Tage später gemachte Wiederholung des Versuches zeigt Übereinstimmung mit den früheren Werten. Die Resultate sind aus Tab. 4a zu entnehmen und Fig. 7 gibt das Bild einer Messung im einzelnen.

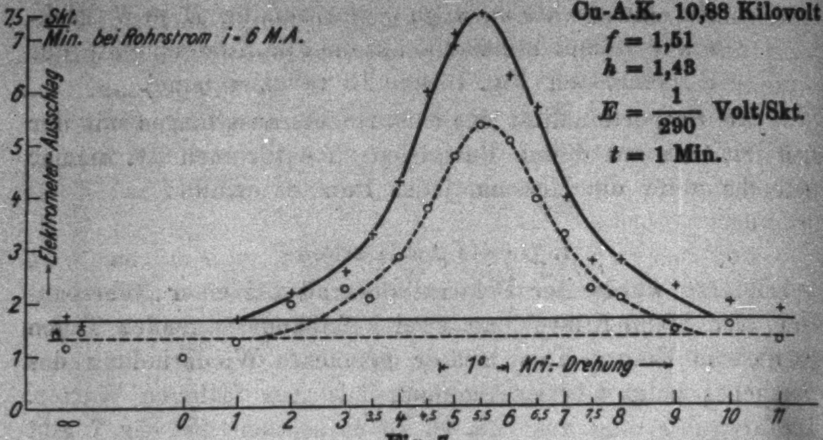
Tabelle 4a

Kilovolt	h	f	$A_{\text{Skt.}}$ [1]	$E\,\frac{\text{Volt}}{\text{Skt.}}$	$i_{\text{MA.}}$	$t_{\text{Min.}}$	Bemerkungen
10,88	1,43	1,51	7,5	$\frac{1}{290}$	6	1	Fig. 7
10,88	1,23	1,30	7,5	$\frac{1}{310}$	6	1	
10,88	1,36	1,40	7,3	$\frac{1}{270}$	6	1	
Mittel:	1,34	1,40					
10,88	0,66	1,20	6,0	$\frac{1}{270}$	6	1	A.K. auf Flucht gestellt. Fig. 8
7,34	1,86	—	8,3	$\frac{1}{310}$	8,3	3	Fig. 9

Bei tieferen Spannungen, 8,59 Kilovolt, 7,34 Kilovolt und 6,73 Kilovolt wurden nur noch die Maxima der Intensitätskurven gemessen, da die Intensitäten nur noch sehr gering waren. Dabei brachten wir den Kri. in die aus den Messungen bei 10,88 Kilovolt bekannte Maximumstellung der Reflexion und mehrmals wurden bei dieser Stellung des Kri. seine Re-

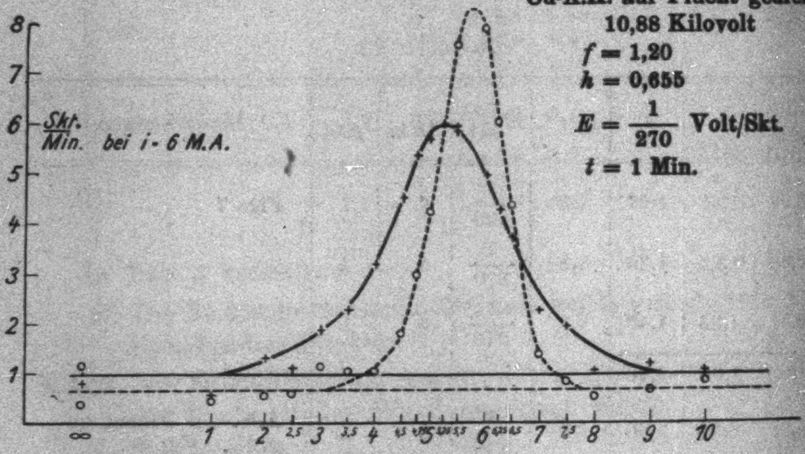
---

[1] A = maximaler Ausschlag im Elektrometer pro Minute, wenn I.-K. II in Tätigkeit, bei Rohrstrom i MA. und Elektrometerempfindlichkeit E.



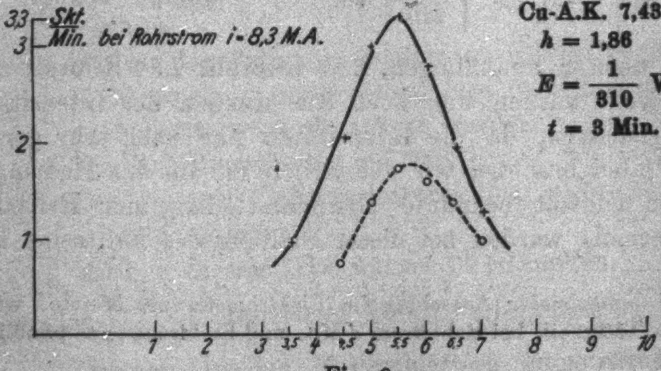
Cu-A.K. 10,88 Kilovolt
$f = 1{,}51$
$h = 1{,}43$
$E = \frac{1}{290}$ Volt/Skt.
$t = 1$ Min.

Fig. 7



Cu-A.K. auf Flucht gedreht, 10,88 Kilovolt
$f = 1{,}20$
$h = 0{,}655$
$E = \frac{1}{270}$ Volt/Skt.
$t = 1$ Min.

Fig. 8



Cu-A.K. 7,43 Kilovolt
$h = 1{,}86$
$E = \frac{1}{310}$ Volt/Skt.
$t = 3$ Min.

Fig. 9

flexionsintensitäten in den beiden Kammern beobachtet. Dann kam der Kri. sofort außer Reflexionsstellung, um die Streustrahlung bestimmen zu können. Bei den Messungen mit 7,34 Kilovolt war diese nicht mehr bestimmbar. Prüfungen des Elektrometers auf den Gang wurden nicht versäumt. Tab. 4b zeigt eine Zusammenstellung der Ergebnisse dieser Maximamessungen.

Daß sich im Höhenverhältnis *h* der Kurvenmaxima weitgehend das Flächenverhältnis *f* ausdrückt, zeigt der Vergleich des Mittelwertes aus sämtlichen Höhenverhältnissen *h* bei 10,88 Kilovolt mit dem Mittelwert der Flächenverhältnisse *f*. Sie verhalten sich wie 1,34 : 1,40.

Tabelle 4b

Kilovolt	*h*	Mittelwert
10,88	1,43	1,38
10,88	1,23	
10,88	1,41	
10,88	1,47	
10,88	1,36	
8,59	1,70	1,69
8,59	1,68	
7,34	2,14	2,00
7,34	2,02	
7,34	2,20	
7,34	1,85	
7,34	1,91	
7,34	1,97	
7,34	1,91	
6,73	2,19	2,37
6,73	2,38	
6,73	2,32	
6,73	2,64	
6,73	2,32	

Wichtig ist noch der Beweis, daß bei der Spannungsänderung keine merkliche Änderung der Lage der Reflexionsmaxima eintrat, was etwa infolge einer Fokusverlagerung möglich wäre. Deshalb wurden bei 7,34 Kilovolt nach beiden Seiten von der Kri.-stellung 5,5 einige Werte aufgenommen, welche auch bei dieser tiefen Spannung die unveränderte Lage der Maxima anzeigen (vgl. Fig. 9). Der Wert für *h* ergibt sich aus dieser letzten Messung zu 1,86.

Zur Prüfung der Genauigkeit der Justierung fand eine Härtebestimmung der Strahlen statt, welche in die beiden I.-K. reflektiert wurden. Die Filterwirkung einer Aluminiumfolie wurde zu diesem Zwecke gemessen, indem diese vor die I.-K.-Spalte gebracht wurde. Die Foliendicke war mit einem Zeiss'schen Dickenmesser zu 0,02 mm bestimmt. Diese Filterversuche ergaben für die mittlere Wellenlänge der in die I.-K. I kommenden Strahlung den Wert $\lambda = 1{,}97$ ÅE. Für die in die I.-K. II reflektierte Strahlung wurde nach dieser Methode ein mittlerer Wellenlängenwert von $\lambda = 1{,}99$ ÅE. erhalten. Der λ-Wert, welcher sich aus der Reflexion an der Würfelfläche von NaCl, unter einem Glanzwinkel von 45°, in 2. Ordnung errechnet, beträgt 1,99 ÅE.

Am Schluß der Messungen mit Cu-A.K. stellten wir diese in Flucht, so daß ihre Oberfläche nur einen Winkel von 7,4° mit dem austretenden X-Strahl bildete. Dadurch war die Brennfleckform stark zu einer Ellipse mit vertikal stehender großer Achse verzerrt und der Reflexionsbereich in die I.-K. I mußte sich entsprechend verkürzen. Die maximale Intensität in dieser Kammer mußte aber steigen, und zwar wegen des zusammengedrängten primären Bündels auf einen kleineren Winkelbereich in der horizontalen Ebene. Fig. 8 gibt die Messung wieder, und trotz der starken Verschiedenheit der beiden Kurvenformen wird doch ein Pol.-grad 1,2 durch den Flächenvergleich erhalten.

2. Pt-Antikathode

Die Intensitätsausbeute der Röntgenstrahlung war natürlich, dem höheren Atomgewicht von Pt entsprechend, größer als bei Cu als Antikathode und so konnten die Pol.-gradbestimmungen bei tiefen Spannungen besser ausgeführt werden.

a) Die erste Versuchsreihe ist in Tab. 5a zusammengefaßt.

Der Absorptionsversuch mit 0,02 mm Al-Folie, zur Prüfung der gleichen Härten der in die I.-K. I und II reflektierten Strahlen, wurde auch hier mit dem gleichen Ergebnis im Wellenlängenunterschied wie bei den Versuchen mit Cu-A.K. wiederholt.

Tabelle 5a

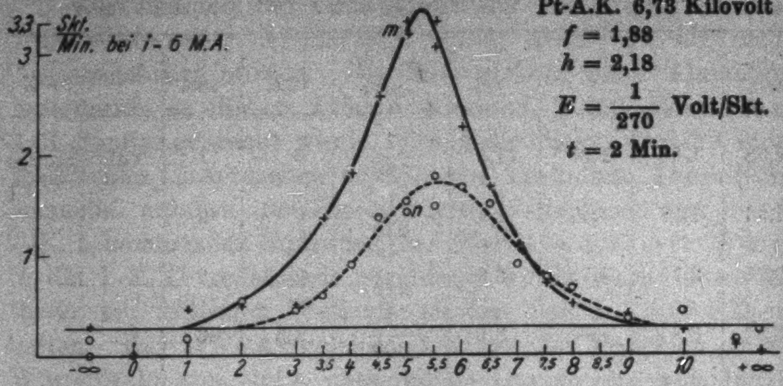
Kilovolt	h	f	$A_{\text{Skt.}}$	$E\,\frac{\text{Volt}}{\text{Skt.}}$	$i_{\text{MA.}}$	$t_{\text{Min.}}$	Bemerkung
10,88	1,88	1,86	11,3	$\frac{1}{150}$	6	1	vgl. Fig. 5
7,84	1,59	1,57	4,9	$\frac{1}{270}$	6	2	
6,73	2,16	1,75	3,6	$\frac{1}{310}$	6	2	
6,37	3,4	—	3,3	$\frac{1}{300}$	8,5	3	

b) Eine völlige Neujustierung der Anordnung war vorgenommen worden. I.-K. I und II standen unter einem Winkel von 90,6° zum primären Röntgenstrahl. Der Glanzwinkel bei der Reflexion betrug also 44,7° statt 45°. Durch die Bestimmung des Winkels zwischen der Fluchtstellung und der Reflexionsstellung in die I.-K. I, einer in der Spektrometerachse stehenden Glasplatte, wobei das Röntgenlicht wieder durch optisches Licht ersetzt war, wurde der obige Winkel bestimmt. Die folgende Tab. 5b gibt eine Zusammenstellung der Ergebnisse der Pol.-gradbestimmungen mit der neujustierten Apparatur.

Tabelle 5b

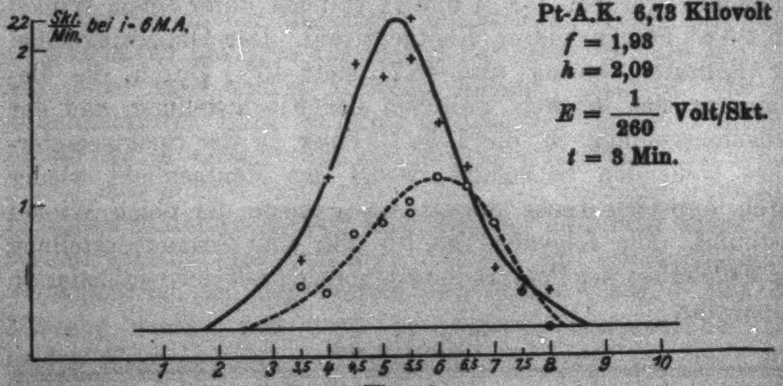
Kilovolt	h	f	$A_{\text{Skt.}}$	$E\,\frac{\text{Volt}}{\text{Skt.}}$	$i_{\text{MA.}}$	$t_{\text{Min.}}$	Bemerkung
6,73	2,18	1,88	3,3	$\frac{1}{270}$	6	2	Fig. 10.
6,73	2,09	1,93	2,2	$\frac{1}{260}$	6	3	verkürzte I.-K. Fig. 11
6,73	2,10	1,84	3,6	$\frac{1}{260}$	6	2	Beeinflussung des Kathodenstrahles durch ein Magnetfeld Fig. 12
6,37	2,62	—	2,5	$\frac{1}{270}$	6	3	Fig. 13

c) Der Steinsalzkristall wurde um 90° gedreht auf den Halter aufgekittet und in dieser Lage zwei Messungen ausgeführt, deren Ergebnisse sich auch völlig den übrigen Bestimmungen einordnen. In Tab. 5c sind diese Resultate aufgezeichnet.



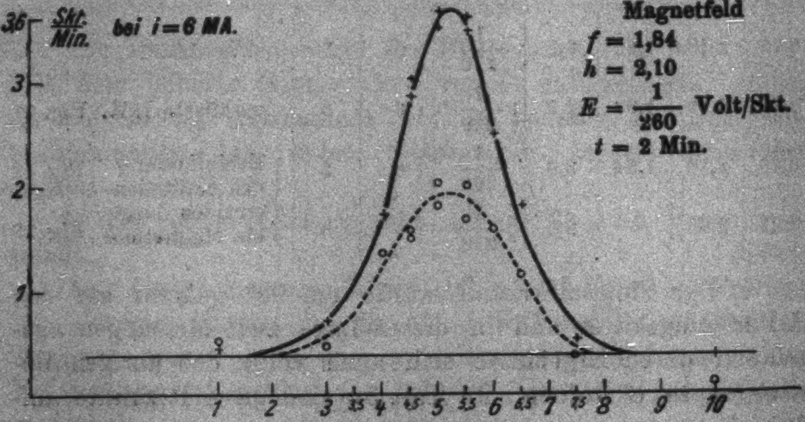
Pt-A.K. 6,73 Kilovolt
$f = 1{,}88$
$h = 2{,}18$
$E = \frac{1}{270}$ **Volt/Skt.**
$t = 2$ **Min.**

Fig. 10



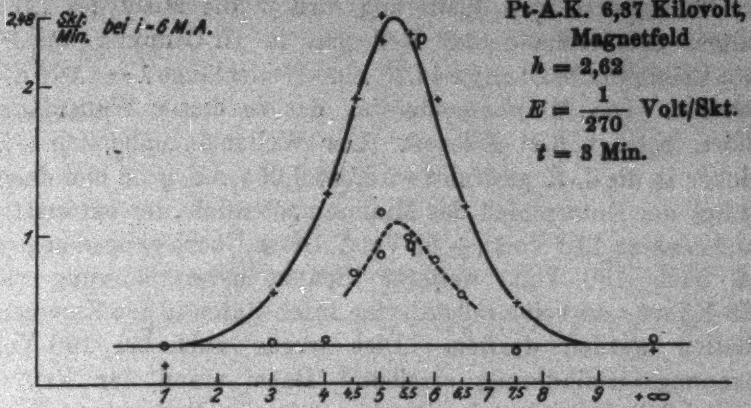
Pt-A.K. 6,73 Kilovolt
$f = 1{,}98$
$h = 2{,}09$
$E = \frac{1}{260}$ **Volt/Skt.**
$t = 3$ **Min.**

Fig. 11



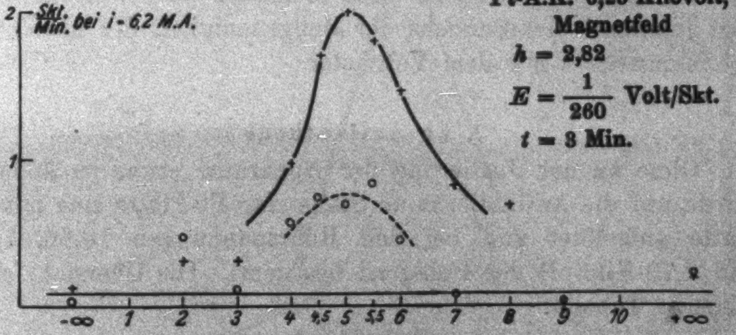
Pt-A.K. 6,73 Kilovolt,
Magnetfeld
$f = 1{,}84$
$h = 2{,}10$
$E = \frac{1}{260}$ **Volt/Skt.**
$t = 2$ **Min.**

Fig. 12



Pt-A.K. 6,37 Kilovolt, Magnetfeld
$h = 2{,}62$
$E = \frac{1}{270}$ Volt/Skt.
$t = 3$ Min.

Fig. 13



Pt-A.K. 6,25 Kilovolt, Magnetfeld
$h = 2{,}82$
$E = \frac{1}{260}$ Volt/Skt.
$t = 3$ Min.

Fig. 14

Tabelle 5c

Kilovolt	h	f	$A_{\text{Skt.}}$	$E \frac{\text{Volt}}{\text{Skt.}}$	$i_{\text{M.A.}}$	t_{min}	Bemerkung
8,59	1,45	1,27	8,4	$\frac{1}{250}$	6,0	1	Durch ein Magnetfeld beeinflußter Kathodenstrahl Fig. 14
6,25	2,82	—	2,0	$\frac{1}{260}$	6,2	3	

Die niedrigsten bei diesen Meßreihen mit Pt-A.K. angewendeten Spannungen betrugen 6,37 und 6,25 Kilovolt. Leider konnten bei diesen Spannungen auch nur Maxima mit Sicherheit gemessen werden.

Nach der letzten Justierung wird in die Mitte des I.-K.-spaltes, entsprechend der Reflexion in II. Ordnung an der (100)-Ebene von NaCl unter 44,7°, eine Wellenlänge $\lambda = 1{,}979$ ÅE. geworfen. Das Minimumpotential, das zu dieser Wellenlänge gehört, beträgt 6,21 Kilovolt. Der Wellenlängenbereich $\Delta\lambda$, welcher in die I.-K. gestrahlt wird, ist 0,055 ÅE. groß und daher beträgt der Unterschied des Minimumpotentials der extremsten Randstrahlen 170 Volt (± 85 Volt). Diese Überlegungen zeigen, daß nach 130 Volt weiterer Spannungsverminderung von 6,25 Kilovolt an keine reflektierten Intensitäten in den Kammern erhalten werden durften. Dies wurde auch bei 160 Volt Spannungsverminderung erreicht. Dabei stand der Kri. in der bei 6,25 Kilovolt gefundenen, maximalen Reflexionsstellung und die am Rohr liegende Spannung wurde in Stufen von 60 und 40 Volt verringert. Die Differenz von etwa 30 Volt liegt innerhalb des Bereichs der Meßgenauigkeit der absoluten Spannungswerte mit dem Voltmeter.

3. Ag-Antikathode

Ohne an der Justierung der Apparatur etwas zu ändern, wurde auf die Antikathode an Stelle der Pt-Platte eine Silberplatte aufgelötet und bei den Rohrspannungen 10,88, 7,75 und 6,73 Kilovolt der Pol.-grad bestimmt. Die Übersicht gibt folgende Tabelle:

Tabelle 6

Kilovolt	h	f	$A_{\text{Skt.}}$	$E \frac{\text{Volt}}{\text{Skt.}}$	$i_{\text{MA.}}$	t_{min}	Bemerkung
10,88	1,31	—	9,5	$\frac{1}{250}$	6.0	1	I.-K. I + 200 Volt — I.-K. II − 200 „ —
10,88	1,30	—	11,0	$\frac{1}{260}$	6,0	1	I.-K. I − 200 „ — I.-K. II + 200 „ —
10,88	1,37	1,26	10,5	$\frac{1}{240}$	6,8	1	I.-K. I − 200 „ vgl. I.-K. II + 200 „ Fig. 15
10,88	1,32	1,45	9,2	$\frac{1}{240}$	6,8	1	I.-K. I + 200 „ — I.-K. II − 200 „ —
7,75	1,61	1,49	3,7	$\frac{1}{270}$	6,0	2 }	— I.-K. I − 200 „ I.-K. II + 200 „ vgl. Fig. 16
6,73	2,16	2,04	1,9	$\frac{1}{250}$	6,0	4 }	

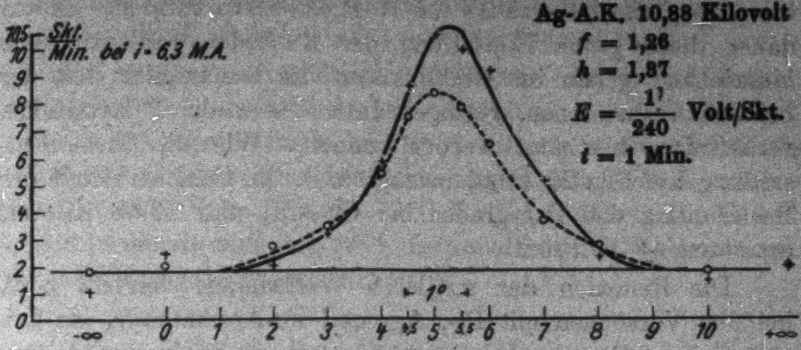


Fig. 15

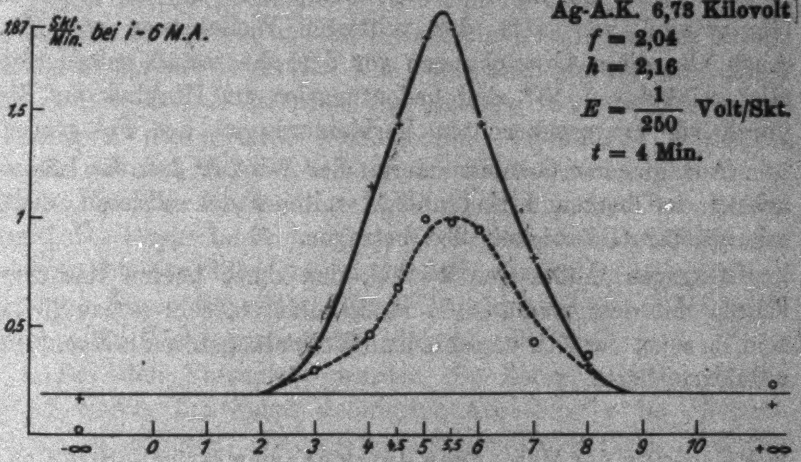


Fig. 16

VIII. Die Fehlerquellenbetrachtungen

1. Justierungsfehler

Der rechte Winkel, den der Kathodenstrahl mit dem primären Röntgenstrahlenbündel bilden sollte, konnte nur nach Augenmaß eingestellt werden. Es war daher eine Abweichung des Kathodenstrahls um einige Grade von seiner theoretisch geforderten Lage durchaus möglich. Nun zeigt aber eine einfache Überlegung, daß der im schlimmsten Falle gemachte Orientierungsfehler bei der Festlegung der Kathodenstrahlenrichtung mindestens zehnmal größer sein müßte, um eine Verkleinerung des Pol.-grades um 10 Proz. hervorzurufen. Es war daher diese grobe Einstellung der Kathodenstrahlenrichtung hinreichend genau im Hinblick auf die Genauigkeit, mit der bei den vorhandenen, geringen Intensitäten die Polarisationsverhältnisse bestimmt werden konnten. Wie die Zusammenstellung auf Fig. 20 zeigt, beträgt z. B. die Unsicherheit in der Bestimmung des Pol.-grades bei Cu-A.K. und 10,88 Kilovolt Spannung ± 10 Proz.

Die Reflexion der mittleren Wellenlänge von $\Delta\lambda$ fand, bei den Versuchen mit Pt-, Ag- und Fe-Antikathode, am Kri. unter einem Glanzwinkel von 44,7° statt, an Stelle eines Glanzwinkels von 45°. Die extremsten Randstrahlen des Wellenlängenbereichs $\Delta\lambda$ unterschieden sich um etwa ± 48′ in ihrem Glanzwinkel von dem der mittleren Wellenlänge von $\Delta\lambda$. Auch alle diese Abweichungen von dem theoretisch geforderten Glanzwinkel von 45° sind bedeutungslos, im Hinblick auf die durch sie hervorgebrachten Verkleinerungen des Pol.-grades.

Aus gleichen Gründen mußte der Winkel, den die Längsachsen der beiden I.-K. I und II miteinander bildeten, nicht mit größter Genauigkeit 90° betragen.

Dagegen mußte der Winkel, den diese beiden Kammerachsen mit dem primären X-Strahl bildeten, sehr genau gleich sein, da sonst der Kri. verschiedene Wellenlängen in die Kammern reflektiert hätte.

2. Fälschung der Messungen durch unsymmetrische Strahlengänge in den I.-K.

Um sicher zu sein, daß die Messungen von etwa vorhandenen unsymmetrischen Strahlengängen in den beiden oder in einer der Kammern nicht wesentlich gefälscht wurden, verkürzten wir die beiden I.-K. um 8,7 cm durch das Einschieben gut an die Kammerwandungen sich anschließender Aluminiumdeckel. In ihnen befanden sich seitlich schlitzförmige Öffnungen zum Durchtritt der Kammerelektroden, um diese nicht abändern zu müssen. Zwei Versuche unter sonst völlig gleichen Bedingungen, aber das eine Mal mit normalen, das andere Mal mit verkürzten I.-K., ergaben gleiche Polarisationsgrade. (Vgl. Figg. 10 und 11 und Tab. 5b, Kapitel VII.)

3. Haben die entgegengesetzt aufgeladenen I.-K. einen Einfluß auf die Pol.-gradbestimmungen?

Bei allen Polarisationsversuchen war die I.-K. I immer auf – 200 Volt, die I.-K. II auf + 200 Volt geladen. Die Versuche mit Ag-Antikathode bei 10,88 Kilovolt wurden nun, wie aus Tab. 6 ersichtlich, auch mit umgekehrt geladenen Kammern (I.-K. I + 200 Volt, I.-K. II – 200 Volt) ausgeführt. Ein Unterschied im gemessenen Pol.-grad, der außerhalb der Fehlergrenzen lag, ergab sich hierdurch nicht.

4. Zeigen I.-K. I und II gleich intensive Strahlungen gleich stark an?

Die beiden Kammern I.-K. I und II waren völlig gleichdimensioniert gebaut und für die einzelnen Teile war das gleiche Material verwendet worden. Um jedoch auch experimentell sicher zu stellen, daß X-Strahlen der gleichen Intensität in beiden Kammern die gleichen ionisierenden Wirkungen auslösten, wurde auf den Kri.-halter über den Kri. eine ungefähr ebenso große Cu- oder Fe-Platte gelegt. Auch eine mit Chrompulver bestäubte Pappscheibe kam zur Verwendung. Diese Radiatoren streuten hauptsächlich ihr von der auftreffenden Primärstrahlung erregtes Fluoreszenzlicht, das ja unpolarisiert ist und folglich nach allen Richtungen gleich intensiv strahlte.

Bei den Versuchen wurden die Zeiten t gestoppt, die nötig waren, um einen definierten Ausschlag e im Elektrometer zu erhalten. Betrug die mittlere Stromstärke i bei der Erzeugung von e, so ist bei konstanter Elektrometerempfindlichkeit $\frac{1}{t \cdot i} = B$ ein Maß der Empfindlichkeit der Kammer für Röntgenstrahlung der Wellenlängen, die in der Größenordnung der angewendeten Fluoreszenzstrahlung entsprechen. Mehrmals hintereinander wurden abwechselnd in I.-K. I die Größe B_{I} und in I.-K. II die Größe B_{II} bestimmt und die Mittelwerte B_{I} und B_{II} aus etwa 5—10 Messungen gebildet. Der Quotient $B_{\text{I}}/B_{\text{II}}$ ergibt, wievielmal mehr I.-K. I eine unpolarisierte Strahlung anzeigte als I.-K. II. Die Tab. 7 gibt eine Zusammenstellung der Ergebnisse dieser Messungen wieder. In ihr bedeuten:

V die Rohrspannung, L die Ladung der Ionisationskammern und zwar $\mathrm{II}_{(\pm)}$, daß die I.-K. II auf $_{(\pm)}$200 Volt geladen war, $\mathrm{I}_{(\pm)}$, daß die I.-K. I auf $_{(\pm)}$200 Volt Spannung sich befand.

Tabelle 7

Radiator	A.K.	V Kilo-volt	$B_{\mathrm{I}}/B_{\mathrm{II}}$	L	Bemerkung
Fe	Cu	10,88	0,99	I – II +	
"	"	8,59	0,97	I – II +	
Cu	"	8,59	Streustrahlung nicht mehr meßbar	I – II +	
Fe	Ag	10,88	1,01	I – II +	
"	"	10,88	1,09	I – II +	
"	"	10,88	1,08	I – II +	
"	"	10,88	1,14	I + II –	Maximalwert
"	"	10,88	1,05	I – II +	
Cr	"	10,88	1,06	I – II +	
Cu	"	10,88	1,02	I – II +	
Fe	Fe	10,88	1,07	I – II +	
Cr	"	10,88	1,04	I – II +	
Fe	"	10,88	1,00	I – II +	

Mittel: 1,04

Nach diesen Versuchen war I.-K. I um 4 Proz. empfindlicher als I.-K. II. Es muß daher bei der Angabe der absoluten Werte der Pol.-grade diese Tatsache berücksichtigt werden. Alle in Kapitel VII angegebenen Werte der Pol.-verhältnisse sind daher um 4 Proz. zu erhöhen.

Um mit dieser Apparatur auch einige Pol.-gradbestimmungen nach der Barklaschen Methode auszuführen, kam an die Stelle der Cu-, Fe- oder Cr-Radiatoren auf den Halter eine Paraffinplatte gleicher Größe. Das Paraffin war durch eine Vakuumdestillation gereinigt. Das gesamte, das Röntgenrohr verlassende Strahlengemisch wurde am Radiator gestreut. Der Pol.-grad wurde einfach als das Verhältnis der in I.-K. II zu der in I.-K. I gemessenen Intensitäten der Streustrahlung definiert. Es kam so der Pol.-grad des ganzen Bremsspektrums zur Messung, für dessen Wert der Pol.-grad der Wellenlängen im Maximum des Spektrums ausschlaggebend ist. Vorausgesetzt ist, daß nur das reine kont. Spektrum, frei von Beimengungen von Fluoreszenzstrahlungen, gestreut wird.

Dieser Fall konnte mit Pt-Antikathode bei den Spannungen 10,88 und 8,8 Kilovolt verwirklicht werden. Bei 10,88 Kilovolt war die Größenordnung der Elektrometerausschläge 4—5 Skalenteile pro Minute bei einer Elektrometerempfindlichkeit von $\frac{1}{230}\,\frac{\text{Volt}}{\text{Skt.}}$ und einer Röhrenstromstärke von 8,5 MA. Die Aufladezeit t des Elektrometers betrug 1 Minute. Tab. 8 zeigt die Übereinstimmung der Werte der einzelnen Versuche. Die erste vertikale Reihe gibt die tätige I.-K. an und in der zweiten vertikalen Reihe sind die auf Rohrstrom und Empfindlichkeit des Elektrometers reduzierten Elektrometerausschläge e_r aufgetragen. Sie stellen ein Maß der Intensität der Strahlung dar. Aus diesen Werten errechnete sich als Pol.-grad der Wert 1,29 (ohne Berücksichtigung der verschiedenen Empfindlichkeiten von I.-K. I und II).

Bei einer Rohrspannung von 8,8 Kilovolt betrug die Elektrometeraufladezeit 2 Minuten, und die dabei erhaltenen Ausschläge waren 3—4 Skt. groß. In der dritten vertikalen Reihe der Tab. 8 sind die reduzierten Ausschläge der Einzelversuche eingetragen. Durch Mittelwertbildung ergibt sich bei diesem Versuch der Pol.-grad 1,35.

Tabelle 8

I.-K.	e_r bei 10,88 Kilovolt	e_r bei 8,8 Kilovolt
I	0,94	0,67
II	1,13	0,96
I	0,94	0,67
II	1,23	0,90
I	0,92	0,73
II	1,33	
I	0,95	
II	1,25	
I	1,01	
II	1,18	
I	0,94	

Die beiden Mittelwerte (1,29 und 1,35) der zwei Versuche stimmen überein mit dem durch Kri.-reflexion bestimmten Pol.-grad bei 10,88 Kilovolt. Dort lag das $\Delta\lambda$ (bei etwa 2 ÅE.) nach den Messungen von Kulenkampff, die in I. Ordnung aufgenommen sind, nahe dem Maximum des kont. Spektrums.

Ein Streuversuch an Paraffin bei 10,88 Kilovolt und mit Fe als Antikathode ausgeführt, ergab den niedrigeren Polarisationsgrad 1,19. Diese Verminderung dürfte durch die vorhandene, starke Eigenstrahlung des Eisens bedingt sein.

5. Der Kristalleinfluß

Da sich die Spaltflächen von NaCl, $CaCO_3$ und KCl nicht stark in ihrem Gitterabstand unterscheiden (NaCl = 2,814 ÅE., $CaCO_3$ = 3,028 ÅE. und KCl = 3,13 ÅE.) hätten Polarisationsversuche an diesen Flächen, unter sonst völlig gleichen Bedingungen, entscheiden können, ob der besondere geordnete Aufbau des reflektierenden Kri. einen Einfluß auf den Polarisationsgrad der zu messenden Strahlung ausübt oder nicht. Leider waren aus Intensitätsgründen bis jetzt nur Messungen an NaCl (100) möglich. Daß ein großer Einfluß dieser Art nicht vorliegen kann, beweisen Versuche von H. Mark und L. Szilard[1]), welche die an einem Fe-Radiator unter 90° gestreute, daher polarisierte CuK-Strahlung an Gips spektroskopierten und ebenfalls polarisiert fanden. Auch würde eine geringe Beeinflussung, die ja bei demselben Kristall immer von gleicher Größe auftreten müßte, der Beantwortung unserer in Kapitel I gestellten Fragen nicht hinderlich sein. Nur die Absolutwerte der Polarisationsgrade würden eine Fälschung erleiden.

6. Kam die Fe-K_α-Strahlung in die I.-K. I und II?

Ein Pol.-versuch bei 10,88 Kilovolt mit Fe als Antikathode wurde als experimenteller Beweis dafür ausgeführt, daß keine charakteristische K_α-Strahlung des Eisens, deren Wellenlänge (λ = 1,936 ÅE.) von dem auf seinen Pol.-grad untersuchten $\Delta\lambda$ sich nur wenig unterscheidet, in die Kammern kam. Denn kleine Eisenverunreinigungen können auch in den reinsten A.K.-metallen vorkommen, und eine Röntgenstrahlenanalyse

---

1) H. Mark u. L. Szilard, Ztschr. f. Phys. 35. S. 743. 1926.

der verwendeten Antikathodenmetalle daraufhin ist nicht vorgenommen worden. Infolge der zweiten Justierung strahlte in die Mitte der S_2-Spalte der I.-K. eine Wellenlänge $\lambda = 1{,}9794$ ÅE., die unter einem Glanzwinkel von 44,7° an (100) NaCl reflektiert wurde. Da nun der halbe $\varDelta\lambda$-Bereich 0,0275 ÅE. betrug, so kam als kurzwelligste Strahlung höchstens $\lambda = 1{,}9519$ ÅE. in die Kammern, daher die langwelligste K_α-Linie von Fe $\lambda = 1{,}9365$ ÅE. gerade nicht mehr. Dies wurde auch durch den Pol.-versuch bestätigt, da die

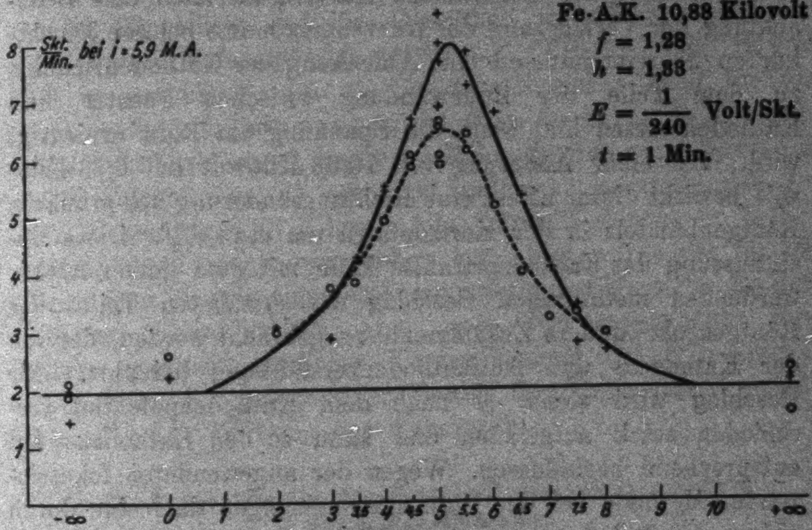


Fig. 17

K-Anregungsgrenze für Fe dabei schon um 3,8 Kilovolt überschritten war und eine Intensitätsvermehrung in den Kammern gegenüber den Versuchen mit der ungefähr gleich schweren Cu-A.K. nicht eintrat. Fig. 17 zeigt das Ergebnis des Fe-Versuches, wonach sich ergibt:

Tabelle 9

Kilovolt	h	f	$\varDelta_{\text{Skt.}}$	$E\,\frac{\text{Volt}}{\text{Skt.}}$	$i_{\text{MA.}}$	$t_{\text{Min.}}$	Bemerkung
10,88	1,33	1,28	8,0	$\frac{1}{240}$	5,9	1	Fig. 17

7. Die Brennfleckwanderungen

Betrachtet man die Lage des in I.-K. I gemessenen Kurvenmaximums, so erkennt man seine systematische Verlagerung nach rechts mit abnehmender Spannung am Röntgenrohr (vgl. z. B. Figg. 5, 10 und 15, 16). Dies kann nur auf eine kleine Fokusverlagerung bei Spannungsänderung zurückgeführt werden. Da das in I.-K. II gemessene Maximum ungeändert bleibt, kommt nur eine Beeinflussung der Kathodenstrahlen in der horizontalen Ebene in Frage und zwar ergeben die Verlagerungen sowohl der reflektierten Kurven, als auch eine Beobachtung der Verlagerung des Kurvenmaximums bei den Fluchtkurven übereinstimmend eine Ablenkung der Kathodenstrahlen zu dem Teile der Rohrwandung zwischen Fenster und Kathodenstutzen hin, wenn die Spannung am Rohr erniedrigt wird. Bei einer Änderung von 10,88 Kilovolt auf 6,73 Kilovolt bewirkt dieser Effekt eine Richtungsänderung des primären Röntgenbündels in der Horizontalen um etwa $^1/_2{}^0$. Diese Beeinflussung des Kathodenstrahles kann mit dem immer stärker werdenden metallischen Beschlag des erwähnten Teiles der Röntgenrohrwand in Zusammenhang gebracht werden, der von der Kathoden- und Antikathodenzerstäubung herrührt. Der Beschlag wird sicher je nach dem Kathodenpotential verschieden stark aufgeladen und kann so den Kathodenstrahl entsprechend beeinflussen. Wegen der angewendeten fokussierenden Methode bei den Intensitätsmessungen darf eine durch obigen Einfluß hervorgerufene Desorientierung des primären Röntgenstrahles keine Wellenlängenverschiedenheit in den Kammern, also auch keine Änderung des Polarisationsgrades bedingen, solange nur der Kri. vollkommen bestrahlt wurde bei den Verlagerungen.

Um dies zu prüfen, wurde durch Aufstellung zweier vertikaler eisenloser Drahtspulen am Kathodenstutzen für die Erzeugungsmöglichkeit eines vertikalen Magnetfeldes vor der Kathode gesorgt. Durch Variation des durch die Spulen geschickten Stromes war eine Änderung des Feldes und damit eine, der obigen Kathodenstrahlbeeinflussung entgegengesetzte, gleich große möglich, so daß der Röntgenstrahl wieder durch die Spektrometerachse lief. Diese Einstellung konnte erreicht werden, indem die Schattenwirkung eines in der Spektrometerachsenverlängerung sitzenden, 2 mm dicken Al-Stiftes im primären Röntgenbündel beobachtet wurde. Zu diesem Zweck kam direkt hinter den Al-Stift die verlängerte, früher beschriebene I.-K. III. Wenn in dieser der geringste Ionisationsstrom floß, bei einer bestimmten durch die Spulen geschickten Stromstärke war dies der Fall, so mußte gerade das Maximum des primären Röntgenbündels durch den Al-Stift abgeschirmt werden, also durch die Spektrometerachse gehen.

Der Kontrollversuch, den Pol.-grad einmal mit dem außerhalb der Spektrometerachse liegenden primären Röntgenstrahl zu messen, das andere Mal mit dem in ihr liegenden und die beiden Ergebnisse auf ihre Gleichheit zu prüfen, wurde bei der zweiten Versuchsreihe mit Pt-A.K. (Tab. 5b, Figg. 10 und 12) vorgenommen. Da die Spektrometerachse auch für die dort erfolgte Neujustierung in der Mitte des primären Röntgenstrahlenbündels stand, wenn am Rohr die maximale Spannung 10,88 Kilovolt lag, so war nicht anders zu erwarten, daß bei der Spannung 6,73 Kilovolt die Intensitätskurve in I.-K. I wieder nach rechts verschoben lag. Nun wurde der für die Erzeugung eines geeigneten kompensierenden Magnetfeldes notwendige Strom zu 0,35 Amp. nach dem angegebenen Verfahren ermittelt und der Kontrollversuch bei 6,73 Kilovolt ausgeführt. Er lieferte einen Beweis für die genügend genaue fokussierende Wirkung der Apparatur.

IX. Ergebnisse aus den Polarisationsgradbestimmungen durch Kri.-Reflexion

1. Zur Beantwortung der ersten in Kapitel I gestellten Frage nach der Abhängigkeit des Pol.-grades eines Wellenlängenbereiches $\Delta\lambda$ von seiner Lage im kont. Spektrum muß hervorgehoben werden, daß es bis jetzt nur möglich war bei der (100) Ebene von NaCl genügend starke Reflexionsintensitäten zu erhalten. Es konnten daher auf Grund der Forderung der Polarisationsanordnung: Glanzwinkel $\varphi = 45^\circ$, mit derselben Netzebene eines Kri. verschiedene Wellenlängen des kont. Spektrums, bei konstanter Rohrspannung, auf ihren Pol.-grad nicht untersucht werden. Nur durch Änderung der Rohrspannung konnte dem $\Delta\lambda$, das immer bei 2 ÅE. lag, ein verschiedener Platz im Spektrum erteilt werden, der beim

Minimumpotential an der Grenze des Spektrums lag. Es mußten also immer zwei Faktoren auf einmal geändert werden; die Stelle von $\Delta\lambda$ im Spektrum und das Rohrpotential. Es wurden also Isochromaten gemessen. Die Intensität von $\Delta\lambda$ nahm durch das Herabsetzen der Spannung und durch die dadurch bewirkte Annäherung an die Grenze stark ab. Die Grenze der Messungsmöglichkeit war gegeben, wenn eine genügend genaue Definition der Reflexionsintensitätskurven, auf Grund der gemessenenen Punkte, nicht mehr möglich war.

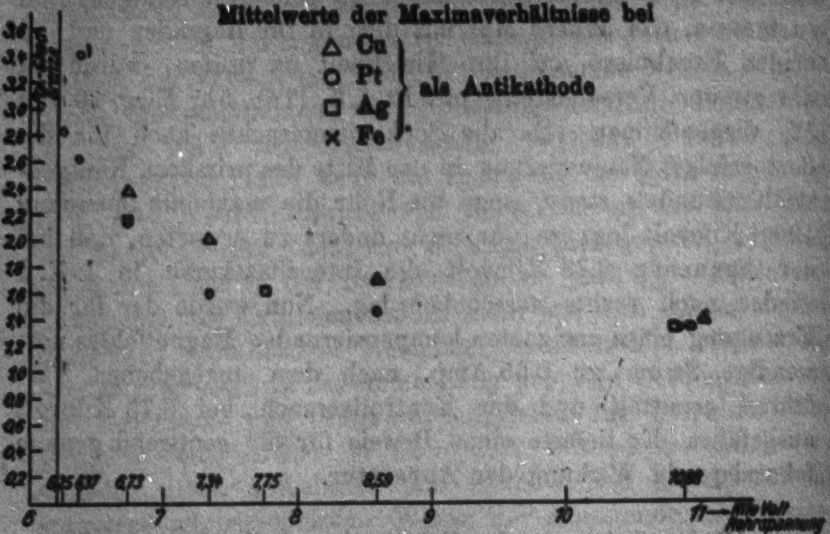


Fig. 18

Auf den Figg. 18 und 19 sind die Ergebnisse dieser Messungen zusammengestellt. Dabei sind als Abszissen die Rohrspannungen in Kilovolt und als Ordinaten die Polarisationsgrade (Mittelwerte soweit mehrere Messungen vorlagen) aufgetragen und zwar auf Fig. 18 als Maximaverhältnisse, auf Fig. 19 als Flächenverhältnisse.

Man erkennt daraus ein beschleunigtes Anwachsen des Pol.-grades mit Annäherung an das Minimumpotential und zwar für die 3 Antikathodenmetalle Cu, Ag und Pt in gleicher Weise. Für Cu liegen die Mittelwerte der Maximaverhältnisse systematisch über den Werten von Pt und Ag, was nicht auf die kleine Änderung im Glanzwinkel von 45° auf

44,7° bei den Pt- und Ag-Versuchen, gegenüber den Cu-Versuchen zurückgeführt werden kann, sondern eine kleine Verschiedenheit des Pol.-grades mit dem Antikathodenmaterial, im Sinne wachsender Polarisation bei geringerem Atomgewicht der Antikathode möglich macht. Leider konnten Versuche mit Antikathoden von noch geringeren Atomgewichten (Al, Be) bis jetzt noch nicht zahlenmäßig genau ausgeführt werden. Doch deuten auch die Vorversuche bei Al auf einen etwas größeren Pol.-grad hin.

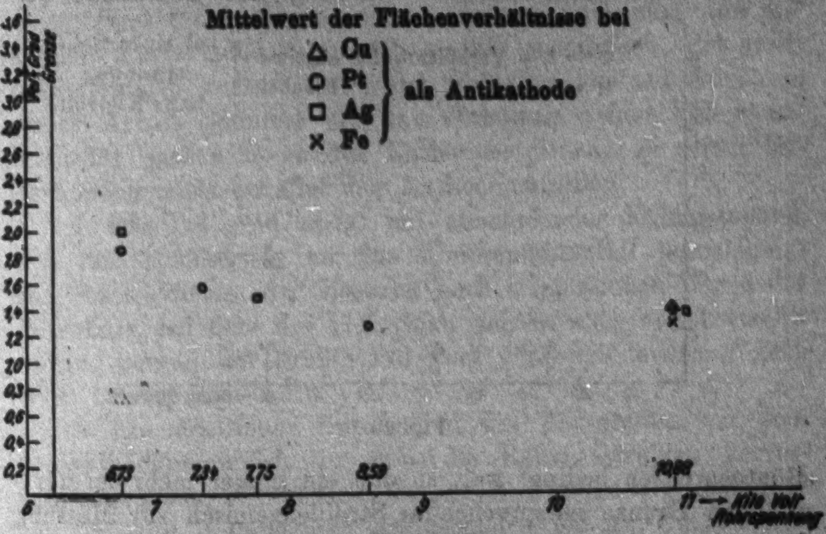


Fig. 19

Beim tiefsten, der Pol.-gradbestimmung zugänglichen Werte des Potentials, bei welchem der Wellenlängenbereich $\Delta\lambda$ gerade noch völlig in die I.-K. gestrahlt wurde, ergab sich ein Pol.-grad von etwa 2,7.

Ein Vergleich mit den Messungsergebnissen von Kirkpatrick[1]), der durch Filterung eines bei 57,9 Kilovolt, mit Wolframantikathode erzeugten, kont. Spektrums den Pol.-grad in den einzelnen Teilen desselben bestimmte und einen linearen Anstieg des Pol.-grades mit der Änderung der Wellenlänge gegen die Grenze zu erhielt, kann nicht vorgenommen werden, da seine Methode für die Bestimmung des Pol.-grades in nächster Nähe der Grenze versagt.

---

[1]) P. Kirkpatrick, Phys. Rev. 22. II. Ser. S. 226. 1923.

Der, nach der hier angewendeten Meßmethode erhaltene, beschleunigte Pol.-gradanstieg mit abnehmendem Potential könnte an und für sich durch die Spannungsänderung am Rohr bedingt sein. Ham und Kirkpatrick fanden ein etwas beschleunigtes Anwachsen des Pol.-grades des gesamten, kont. Spektrums mit abnehmender Rohrspannung. Ob dieser Effekt aber nicht nur durch die bei Erniedrigung der Spannung stärker ins Gewicht fallende Filterung der Glaswände der Röntgenröhren bedingt war, so daß ein immer mehr der kurzwelligen Grenze entsprechendes Strahlengemisch zur Messung kam, kann nicht entschieden werden, da keine Glasdicken und Absorptionskoeffizienten dafür in den Arbeiten angegeben wurden.

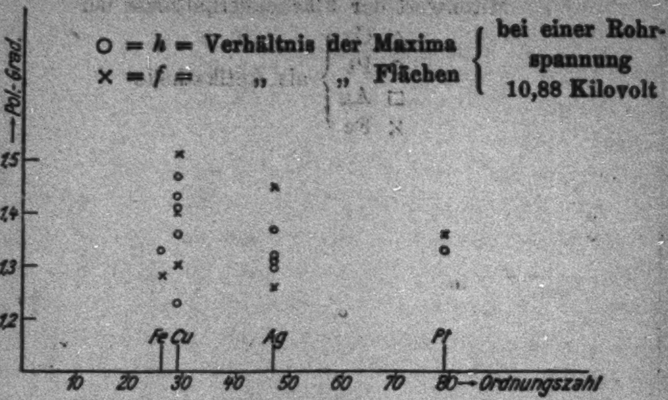


Fig. 20

2. Faßt man die mit den Antikathoden aus Pt, Ag, Cu und Fe bei der höchsten Spannung von 10,88 Kilovolt bestimmten Pol.-grade gemeinsam ins Auge, so zeigt sich für alle der fast gleiche Wert 1,35 (±0,2). Fig. 20 gibt diesbezüglich eine übersichtliche Zusammenstellung der einzelnen Versuchsergebnisse. Bringt man die durch die verschiedenen Empfindlichkeiten der I.-K. I und II bedingte Korrektion an, so erhält man als den absoluten Wert des Pol.-grades der Wellenlängen im Maximum des kont. Spektrums den Wert 1,4 (±0,2).

3. In dem letzten Ergebnis liegt aber schon die Antwort auf die dritte Frage des I. Kapitels, daß es für den Pol.-grad

eines $\Delta\lambda$ im kont. Spektrum völlig gleichgültig ist, ob eine charakteristische Strahlung mit einer dem $\Delta\lambda$ benachbarten Wellenlänge intensiv auftritt oder nicht. Denn bei 10,88 Kilovolt wird sowohl bei Pt, als auch bei Ag keine K-Strahlung angeregt, wahrend bei Cu und Fe die K_a-Linien, die dem $\Delta\lambda$ sehr benachbart sind, mächtig angeregt werden.

X. Zusammenfassung

Die genügend intensive Reflexion eines Wellenlängenbereiches $\Delta\lambda$ von 0,055 ÅE., bei ungefähr 2 ÅE. im kotinuierlichen Spektrum gelegen, unter einem Glanzwinkel von 45° an der Würfelfläche von NaCl, machte es möglich, Pol.-gradbestimmungen auszuführen. Der Pol.-grad von $\Delta\lambda$ wurde in dieser Arbeit definiert als das Verhältnis seiner Reflexionsintensität senkrecht zu den Kathodenstrahlen, zu seiner Reflexionsintensität parallel den Kathodenstrahlen.

1. Der Pol.-grad steigt mit abnehmender Rohrspannung, also mit Annäherung an das Minimumpotential beschleunigt an. Beim tiefsten, der Messung noch zugänglichen Werte des Potentials, bei dem der L-K.-Spalt gerade noch voll bestrahlt wurde, konnte der größte Pol.-grad gemessen werden. Sein Wert betrug etwa 2,7.

2. Ein deutlicher Unterschied des Pol.-grades von dem Antikathodenmaterial, in dem die Röntgenstrahlen hervorgerufen wurden, konnte nicht festgestellt werden. Der Pol.-grad hat für alle untersuchten Antikathoden Pt, Ag, Cu, Fe den gleichen Wert 1,4 ($\pm 0,2$) bei 10,88 Kilovolt Rohrspannung.

3. Eine Änderung des Pol.-grades bei dem gleichzeitigen Auftreten der ungefähr gleich harten Eigenstrahlung des Antikathodenmaterials konnte nicht festgestellt werden.

Würzburg, Physik. Inst. d. Univ., November 1926.

(Eingegangen 5. Januar 1928)

3. *Über die Polarisation der Eisen-$K\alpha$-Strahlung;*

von Hanns Haas

(Hierzu Tafel XIII)

Die kontinuierliche Röntgenstrahlung, welche von der Antikathode ausgeht, ist im allgemeinen teilweise polarisiert, während die ausgesandte Eigenstrahlung unpolarisiert ist. Das entspricht einerseits dem experimentellen Befund[1], andererseits auch den theoretischen Hilfsvorstellungen. Im Gegensatz hierzu hat **Bishop**[2] Messungen veröffentlicht, aus denen er auf eine Polarisation der Molybdän-$K\alpha$-Strahlung schloß.

Die Messungen, die ich auf Anregung von Hrn. Professor **Wagner** an der Eisen-$K\alpha$-Strahlung ausführte, ergaben, daß diese innerhalb der Fehlergrenzen unpolarisiert ist. Maßgebend für die Wahl der Eisen-$K\alpha$-Strahlung war, daß bei der benutzten Versuchsanordnung, deren wesentliches Kennzeichen die Verwendung spektral zerlegter Strahlen ist, die Bedingungen gerade bei dieser Linie besonders günstig sind. Bei Reflexion an Steinsalz in zweiter Ordnung beträgt nämlich der Glanzwinkel 43,5°, so daß die Reflexion nahe unter 90° zum Primärstrahl erfolgt.

Aufbau der Versuchsanordnung

An ein mit Wasserstoff gefülltes Röntgenrohr mit Eisenantikathode waren 7—12 Kilovolt Gleichspannung gelegt, die von einer Hochspannungsbatterie geliefert wurden. Die durch geeignete Spalte begrenzte Primärstrahlung trat senkrecht zum Kathodenstrahl aus und traf auf einen um den Strahl als Achse umklappbaren Steinsalzkristall. Je nach der Stellung des Kristalls wurde dann die Strahlung in eine Ionisationskammer mit kathodenstrahlparalleler Achse oder in eine hierzu senkrechte reflektiert. Die Anordnung der Spalte vor den Kammern bzw. im Primärstrahl entsprach der Fokussierungsbedingung. Der in der Kammer erzeugte Ionisierungsstrom wurde zur Messung einem Wulfschen Einfadenelektrometer mit Hilfsspannung zugeführt.

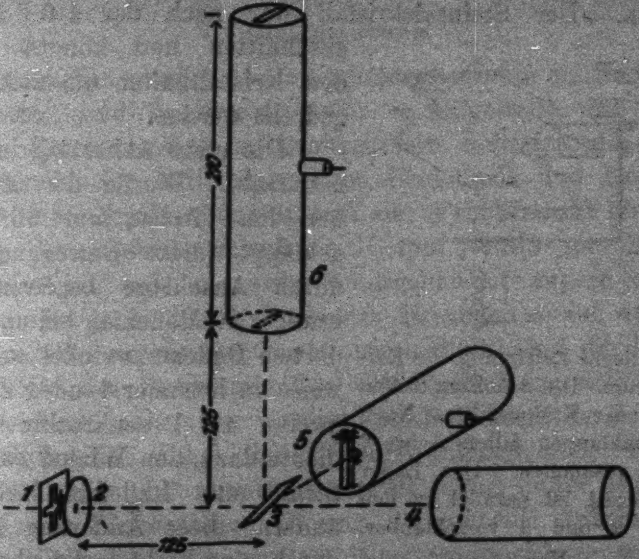
---

[1] C. G. **Barkla**, Jahrb. f. Radioakt. Elektronik 5. S. 246. 1908. — H. **Mark** und L. **Szillard**, Ztschr. f. Phys. 35. S. 743. 1926.

[2] J. B. **Bishop**, Phys. Rev. 27. S. 797. 1926; Phys. Ber. 8. S. 2092. 1927.

Einzelheiten

Das Rohr wurde mit einer rotierenden Gaedeschen Quecksilberpumpe ausgepumpt, die während der Messung ständig lief, indes durch ein Nadelventil reiner Wasserstoff mit änderbarer Geschwindigkeit nachströmte. So war es möglich, den Gasdruck und damit die Stromstärke passend zu wählen.

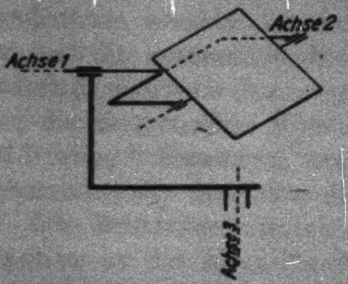


1 Kreuzspalt. 2 Drehspalt, Drehzentrum auf der Achse 1—4. 3. Kristall; die Stellung entspricht der Reflexion in die obere Ionisationskammer. 4 Ionisationskammer III in Fluchtstellung. 5 Ionisationskammer I, Achse 87° gegen den Primärstrahl 1—4. 6. Ionisationskammer II. Maßzahlen in mm.

Fig. 1

Die Spannung konnte durch gruppenweises Zu- und Abschalten von Zellen einer Zusatzbatterie von 200 Volt in einem Intervall von 20 Volt konstant gehalten werden.

Der in der Figur 1 mit 1 bezeichnete Spalt war kreuzförmig in Aluminiumblech eingeschnitten, mit einem Aluminiumblatt überdeckt und so luftdicht als Fenster auf einen Ansatz des Rohres aufgekittet. Spalt 2 war als schmales Rechteck ebenfalls in Aluminium eingeschnitten und so angebracht, daß er sowohl dem wagrechten als auch dem senkrechten Arm des Kreuzspaltes parallel gestellt werden konnte; die Spaltmitte blieb bei dieser Bewegung in Ruhe. Das Lager des Spaltes war in meßbarer Weise senkrecht und wagrecht so verschiebbar, daß die Projektion der Kreuzspaltmitte auf die Mitte des Spaltes 2 zu liegen kam. Die Bezeichnungen „Kreuzspalt“ für Spalt 1 und „Drehspalt“ für Spalt 2 sind im folgenden beibehalten. Der Steinsalzkristall war nach der 100-Ebene geschnitten und konnte durch den Kristallhalter um 2 Achsen gedreht werden.



Schematische Zeichnung des Kristallhalters. Die 3 Achsen treffen sich in der Kristallmitte. Nach dem Umklappen fallen Achse 2 und 3 zusammen. Das Lager der Achse 1 ist parallel zu den Achsen 2 und 3 verschiebbar.

Fig. 2

Die erste Achse lag im Primärstrahl. Wurde der Kristall um diese Achse um 90° umgeklappt (diese Bewegung war durch Anschläge begrenzt), so erfolgte die Reflexion bei unverändertem Reflexionswinkel wechselweise in Kammer 1 oder 2. Die zweite, zu 1 senkrechte Achse diente dazu, den Winkel zwischen Strahl und Reflexionsfläche zu ändern; diese Änderung konnte durch eine Lichtmarke abgelesen werden, welche von einem auf der Achsenverlängerung sitzenden Spiegel auf einer Skala entworfen wurde (Fig. 2).

Die Ionisationskammern waren völlig gleich gebaut. Sie bestanden aus weiten Aluminiumrohren, in welche Aluminiumsonden isoliert eingeführt waren. An der Stirnseite befanden sich Spalte, welche genau abgeglichen waren, und sich bei unveränderlicher Öffnung als Ganzes um kleine Beträge seitlich verschieben ließen; die Spalte waren mit Blattaluminium bedeckt. Die nicht benutzte Kammer wurde durch ein vorgesetztes Aluminiumblech verschlossen und blieb mit dem Elektrometer verbunden. An den Kammern lag eine Spannung von ±200 Volt; wegen der entgegengesetzten Aufladung beider

Kammern, wurde dadurch der Einfluß der Eigenionisation bis auf einen geringfügigen Rest kompensiert. Von den Sonden gingen Zuführungsdrähte, durch Messingrohre elektrostatisch geschützt, zum Elektrometer.

Die Spannungsempfindlichkeit des Elektrometers betrug bis zu 10^3 Skalenteile pro Volt. Die Kapazität des Systems war zur Erhöhung der Ladungsempfindlichkeit möglichst gering gehalten.

Die Justierung

Zunächst wurde auf die Spektrometerachse ein Nadelkreuz aufgesetzt und das Spektrometer so aufgestellt, daß der auf einem Fluoreszenzschirm beobachtbare Schatten des Nadelkreuzes in der Mitte des durch Brennfleck und Kreuzspalt bestimmten Strahlenbündels lag; der Primärstrahl ging dann durch die Spektrometermitte. Hierauf wurde der Drehspalt so aufgesetzt, daß das hierdurch ausgeblendete engere Strahlenbündel je nach der Stellung des Drehspaltes auf der senkrechten oder wagrechten Nadel lag und während der Drehung die Mitte des Strahlenbündels ständig auf den Schnittpunkt beider Nadeln fiel; in diesem Fall lag die Mitte des Drehspaltes in der Achse des Primärstrahlenbündels. Die Einstellung wurde photographisch geprüft, indem hinter dem Nadelkreuz eine Platte aufgestellt war, die vor dem Anbringen des Drehspaltes belichtet wurde. Eine zweite Platte wurde in geringer Entfernung des Kreuzspaltes kurz belichtet, dann der Drehspalt in die richtige Lage gebracht und in beiden Lagen belichtet. Der Schatten der Nadeln bzw. das Bild des Drehspaltes lag in der Mitte des Bildes des Kreuzspaltes. Nun wurde der so bestimmte Primärstrahl auf doppelte Weise durch Lichtstrahlen ersetzt, einmal indem eine Bogenlampe mit vorgesetzter Linse so aufgestellt wurde, daß ein paralleles Strahlenbündel den Schatten der beiden Nadeln durch den Drehspalt hindurch auf die Mitte des Kreuzspaltes warf; die Lichtstrahlen hatten dann die negative Richtung der Primärstrahlen. Dann wurde der Drehspalt durch einen kleinen, zwischen Kreuzspalt und Drehspalt ungefähr unter 45° stehenden Spiegel von einer seitlich stehenden Lampe her so beleuchtet, daß das austretende Lichtbündel, ebenso wie vorher der Röntgenstrahl, von den beiden Nadeln abwechselnd halbiert wurde. Auch dieses Strahlenbündel entsprach dann dem Primärstrahl.

Nun wurden die Abstände Drehspalt–Spektrometermitte–Ionisationskammer abgeglichen, so daß die Fokussierungsbedingung erfüllt war, und der Kristallhalter aufgesetzt. Der Kristallhalter wurde zunächst mit einem Stückchen Millimeterpapier bedeckt, auf dem die Kristallmitte bezeichnet war, und nach Seite und Höhe so verstellt, daß der Strahl auf die Kristallmitte auftraf. Wurde der Kristall nun (um Achse 2) geschwenkt, so mußte sich der Lichtfleck nach beiden Seiten symmetrisch verbreitern. Daß nicht nur die Kristallmitte im Strahl lag, sondern daß auch die Achse die Richtung des Primärstrahles hatte, ließ sich dadurch nachweisen, daß man das von der Bogenlampe kommende Licht an einem am Kristallhalter befestigten Spiegel reflektieren ließ, dessen Normale mit der Achse 1 einen kleinen Winkel bildete. Beim Umklappen um Achse 1 mußte das reflektierte Licht auf einem vor der Bogenlampe stehenden durchbohrten Schirm einen Viertelskreis beschreiben, dessen Mittelpunkt in die Mitte der Öffnung und damit in der Mitte des Strahles lag; wäre die Drehachse nicht im Strahl gelegen, so wäre der Mittelpunkt des Viertelkreises, den die Lichtmarke beschrieb, seitlich, nämlich im Durchstoßpunkt von Achse und Schirm gelegen.

Die Ionisationskammern 1 und 2 wurden folgendermaßen justiert: Zuerst wurde Kammer 1 nahezu in Fluchtstellung gebracht und die Primärintensität über ein kleines Bereich gemessen (vgl. Tab. 1). Das Maximum gab die genaue Fluchtstellung. Nun wurde die Kammer mittels des Spektrometerteilkreises in die richtige Stellung gebracht (d. h. 87° gegen die Fluchtstellung) und so gerichtet, daß die durch Fadenkreuze bezeichnete Kammerachse die Richtung nach demjenigen Punkt des Kristalls hatte, auf welchen der Primärstrahl auftraf. War die erste Kammer so richtig justiert, so wurde durch einen auf den Kristall aufgelegten Spiegel das Licht auf die Spaltmitte der ersten Kammer reflektiert und der Kristall umgeklappt. In den so erhaltenen reflektierten Strahl wurde die zweite Kammer eingestellt.

Um die Richtigkeit der Justierung zu prüfen, wurden folgende *Kontrollversuche* mit Röntgenstrahlen gemacht.

1. Auf den Kristall wurde ein Stückchen lichtempfindliches Papier aufgelegt und in beiden Lagen des Drehspaltes mit Röntgenstrahlen belichtet. Die Aufnahme zeigte, daß in beiden Lagen dieselben Teile des Kristalls getroffen wurden.

2. Die vordere Stirnplatte der Ionisationskammern, in welche der eigentliche Eintrittsspalt eingeschnitten war, wurde abgenommen und dadurch ein breiterer Spalt freigelegt. Vor diesem wurde nun eine Kassette angebracht, welche vorne mit Aluminiumfolie bedeckt war, während aus der Rückwand ein schmaler Streifen herausgeschnitten war. Nun wurde eine Platte eingelegt und die Kassette vor der Ionisationskammer so angebracht, daß der ausgeschnittene Streifen, längs dessen die Glasseite der photographischen Platte freilag, auf den erwähnten Spalt zu liegen kam und zwar quer zum Spalt. Die Platte wurde nun doppelt belichtet; zuerst mit Röntgenstrahlen, indem der Kristall über ein kleines Bereich geschwenkt wurde, dann mit Licht durch die Ionisationskammer hindurch. Auf der Platte war dann gleichzeitig die Eisen-*Kα*-Linie zu sehen und ein kleines Rechteck, das dort entstand, wo das Fenster in der Rückwand der Kassette mit dem Spalt der Ionisationskammer zur Deckung kam. Die Lage der Fe-*Kα*-Linie bezüglich des Ionisationskammerspaltes war dadurch genau bekannt.

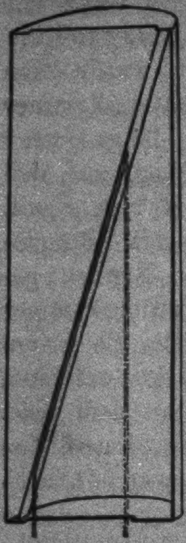
Der abgenommene enge Spalt, der als Rechteck von 5 · 40 mm in Aluminiumblech von etwa 1 mm Dicke eingeschnitten war, um völlige Gleichheit der Spalte beider Kammern zu gewährleisten, wurde nun so aufgesetzt, daß seine Mittellinie auf die Stelle der *Kα*-Linie zu liegen kam.

Da gerade dieser Teil der Justierung sehr wichtig war, wurde nach dem Aufsetzen der Eintrittsspalte ein Stück einer photographischen Platte gelegt und belichtet. Es zeigte sich, daß die reflektierte Eisen-*Kα*-Linie in beiden Kammern vollständig eintreten konnte; die Breite entsprach der des Drehspaltes genau, so daß auch die Richtigkeit der Fokussierung nachgewiesen war.

3. Um zu zeigen, daß der Strahl auch innerhalb der Kammer nicht von der Achse abwich, wurde ein schmaler Streifen einer photographischen Platte schräg so in die Kammer gestellt, daß Spalt, Kammerwand und Platte ein rechtwinkliges

Dreieck bildeten, in welchem die Plattenmitte die Hypotenuse darstellte. Blieb die Strahlung in der durch Spalt und Kammerachse bestimmten Ebene, so mußte die Platte längs der Mittellinie geschwärzt werden; das war tatsächlich der Fall (Fig. 3 und Fig. 4, Taf. XIII).

Um außerdem ständig prüfen zu können, ob die Primärintensität in beiden Stellungen des Drehspaltes gleich war, war eine dritte Ionisationskammer mit kreisförmiger großer Öffnung in die Fluchtstellung gebracht, in der sich anfangs Kammer 1 befunden hatte. Die Primärintensität ließ sich dann nach Abnahme des Kristallhalters bei beiden Stellungen des Drehspaltes vergleichen (vgl. Fig. 1).



Schnitt durch eine der Ionisationskammern mit eingelegter Platte. Strahlengang und Schwärzung sind angedeutet.

Fig. 3

Die Versuche wurden nun folgendermaßen ausgeführt:

Zunächst wurde mit der Ionisationskammer 3 die Gleichheit der Primärintensität geprüft (vgl. Tab. 2). Sodann wurde der Kristall aufgesetzt und über den Reflexionsbereich geschwenkt, wobei abwechselnd mit Kammer 1 und 2 gemessen wurde. Dabei wurde die Spannung konstant gehalten, ebenso die Konstanz der Elektrometerempfindlichkeit von Zeit zu Zeit geprüft. Es wurde nun die Zeit t bestimmt, welche der Elektrometerfaden bei der Stromstärke i (welcher die Primärintensität proportional ist) zu einem Ausschlag von s Skalenteilen brauchte. Die Anzahl s wurde gruppenweise konstant genommen; z. B. $s = 1$ bei Kristallstellungen, in denen nur wenig reflektiert wird, $s = 10$ in der Nähe des Maximums. i führte kleine und langsame Schwankungen aus; größere Schwankungen wurden durch veränderte Nachströmungsgeschwindigkeit des Wasserstoffs ausgeglichen. Der Ausdruck $s/i \cdot t$ gab dann ein Maß für die Intensität. Die so erhaltenen 2 Kurven der Intensität in Abhängigkeit vom Reflexionswinkel wurden aufgezeichnet und das Flächenverhältnis mit dem Planimeter ausgemessen, bzw. die Quadratmillimeter auf dem Millimeterpapier ausgezählt.

Da es nur auf das Flächenverhältnis zweier zusammengehöriger Kurven ankam, so konnte der Maßstab für jedes Kurvenpaar willkürlich gewählt werden. Das bedeutet, daß die Elektrometerempfindlichkeit zwar konstant sein muß, im übrigen aber bei der Berechnung unberücksichtigt bleiben kann. Als Beispiel sei hier eine der Kurven beigefügt, sowie ein Beispiel eines Versuchsprotokolls. Hier bedeuten:

St die Stellung des Lichtzeigers auf der Skale,
E die Elektrometerempfindlichkeit in Skalenteilen/$^1/_{10}$ Volt,
KV die Röhrenspannung in Kilovolt,
i die Stromstärke in Milliampere,
s den Elektrometerausschlag in Skalenteilen,
t_1 und t_2 die Zeit in Sekunden, innerhalb der der Ausschlag bei Einstrahlung in die Ionisationskammer I bzw. II entstand.

St	E	KV	I			II		
			i	s	t_1	i	s	t_2
19	16,0	11,9	6,9	10	7,2	6,0	10	16,0
20	—	—	6,9	—	6,8	6,0	—	12,0
21	16,0	11,9	6,0	—	7,0	6,0	—	9,8
22	—	—	6,0	—	8,0	6,0	—	8,4
23	—	—	6,0	—	10,0	6,0	—	7,4
24	16,0	11,9	6,0	10	13,8	6,0	10	8,8

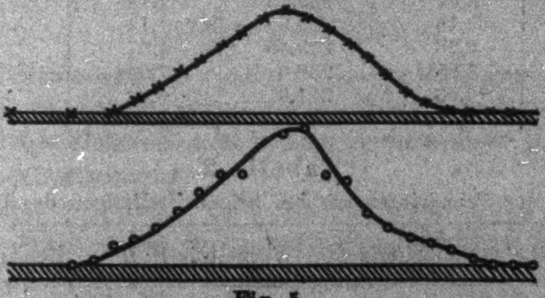


Fig. 5

Die so gemessene Aufladung des Elektrometers setzt sich aus folgenden Teilbeträgen zusammen:

1. Aus der Ionisation durch die $K\alpha$-Strahlung.
2. Aus der Ionisation durch ein kleines Stück des polarisierten Kontinuums.
3. Aus dem an der Luft gestreuten Teil der Gesamtprimärintensität.

4. Aus dem nichtkompensierten Rest der Eigenionisation der Kammer, aus Isolationsfehlern des Elektrometers und der Zuleitungen, aus elastischen Nachwirkungen des Fadens usw.

Die unter 3. und 4. genannten Fehlerquellen sind vom Reflexionswinkel unabhängig, daher im Mittel konstant. Wir können ihren Einfluß unterdrücken, indem wir von der Gesamtfläche die in der mitgeteilten Kurve schraffierten Teile abziehen. Diese sind übrigens bei dem der Deutlichkeit halber gewählten Beispiel besonders groß (vgl. Fig. 5).

Die Intensität des eingestrahlten Kontinuums kann vernachlässigt werden.

Es seien nun einige Ergebnisse der Einzelmessung als Beispiel mitgeteilt:

Tabelle 1

Ausmessung des Brennflecks

Winkelablesung in °	I. Messung	Winkelablesung in °	II. Messung	Bemerkungen
224	0,370	228,0	0,58	
225	0,605	228,5	1,05	b. d. II. Messung
226	1,15	228,75	1,15	stärker gefiltert
227	1,92	229,0	1,20	Fluchtstellung
228	2,62	229,25	1,14	
229	3,18	229,30	1,12	
230	2,38	229,45	1,07	
231	1,25	230,0	1,04	
232	0,56	231,0	0,62	
233	0,214			

Tabelle 2

Vergleich der Primärintensität bei beiden Stellungen des Drehspaltes

Spalt vertikal	Spalt horizontal	Verhältnis $V:H$	Bemerkungen
30,5	31,0		
30,45	31,5	0,96	
11,2	11,2		
11,1	11,0		
11,15	11,15		
11,10	11,10	1,00	versch. stark gefiltert
10,8	10,3		
10,3	10,4		
9,73	9,75		
9,90	9,90		
10,1	9,90	1,01	Mittel 0,997

Tabelle 3

KV	Intensitätsverhältnis vertikal : horizontal
7,5	0,997
9,1	1,002
12,5	1,01
Mittel:	1,003 ± 0,004

Tab. 3 enthält die Ergebnisse der der obigen Tabelle entsprechenden Messungen für verschiedene Spannungen.

Tabelle 4

Zusammenstellung der Ergebnisse:

Versuchsnummer	Spannung in *KV*	Polarisationsgrad	Abweichung vom Mittel
18	12,6	1,03	+0,03
4	11,9	0,99	−0,01
13	9,6	0,94	−0,06
14	9,6	0,96	−0,04
10	9,1	1,01	+0,01
17	9,0	1,12	+0,12
8	8,6	1,00	0,00
6	7,8	1,05	+0,05
15	7,5	0,96	−0,04
2	7,4	0,97	−0,03

Mittelwert: 1,003 ± 0,04

Die Tab. 4 zeigt, daß die Eisen-Kα-Strahlung unpolarisiert ist.

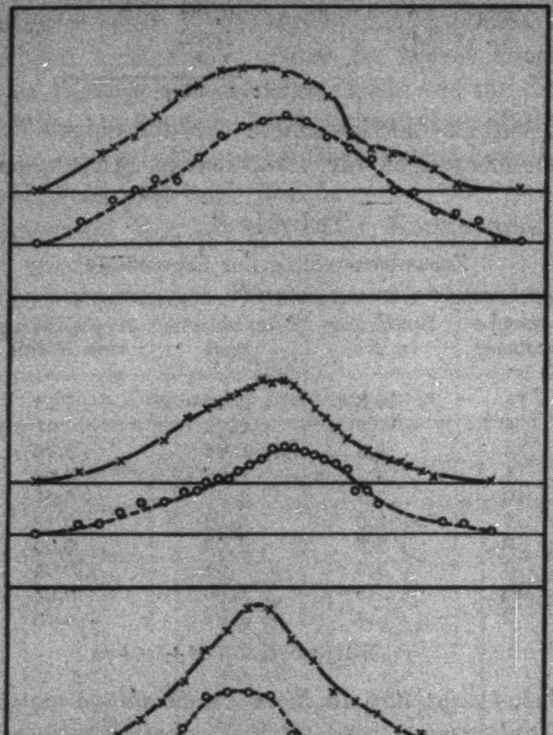
Die Fehlergrenze von ± 4 Proz. verteilt sich auf die Unsicherheit der Elektrometermessung, sowie auf die Unsicherheit der Flächenbestimmung.

Es seien hier noch einige Bemerkungen zu der Arbeit von Bishop erlaubt. Die für Molybdän angegebene Polarisation beträgt rund das 8fache unserer Fehlergrenze, so daß eine beim Eisen etwa vorhandene Polarisation von nur annähernd diesem Betrag sicher nachweisbar gewesen wäre.

Um eine Polarisation der Eigenstrahlung zu erklären, gibt es zunächst zwei Möglichkeiten:

1. Die Polarisation der Eigenstrahlung ist vom Anregungsvorgang abhängig; dann müßte jedoch jede Linie, unabhängig von den besonderen Atomeigenschaften, polarisiert sein. Das widerspricht den früheren Messungen, sowie den unseren.

2. Die emittierte Eigenstrahlung ist bzgl. eines atomeigenen Koordinatensystems polarisiert und diese Koordinatensysteme sind für eine Vielzahl von Atomen parallel gerichtet. Letzteres ist aber nur dann möglich, wenn den so bevorzugten Richtungen physikalische Bedeutung zukommt. Solche Fälle liegen nun bei solchen Atomen vor, welche im elektrischen oder magnetischen Feld ein asymmetrisches Verhalten zeigen, wie das z. B. von **Gerlach**, **Stern**, **Knauer**[1]) für das Silberatom nach-



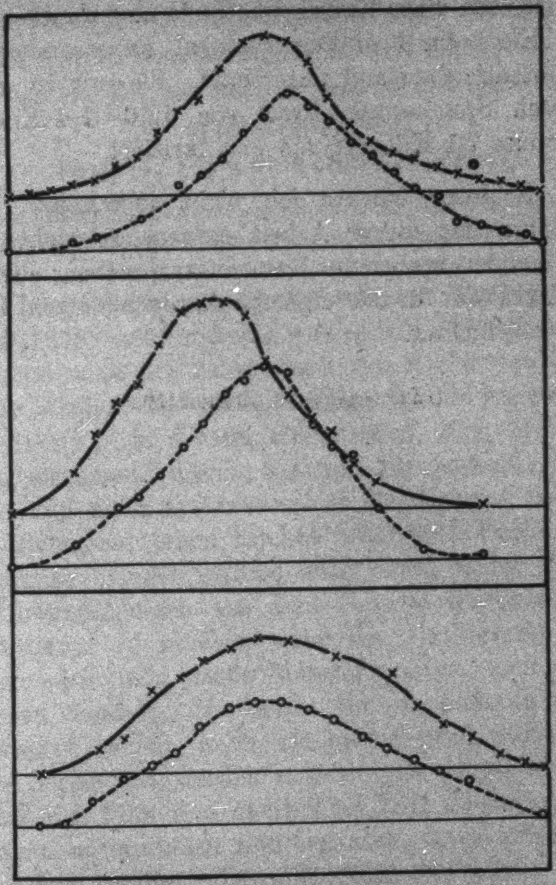
Versuch bei 12,6, 9,1 und 7,4 Kilovolt.

Fig. 6

---

[1]) **O. Stern**, Ztschr. f. Phys. **39**. S. 751. 1926; **F. Knauer** und **O. Stern**, Ztschr. f. Phys. **39**. S. 764. 1926.

gewiesen ist. Speziell bei Eisen wäre interessant zu prüfen, ob die von einer Eisenantikathode ausgehende Strahlung dann eine Polarisation zeigt, wenn die Antikathode in irgendeiner Richtung mit magnetischen Kraftlinien durchzogen ist. Vorerst allerdings steht Bishops Bemerkung über die Polarisation der Molybdäneigenstrahlung vereinzelt da.



Versuch bei 11,9, 9,0 und 7,5 Kilovolt.
Fig. 7

Anschließend seien einige der gewonnenen Kurven mitgeteilt. Dabei sind jeweils zwei zusammengehörige Kurven übereinander gezeichnet; die obere von beiden (+) stellt die Intensität parallel, die untere (○) die Intensität senkrecht zum

Kathodenstrahl dar. (Vgl. Figg. 6 und 7.) Wegen der Verschiebung der Maxima sei auf die Arbeit von Wagner und Ott verwiesen.

Zusammenfassung

Aus der von einer Eisenantikathode ausgehenden Strahlung wird die Eisen-*Kα*-Strahlung spektral ausgesondert und auf ihren Polarisationszustand untersucht. Sie erweist sich in dem untersuchten Spannungsintervall von 12,6—7,4 Kilovolt (Anregungsgrenze 7,1 Kilovolt) als unpolarisiert.

Zum Schlusse möchte ich nicht versäumen, Hrn. Prof. Wagner für das dieser Arbeit entgegengebrachte fördernde Interesse meinen ergebensten Dank auszusprechen; ebenso bin ich Hrn. Prof. Harms für mannigfache Anregungen und Ratschläge zu Dank verpflichtet.

(Eingegangen 9. Januar 1928)

4. *Strobokinematographien und Zeitlupenaufnahmen von membranösen Zungen- und Polsterpfeifen sowie von menschlichen Mundlippen;*

von G. Panconcelli-Calzia

(Aus dem Medizinisch-kinematographischen Institut der Charité, Berlin, und dem Phonetischen Laboratorium der Universität Hamburg)

Die phonetische und phoniatrische Stroboskopie nach **Örtel** (14) (1878) weist mehrere wertvolle Veröffentlichungen auf. Trotzdem ist man bei Anwendung des Verfahrens heute noch mehr oder weniger auf gefühlsmäßiges Tasten angewiesen, weil die Grundsätze (d. h. Wesen, Gegenstand, Ziel, Methoden und Anwendungsgrenzen) dieser Art von Stroboskopie noch nicht feststehen und einer systematischen Bearbeitung harren.

Das Betreben, einen solchen Übelstand Fachkreisen zum Bewußtsein zu bringen, führte mich dazu, meine durch zehnjährige Untersuchungen auf dem Gebiete gewonnenen Erfahrungen bekannt zu machen. Bei der Darbietung des Stoffes entstanden aber bald große Schwierigkeiten, weil es sich um Bewegungen handelt, die, wenn sie von anderen richtig aufgefaßt werden sollen, auch als bewegt und nicht als starre Vorgänge dargestellt werden müssen. Es ergab sich ganz von selbst, daß der Film den gedruckten Text oder die gedruckten Abbildungen unterstützen und ergänzen, ja an manchen Stellen sogar ersetzen mußte. Dr. v. **Rothe**, der Leiter des Medizinisch-kinematographischen Instituts der Charité in Berlin, stimmte meinem Plan zu, in einer Reihe von Filmen die Grundsätze der phonetischen und phoniatrischen Stroboskopie systematisch darzustellen. Die Aufnahmen fanden 1926/27 statt; jetzt liegt der erste Film der Reihe vor.

Da aus Gründen, die nachstehend näher erörtert werden, dieser Film fast ausschließlich membranöse Zungen- und Polsterpfeifen („künstliche Kehlköpfe") berücksichtigt und folglich nicht nur für Phonetiker, Halsärzte, Physiologen usw., sondern auch für Physiker in Betracht kommt, so habe ich die Schriftleitung der „Annalen“ gebeten, meine Ausführungen an dieser Stelle veröffentlichen zu dürfen.

Der hier beschriebene Film bildet den ersten Teil einer Reihe, betitelt „Untersuchungen über Bewegungen im Kehlkopf“ und besteht aus drei Unterabteilungen.

1. Die erste Unterabteilung stellt die Grundsätze der Stroboskopie durch Trickaufnahmen dar.

Die erste Bildergruppe (von Dr. Deschle, ehemaligem Assistenten in v. Rothes Institut) zeigt eine Stimmgabel und eine Stroboskopscheibe. Der Text: „Durch die Löcher einer sich drehenden Scheibe betrachtet man einzelne Phasen eines schwingenden Körpers“ belehrt oder erinnert den Zuschauer daran, daß „bei genügend raschem Drehen der Eindruck einer ununterbrochenen Schwingungsbewegung entsteht“. Ein Hammer schlägt die Stimmgabel, die Scheibe dreht sich, die Bewegungen der Zinken der Stimmgabel sind deutlich sichtbar.

Die zweite Bildergruppe (auch von Dr. Deschle) soll zeigen, daß die optische Täuschung einer Bewegung am besten erreicht wird, wenn die Anzahl der Stroboskopbilder 1 weniger beträgt als die Schwingungszahl des Körpers. Zu diesem Zweck läßt Dr. Deschle eine Reihe von Schwingungen vor dem Zuschauer entstehen und ablaufen und zeigt ihm dabei die durch das Stroboskop gesehene Phase bzw. Schwingung. Gerade bei derartigen Vorgängen bewährt sich das Kino und insbesondere die Darstellung durch Trickzeichnungen ganz hervorragend.

Bei der dritten Bildergruppe (Panconcelli-Calzia) wird der Zuschauer zuerst dahin belehrt, daß in der Laryngoskopie nun das Stroboskop so verwendet werden soll, daß nicht der Blick, sondern die Beleuchtung des schwingenden Körpers unterbrochen wird, was in der Wirkung auf dasselbe hinausläuft. Hierauf lernt der Zuschauer die Grundsätze meines gesamten Beleuchtungsverfahrens bei der Stroboskopie kennen, indem die Teile der Apparatur einer nach dem anderen erscheinen; am Ende ist sogar das vom Drehen der Scheibe verursachte Verschwinden und Wiedererscheinen des zu beobachteten Gegenstandes zu sehen.

2. Die zweite Unterabteilung stellt a) die Technik und b) die Ergebnisse meiner stroboskopischen Untersuchungen von „künstlichen Kehlköpfen“ dar. Wie ich 1921 berichtete (15), können durch Vivisektion, an der Leiche oder an künstlichen Vorrichtungen gewonnene phonetische Erkenntnisse nicht ohne weiteres auf den Menschen übertragen werden; unter Beherzigung gewisser Vorbehalte sind sie aber für die reine und erst recht für die angewandte Phonetik zu verwerten. Bei meinen zu Anfang erwähnten Bestrebungen entschloß ich mich daher, den Gegenstand zuerst in einer einfacheren Form und unter leichteren Bedingungen zu erforschen und verwandte „künstliche Kehlköpfe“, weil sie dieser Anforderung am besten entsprechen: sie ermöglichen durch Anwendung verschiedener Membranen, Spannungen, Größen, Anblasestärken usw. ein rasches und abwechslungsreiches Experimentieren, sind leichter herzustellen als manche andere Vorrichtungen aus organischen Stoffen und leichter zu beleuchten oder aufzunehmen als menschliche Stimmlippen. Bei den Untersuchungen beschränkte ich mich auf die Erforschung des Schwingungsmodus, ist doch die Lösung dieser Frage von hervorragender grundsätzlicher Bedeutung für die Stroboskopie überhaupt.

Die erste Bildergruppe (a) stellt die Einzelheiten meiner Technik zur stroboskopischen Beobachtung und Kinematographie der hier in Betracht kommenden Vorgänge dar. Hegener (5) wies 1914 als erster darauf hin, daß zur Erreichung einer ausgiebigen Lichtstärke notwendig sei: a) mit kleinem Krater und Schlitzbreiten, die mindestens dreimal so breit als das Kraterbild sind, zu arbeiten; b) die Kohlen der Lichtquelle mit einer Amperezahl zu belasten, die etwa 1,5 mal größer ist als die, wofür die Kohlen bestimmt sind. Grundsätzlich betrachtet habe ich beide wertvollen Winke Hegeners befolgt, im übrigen aber (vgl. weiter unten) noch größere Schlitzbreiten und noch dickere Kohlen wählen müssen als die von ihm vorgeschlagenen. Nachstehend die Einzelheiten meiner Technik in der Reihenfolge des Films.

Zwischen einer Weulelampe und der Stromabnahmestelle ein Widerstand und ein Amperemeter. Zehn-Amperekohlen wurden bei Beobachtung mit 8 A, für Kinoaufnahmen bis zu 20 A überlastet. Zur Konvergierung der Strahlen diente der Triplekondensor der Firma Emil Busch A.-G. Rathenow ($f = 60$ cm).

Ein hinter den Brennpunkt des Triplekondensors gestellter Planspiegel (etwa 10 · 10 cm) beleuchtet den schwingenden Körper. Die Entfernung vom Brennpunkt muß so gewählt werden, daß der erzielte Lichtfleck nur so groß wie die aufzunehmende Fläche ist.

Der mit Amperemeter versehene Motor (3000 Drehungen in der Minute) zum Antrieb der Stroboskopscheibe ist an einem schweren Stativ angebracht, das von der übrigen Apparatur zur Vermeidung von Erschütterungen getrennt ist. Zwischen Motor und Stromabnahmestelle ein Widerstand zwecks Regulierung der Drehgeschwindigkeit, zu deren Kontrolle neben dem Ohr auch das Amperemeter dient. Akkumulatorenstrom wäre zweckentsprechender gewesen, war aber nicht vorhanden, es mußte daher mit Stadtnetzstrom fürliebgenommen werden. Langjährige Erfahrungen haben ergeben, daß ein Widerstand mit feiner Abstufung, gespannte Aufmerksamkeit und nicht zuletzt große Übung zu einer ausreichend genauen Regulierung der Drehgeschwindigkeit auch ohne Akkumulatorenstrom führen.

Die Stroboskopscheibe (40 cm Durchmesser) hat 12 Schlitze, deren Breite ich bis auf die höchsterreichbare Grenze von 3,5 cm erhöht habe; jeder Sektor ist also 6 cm dunkel. Die erhebliche Breite der Schlitze ist zur Ersparnis von Licht erforderlich und hat sich bei Beobachtung und Kinematographie ausgezeichnet bewährt. Die Scheibe steht im Brennpunkt des Triplekondensors, ihre Drehgeschwindigkeit wird durch den Widerstand, der zwischen Motor und Stromabnahmequelle eingeschaltet ist, in einem Tonhöhenbereich von 60—600 d. Schw. in der Sekunde verändert.

Wie üblich, ist die Stroboskopscheibe mit einer Anblasevorrichtung zur Tonhöhenangabe oder -kontrolle versehen.

Dank der vorhin erwähnten Schlitzbreite, der Überlastung von Zehn-Amperekohlen mit 20 Amp. und der Eigenschaften des Triplekondensors ist der Helligkeitsgrad des Endlichtes trotz Stroboskopscheibe und Reflexionsspiegel so stark, daß alle Kinoaufnahmen mit einer Kurbeldrehung von etwa 20 mal in der Sekunde stark überbelichtet waren; ja er reicht bei den hier in Betracht kommenden Gegenständen für Zeitlupenaufnahmen mit einer Frequenz von 240 Bildern in der Sekunde, sogar bei Anwendung von Blenden, bei weitem aus. Bei allen Strobokinoaufnahmen, die durch vorliegenden Film zur Vorführung kommen, wurde zwischen 35 und 40 mal in der Sekunde gedreht, um zu vermeiden, daß später bei der Wiedergabe durch eine etwaige zu schnelle Drehgeschwindigkeit (die selten der der Aufnahme entspricht!) Güte und Deutlichkeit der stroboskopischen Wirkung beeinträchtigt, ja vernichtet würde. Genaue Angaben über die Blende lassen sich nicht machen, weil der Öffnungsgrad nach dem aufzunehmenden Gegenstande, nach dem Objektiv und nach dem Licht sich richtet; bei meinen Aufnahmen änderte sich ihr Grad von 4,5—9. Ebenso richtet sich die Entfernung zwischen Aufnahmekino und Gegenstand je nach dem Objektiv, nach der Gestalt des schwingenden Körpers und nach der erstrebten Größe des Aufnahmebildes auf dem Film.

Die zweite Bildergruppe (b) der zweiten Unterabteilung zeigt den Schwingungsmodus von drei „künstlichen Kehlköpfen". Der erste (nach Johannes Müller) und der zweite (nach Helmholtz) gehören zu den Pfeifen mit membranöser Zunge, der dritte (nach Wethlo) ist eine Polsterpfeife.

Der „künstliche Kehlkopf" nach Johannes Müller (12—13) (1837) besteht aus Kautschukmembranen, die auf ein quer geschnittenes Rohr so aufgebunden sind, daß zwischen ihnen nur ein schmaler Spalt frei bleibt. Um den Schwingungsmodus möglichst deutlich auf den Film aufzunehmen, hatte ich eine Riesenpfeife (12,5 cm Höhe, 10,5 cm Durchmesser) herstellen lassen; der frei schwingende Rand jeder Membran wies die beträchtliche Länge von 10 cm auf. Große Schwierigkeiten verursachte die Spannung der Membranen, die nur gefühlsmäßig weder zu schlaff noch zu stramm gestaltet werden konnte; der Zylinder wurde zuerst mit der Membran überzogen und diese dann in der Mitte durchschnitten. Die dunkle Membran gestaltete ich mit weißer fetter Schminke (trockene ist nicht so geeignet) blendend hell; um die Bewegungen noch kontrastreicher hervortreten zu lassen, bestrich ich den freischwingenden Rand jeder Membran in seiner ganzen Länge etwa 5 mm breit mit hellblauer fetter Schminke; eine etwa zu dicke Schicht wurde mit dem Finger hinreichend dünn und gleichmäßig abgerieben. Der Film stellt zuerst die Pfeife und dann die Vorrichtung dar, um etwaige störende Schwankungen des von einer Zentralvorrichtung ununterbrochen gelieferten Anblaseluftstroms auszugleichen: an dem Eingang der Pfeife ist ein seitliches Röhrchen angebracht und so die Druckluft wie üblich in eine Wassersäule geführt. Die stroboskopische Beobachtung zeigt eindeutig, daß der Schwingungsmodus der Membranen der Pfeife nach Johannes Müller *umschichtig* ist; jede Membran schwingt also entsprechend den bisherigen, bereits 1879 von Grützner(3) zusammengefaßten Anschauungen *durchschlagend.* Bei Beherrschung der Feinheiten der Strobotechnik lassen sich diese umschichtig erfolgenden Schwingungen so regelmäßig langsam gestalten, daß Beobachtungen stundenlang in größter Ruhe vorgenommen werden können. Es fällt sofort auf, daß die Membranen 1. um ihre freien Ränder herum außer der großen umschichtigen Schwingung noch weitere zahlreiche und verschiedenartige Bewegungen ausführen, und 2. auch in ihrer Breite, und zwar nach der eingespannten Peripherie zu, sich wellenartig bewegen. Die Kinematographie des Hauptschwingungsmodus (Tonhöhe: 137 d. Schw. = cis⁰) erfolgte von der Seite im rechten Winkel; sie ist gut gelungen und bei Innehaltung einer richtigen Drehgeschwindigkeit der Wiedergabe scharf, deutlich und sich sehr langsam vollziehend am Schirm zu sehen.

Der „künstliche Kehlkopf“ nach Helmholtz(6) (1863) besteht aus einem Rohre, dessen Ende von zwei Seiten schräg abgeschnitten ist; darauf werden zwei Gummimembranen so aufgebunden, daß ein schmaler Spalt frei bleibt. Auch von dieser Pfeife hatte ich ein Riesenexemplar (7,5 cm Höhe, 8,5 cm Durchmesser) herstellen lassen, jede Membran hatte eine Länge von 8 cm! Viel schwieriger als bei der Müllerschen Pfeife war hier das Spannen, ja überhaupt das Anbringen der Gummimembranen wegen des eigenartigen Schnittes des Rohres; trotz wiederholter Versuche war die eine Membran doch etwas straffer gespannt als die andere. Das beeinträchtigt aber in keiner Weise den Wert der erzielten Ergebnisse, es bringt sogar den Schwingungsmodus noch mehr zur Anschauung dadurch, daß die straffere Membran durch ihre kleineren Exkursionen die weiten Bewegungen der loseren

Membran mehr hervortreten läßt. Schminken und Regulieren des Luftüberdruckes geschah wie bei der Pfeife von Müller. Die stroboskopische Beobachtung zeigt deutlich, daß der Schwingungsmodus der Membranen der Helmholtzschen Pfeife im Gegensatz zur vorigen Pfeife *gleichschichtig* ist; jede Membran schwingt also entsprechend den bisherigen Annahmen [vgl. Grützner (3)] *aufschlagend*; sonst wurden hier betreffs des feineren Schwingungsmodus dieselben Beobachtungen gemacht wie bei der Müllerschen Pfeife. Der Hauptschwingungsmodus der Membran (Tonhöhe: jedesmal 137 d. Schw. = cis^0) wurde von vorn und von der Seite kinematographiert und ist, immer unter Innehaltung einer richtigen Drehgeschwindigkeit, sehr schön am Schirm zu sehen.

Zur Herstellung des „künstlichen Kehlkopfes" von Wethlo (17) (1913) wurden aus der Mitte eines Rohres zwei Kerbstücke dachartig herausgeschnitten, mit einer Gummimembran überzogen und wieder in das Rohrstück hineingesetzt. Hierdurch entstanden zwei Polster, die in Form und Bau den menschlichen Stimmlippen sehr nahe kommen. Vermittelst kleiner Röhrchen werden die Polster von außen her durch Anblasen gespannt. Die ursprüngliche Wethlosche Polsterpfeife ist ziemlich klein und mit Polstern von nur 2,5 bis 2,8 cm Länge versehen; ich ließ ein Riesenexemplar (5 cm Höhe, 6,5 cm Durchmesser) mit 6 cm langen Polstern herstellen. Im Gegensatz zu dem Wethloschen Modell schlossen die Polster mit dem Außenrand der Röhre dicht ab, um die für Kinoaufnahmen lästige Bildung von Schatten zu verhindern und die Aufnahme der gesamten Fläche von dem schwingenden Rand bis zur eingespannten Peripherie zu ermöglichen. Waren die Schwierigkeiten beim Überspannen beider vorigen Pfeifen groß, so waren sie hier beinahe unüberwindlich, weil die Polster unbedingt luftdicht gestaltet werden müssen, andernfalls ist eine stroboskopische Wirkung nicht zu erzielen. Trotzdem gelang nach wiederholten Versuchen die Herstellung zweckmäßiger Polster, die wie die Membranen obiger Pfeifen geschminkt wurden. Für Wethlos Polsterpfeife sind zwei Luftsäulen nötig, eine für die Spannung der Polster und eine für das Anblasen derselben zur Hervorbringung des Tones; ein etwaiger Luftüberdruck wurde daher durch zwei getrennte

Wassersäulen ausgeglichen. Stroboskopische Beobachtung und Kinematographie der Polsterpfeifen nach Wethlo sind leichter und kommen auch viel besser zum Ausdruck als bei den vorigen Pfeifen, weil die Polster *gegeneinander schwingen*; der Hauptschwingungsmodus (Tonhöhe: 194 d. Schw. = g^0) wird am Projektionsschirm ausgezeichnet veranschaulicht. Bezüglich des feineren Schwingungsmodus ist zu bemerken, daß die Polster nicht nur gegeneinander schlagen, sondern sie führen dabei andere schnelle kleine Bewegungen in der ganzen Länge des freien Randes aus. Beim wagerechten Halten der Pfeife wie bei Kinoaufnahmen — die Polster bieten sich also dem Beobachter in ihrer senkrechten Stellung dar — zeigt die stroboskopische Beobachtung, daß die Polster nicht nur auf einer wagerechten Achse gegeneinander schlagen, sondern dabei andere schnellere kleinere Bewegungen in der ganzen Länge des freien Randes ausführen. Es ist aber nicht möglich, genau anzugeben, auf welcher Achse und in welcher Richtung sich die Bewegungen vollziehen, denn sie erfolgen zu schnell [vgl. auch Wethlo (17)].

3. Die dritte und letzte Unterabteilung vorliegenden Films stellt die Tätigkeit der menschlichen Mundlippen dar und bildet so das Bindeglied zwischen den aus anorganischen Geweben bestehenden „künstlichen Kehlköpfen“ und den menschlichen Stimmlippen, die kein „toter“ sondern ein „lebender“ elastischer Körper sind. Nach gründlichem Bestreichen mit weißer fetter Schminke spannte ich meine Mundlippen etwas seitlich und durch Dazwischenblasen versetzte ich sie in Schwingung; der so entstandene Klang ist etwas knarrend und tief; seine Frequenz beträgt 218—194 d. Schw. = a^0 bis g^0. Es ist aber leider nicht möglich, ihn lange zu halten, weil die gesamte Lippenmuskulatur auch bei Beherrschung der Atemtechnik rasch ermüdet und jede weitere Bemühung vereitelt. Erst nach langer Ruhe können die Versuche wieder mit Erfolg aufgenommen werden. Die Stroboskopie leistet auch hier gute Dienste, aber nicht in dem Maße wie bei den „künstlichen Kehlköpfen“, weil die Vorgänge kurz dauern und trotz aller Anstrengungen keine regelmäßige Tonhöhe aufweisen. Sie ermöglichen daher auch nur eine kurze Beobachtung. Jedenfalls läßt die Stroboskopie deutlich erkennen,

daß die Mundlippen ebenfalls *gegeneinander schwingen.* Das waren lauter Gründe, die mich bei der Fixierung der Vorgänge auf die Strobokinematographie zugunsten von Zeitlupenaufnahmen verzichten ließen. Eine Frequenz von 240 Bildern in der Sekunde lieferte eine ausgezeichnete Darstellung des Hauptschwingungsmodus der Mundlippen. Wie bereits oben angedeutet, schwingen diese ebenso wie die Polster der Pfeife von Wethlo gegeneinander; weitere kleine wellenartige Bewegungen nach vorn und nach den Seiten sind — obwohl nicht genügend deutlich und langsam — doch ebenfalls zu sehen [(vgl. hierüber auch Musehold (10–11)].

Die „Literatur der Physiologie der menschlichen Stimme von der ältesten bis auf die neueste Zeit, chronologisch geordnet nebst zugehöriger Kritik" von Liskovius (7) (1846) zeigt, daß bereits vor etwa $2^1/_2$ Jahrtausenden der menschliche Kehlkopf mit einer künstlichen Schallquelle verglichen wurde.

Die wiederholten Versuche, durch eine künstliche „unbelebte" Schallquelle die Stimmentstehungsvorgänge beim Menschen zu erklären, blieben beinahe 2500 Jahre lang ziemlich unfruchtbar, weil u. a. die zum Vergleich herangezogenen künstlichen Schallvorrichtungen (Labialpfeifen, Metallzungen usw.) viel zu verschieden vom menschlichen Stimmorgan waren. Erst als man sich membranöser Zungenpfeifen bediente, trat man einen neuen verheißungsvollen Weg an. Die Zungenpfeife von Johannes Müller (12–13) (1837 und 1839), deren Gummimembranen senkrecht gegen die Achse des Rohres gestellt sind, die Zungenpfeife von Helmholtz (6) (1863) mit schräg gestellten Gummimembranen, die Gegenschlagpfeife von J. Richard Ewald (2) (1898) und die Polsterpfeife von Wethlo (17) (1913) bedeuten daher vier wichtige Meilensteine in der Anwendung von künstlichen Schallvorrichtungen zur Erklärung der Vorgänge im menschlichen Kehlkopf. Die hiermit von verschiedenen Forschern angestellten Versuche haben nützliche Ergebnisse gezeitigt, die von meinen nach einem zeitgemäßen Verfahren vorgenommenen Untersuchungsn im großen ganzen bestätigt wurden.

Einen weiteren Fortschritt brachte die in den 30er Jahren des vorigen Jahrhunderts volkstümlich gewordene Stroboskopscheibe. Der erste Bericht über stroboskopische Untersuchungen von membranösen Zungenpfeifen stammt von **Mach** (8) 1873, dem andere Forscher bis 1926 [**West** (16)] folgten [vgl. die Sachberichte und bibliographischen Verzeichnisse u. a. bei **Auerbach** (1), im Handwörterbuch der Naturwissensch. (4) usw.]. Die erste und, soweit ich feststellen konnte, bis heute einzige Mitteilung über Stroboskopie von Polsterpfeifen verdanken wir **Wethlo** (17) (1918).

Mundlippen wurden mit dem unbewaffneten Auge 1857 zum ersten (?) Male von **Merkel** (9) u. a. betreffs des Schwingungsmodus untersucht; 1898 beobachtete **Musehold** (10–11) sie als erster stroboskopisch.

Also weder durch Anwendung und Stroboskopie von membranösen Zungen- und Polsterpfeifen noch durch Heranziehung von menschlichen Mundlippen zum Bilden eines Klanges kann vorliegender Aufsatz Anspruch erheben, neues zu bringen. Die bisherigen Autoren hatten aber ihre Forschungen nur durch die Wortsprache oder durch starre Abbildungen beschrieben; im Gegensatz hierzu wird heute der Gegenstand zum erstenmal mittels eines Films dargeboten; aber nicht ausschließlich dadurch, sondern auch durch andere Eigenarten und neue Ergebnisse wird der Aufsatz gekennzeichnet; diese lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

Formell. 1. Unmittelbare, lebendige Darstellung des Stoffes (Technik, Untersuchung, Ergebnisse), daher

2. Erhöhung der Deutlichkeit und Verständlichkeit, sowie beinahe volle Vermeidung von Mißverständnissen.

3. Möglichkeit, die beobachteten Vorgänge in ihrer Gesamtheit oder in jedem einzelnen Teil beliebig oft und schnell zu verfolgen und zu wiederholen.

4. Möglichkeit für jeden Forscher: a) die Richtigkeit der Schlüsse unmittelbar zu prüfen, b) gegebenenfalls neue Untersuchungen unter Bedingungen vorzunehmen, die hinreichend genau den zu prüfenden entsprechen, c) die nun so erzielten Ergebnisse mit den anderen unmittelbar zu vergleichen.

Sachlich: 1. Bekanntmachung einer neuen Technik zur Beobachtung und Kinoaufnahme (mit Stroboskopie oder durch Zeitlupe) von membranösen Zungen- und Polsterpfeifen, sowie von menschlichen Mundlippen.

2. Möglichkeit, diese Technik auf die Erforschung der Stimmlippen des Lebenden anzuwenden.

3. Diskussionsnotwendigkeit der Frage, ob und inwieweit der Schwingungsmodus durch die Stroboskopie überhaupt zu erforschen ist.

Literaturverzeichnis

1) **Auerbach, F.**, Akustik. Hbch. d. Physik 2. S. 712. 2. Aufl. Leipzig 1909 (Stichwort: Stroboskopie).

2) **Ewald, J. R.**, Die Physiologie des Kehlkopfes und der Luftröhre, Stimmbildung. In Heymanns Handbuch der Laryngologie und Rhinologie 1. 1. Hälfte. S. 181ff. Wien 1898.

3) **Grützner, P.**, Physiologie der Stimme und Sprache. In Hermanns Handbuch der Physiologie 1. 2. Teil. S. 29ff. Leipzig 1879.

4) **Handwörterbuch** der Naturwissensch. 9. S. 822ff. Jena 1913 (Stroboskopische Methoden).

5) **Hegener, J.**, Ein neues Laryngostroboskop, zugleich Universalbeleuchtungsapparat für die Beobachtung und Momentphotographie in Körperhöhlen mit engem Zugang S. 8 (über a) u. S. 5 (über b). Vox 1914.

6) **Helmholtz, H.**, Die Lehre von den Tonempfindungen S. 155ff. Fig. 30. Braunschweig 1863.

7) **Liskovius, K. F. S.**, Physiologie der menschlichen Stimme für Ärzte und Nichtärzte S. 71ff. Leipzig 1846.

8) **Mach, E.**, Optisch-akustische Versuche. Die spektrale und stroboskopische Untersuchung tönender Körper S. 63ff. Prag 1873.

9) **Merkel, Carl Ludwig**, Anatomie und Physiologie d. menschl. Stimm- u. Sprachorgans (Anthropophonik) S. 566ff. Leipzig 1857.

10) **Musehold, A.**, Stroboskopische und photographische Studien über die Stellung der Stimmlippen im Brust- und Falsettregister. Archiv f. Laryngologie und Rhinol. 7. S. 19ff. 1898.

11) **Musehold, A.**, Allgemeine Akustik und Mechanik des menschlichen Stimmorgans S. 130. Berlin 1913.

12) **Müller, Johannes**, Handbuch der Physiologie des Menschen. Von der Stimme und Sprache 2. 1. Abt. 3. Abschn. S. 149ff. Coblenz 1837.

13) **Müller, Johannes**, Über die Kompensation der physischen Kräfte am menschlichen Stimmorgan S. 51. Taf. 4. Fig. 29. Berlin 1839.

14) **Örtel**, Über eine neue „laryngo-stroboskopische“ Untersuchungsmethode des Kehlkopfes. Zentralbl. f. d. mediz. Wissenschaften Heft 5. S. 81ff. 1878.

15) **Panconcelli-Calzia, G.**, Experimentelle Phonetik. Sammlung Göschen Nr 844. S. 13—14. Berlin 1921.

16) **West, Robert**, The Nature of Vocal Sounds. The Quaterly Journal of Speech Education 12. S. 251ff. 1926.

17) **Wethlo, Franz**, Versuche mit Polsterpfeifen. Passow-Schäfersche Beiträge 6. S. 268ff. 1913; S. 275 (über stroboskopische Beobachtung).

(Eingegangen 28. Januar 1928)

5. *Über die Hypothese von G. v. Gleich, daß bei einem bewegten Elektron die Masse konstant sei und die Ladung veränderlich;*

von Wilhelm Anderson

Vor kurzem hat Hr. G. v. Gleich eine Theorie aufgestellt, wonach bei einem bewegten Elektron die Masse konstant bleibe, während die Ladung (oder, besser gesagt, die elektrodynamische Wirkung der Ladung) nach dem Gesetze

$$e = e_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

sich ändere. Es erweist sich, daß eine solche Annahme genau dieselben Folgen für das Atommodell hat, wie die Annahme einer konstanten Ladung und einer nach dem Gesetze

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

veränderlichen Masse.[1]

Ich will nun auf eine Erscheinung hinweisen, welche uns zu entscheiden gestattet, ob bei einem bewegten Elektron die Masse oder die Ladung konstant sei.

J. H. Jeans nimmt an, daß die „Höhenstrahlung“ durch Vernichtung von Protonen und Elektronen entstehe: bei dem Zusammenstoß eines Protons mit einem Elektron verwandeln sich beide in ein Energiequantum von der Wellenlänge $1{,}3 \cdot 10^{-13}$ cm.[2]

Ein solcher Prozeß widerspricht aber dem Gesetze der Erhaltung des Impulses. Darum sahen sich A. L. Hughes und G. E. M. Jauncey veranlaßt, zu einem Dreikörperstoß Zuflucht zu nehmen: ein Proton stößt mit *zwei* Elektronen zusammen, wobei sich das Proton mit dem einen Elektron in ein Energiequantum von der Wellenlänge $2{,}6 \cdot 10^{-13}$ cm verwandelt; das andere Elektron wird zum „Rückstoßelektron".[1])

---

[1] G. v. Gleich, Ann. d. Phys. 83. S. 247—254. 1927.

[2] J. H. Jeans, Supplement zu Nature Nr. 2979 vom 4. Dezember 1926. S. 39.

Ich habe in einem früheren Artikel hingegen angenommen, daß beim Zusammenstoß eines Protons mit einem Elektron (also bei einem Zweikörperstoß) *nur das Proton* sich in ein Energiequantum verwandelt, welches in bestimmter Richtung fortfliegt. Das Elektron fliegt als „Rückstoßelektron" entsprechender Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung fort. Die Wellenlänge des so entstandenen Energiequantums ist, wie im Falle eines „Dreikörperstoßes", gleich rund $2{,}6 \cdot 10^{-13}$ cm.[2])

Wollen wir jetzt diese Berechnung unter der Voraussetzung wiederholen, daß die Elektronenmasse immer gleich m_0 bleibe. Dabei nehmen wir an, daß die Geschwindigkeit des Elektrons und des Protons *vor* dem Zusammenstoß sehr gering ist. Nach dem Zusammenstoß verwandelt sich das Proton (dessen Masse wir gleich M_0 setzen) in ein Energiequantum von der Wellenlänge λ, welches in bestimmter Richtung mit Lichtgeschwindigkeit c fortfliegt. Das Elektron fliegt mit der Geschwindigkeit v in entgegengesetzter Richtung fort.[3]) Nach dem Gesetz der Erhaltung der Energie ist:

$$M_0 c^2 = h\nu + \tfrac{1}{2} m_0 v^2,$$

und nach dem Gesetz der Erhaltung des Impulses:

$$\frac{h\nu}{c} = m_0 v.$$

Diese Gleichungen ergeben:

$$\nu = \frac{1}{h}\left(- m_0 c^2 + \sqrt{m_0^2 c^4 + 2 M_0 m_0 c^4}\right),$$

und weiter:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{h}{- m_0 c + m_0 c \sqrt{1 + \frac{2 M_0}{m_0}}}.$$

Wir setzen $h = 6{,}55 \cdot 10^{-27}$, $c = 3 \cdot 10^{10}$, $m_0 = 9 \cdot 10^{-28}$, $\frac{M_0}{m_0} = 1845$ und erhalten (rund):

$$\underline{\lambda = 4{,}1 \cdot 10^{-13}\ \text{cm}.}$$

---

[1]) A. L. **Hughes** u. G. E. M. **Jauncey**, Nature 117. S. 193. 1926.

[2]) W. **Anderson**, Ztschr. f. Phys. 41. S. 72. 1927.

[3]) Die Geschwindigkeit v erweist sich als Überlichtgeschwindigkeit, was aber bei konstanter Elektronenmasse zu keinen Schwierigkeiten führt.

Somit ergibt die Hypothese der konstanten Masse eine beinahe 16 mal größere Wellenlänge als die gewöhnliche Hypothese der veränderlichen Masse (welche $\lambda = 2{,}6 \cdot 10^{-13}$ cm ergibt).

Was nun die Beobachtungen anbetrifft, so findet **R. A. Millikan** $\lambda = 0{,}00038$ Å $= 3{,}8 \cdot 10^{-12}$ cm als kürzeste Wellenlänge der Höhenstrahlung.[1]) Dies stimmt sehr nahe mit dem Werte überein, welchen die Hypothese der konstanten Masse ergibt.

Wir sehen also, *daß **Millikans** Beobachtungen zugunsten der Hypothese von G. v. Gleich sprechen*, *und gegen die gewöhnliche Hypothese der veränderlichen Masse.*

Trotzdem möchte ich diesem Ergebnis keine zu große Bedeutung beimessen. Die Berechnung der Wellenlänge aus dem Absorptionskoeffizienten ist bei so harter Strahlung etwas recht Unsicheres. Auch die Existenz einer noch härteren Höhenstrahlung, als **Millikan** sie beobachten konnte, ist nicht unmöglich. So glaubt G. **Hoffmann** das Vorhandensein von Strahlungskomponenten konstatiert zu haben, deren Durchdringungsvermögen noch um 50 Proz. größer ist als bei **Millikans** kürzesten Wellen. **Hoffmann** rechnet mit der Möglichkeit, daß sogar noch härtere Strahlungskomponenten vorhanden sein könnten.[2]) Endlich ist es auch noch gar nicht bewiesen, daß die Höhenstrahlung durch Protonenvernichtung entsteht.[3])

---

[1]) R. A. **Millikan**, Ann. d. Phys. **79.** S. 578. 1927.

[2]) G. **Hoffmann**, Naturw. **14.** S. 1004. 1926; vgl. auch den neuen Artikel von G. **Hoffmann** und E. **Steinke**, Naturw. **15.** S. 995. 1927.

[3]) Während der Drucklegung dieses Aufsatzes ist ein neuer Artikel von R. A. **Millikan** erschienen (Supplement to Nature No. 3036. S. 19 bis 26. 1928), wo er für die härtesten Höhenstrahlen eine Wellenlänge von $\lambda = 2{,}1 \cdot 10^{-12}$ cm annimmt. Auch dieser neue Wert verträgt sich mit der Hypothese von G. von **Gleich** immer noch besser, als mit der gewöhnlichen Hypothese der veränderlichen Elektronenmasse.

(Eingegangen 20. Dezember 1927)

Wiedergabe der belichteten Platte

Fig. 4

H. Haas

Seite
[illegible] Lösungen [illegible] 497
[illegible] (Band XIV und XV) 515
[illegible] 529
[illegible] elektro- [illegible] 552
[illegible] Arbeit: [illegible] und Ultrarot [illegible] bei 0,70 μ" 581
[illegible] 587
[illegible] den elektrodenlosen Ring- [illegible] 612
[illegible] zu meiner Arbeit über Farbe und [illegible] 641
[illegible] zu meiner Arbeit: „Über die elektro- [illegible] 643
[illegible] zur Arbeit: „Über das Spektrum der [illegible] 645
[illegible] zur Bestimmung der Siedepunkte [illegible] (Band XVII) 647

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

1928 № 5

ANNALEN DER PHYSIK
VIERTE FOLGE BAND 85

---

1. *Über die annähernden komplexen Lösungen der Schrödingerschen Differentialgleichung für den harmonischen Oszillator;*

von K. F. Niessen

Zusammenfassung

Die oben erwähnten Annäherungen werden studiert, um an einem Beispiel zu zeigen, wie die (leider problematische) Richtigkeit des Wentzelschen Approximationsverfahrens in der Wellenmechanik geprüft werden kann.

Einleitung

Das Studium der komplexen Lösungen einer Schrödingerschen Differentialgleichung ist von Belang für die Frage, inwieweit die früheren Sommerfeldschen Quantenregeln noch in der Wellenmechanik als Näherung dienen können.

Die in der alten Theorie auftretenden Integrale wurden am bequemsten mittels einer geschlossenen Integration in einer komplexen Ebene berechnet.

G. Wentzel[1]) zeigte, daß die Sommerfeldsche Regel als erste Annäherung auch aus der Wellenmechanik folgte, z. B. im Falle eines linearen Oszillators.

Seine Beweisführung ist aber nicht scharf, weil er annimmt, daß die Partikularlösung, die für unendlich große reelle positive und negative Werte der Koordinate verschwindet (also der Schrödingerschen Forderung genügt), in der komplexen Ebene eine analytische Fortsetzung hat, die wegen der Kleinheit der Planckschen Konstante in der ganzen Ebene mittels einer einzigen eindeutigen asymptotischen Lösung angenähert werden kann.

Wir werden aber zeigen, daß die Differentialgleichung für den linearen *harmonischen* Oszillator jedenfalls Partikularlösungen hat, die den **Schrödingerschen** Bedingungen genügen, aber in einem Teil (I) der komplexen Ebene mittels *einer* Funktion, im anderen Teil (II) durch die *Summe zweier* Funktionen anzunähern ist. Eine dieser letzten Funktionen ist dann die analytische Fortsetzung der einzigen Funktion in (I), die andere ist aber eine ganz neue Funktion. Von großer Bedeutung wird dann die Frage, wo die Grenze zwischen beiden Gebieten I und II liegt, damit wir untersuchen können, ob der **Sommerfeldsche** Integrationsweg in der komplexen Ebene in dem Gebiete I, oder vielleicht auch teilweise im Gebiete II verläuft.

---

[1]) G. Wentzel, Ztschr. f. Phys. 37. S. 518. 1926.

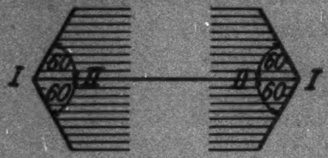


Fig. 1

Aus den Ergebnissen von **Kramers**[1]) kann man schon den letzteren Fall erwarten. Er fand nämlich in der komplexen Ebene in der unmittelbaren Umgebung jedes klassischen Umkehrpunktes zwei Gebiete I und II, deren Grenze einen Winkel von 60° mit der klassischen Bahn bildete (Fig. 1).

Wir werden in dieser Abhandlung zeigen, warum **Wentzel** trotz seiner *falschen* Annahme doch eine richtige Annäherung für die *rundintegrierte* **Schrödingersche** Partikularlösung finden konnte.

Bestimmung der Grenzkurve zwischen den Gebieten I und II

Wir können die **Schrödingersche** Differentialgleichung für den harmonischen Oszillator für unseren Zweck schreiben in der Form:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + (b - x^2)\varphi = 0. \tag{1}$$

Die Lösung ist zu schreiben als ein Integral in einer komplexen z-Ebene zwischen zwei festen Punkten P und Q, wobei x als Parameter auftritt:

$$\varphi = \int_P^Q \frac{e^{-z^2 - 2zx - \frac{x^2}{2}}}{z^{k+1}}\,dz \tag{2}$$

---

[1]) H. A. **Kramers**, Ztschr. f. Phys. 39. S. 828. 1926.

mit

$$k = \frac{b-1}{2}. \tag{3}$$

P und *Q* sind keine beliebigen Punkte, denn setzt man (2) in (1) ein, so sieht man, daß sie im allgemeinen nicht der Differentialgleichung genügt. Die Relation, die nach der Substitution von (2) in (1) übrig bleibt, läßt sich aber schreiben in der Form:

$$\int_P^Q \frac{d}{dz} \frac{e^{-z^2 - 2zx - \frac{x^2}{2}}}{z^k} = 0,$$

wie man bei Ausrechnung finden wird.

Wählen wir also als festen Anfangs- bzw. Endpunkt zwei Punkte *P* und *Q*, wo:

$$e^{-z^2 - 2zx - \frac{x^2}{2}} = 0,$$

so ist (2) wirklich eine Lösung von (1).

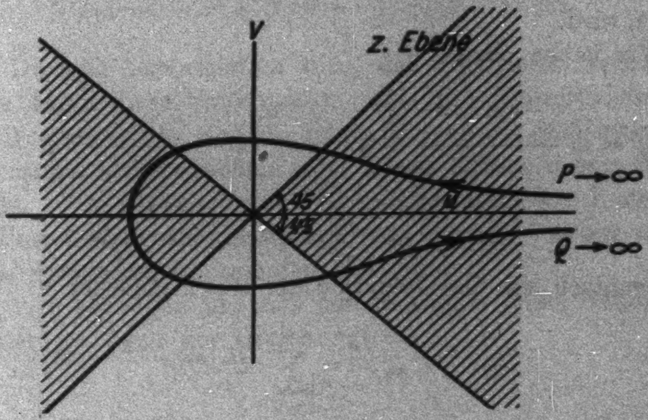


Fig. 2

Solche Punkte *P* und *Q* liegen im Unendlichen der in Fig. 2 schraffierten Gebiete.

Der Integrationsweg von *P* nach *Q* ist beliebig, soll aber, damit nicht identisch $\varphi \equiv 0$ sei, den Nullpunkt $z = 0$ umfassen, sagen wir z. B. in negativem Sinne.

Der Exponent *k* könnte auch gebrochen sein. Dann müßten wir unter der *z*-Ebene eine Riemannsche Ebene verstehen.

Wir interessieren uns aber nur für die Lösungen, die sich auf der reellen x-Achse wie die Schrödingerschen Funktionen verhalten, (weil wir die analytische Fortsetzung der letzteren untersuchen wollen) und müssen deshalb die Größe k ganzzahlig und positiv annehmen, wodurch nach (3) b und solcherweise auch die Energie nur die bekannten direkten Werte annehmen kann.

Wir werden zeigen, daß nun, also bei ganzzahligem k, die Lösung (2) für den Weg in Fig. 2 eine Funktion von x gibt, die für reelle x auf die bekannte Schrödingersche Eigenfunktion hinausläuft.

Wir können nämlich P und Q durch einen kleinen Weg verbinden, der ganz im Unendlichen bei $q = +\infty$ bleibt, woranf der Integrand in (2) stets verschwindet. Die Lösung (2) kann also zu einem geschlossenen Integral umgebildet werden, das außerdem noch beliebig geändert werden kann, wenn nur bei der Deformation des Weges der Nullpunkt nicht passiert wird.

Wir haben also:

$$\varphi = \oint \frac{e^{-z^2 - 2zx - \frac{x^2}{2}}}{z^{k+1}}\,dz = e^{\frac{x^2}{2}} \oint \frac{e^{-\zeta^2}}{(\zeta - x)^{k+1}}\,d\zeta$$

mit:

$$\zeta = x + z.$$

Benutzen wir die Definition der Hermiteschen Funktion:

$$e^{-(x-t)^2} = e^{-x^2} \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{H_n(x)}{n!}\,t^n,$$

woraus:

$$H_n(x) = n!\,\frac{(-1)^n}{2\pi i}\,e^{x^2} \oint \frac{e^{-\zeta^2}}{(\zeta - x)^{n+1}}\,d\zeta,$$

so können wir die letztere Gleichung — nun bei komplexem x — als die analytische Fortsetzung der Hermiteschen Funktion betrachten.

Wir können unsere Lösung (2) also auch schreiben als:

$$\varphi = C e^{-\frac{x^2}{2}} H_k(x),$$

was für reelle x-Werte wirklich auf die bekannte Schrödingersche Eigenfunktion hinausläuft.

Kehren wir nun wieder zu unserer Lösung (2) für komplexe x-Werte zurück.

Wir werden zur Berechnung von (2) ein Approximationsverfahren angeben und dabei nach dem Vorgang von Kramers[1]) eine Methode anwenden, die deutlich erkennen läßt, wo ein und wo zwei asymptotische Lösungen zur annähernden Darstellung einer selben Partikularlösung (2) von (1) zu benutzen sind.

Wir wählen dazu die Sattelpunktmethode. Wir legen den Integrationsweg in (2) nämlich durch die Sattelpunkte der Funktion:

$$\frac{e^{-z^2-2zx-\frac{x^2}{2}}}{x^{k+1}} = e^{f(z)},$$

wo

$$f(z) = -z^2 - 2zx - \frac{x^2}{2} - (k+1)\lg z.$$

Da sich herausstellen wird, daß die Linien steilsten Abfalles durch diese Sattelpunkte nach dem Unendlichen der in Fig. 2 schraffierten Gebiete gehen, können wir den Integrationsweg immer im Endlichen mit diesen Linien zusammenfallen lassen. Wir brauchen nur Verbindungslinien von P und von Q im Unendlichen anzubringen, deren Beiträge wegen des dort verschwindenden Integranden Null sind.

Wir begnügen uns mit den Beiträgen dieser Sattelpunkte. Letztere genügen der Gleichung:

$$f'(z) = 0.$$

Es ergeben sich also deren zwei:

$$z_0 = -\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{x^2 - (b+1)} \tag{4}$$

$$z'_0 = -\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{x^2 - (b+1)}. \tag{5}$$

Zur Bestimmung der Paßwege braucht man die Zerlegung von $f(z)$ in einen reellen und einen imaginären Teil.

---

[1]) H. A. Kramers, a. a. O.

Auf dem Paßwege (und eigentlich auch auf dem diesen senkrecht schneidenden „Bergweg“) bleibt der imginäre Teil konstant.

Unsere Lösung φ läßt sich schreiben:

$$\varphi = \int_P^Q e^{f(z)}\, dz.$$

In erster Näherung steuert die Umgebung des Sattelpunktes z_0, wegen $f'(z_0) = 0$, zum Integral bei:

$$O(z_0) = e^{f(z_0)} \int e^{(z-z_0)^2 \frac{f''(z_0)}{2}}\, dz.$$

Die Richtung des Integrationsweges in z_0 sei mittels ψ angegeben, so daß wir über eine kleine Strecke:

$$z - z_0 = \varrho\, e^{i\psi}$$

nach ϱ zu integrieren haben. Ist nun:

$$\frac{f''(z_0)}{2} = 1 - \frac{b+1}{4z_0^2} = M e^{i\alpha}, \tag{6}$$

so bestimmen wir ψ aus der Forderung, daß der imaginäre Teil von $(z-z_0)^2 f''(z_0)$ konstant bleiben muß, also Null, wie in $z = z_0$.

Aus:

$$(z-z_0)^2 \frac{f''(z_0)}{2} = \varrho^2 M e^{i(\alpha + 2\psi)}$$

finden wir für den Paßweg, je nach der Integrationsrichtung:

$$\alpha + 2\psi = \begin{cases} \pi \\ 3\pi \end{cases},$$

also:

$$\psi = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} \\ \frac{3\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} \end{cases},$$

weil dann $f''(z_0)$ negativ sein muß, während für den „Bergweg“ gilt:

$$\alpha + 2\psi = \begin{cases} 0 \\ 2\pi \end{cases},$$

wo ja $f''(z_0) > 0$ ist.

Ist $M \sim 1$ oder > 1, dann können wir die Integration über die kleine Strecke in ϱ auch von $\varrho = -\infty$ bis $\varrho = +\infty$ ausführen, da die e-Potenz sehr rasch abnimmt. Wir behalten also, wenn $M \gtrsim 1$ ist:

$$O(z_0) = \pm\, e^{f(z_0)} e^{-\;\frac{\alpha}{2}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-M\varrho^2} d\varrho = \pm\, e^{f(z_0)} (M e^{i\alpha})^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\pi}$$

$$= \pm \frac{e^{f(z_0)}}{\sqrt{f''(z_0)}} \sqrt{2\pi}.$$

(Das ±-Zeichen entspricht den zwei Möglichkeiten für die Integrationsrichtung.)

Es handelt sich also um die Frage, ob wir bei vorgegebenem komplexen x-Wert den Integrationsweg PQ über einen oder über zwei Sattelpunkte führen müssen, wenn wir nur entlang Linien steilsten Abfalls integrieren wollen.

Dazu müssen wir die Gleichung der *ganzen* Linie, nicht bloß die Gegend der Sattelpunkte kennen.

Setzen wir:

$$x = s + it,$$

so haben wir, wenn wir z zerlegen in:

$$z = u + iv = \sqrt{u^2 + v^2}\, e^{i\psi},$$

$$f(z) = R(u, v) + i\left[-2uv - 2tu - 2sv - \frac{b+1}{2}\psi\right],$$

worin $R(u, v)$ eine reelle Funktion darstellt.

Die Linien steilsten Abfalles (Paßweg) und steilsten Anstieges (Bergweg) durch den Sattelpunkt

$$z_0 = u_0 + iv_0$$

werden zusammengefaßt in der Gleichung:

$$-2uv - 2tu - 2sv - st - \frac{b+1}{2}\psi = C_0, \tag{7}$$

und diejenigen durch den Sattelpunkt

$$z_0' = u_0' + iv_0'$$

durch:

$$-2uv - 2tu - 2sv - st - \frac{b+1}{2}\psi = C_0', \tag{8}$$

welche Gleichungen ausdrücken, daß auf diesen Linien der Imaginärteil von $f(z)$ konstant bleibt, wo C_0 und C_0' den Wert des linken Gliedes darstellen, wenn hierin $u = u_0$, $v = v_0$ bzw. $u = u_0'$, $v = v_0'$ gesetzt wird.[1])

Die zwei Kurven (7) und (8) werden sich im allgemeinen nicht schneiden, weil bei beliebigem x für die Sattelpunktskoordinaten die Größen C_0 und C_0' verschieden ausfallen:

$$C_0 \neq C_0'.$$

Nebenstehende Figuren geben eine Idee über den Lauf der Paßwege für einige hinzugefügte Werte von x.

Die dem einen Sattelpunkt zugehörenden Kurven sind voll, die dem andern entsprechenden punktiert eingezeichnet.

In Fig. 3 wird ersichtlich nur ein Sattelpunkt passiert, in Fig. 4 aber zwei. Auch ist es möglich, daß ein Sattelpunkt ein-

---

[1]) Bezüglich der Paßwege können wir noch bemerken, daß der vollständige Weg öfters aus zwei Teilen besteht, die zwar als Gleichung haben:

$$-2uv - 2tu - 2sv - \frac{b+1}{2}\psi = C,$$

aber wofür die C-Werte verschieden sind.

Für den einen Teil z. B. ist $C = C_1$ und für den anderen $C = C_1 + (b+1)\pi$. Sie gehen dann von verschiedener Seite zu der Linie $\varphi = 0$, wo sie sich kontinuierlich aneinander schließen.

Geht man entlang des von beiden Teilen zusammen gebildeten Paßweges nach dem Unendlichen, so nimmt die Funktion:

$$\frac{e^{-s^2-2sx-\frac{x^2}{2}}}{x^{k+1}}$$

fortwährend ab, und während des Abstieges bemerkt man nicht, von der einen Kurve $C = C_1$ auf die andere $C = C_1 + (2b+1)\pi$ gelangt zu sein. Diese Kurven bilden nämlich zusammen das System orthogonaler Trajektoren der Kurven, worauf die Funktion selber konstant bleibt.

Weiter bemerken wir, daß der „Bergweg" meistens mit einem Zweig bis an den Nullpunkt geht und dort aufhört.

Daß er hier aufhören *muß*, versteht sich von selbst, weil die Relation:

$$-2uv - 2tu - 2sv - st - \frac{b+1}{2}\psi = C$$

bei $u = 0$, $v = 0$ nur von einem ψ-Werte befriedigt werden kann.

Jedoch gibt es immer wieder einen anderen „Bergweg", der sich so anschließt, daß er die Fortsetzung des ersteren bildet, aber einem anderen C-Wert entspricht.

Wie erwähnt, interessieren uns die Bergwege hier gar nicht.

Fig. 3

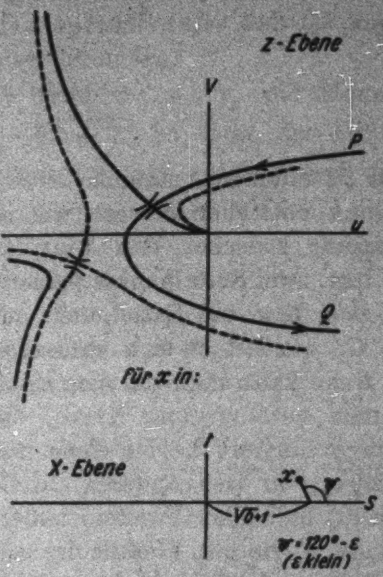
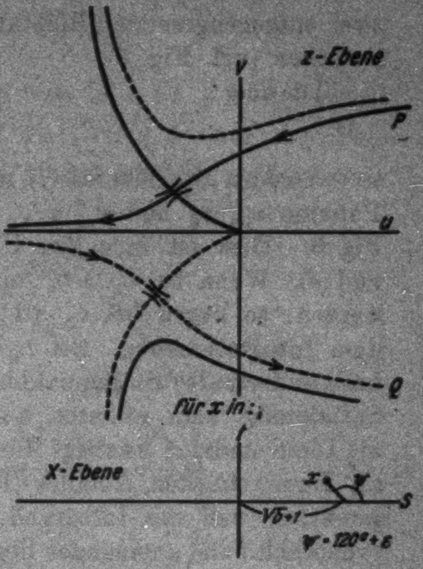

z-Ebene
V
P
u
Q
für x in:
X-Ebene
t
x
ψ
s
√5+1
ψ = 120° − ε
(ε klein)

Fig. 4


z-Ebene
V
P
u
Q
für x in:
X-Ebene
t
x
ψ
s
√5+1
ψ = 120° + ε

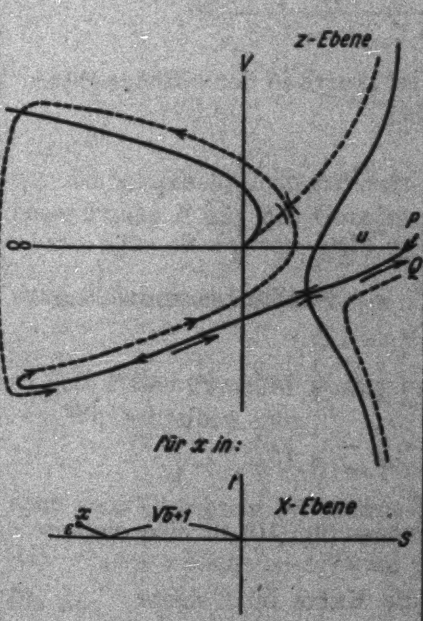

z-Ebene
V
∞
u
P
Q
für x in:
t
X-Ebene
x
ε
√5+1
S

Fig. 5

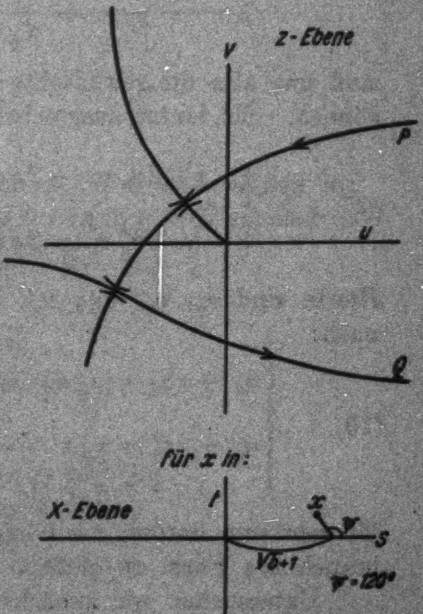

z-Ebene
V
P
u
Q
für x in:
X-Ebene
t
x
ψ
s
√5+1
ψ = 120°

Fig. 6

mal, und der andere zweimal passiert wird; letzterer aber in zwei entgegengesetzten Richtungen, so daß seine Beiträge sich aufheben (vgl. Fig. 5).

Ist aber

$$C_0 = C_0',$$

so schneiden die Kurven (7) und (8) einander, nämlich in den Punkten u_0, v_0 und u_0', v_0'. Dann entstehen Kurven wie in Fig. 6. Dies ist eine Art Übergang zwischen den Figg. (3) und (4). Wenn bei $C_0 > C_0'$ ein bzw. zwei Sattelpunkte passiert werden, so liegen bei $C_0 < C_0'$ zwei bzw. ein Sattelpunkt auf dem Integrationsweg. Bei $C_0 = C_0'$ handelt es sich sozusagen um „anderthalb" Sattelpunkte. *Dann* kann man von dem einen Sattelpunkt zum anderen kommen entlang einer Kurve, die als Linie steilsten Anstiegs (Bergweg) fungiert für den einen und als Linie steilsten Abfalles (Paßweg) für den anderen Sattelpunkt, so daß der Integrand in (2) in beiden Punkten außerordentlich nahe aneinander liegende Werte hat. Gerade der neu hinzugekommene Sattelpunkt gibt dann offenbar den relativ kleinsten Beitrag. Die Relation

$$C_0 = C_0'$$

muß uns also die gewünschte Grenzkurve in der x-Ebene geben können. Sie lautet ausgeschrieben:

$$\left\{\begin{aligned} &-2u_0 v_0 - 2s v_0 - 2t u_0 - \frac{b+1}{2}\psi_0 \\ &= -2u_0' v_0' - 2s v_0' - 2t u_0' - \frac{b+1}{2}\psi_0'. \end{aligned}\right. \tag{9}$$

Hierin sind u_0, v_0, ψ_0; u_0', v_0', ψ_0' Funktionen von ϱ und t nach:

$$\left\{\begin{aligned} &u_0 + i v_0 = \varrho_0 e^{i\psi_0} = -\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{x^2 - (b+1)} \\ &u_0' - i v_0' = \varrho_0' e^{i\psi_0'} = -\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{x^2 - (b+1)} \\ &\qquad x = s + it. \end{aligned}\right. \tag{10}$$

Es geht nun darum, die Gleichungen (9), (10) in eine elegante brauchbare Form zu gießen.

Untersuchen wir zunächst die Kurve im Gebiete

$$s > 0, \quad t > 0.$$

In Fig. 7 konstruieren wir den Punkt

$$\sqrt{x^2-(b+1)}$$

folgendermaßen:

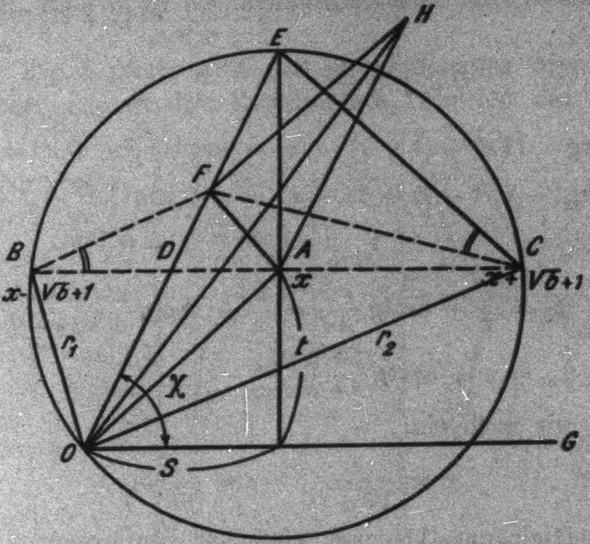


Fig. 7

Sind r_1 und r_2 die Moduln von $x-\sqrt{b+1}$ und von $x+\sqrt{b+1}$, so liegt der Punkt $\sqrt{x^2-(b+1)}$ auf der Bisektrix OD von $<(r_1, r_2)$ und sein Modul ist $\sqrt{r_1 r_2}$. Zeichnen wir den umgeschriebenen Kreis von $\Delta\, OBC$ und wählen wir einen Punkt F auf der Geraden $ODE(AE \perp OG)$ so, daß:

$$\angle FBC = \angle FCE,$$

dann findet man leicht:

$$OF = \sqrt{r_1 r_2},$$

so daß F der gesuchte Punkt $\sqrt{x^2-(b+1)}$ ist.

Wir schreiben nun:

$$\sqrt{x^2-(b+1)} = N\cos\chi + iN\sin\chi,$$

dann geht Gleichung (9) mittels (10) über in:

$$-sN\sin\chi - tN\cos\chi = \frac{b+1}{2}(\psi_0 - \psi_0'). \tag{11}$$

Um nun

$$N,\ \chi,\ \psi_0,\ \psi_0'$$

in s und t auszudrücken, haben wir:

$$r_1 = \sqrt{t^2 + (s - \sqrt{b+1})^2}$$

$$r_2 = \sqrt{t^2 + (s + \sqrt{b+1})^2}$$

$$N = \sqrt{r_1 r_2}$$

$$\operatorname{tg}\chi = \frac{t}{s - AD} = \frac{t}{s - \frac{r_2 - r_1}{r_2 + r_1}\sqrt{b+1}}$$

$$0 < \chi < \frac{\pi}{2}$$

$$\psi_0 = \arg \quad \left(\sqrt{x^2 - (b+1)} - x\right) = \arg\left(\overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OA}\right) = \angle\, CAF$$

$$\psi_0' = \arg\left(-\sqrt{x^2 - (b+1)} - x\right) = \pi + \arg\left(\sqrt{x^2 - (b+1)} + x\right)$$
$$= \pi + \angle\, HOG,$$

also:

$$\psi_0 = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{FJ}{AJ} = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{s - N\cos\chi}{N\sin\chi - t}$$

$$\psi_0' = \pi + \operatorname{arctg}\frac{t + N\sin\chi}{s + N\cos\chi}.$$

Führen wir noch ein:

$$\sigma = \frac{s}{\sqrt{b+1}}, \qquad \tau = \frac{t}{\sqrt{b+1}}, \tag{12}$$

so geht Gleichung (11) nach einfacher Umformung über in:

$$\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{w_1}{w_2 - w_3} = w_2 + w_3 \tag{13}$$

mit den Abkürzungen:

$$\left\{\begin{aligned} w_1 &= \sqrt{[\tau^2 + (\sigma+1)^2][\tau^2 + (\sigma-1)^2]} - \sigma^2 - \tau^2 \\ w_2 &= \sigma\sqrt{\left\{2\tau^2 - 2(\sigma+1)(\sigma-1)\right.} \\ &\qquad \overline{\left. + 2\sqrt{[\tau^2 + (\sigma+1)^2][\tau^2 + (\sigma-1)^2]}\right\}} \\ w_3 &= \tau\sqrt{\left\{-2\tau^2 + 2(\sigma+1)(\sigma-1)\right.} \\ &\qquad \overline{\left. + 2\sqrt{[\tau^2 + (\sigma+1)^2][\tau^2 + (\sigma-1)^2]}\right\}}. \end{aligned}\right. \tag{14}$$

Die Wurzeln sind immer positiv, da sie entweder vom Modulus N oder von $\sin\chi$ und $\cos\chi$ herrühren, wo $0 < \chi < \frac{\pi}{2}$. Der arctg bleibt zwischen $-\frac{\pi}{2}$ und $+\frac{\pi}{2}$. Die Gleichung (13) mit dem Schema (14) muß uns nun die Grenzkurve geben.

Jedoch liefert sie mehr als diese, denn man sieht leicht, daß

$$\tau = 0, \quad \sigma > 1$$

der Gleichung (13) genügt, weil dann $w_1 = -1$, $w_2 = 0$, $w_3 = 0$ ist.

Diesen Teil aber, der der reellen s-Achse in der x-Ebene entspricht, wo $s > \sqrt{b+1}$, können wir nicht als Grenzkurve bezeichnen.

Wie Fig. 8 zeigt, geht der Integrationsweg hier nämlich nicht über „anderthalb" Sattelpunkte, wiewohl die Kurvensysteme (7) und (8) einander schneiden. Wird x ein wenig geändert, so erhält man entweder Fig. 9 oder Fig. 10, also immer nur *einen* Sattelpunkt auf dem Integrationsweg.

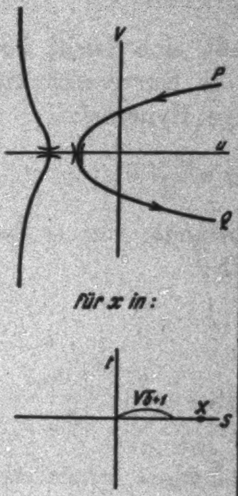


Fig. 8

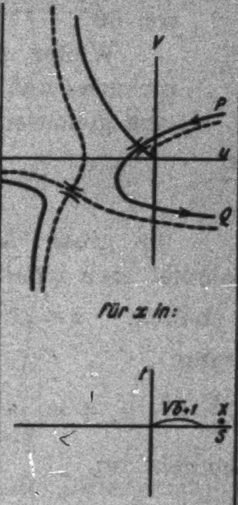


Fig. 9

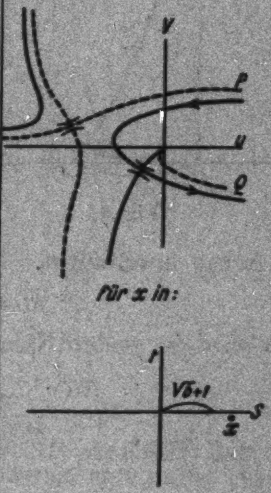


Fig. 10

Lassen wir deshalb den Teil

$$\tau = 0, \qquad \sigma > 1$$

als Bestandteil von (13) außer Betracht, so erhält man für den Rest, der Punkt für Punkt mittels des Schemas (14) berechnet werden kann, eine Kurve, die aussieht wie Fig. 11.

Sie schneidet die σ-Achse in $\sigma = 1$ unter einem Winkel von 60°, wie man leicht mittels der Substitution findet:

$$\sigma = 1 + \delta_1\,, \quad \tau = \delta_2\,,$$
$$|\delta_1| \ll 1\,, \quad 0 < \delta_2 \ll 1\,.$$

Für $\delta_1 > 0$ gibt Gleichung (13) dann $\frac{\delta_2}{\delta_1} = 0$, was der von uns schon ausgeschlossenen σ-Achse entspricht.

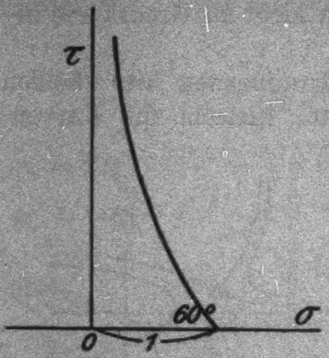


Fig. 11

Für $\delta_1 < 0$ gibt Gleichung (13) aber $\frac{\delta_2}{|\delta_1|} = \sqrt{3}$, also einen Winkel von 60°.

Weiter läßt sich leicht berechnen, daß die Kurve sich wie eine gleichseitige Hyperbel:

$$\sigma\tau = \frac{\pi}{4}$$

für große Abstände von O der τ-Achse anschmiegt. Schreibt man nämlich:

$$\sigma = \text{endlich}, \quad \tau = \infty\,,$$

so wird in erster Näherung:

$$\frac{w_1}{w_2 - w_3} = \frac{\tau}{2\sigma}\,, \quad w_2 + w_3 = 4\sigma\tau\,,$$

so daß Gleichung (13) übergeht in:

$$4\sigma\tau = \pi\,.$$

Selbstverständlich kann man sofort die in σ und τ gefundene Kurve mittels (12) in die x-Ebene überbringen. Weiter kann der Symmetrie wegen noch an der horizontalen und vertikalen Achse gespiegelt werden und so gelangt man schließlich zu der in Fig. 12 angegebenen Kurve.

Die Winkel von 60° stimmen mit dem schon früher von Kramers gefundenen und auf S. 498 erwähnten Resultate überein, die Schnittpunkte $\pm\sqrt{b+1}$ auf der reellen Achse aber nicht.

Er fand nämlich als Eckpunkte die Umkehrpunkte $\pm\sqrt{b}$ der klassischen Bewegung, ohne den weiteren Verlauf der Grenzkurven angeben zu können, da er die Differentialgleichung für die Umgebung der Umkehrpunkte entwickelte.

Der Grund für die Diskrepanz in der Lage der Eckpunkte ist, daß wir die Sattelpunktmethode nur dort anwenden können, wo $M \sim 1$ oder $\gg 1$ war.

Aber in der Gegend unserer Eckpunkte ist gerade $M = 0$. Wir haben ja aus (6) und (4)

$$M = \left| \frac{2x^2 - 2x\sqrt{x^2 - (b+1)} - 2(b+1)}{2x^2 - 2x\sqrt{x^2 - (b+1)} - (b+1)} \right| .$$

Wie die Grenzkurve in der Gegend von $x = \pm\sqrt{b+1}$ läuft, können wir nach dieser Methode also nicht bestimmen, wir müssen vielmehr die Differentialgleichung erst durch Entwicklung diesem Sonderfall anpassen, d. h. die **Kramerssche** Methode anwenden.

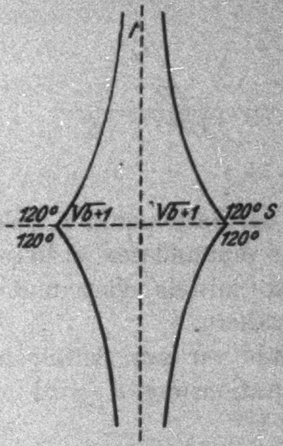


Fig. 12

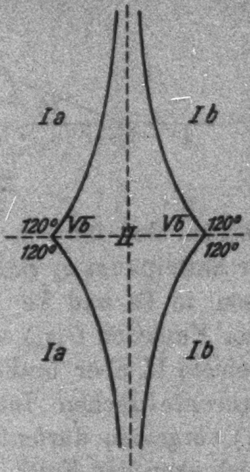


Fig. 13

Wir können nun aus beiden Untersuchungen zusammen schließen, daß die Grenzkurven verlaufen wie in Fig. 13. Das asymptotische Zusammenfallen der beiden Grenzkurven folgt aus unserer Betrachtung und wird von großer Bedeutung sein für die Berechnung der rundintegrierten Partikularlösung. Die Partikularlösung, die rechts und links im Unendlichen auf der reellen Achse verschwindet, hat eine analytische Fortsetzung, die wir im Gebiete Ia und Ib mit dem Beitrag nur *eines* Sattelpunktes annäherten, und zwar in Ia mittels des links gelegenen und in Ib mittels des rechts gelegenen Sattelpunktes. (Man vgl. die Figg. 5 und 8.)

Man hat in beiden Fällen, wie wir zeigen werden, den *ersten* Sattelpunkt zu wählen, dessen Lage wir bestimmten aus:

$$z_0 = -\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{x^2 - (b+1)}\,.$$

Ist nämlich x in A, dann ist $\varphi_1 = \varphi_2 = \pi$,
ist x „ B, „ „ $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$

(Fig. 14), also:

$$\sqrt{x_A^2 - (b+1)} = \sqrt{r_1 r_2}\, e^{i\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}} = -\sqrt{x_B^2 - (b+1)}\,.$$

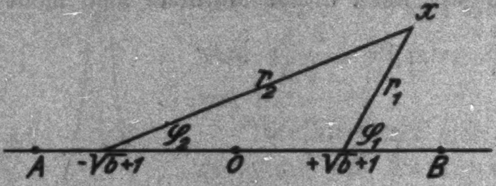


Fig. 14

Wir sehen, daß für x in A der Sattelpunkt z_0 links und für x in B der Sattelpunkt z_0 rechts vom anderen zu liegen kommt. Wir müssen in Ia und Ib also mittels einer und derselben analytischen Funktion $O(z_0)$ annähern.

Im Gebiete II aber brauchten wir *zwei* Sattelpunkte. Auf dem Sommerfeldschen Integrationsweg J wird man also nicht $O(z_0')$ vergessen dürfen!

Was ist aber der Fall?

Unsere Partikularlösung war nichts anderes als das Hermitesche Polynom und dieses hat ebensoviel Nullpunkte auf der reellen Achse zwischen dem klassischen Umkehrpunkte als ihr Grad beträgt, d. h. keine komplexen Nullpunkte.

Wir können den Integrationsweg J also ebensogut in den Weg J' transformieren, der nur über zwei kleine Strecken PQ und RS im Gebiete II verläuft (Fig. 15). Wir bemerkten schon früher, daß *auf* den Grenzkurven immer der Fall von „anderthalb" Sattelpunkten auftrat und wir sahen schon damals, daß der Beitrag des einen Sattelpunktes dann immer klein war verglichen mit dem des anderen. Es versteht sich von selbst und wird sich übrigens — durch analytische Berechnung — zeigen, daß der *hinzu*kommende Sattelpunkt den relativ kleineren Beitrag liefern muß, weil die anzunähernde Partikularlösung selbst ja nichts Diskontinuierliches hat.

In den vier Punkten P, Q, R und S ist also:

$$O(z_0') < O(z_0).$$

Weil nun PQ und RS so klein sind, bleibt diese Ungleichheit auch für die *zwischen* P und Q und *zwischen* R und S gelegenen Punkte in Kraft, und das ist der Grund, warum man

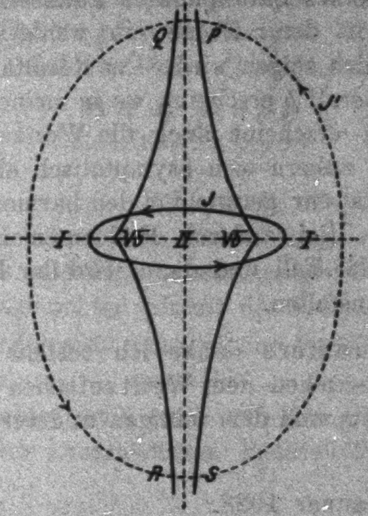


Fig. 15

bei der Berechnung der rundintegrierten Partikularlösung die zweite Funktion $O(z_0')$ ganz außer Betracht lassen kann, denn brächte man sie auf dem Wege J in Rechnung, so würde sie doch automatisch herausfallen.

Daß man trotz einer unrichtigen Annahme einen richtigen Wert für die rundintegrierte Partikularlösung fand, hat im Falle eines harmonischen Oszillators seinen Grund in zwei Tatsachen: 1. Die Lösung hat keine komplexen Nullpunkte. 2 Die Grenzkurve, die die Gebiete voneinander trennt, wo ein, bzw. kein Fehler gemacht wird, nähert sich asymptotisch.

Inwieweit das nicht auf den Fall eines harmonischen Oszillators beschränkt bleibt, ist noch eine offene Frage.

Aus den oben erhaltenen Ergebnissen möchte ich schließen, daß das Wentzelsche Approximationsverfahren zur Erhaltung der älteren Sommerfeldschen Phasenintegrale nicht zuverlässig sein kann ohne weitere Begründung und jedenfalls eine unrichtige Hypothese enthält, die in einigen Spezialfällen im Endresultat keinen Fehler geben wird, aber worauf ich doch hinweisen möchte.

Die erste Näherungsfunktion von Wentzel läßt sich auch wirklich nach einer mündlichen Mitteilung von Prof. Kramers als der Beitrag eines Sattelpunktes auffassen. Nur muß der Integrationsweg in der z-Ebene ein wenig geändert werden, wie sich gelegentlich zeigen wird. Das Resultat dieser Änderung ist dann, daß überall b erscheint, wo in meiner Rechnung $b+1$ stand, und dann erscheint auch die Wentzelsche Funktion. Die Grenzkurven nähern sich asymptotisch einer orthogonalen Hyperbel und das war gerade für den harmonischen Oszillator das Wesentliche. Bei anderen Problemen ist das vielleicht gar nicht mehr der Fall und dann wird der Fehler nicht mehr automatisch herausfallen.

Hrn. Prof. Kramers danke ich bestens dafür, mich auf die Diskrepanz zwischen dem Wentzelschen Approxomationsverfahren einerseits und dem seinigen andererseits hingewiesen zu haben.

Haag, 21. Januar 1928.

(Eingegangen 23. Januar 1928)

2. *Zur Polarisation des Kanalstrahllichtes in schwachen elektrischen Feldern*

I. Das Abklingleuchten von H_β in einem elektrischen Querfeld;

von ***E. Rupp***

(Hierzu Tafel XIV und XV)

1. Einleitung

Unsere Kenntnisse der Polarisation des abklingenden Kanalstrahllichtes seien kurz zusammengefaßt:

a) Im Abklingleuchten nimmt die Gesamtintensität $I_p + I_s$

(I_p = Intensität parallel zur Strahlachse,
I_s = „ senkrecht „ „)

des Kanalstrahllichtes nach einer *e*-Funktion ab. (Unter Nichtberücksichtigen der kanalnächsten Punkte) (W. **Wien**) Fig. 1*a*.

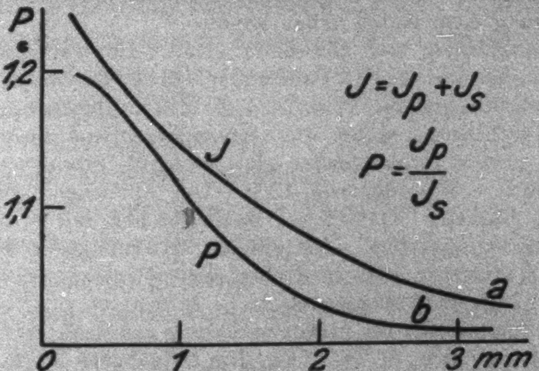


Fig. 1

b) Das Polarisationsverhältnis $P = \frac{I_p}{I_s}$ sinkt längs des Abklingweges schneller auf Null als die Strahlintensität. Fig. 1*b* Messungen von K. **Hertel**[1]), von mir[2]), und nach einer Mitteilung von J. Stark.[1]) Unmittelbar am Kanalende ist deutlich Polarisation vorhanden (meine 1. Untersuchung[2]) zur Polarisation des Kanalstrahllichtes, aus der ich damals glaubte folgern zu können, das Abklingleuchten sei in seiner Gesamtheit polarisiert).[3]) In einiger Entfernung vom Spalt und bei Fehlen jeglicher Störung der Lichtemission ist das Polarisationsverhältnis praktisch Null. [R. Döpel und R. v. Hirsch.[4])]

---

[1]) K. L. **Hertel**, Proc. Nat. Acad. of Sc. 12. S. 440. 1926.

[2]) E. **Rupp**, Ann. d. Phys. 81. S. 615. 1926 (zitiert als Teil I).

c) Polarisation des Kanalstrahllichtes tritt nur dann auf, wenn eine Störungswirkung anderer Atome auf die leuchtenden Atome stattfindet.

Die Polarisation ist also ein Sekundäreffekt. Die Störwirkungen sind am größten am Kanalende, auf der weiteren Flugbahn treten sie nur bei Anwesenheit von Restgasen oder elektrischer und magnetischer Felder auf.

d) Demgemäß hängen die Absolutwerte der Polarisation von der jeweils benutzten Apparatur ab. Es herrscht noch keine Übereinstimmung zwischen den verschiedenen Beobachtern, wie die Einflüsse der „Umwelt“ das Polarisationsverhältnis quantitativ bestimmen.

---

[1] J. Stark, Die Axialität der Lichtemission und Atomstruktur, Berlin 1927. Hr. Stark hat in dieser Mitteilung meine erste Untersuchung zur Polarisation des Kanalstrahllichtes angezweifelt und es muß zugegeben werden, daß die wenig ausführliche Beschreibung der Versuchsanordnung dazu Anlaß geben konnte.

Zur Entkräftung der Einwände Hrn. Starks gebe ich daher zwei Figuren wieder: 1. Die Polarisationskurve des von mir benutzten Dreiprismenspektrographen (Fig. 2, Taf. XIV), gemessen mit Glimmlicht einer Neonlampe, wobei die photographische Aufnahme mit dem Kochschen Registrierphotometer der hiesigen Sternwarte ausphotometriert wurde. Vergrößerung 1 : 5. Die optische Anordnung war Neonlampe, Kalkspat, Quarzlinse, Spalt (0,8 mm) des Steinheilschen Dreiprismenspektrographen. Man erkennt, daß infolge Verwendung einer Linse aus Quarzkristallglas im Gebiet um 460 mμ I_{a0} nahe gleich I_0, während für kürzere Wellenlängen $I_{a0} > I_0$.

2. Die Aufnahmen des Heliumspektrums bei Beobachtung senkrecht zum Kanalstrahl *a* (Fig. 3, Taf. XV). Die Aufnahmen zeigen die Heliumlinien 4922, 5016, 5048, daneben H_β und ganz schwach die Stickstofflinie 5002. Die Abweichungen mit Stark kommen dadurch zustande, daß ich nicht die Expositionszeit jeder einzelnen Aufnahme angegeben habe, sondern nur die meist benutzte Zeit von 4—5 Stunden Dauer. Die hier reproduzierten Aufnahmen *a* sind in 9 Stunden erhalten worden.

[2] Vgl. Teil I.

[3] Daß diese Extrapolation unrichtig war, haben R. Döpel und R. v. Hirsch gezeigt.

[4] R. Döpel und R. v. Hirsch, Ann. d. Phys. 82. S. 16. 1927.

Als Beispiel für die noch vorhandenen Abweichungen seien die Messungen der Polarisation unmittelbar am Spaltende für H_β zusammengestellt. Nach meinen Messungen ist: $P = 1{,}38$ ($v = 3 \cdot 10^7$ cm/sec)[1] und $P = 1{,}22$ (Entladungsspannung 4000 Volt).[2] Hertel[3]) gibt an

$v \cdot 10^{-7}$	3,7	4,1	5,2	5,4
P	1,05	1,12	1,07	1,17

Aus der Mitteilung von J. Stark sind folgende Werte zu entnehmen: $P = 1{,}4$, $v = 4{,}5 - 9{,}5 \cdot 10^7$ cm/sec am Schlitzende; bei 6000 Volt Entladungsspannung geringere Polarisation.

Ich schloß aus meinen ersten Messungen auf Zunahme von P bei wachsender Strahlgeschwindigkeit v, ein Verhalten, das auch Stark findet.[4]) Die Zahlen von Hertel liefern kein einheitliches Bild, trotzdem die Abklingkurve stets die gleiche einfache e-Funktion war.

2. Für das Zustandekommen der Polarisation des Kanalstrahllichtes und für Störungswirkungen anderer Atome habe ich folgende Erklärung experimentell näher begründet[5]):

a) Polarisation kommt zustande durch parallele Atomstöße der bewegten Atome mit anderen Atomen in Umkehrung des Polarisationseffektes bei parallelen Elektronenstößen. Da die Kurve der Gesamtintensität $I_p + I_s$ (Fig. 1*a*) durch diese Stoßwirkung nicht merklich beeinflußt wird, ist zu unterscheiden zwischen Zusammenstößen mit Übertragung der Anregungsenergie an das bewegte Atom und „polarisierenden“ Stößen: Atomvorbeigänge in größerem Abstand am bewegten Atom, bei denen nur eine Feldwirkung, eben die Polarisation der Lichtemission, ausgeübt wird.

b) Der Absolutwert der Polarisation ist durch „Umwelts“-Einflüsse bedingt (vgl. oben c). Als solche haben zu gelten: Zusatz-(Rest-)gase, elektrische und magnetische Felder, geome-

---

1) Vgl. Teil I.

2) E. Rupp, Ann. d. Phys. **84**. S. 94. 1927 (zitiert als Teil II).

3) K. L. Hertel, Phys. Rev. **29**. S. 848. 1927.

4) J. Stark, a. a. O. S. 68.

5) E. Rupp, a. a. O. Teil II.

trische Versuchsbedingungen. Die depolarisierende Wirkung der Zusatzgase steht in voller Analogie zur Depolarisation der Resonanzfluoreszenz durch dieselben Gase. Über den Einfluß der Geometrie der Versuchsröhre ist wenig bekannt. Den Einfluß schwacher Magnetfelder hat **Rausch v. Traubenberg**[1]) untersucht. Über die Polarisation in elektrischen Feldern liegt bisher eine Untersuchung von **Hertel**[2]) vor.

3. Die zur Polarisation führende Feldwirkung der polarisierenden Stöße schien auf Beziehung der Polarisation des Kanalstrahllichtes zum Starkeffekt hinzuweisen. Um hier quantitative Aufschlüsse zu bekommen, habe ich die Untersuchung der Polarisation des abklingenden Kanalstrahllichtes im elektrischen Feld in Angriff genommen. Noch vor Abschluß meiner Untersuchung erschien die damit parallel laufende von **Hertel**, die auch in der Versuchsanordnung ganz ähnlich der meinen durchgeführt ist.

4. Versuchsanordnung

Der abklingende Kanalstrahl tritt bei der wiederholt benutzten Röhre[3]) aus dem Spalt 0,3 · 3 mm bei 1 mm Tiefe in ein möglichst homogenes elektrisches Feld, dessen Feldlinien senkrecht zum Strahl stehen. Die Anordnung zeigt schematisch Fig. 4.

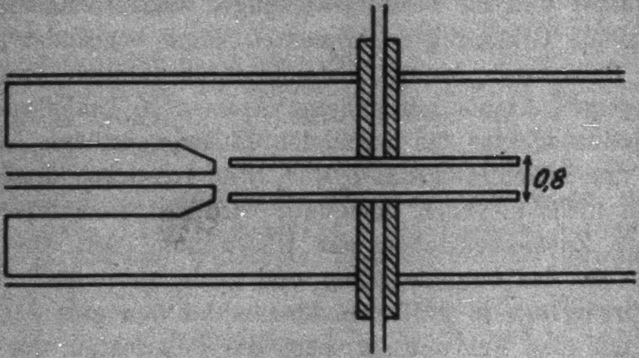


Fig. 4

Der Plattenabstand betrug 0,8 cm. Die Länge der Platten 4 cm. Beide Platten lagen auf Spannung, die Mitte der Spannungsbatterie war geerdet, um symmetrische Feldverteilung gegenüber der geerdeten Kathode zu erreichen.

---

[1]) H. **Rausch v. Traubenberg** und S. **Levy**, Ztschr. f. Phys. 44. S. 549. 1927.

[2]) K. L. **Hertel**, Phys. Rev. a. a. O.

[3]) E. **Rupp**, a. a. O. Teil II.

Senkrecht zum Kanalstrahl und zum elektrischen Feld wurde beobachtet.

5. Doppelbildmethode

Die zuerst benutzte optische Anordnung zeigt Fig. 5.

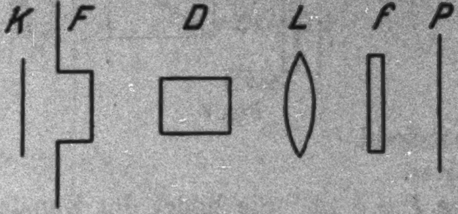


Fig. 5

K = Kanalstrahl von oben nach unten verlaufend.
F = Fenster an der Röhre.
D = doppelbrechendes Kalkspatprisma.
L = Linse f = 7,5 cm.
f = Gelbfilter, das die Linie H_β aus dem Kanalstrahl herausfiltert.
P = photographische Platte.

Es wurde nur die aus dem Strahl gefilterte Linie H_β des Wasserstoffs untersucht. Die Anordnung ohne spektrale Zerlegung hat wesentliche Vorzüge, wie Lichtstärke, geringe Polarisation durch die Apparatur, einfache Einstellung. Die Intensität der H_2-Banden stört praktisch nicht, wie durch Kontrollaufnahmen mit spektraler Zerlegung festgestellt wurde.

Die Photometrierung geschah mittels **Hartmann**schen Mikrophotometers und mittels thermoelektrischen Photometers des Instituts. Auf der Platte waren Intensitätsmarken des teils mit Siebblenden, teils mit Graukeil geschwächten Lichtes aufgedruckt.[1]

6. Babinetmethode

Da sich zeigte, daß die Polarisation des Kanalstrahllichtes im elektrischen Feld in eigentümlichen Perioden schwankte, wurde, um gerade diese Schwankungen sicher zu erfassen, noch eine Anordnung verwendet, die in Fig. 6 dargestellt ist. Die Polarisation wird hier mit Babinetschem Kompensator gemessen.

---

[1] Die von mir benutzten Methoden der Photometrierung sind im Prinzip dieselben wie sie **Stark**, a. a. O. S. 63 ausführlich beschreibt.

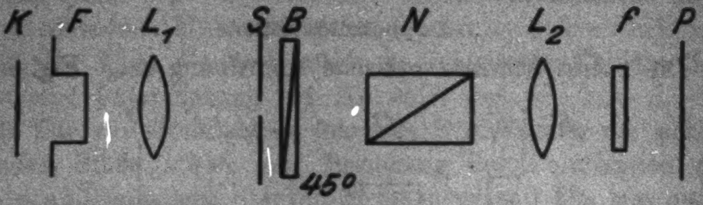


Fig. 6

K = Kanalstrahl.

F = Fenster.

L_1 = Linse $F = 5$ cm. Sie bildet den Kanalstrahl auf der Ebene des Spaltes S ab.

S = Spalt, der senkrecht zum Kanalstrahl steht und jeweils ein 0,3 mm breites Stück des Kanalstrahls hindurchtreten läßt. Der Spalt ist auf einem Mikrometerschlitten parallel zu K verschiebbar.

B = Babinet-Soleilscher Kompensator im Strahlengang des vom Spalt S ausgehenden Lichtes. Keilkante unter 45° zum Kanalstrahl und zum Spalt.

N = Nicol, in dem der Lichtvektor $\parallel$ zum Kanalstrahl und $\perp$ zum Spalt.

L_2 = Linse $f = 13$ cm, die die Interferenzstreifen des Babinet auf der photographischen Platte P abbildet.

f = Gelbfilter.

Die Methode mit Babinet erlaubt sehr leicht Änderungen der Polarisation zu erkennen, hingegen kann sie nicht die Größe des Lichtvektors absolut festlegen. Die absolute Größe des senkrecht und parallel zum elektrischen Feld schwingenden Lichtes gestattet aber die Doppelbildmethode, so daß die Verwendung beider Methoden nebeneinander einen hohen Genauigkeitsgrad erreichen läßt.

Nachdem für eine gewisse Stelle in bekannter Entfernung vom Kanalende $P = \frac{I_p}{I_s}$ aus der Doppelbildmethode bekannt war, wurden an dieser Stelle und in ihrer Umgebung bei jeweiliger Verschiebung des Spaltes S um 0,3 mm die relativen Änderungen der Polarisation mittels Babinet aus der Streifenverrückung ermittelt.

7. Ergebnisse

Die Ergebnisse sind in den Figg. 7—9 zusammengestellt.

P = Polarisationsverhältnis I_p/I_s (*p* und *s* in bezug auf die Kanalstrahlachse).

l = Länge vom Kanalende in Millimetern.

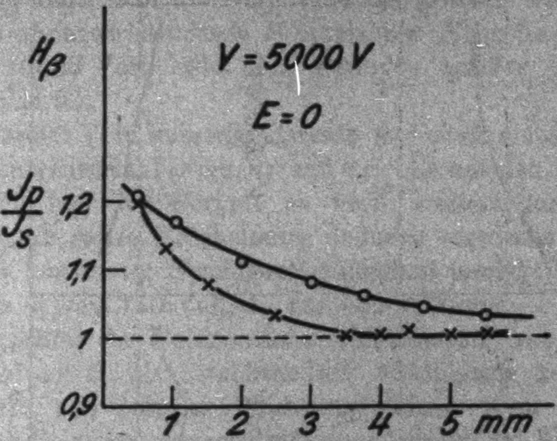


Fig. 7

Fig. 7 zeigt den Abfall der Gesamtintensität $I_p + I_s$ (⊙) und des Polarisationsverhältnisses I_p/I_s (×). Der Kurvenverlauf ist ganz der entsprechende wie der früher gefundene und wie ihn auch Hertel wiederholt erhalten hat. Bei Stark fällt *P* schneller auf Null mit wachsendem Abklingweg (nach 1,2 mm) als hier (2,5 mm), bei Hertel hingegen etwas langsamer.

Die Kurven Figg. 8 und 9 beziehen sich einmal auf konstantes elektrisches Feld *E* bei verschiedenen Strahlgeschwindigkeiten *v*; dann auf verschiedene Feldstärken bei konstanter Strahlgeschwindigkeit.

Die Strahlgeschwindigkeit ist nur indirekt aus dem Entladungspotential *V* bekannt. Bei anderen Messungen mit derselben Röhre wurden für die benutzten Entladungsspannungen folgende Mittelwerte der Geschwindigkeit aus dem Dopplereffekt gefunden:

P =	5000	10000	20000 Volt
v =	$4,1 \cdot 10^7$	$4,9 \cdot 10^7$	$7,6 \cdot 10^7$ cm/sec.

Man erkennt: a) Im Gegensatz zu der Kurve ohne Feld Fig. 7 zeigen alle Kurven bei konstantem Querfeld eigentümliche periodische Schwankungen des Polarisationsverhältnisses mit wachsender Entfernung vom Kanalende 1. Dieselben Schwankungen hat auch Hertel gefunden, doch lassen unsere Aufnahmen mittels Doppelbild- und Babinetscher Kompensatormethode diese Schwankungen als experimentell gesichert erscheinen, während sie bei Hertel nahe der Meßfehlergrenze liegen.[1])

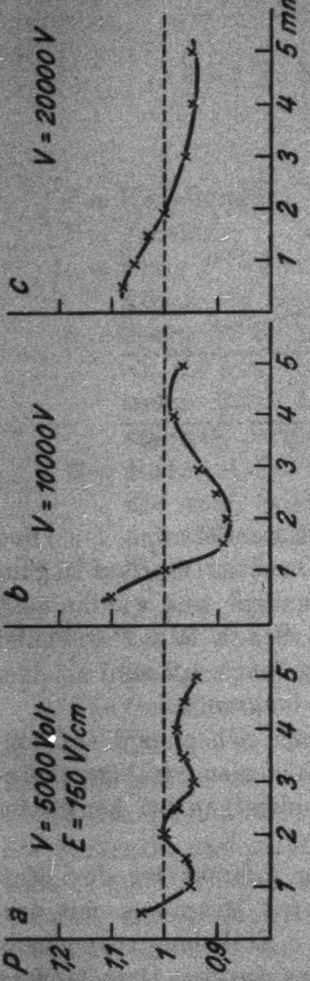


Fig. 8. H_β

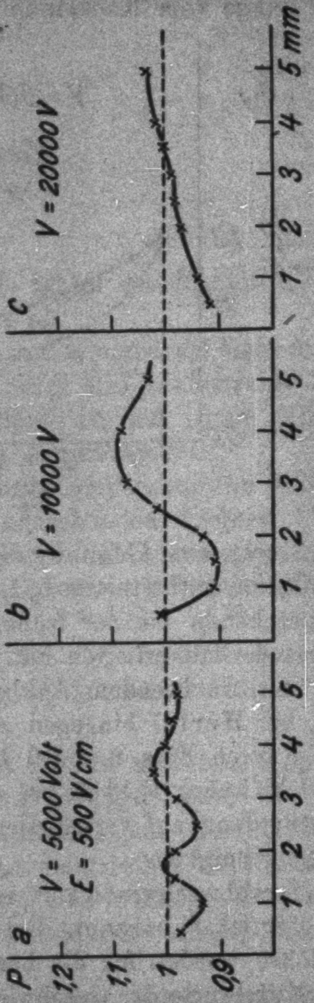


Fig. 9. H_β

$P = \frac{I_p}{I_s}$. p und s bezogen auf die Kanalachse (in bezug zur Feldrichtung umgekehrt). p = 0,00012 mm Hg im Beobachtungsraum.

---

[1]) K. L. Hertel, a. a. O. S. 856.

b) Die periodischen Schwankungen sind offenbar Funktion der Strahlgeschwindigkeit. Bei konstantem Feld *E* sind sowohl bei 150 Volt/cm (Fig. 8) wie bei 500 Volt/cm (Fig. 9) folgende Perioden (analog zu Wellenlängen) deutlich zu unterscheiden:

Bei 5000 Volt Entladungsspannung etwa 2 Perioden großer Amplitude, wenn man als Amplitude die größten Änderungen des Polarisationsverhältnisses *P* bezeichnet (Figg. 8*a* und 9*a*).

Bei 10000 Volt etwa $1^1/_2$ Perioden großer Ampitude (Figg. 8*b* und 9*b*).

Bei 20000 Volt keinerlei Periode nur noch einen unregelmäßigen Kurvenverlauf (Figg. 8*c* und 9*c*). Es hat den Anschein, als ob sich hier die Periode so breit auseinander gezogen hätte, daß die ganze Erscheinung dadurch verwischt wird.

c) Bei konstanter Strahlgeschwindigkeit bewirkt Erhöhung des Feldes *E* von 150 Volt/cm auf 500 Volt/cm:

α) Zunahme des Polarisationsverhältnisses *P* mit wachsendem Strahlweg *l*. Mit wachsendem Abklingweg zeigen die Kurven bei 150 Volt/cm fallende Tendenz nach kleineren Werten des Polarisationsverhältnisses, während die Kurven bei 500 Volt/cm zu größeren *P*-Werten ansteigen. Vgl. Figg. 8*a, b, c* gegen 9*a, b, c*.

β) Verschiebung der Maxima und Minima im Sinne einer Vermehrung der Periodenzahl. So in Fig. 8*a* nur $1^3/_4$ Periode gegenüber Fig. 9*a* $2^1/_4$ Perioden; in Fig. 8*b* 1 Periode gegen Fig. 9*b* $1^1/_2$ Perioden.

Dieselben Gesetzmäßigkeiten kann man aus den Messungen von Hertel ebenfalls herauslesen, wenn auch undeutlicher. Man vgl. Fig. 6 C, D, F bei Hertel.

Aufnahmen mit Babinet, die die Streifenverschiebungen bei wachsendem Abklingweg *l* gut erkennen lassen, zeigt Fig. 10, Taf. XV. In Fig. 10*c*, Taf. XV ist deutlich die Periode der Verschiebung zu sehen (man beachte die Marke rechts bzw. links an den Bildern), man vergleiche Bild 1 und 3 mit Bild 2 und 6 (von unten gezählt).

8. Zur Deutung der Ergebnisse

a) Bezeichnen wir mit I' die Kurven ohne Feld, mit I die Kurve der Feldwirkung, so müßte zur Deutung der Ergebnisse das Verhältnis $\frac{I_p}{I_s}$ bekannt sein. Tatsächlich bekannt ist aber $\frac{I_p + I_p'}{I_s + I_s'}$, so daß über die Kurve der reinen Feldwirkung nichts Sicheres ausgesagt werden kann.

b) **Hertel** vergleicht seine Kurven mit Wellenzügen. So nimmt er für Kurve E in Fig. 5 seiner Abhandlung eine Kombination von zwei Wellen entgegengesetzter Phasen an. In einem anderen Fall (Kurve C in Figg. 5 und 6, Feld 100 Volt/cm) rechnet er die Wellenlänge in zeitliche Perioden um und findet für 5 C $1{,}2 \cdot 10^{-8}$ Sek. und für 6 C $1{,}3 \cdot 10^{-8}$ Sek.

c) Man kann vielleicht zu einer Deutung der periodischen Schwankung des Polarisationsverhältnisses längs des Abklingweges gelangen, wenn man das Verhalten eines anharmonischen Oszillators in einem elektrischen Feld heranzieht.

Unter Anwendung der **Voigt**schen Theorie des anharmonischen Oszillators hat im Falle der Polarisation der Resonanzstrahlung in einem elektrischen Feld W. **Hanle**[1]) die dabei auftretenden Polarisationsgrade qualitativ erklären können.

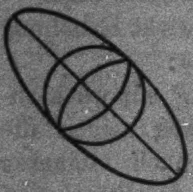


Fig. 11

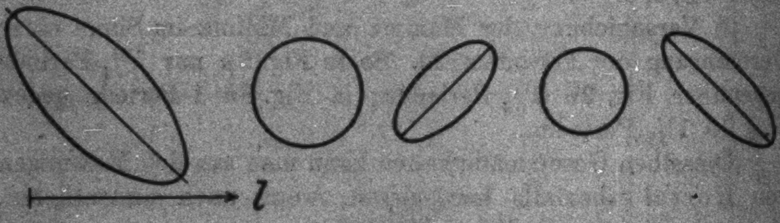


Fig. 12

Dieselbe Theorie wäre auch in unserem Falle zur Erklärung heranzuziehen mit dem wichtigen Unterschied, daß wir es hier mit bewegten Atomen zu tun haben. Der ruhende anharmonische Oszillator durchläuft nacheinander verschiedene Schwingungszustände und wir beobachten einen zeitlichen Mittelwert über alle diese Zustände (Fig. 11). Beim bewegten anharmonischen Oszillator hingegen gehört zu jedem Schwingungszustand ein bestimmter Ort längs des Abklingweges *l*, und wir

---

1) W. **Hanle**, Ztschr. f. Phys. 35. S. 346. 1926.

werden hier die einzelnen Schwingungsphasen, die zeitlich aufeinander folgen, räumlich nebeneinander beobachten können (Fig. 12).

d) Würden Störungen der Polarisation durch Umweltseinflüsse, besonders durch Restgase, zu beseitigen sein und alle Kanalstrahlatome in einem längs des Strahls eng begrenzten Volumen in gleichen Phasen zu leuchten anfangen, so würden unsere Kurven das unverfälschte Schwingungsbild des anharmonischen Oszillators im elektrischen Feld wiedergeben.

Die Störungen der Polarisation durch Restgase werden im Fall des elektrischen Querfeldes dieselben sein wie im feldfreien Fall. Um die gefundenen Kurven im elektrischen Feld von den Störungen der Umwelt befreien zu können, müssen die Intensitäten I_p und I_s mit und ohne Feld einzeln bekannt sein. Da wir aber nur das Verhältnis I_p/I_s kennen, ist nur die Reduktion der Feldkurve auf die Kurve ohne Feld möglich. Das ist für die Entladungsspannung 5000 Volt in Fig. 13 geschehen.

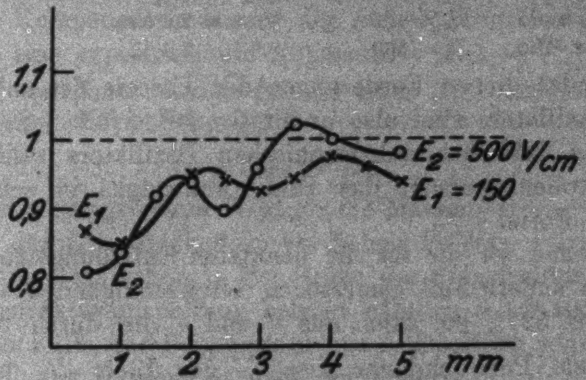


Fig. 13

Fig. 13 gibt also $\frac{\frac{I_p + I_p'}{I_s + I_s'}}{I_p/I_s}$, wenn wir (wie oben a) mit I' die Kurve ohne Feld und mit I die Kurve der reinen Feldwirkung verstehen. Fig. 13 liefert das Schwingungsbild einer großen Anzahl anharmonischer Oszillatoren, deren Schwingungsphasen sich überlagern, was einer Verflachung der zu erwartenden Maxima und Minima längs des Abklingweges gleichkommt. Diese Verflachung nimmt mit wachsender Strahlgeschwindigkeit zu, daher sind in Figg. 8*c* und 9*c* überhaupt keine Perioden mehr festzustellen.

e) Unser Bild des längs des Abklingweges in seinen Schwingungsphasen sich abwickelnden Oszillators verlangt, daß mit wachsender Strahlgeschwindigkeit die Periodenzahl (Anzahl gleicher Schwingungszustände) sich vermindert und mit wachsender elektrischer Feldstärke ansteigt. Wir entnehmen den Kurven Figg. 8 und 9:

Entladungsspanung . . .		5000	10000	20000 Volt
Periodenzahl	$E_1 = 150$ V/cm	$1^3/_4$	1	keine
„	$E_2 = 500$ „	$2^1/_4$	$1^1/_2$	
Abstand l'	$E_1 = 150$ „	1,0 mm	2,2 mm	
Max.–Min.	$E_2 = 500$ „	0,8 „	2,0 „	

Die grundsätzlichen Forderungen der Theorie des anharmonischen Oszillators sind also qualitativ voll erfüllt. Sobald wir aber das Bild des anharmonischen Oszillators zahlenmäßig fassen wollen, versagt das Bild, wenigstens in seiner einfachsten Form.

Nehmen wir die für die benutzten Entladungsspannungen in einem andern Fall gemessenen Geschwindigkeiten als gültig an (vgl. S. 521), so kann aus l' und v die durch das Feld auftretende Periodendauer $\tau = \frac{2l'}{v'}$ der Linie H_β berechnet werden. Man erhält für $1/\tau$

Strahlengeschwindigkeit	v	$4{,}1 \cdot 10^7$	$4{,}9 \cdot 10^7$ cm/sec
für $E_1 = 150$ V/cm	$\Delta\nu$	$20{,}5 \cdot 10^7$	$10{,}0 \cdot 10^7$ sec^{-1}
$E_2 = 500$ „	$\Delta\nu$	$25{,}5 \cdot 10^7$	$12{,}0 \cdot 10^7$ „

Diese Periodenzahlen nehmen anscheinend ab mit steigender Geschwindigkeit des Kanalstrahles; sie nehmen zu mit steigendem elektrischen Feld, aber jedenfalls weniger als proportional diesem Feld. Die Werte sind von gleicher Größenordnung wie die von Hertel angegebenen ($8 \cdot 10^7$ sec^{-1}, vgl. oben).

Die Theorie des anharmonischen Oszillators in einfachster Form würde verlangen:

Unabhängigkeit der Periodenzahlen von der Strahlgeschwindigkeit,

Zunahme der Periodenzahlen mit dem Quadrat der elektrischen Feldstärke, zwei Forderungen, die von den Versuchen sowohl von meinen wie von denen Hertels quantitativ nicht erfüllt sind.

Es ist des weiteren die Frage zu erörtern, wie die Werte der Periodenzahlen sich zu den für kleine Felder berechenbaren Aufspaltungen der Linie H_β verhalten. Wir vergleichen dazu:

α) den Starkeffekt bei hohen Feldern extrapoliert auf schwache Felder,

β) die Kramerssche Theorie für schwache Felder.

α) Nach Stark ist die Abhängigkeit der Aufspaltung von der Feldstärke gegeben durch die Beziehung

$$\Delta \nu = n\, C\, E$$

n = Komponentennummer der aufgespaltenen Linie,
C = eine experimentelle Konstante $= 20{,}4 \cdot 10^5$.

Man berechnet daraus für die erste Komponente von H_β für ein Feld $E = 150$ V/cm

$$\Delta \nu = 3{,}0 \cdot 10^8 \text{ sec}^{-1},$$

also einen etwas größeren Wert als die Messungen hier ergeben.

Die aus dem Starkeffekt bei hohen Feldern extrapolierte Aufspaltung liegt schon in der Größe der Feinstruktur von H_β. Die Feinstrukturaufspaltung beträgt nämlich $9 \cdot 10^9$ sec^{-1}.

β) Im Falle, daß Feinstruktur und Aufspaltung von gleicher Größenordnung werden, ist nach der Theorie von H. Kramers keine Gültigkeit der Starkschen Formel zu erwarten. Benutzen wir die von Kramers in diesem Falle abgeleitete Formel

$$\Delta W = -\frac{9}{4}\left(\frac{h}{2\pi}\right)^6 \frac{c^2 E^2}{e^{10} m_0^{\,2}}\, n^5 k\,(n^2 - 2k^2 + m^2),$$

so erhalten wir wohl Übereinstimmung in der Größenordnung der Aufspaltung, aber ebenso wie in der klassischen Theorie Anstieg der Aufspaltung mit dem Quadrat der elektrischen Feldstärke.

Zur weiteren Klärung der in schwachen elektrischen Feldern auftretenden Polarisationserscheinungen soll der Längseffekt der Linie H_β untersucht werden.

Zusammenfassung

Das Polarisationsverhältnis I_p/I_s der Linie H_β im Kanalstrahllicht in schwachen elektrischen Feldern wird für ver-

schiedene elektrische Feldstärken und für verschiedene Strahlgeschwindigkeiten gemessen.

Die Kurven des Polarisationsverhältnisses zeigen längs des Abklingweges des Kanalstrahles eigentümliche periodische Schwankungen (Figg. 8 und 9). Die Periodenzahlen nehmen zu mit abnehmender Strahlgeschwindigkeit und mit steigendem elektrischen Feld.

Die Erscheinungen lassen sich qualitativ zurückführen auf die Schwingungen eines klassischen anharmonischen Oszillators, der längs des Abklingweges in verschiedenen Schwingungsphasen schwingt.

Hrn. Prof. Pohl danke ich für das Interesse, das er der Untersuchung entgegenbrachte.

Göttingen, I. Physikalisches Institut, Januar 1928.

(Eingegangen 27. Januar 1928)

3. *Die Absorption der Kohlenstoff-K-Strahlung in C, N und O;*

von Heinrich Kurtz[1])

Inhalt: Einleitung. — Grundzüge der Methode und Resultate. — Beschreibung der Apparatur. — Ausführung der Messungen: a) Vorversuche; b) Gang einer Meßreihe. — Darstellung der Gase. — Grundzüge der Berechnung der Strahlungsumwandlung in einer Celluloidschicht. — Zusammenfassung.

Einleitung

Die Gesetze der Absorption von elektromagnetischen Strahlen sind für den Wellenbereich der Röntgenstrahlen genau bekannt seit der Zeit, als es gelungen war, einzelne Frequenzen bis zur praktischen Monochromasie zu isolieren und die Untersuchungen an ihnen durchzuführen. Die Absorptionsverhältnisse sind uns indessen fast völlig unbekannt für das Gebiet der sehr weichen Röntgenstrahlen, jener Strahlen, die wir im Spektrum zwischen dem Ultraviolett und den weichen Röntgenstrahlen einzuordnen haben, deren Anregespannungen etwa zwischen 10 und 1000 Volt liegen, deren Wellenlängen also um mehrere Zehnerpotenzen größer sind als die der meist verwandten Röntgenstrahlen um ein Ångström herum.

Zwar hat Holweck[2]) ein Absorptionsgesetz für dieses Gebiet angegeben, aber seinen Messungen haftet insofern ein Mangel an, als nur mit gefilterter „weißer" Strahlung gearbeitet wurde, also praktisch die Untersuchung an einem Gemisch verschiedener Wellenlängen von völlig unkontrollierbarer Zusammensetzung durchgeführt wurde. In der von ihm angegebenen Formel

$$\frac{\alpha}{D} = A \cdot \lambda^{2,5}$$

---

[1]) Kieler Dissertation 1927.

[2]) F. Holweck, Compt. rend. 172. S. 439. 1921. Mit weiteren Untersuchungen an solcher gefilterten Strahlung zusammengefaßt in F. Holweck, De la Lumière aux Rayons X (Paris 1927).

bedeutet α/D den Massenabsorptionskoeffizienten, λ die quantenmäßig durch das Beschleunigungspotential bedingte kürzeste Wellenlänge der verwendeten Strahlung in ÅE und A eine von der Ordnungszahl des absorbierenden Elements abhängende Konstante, deren Wert[1]) für Sauerstoff gleich 0,9, für Stickstoff gleich 0,7 und für Wasserstoff gleich 0,2 angegeben wird. Da in der Formel explizit nur die Grenzwellenlänge steht, während in der Tat die Wirkung des unbestimmten Komplexes der längeren Wellen im Beobachtungsergebnis mit enthalten ist, muß, da gerade diese Wellen die größere Absorption zeigen, das Gesetz, auf monochromatische Strahlung angewandt, zu große Werte liefern.

Um definierbare Verhältnisse zu schaffen, erscheint es als unumgänglich notwendig, die Absorptionsuntersuchungen auch in diesem Gebiet mit monochromatischer Strahlung durchzuführen. Die Grundzüge einer Methode, die dieses gestattet, wurden anläßlich einer Untersuchung über Eigenstrahlungen der Elemente C, N, O von W. Trenktrog[2]) ausgearbeitet, von dem auch erste Absorptionsmessungen hiernach ausgeführt wurden. Die Methode benutzt die Eigenstrahlung des Kohlenstoffs als Strahlungsquelle.

Die Aufgabe der vorliegenden Arbeit bestand nun darin, Absorptionsmessungen mit einer verbesserten Anordnung nach den Angaben von Trenktrog durchzuführen. Es liegt im Wesen der Methode begründet, daß man die Untersuchungen dahin orientiert, für die monochromatische Strahlung die Absorption in verschiedenen Stoffen zu prüfen. Es wurden untersucht die Gase: Luft, Sauerstoff, Stickstoff, Kohlendioxyd, Kohlenmonoxyd und Äthan.

Grundzüge der Methode und Resultate

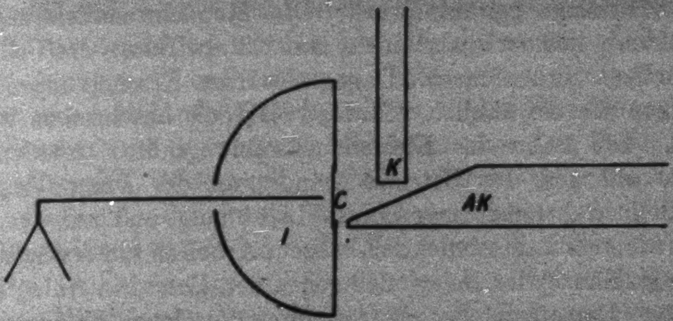
Zur Erzeugung der Röntgenstrahlen wurde ein Oxydkathodenrohr mit Platinantikathode *AK* (Fig. 1) verwendet, das seine Strahlung durch ein Celluloidhäutchen *C* von 0,9 cm Durchmesser und etwa 10^{-5} cm Dicke in die Ionisationskammer *J* schickte. Es war nötig, von der zunächst benutzten Wolframglühelektrode zur Wehneltelektrode *K* überzugehen, weil das zerstäubte Wolfram, das sich auf Antikathode und Celluloidhaut niederschlug, schon in geringster Dicke erhebliche Absorptionsstörungen verursachte.

---

[1]) Die Werte für die Konstante A sind der letzteren der beiden zitierten Arbeiten entnommen.

[2]) W. Trenktrog, Dissertation, Kiel 1923.

Holweck[1]) fand, daß bei genügender Dicke der Celluloidhaut oberhalb der Anregespannung der Kohlenstoff-*K*-Strahlung die Absorption der durch ein Celluloidblättchen hindurchgetretenen Strahlung sich nicht mehr änderte, d. h. die Härte der durchgelassenen Strahlung bei Variation der Anregespannung unverändert blieb. Trenktrog, der dasselbe feststellte, konnte außerdem zeigen, daß praktisch eine e-Funktion, also ein praktisch einheitlicher Absorptionskoeffizient, vorlag. Die Strahlung ist also praktisch monochromatisch und muß nach der Art ihres Auftretens als die *K*-Strahlung des Kohlenstoffs gelten. Diese kann, da das C-Atom, wie Kossel[2]) gezeigt hat, nur noch eine unvollständige *L*-Schale, aber keine *M*-Schale mehr enthält, nur aus α-Linien bestehen, muß also sogar eine recht gute Monochromasie besitzen. Diese Vermutung ist kürzlich von Dauvillier[3]) unmittelbar spektrographisch bestätigt worden.



Schematische Darstellung der Strahlenquelle und der Meßkammer
Fig. 1

Mit Holweck und Trenktrog wurde zunächst angenommen, daß eine Monochromatisierung durch Erregung von Fluoreszenzstrahlung im Häutchen vor sich ging. Eine näherungsweise durchgeführte Berechnung der Absorption einer kontinuierlichen Bremsstrahlung mit einer Energieverteilung gemäß der von Kulenkampff[1]) angegebenen Formel in einer Celluloidschicht unter Verwendung der ermittelten Absorptionskoeffizienten zeigt aber, daß die austretende Strahlung je nach der Höhe der Anregespannung verschieden starke Komponenten von Kohlenstoff-K-Strahlung, Stickstoff-K-Strahlung und Sauerstoff-K-Strahlung in Beträgen von gleicher Größenordnung aufweisen muß, und daß die Sauerstoffstrahlungskomponente einen durchaus merklichen und um so größeren Einfluß bekommt, je härter die Primärstrahlung und je dicker das Häutchen gewählt wird. Die Monochromatisierung der Strahlung ließ sich also nicht auf Filterwirkung des Celluloidhäutchens zurückführen. Dagegen wurden Erscheinungen beobachtet, wie sie ähnlich von Dauvillier[2]) beschrieben worden sind. Die Bahn des Elektronenstrahls sandte, trotzdem das Rohr während des Betriebs ständig an der Pumpe lag, ein deutlich wahrnehmbares blaues Licht aus, und auf der Antikathode entstand schon nach kurzem Arbeiten ein festhaftender, schwarzglänzender Belag, der gegen den Rand hin Anlauffarben zeigte. Diese zunächst als störend empfundenen Erscheinungen erwiesen sich als die wahre Ursache der Monochromatisierung. Man muß sie nämlich mit Dauvillier der Spaltung von Kohlenwasserstoffen zuschreiben, die infolge der Verwendung von Schliffetten und Kitten (siehe Beschreibung der Apparatur) in geringem Maße ständig im Rohr vorhanden sind. Der sich infolge dieses Vorgangs bildende Belag auf der Antikathode konnte als Kohlenstoff identifiziert werden, übereinstimmend mit Dauvilliers spektrographischem Nachweis mittels der Kohlenstoff-$K\alpha$-Linie.[3]) Die ursprünglich wegen des hohen Atomgewichts gewählte Platinantikathode konnte also gar nicht zur Wirkung kommen, sondern es wurde praktisch mit einer Kohlenstoffantikathode gearbeitet. Bei einem Antikathodenmaterial so geringen Atomgewichts tritt aber die Intensität des Bremsspektrums gegenüber der Intensität der charakteristischen Strahlung stark zurück, so daß schon an der Antikathode eine

---

[1] F. Holweck, a. a. O.

[2] W. Kossel, Ztschr. f. Phys. 2. S. 470. 1920.

[3] A. Dauvillier, Compt. rend. 183. S. 193. 1926.

---

1) H. Kulenkampff, Ann. d. Phys. **69**. S. 548. 1922.

2) A. Dauvillier, Journ. de Phys. et le Radium 7. S. 369. 1926.

3) Auch Holweck weist darauf hin, daß solche Belege bereits in sehr dünnen Schichten die aufprallenden Elektronen bremsen und unabhängig von dem Antikathodenmaterial den Charakter der Strahlung bestimmen.

im wesentlichen monochromatische Strahlung, nämlich die Kohlenstoff-K-Strahlung, erzeugt wird.

Bei der Untersuchung der Absorption irgendeines Materials verfährt man gewöhnlich so, daß man die mit wachsender Schichtdicke des Absorbens erfolgende Intensitätsabnahme der durchgelassenen Strahlung mittels ihrer ionisierenden Wirkung auf ein Gas beobachtet. Die Eigentümlichkeit der vorliegenden Methode, bei der es sich ausschließlich um die Untersuchung von Gasen handelt, besteht nun darin, daß sie den Absorptionskoeffizienten durch direkte Messung des absorbierten Anteils der Strahlung an dem von ihr im untersuchten Gas selbst erzeugten Ionenstrom zu bestimmen gestattet. Der Vorteil dieser Methode liegt besonders in der Vermeidung der Abtrennung eines besonderen Meßraums von dem Raum, der das gasförmige Absorbens enthält, durch eine materielle Zwischenschicht, die durch ihre Eigenabsorption in unübersichtlicher Weise störend auf die Messungen einwirken könnte.

Der Ionisationskammer wurde die Form einer Halbkugel um den Mittelpunkt des Häutchens als Zentrum gegeben. Diese Form wurde mit Rücksicht auf die Divergenz der Strahlung gewählt. Es wurde nämlich dadurch erreicht, daß allen Strahlen eines Bündels praktisch gleich lange Bahnen zur Verfügung standen, sowohl den Strahlen des an der Antikathode erzeugten Strahlenbündels als auch denen des dieses wahrscheinlich noch überlagernden Bündels einer im Häutchen durch Umwandlung des härteren Restes der Primärstrahlung erzeugten Fluoreszenzstrahlung. Durch diese Geometrie wird also erreicht, daß innerhalb der Ionisationskammer keine Blendenwirkung stattfindet, und man somit berechtigt ist, das Absorptionsgesetz für eine parallele Strahlung auf den vorliegenden Fall anzuwenden.

Für eine solche Strahlung lautet bekanntlich die Differentialform des Gesetzes

$$-\,d J_x = \alpha J_x \, dx,$$

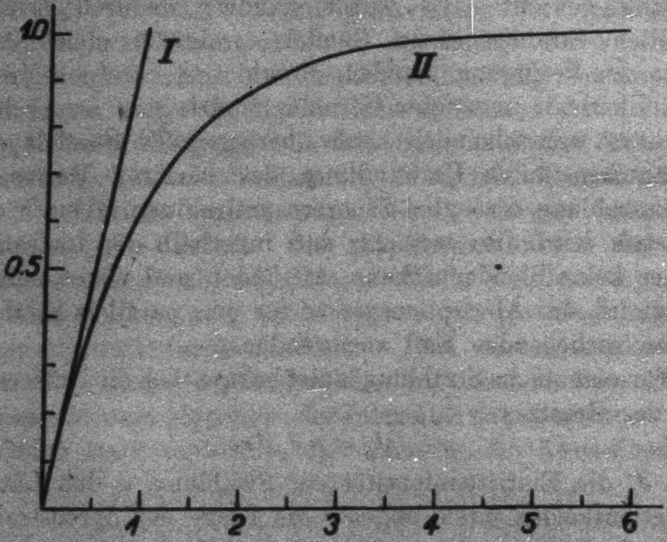
worin J_x die Eintrittsintensität der Strahlung, α den Längenabsorptionskoeffizienten und dx die Dicke der durchstrahlten Schicht bedeutet.

Bei geeigneter Wahl der Dimensionen der Kammer, so nämlich, daß die Länge als Differential behandelt werden kann, ist also die Ionisation unter der Voraussetzung, daß sie dem absorbierten Anteil proportional ist, auch der Intensität J_0 der Eintrittstrahlung proportional. In diesem Fall kann also der erzeugte Ionenstrom als Intensitätsmaß für die eintretende Strahlung verwendet werden, wie dies beim Gebrauch von Ionisationskammern allgemein üblich ist. In der vorliegenden Arbeit ist die Verwendungsart der Ionisationskammer von der eben geschilderten indessen grundsätzlich verschieden.

Für die Untersuchung von Gasen liegt es offenbar nahe, statt der Dicke der durchstrahlten Schicht die Dichte eines festen Volumens durch Variation des Gasdrucks zu verändern und also den Druck als unabhängige Variable einzuführen. Das kann geschehen durch Zerlegung des Absorptionskoeffizienten in ein Produkt

$$\alpha = \alpha_{lp} \cdot p\,,$$

worin p den Druck und α_{lp} den Längen-Druck-Absorptionskoeffizienten bedeutet, der die Absorption pro Zentimeter Weg und pro Millimeter Druck angibt.



Abweichung der Funktion $y = 1 - e^{-x}$ (Kurve II) von der Proportionalitätsgraden (Kurve I)

Fig. 2

Die Differentialform des Absorptionsgesetzes wird also nach Einführung dieser Größen

$$-dJ_x = \alpha_{1p} \cdot J_x \cdot dx \cdot p.$$

Unter der oben erwähnten Bedingung ist darum die Ionisation auch dem Druck p proportional. Steigert man jedoch den Gasdruck derart, daß man die Ausdehnung der Kammer nicht mehr infinitesimal behandeln darf, dann besteht die Proportionalität der insgesamt absorbierten Intensitäten mit Druck und Länge nicht mehr, und man ermittelt für die absorbierte Intensität

$$J_0 - J_x = J_0 \left(1 - e^{-\alpha_{1p} \cdot x \cdot p}\right).$$

Das Verhältnis der absorbierten Intensität zur Intensität der Eintrittsstrahlung wird bestimmt durch

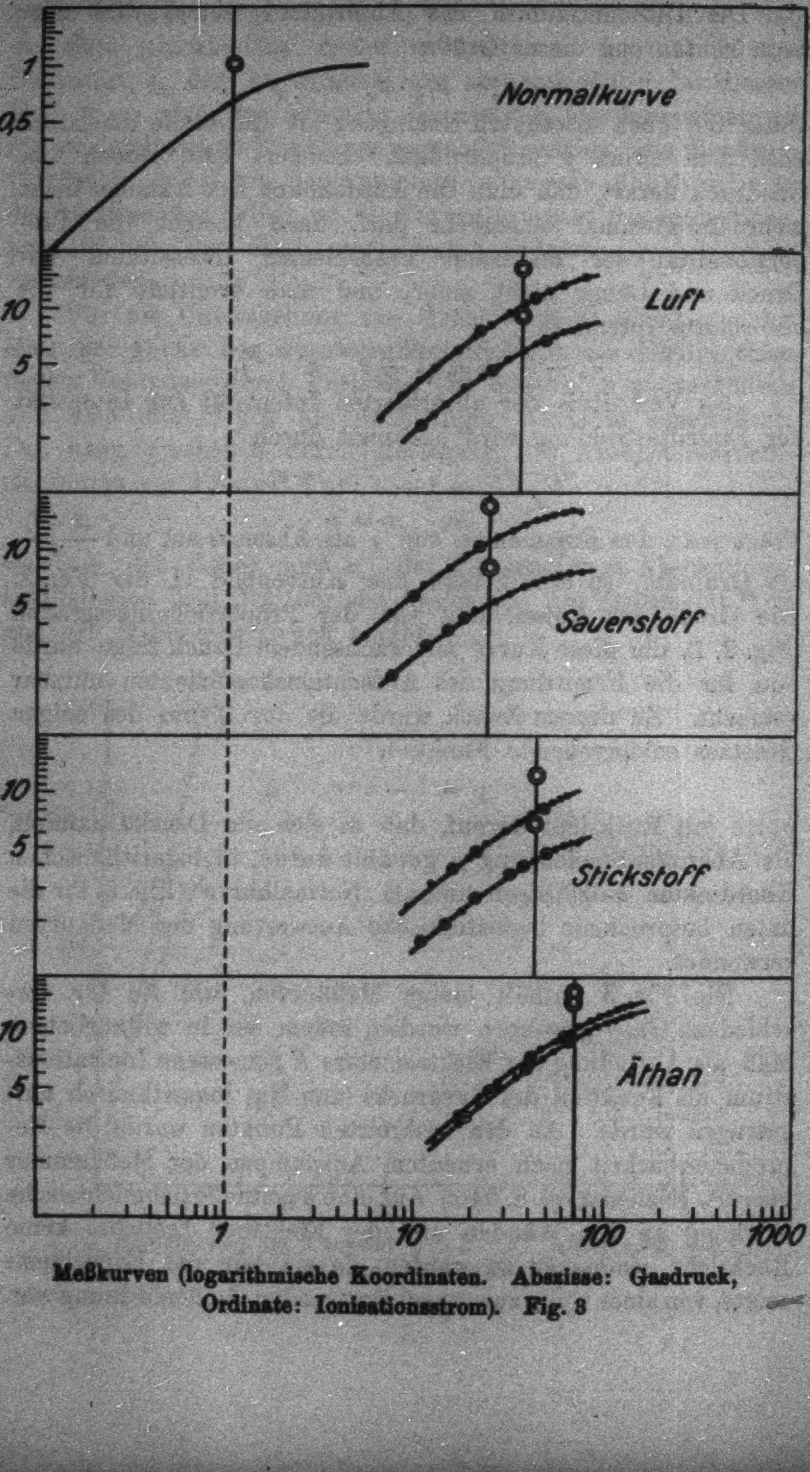
$$\frac{J_0 - J_x}{J_0} = 1 - e^{-\alpha_{1p} \cdot x \cdot p}.$$

Trägt man den Exponenten von e als Abszisse auf und $\frac{J_0 - J_x}{J_0}$ als Ordinate, so erhält man das Kurvenbild II der Fig. 2. Die Größe der Abweichung von der Proportionalitätsgraden (Fig. 2, I), die diese Kurve mit wachsendem Druck zeigt, wurde nun für die Ermittlung des Absorptionskoeffizienten nutzbar gemacht. Zu diesem Zweck wurde die dem Typus des obigen Gesetzes entsprechende Funktion

$$y = 1 - e^{-p},$$

worin mit Rücksicht darauf, daß es sich um Drucke handelt, als Abszissenbezeichnung p gewählt wurde, in logarithmischen Koordinaten aufgetragen und als „Normalkurve" (Fig. 3) für die unten besprochene logarithmische Auswertung der Meßkurven verwendet.

Die Fig. 3 enthält einige Meßkurven, wie sie für verschiedene Gase gewonnen wurden, indem der in willkürlichem Maß als Aufladung des Elektrometers E gemessene Ionisationsstrom als Funktion des Gasdrucks (mm Hg) logarithmisch aufgetragen wurde. An den umkreisten Punkten wurde die Reproduzierbarkeit nach erneutem Auspumpen der Meßkammer geprüft. (Näheres vgl. S. 546.) Auf eine eventuelle lichtelektrische Wirkung an den Wänden und der Elektrode brauchte keine Rücksicht genommen zu werden, da sie, wie das Experiment zeigte, von einer völlig zu vernachlässigenden Größenordnung war.



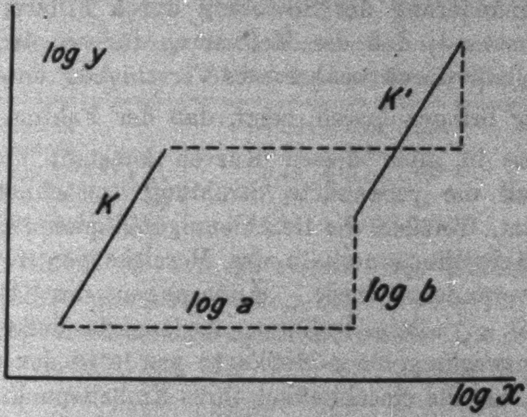
Meßkurven (logarithmische Koordinaten. Abszisse: Gasdruck, Ordinate: Ionisationsstrom). Fig. 3

Die mathematischen Grundzüge des logarithmischen Verfahrens, das zur Auswertung der Meßkurven angewandt wurde, findet man bei **Mehmke**[1]) dargestellt. Die Übertragung auf den vorliegenden Fall möge kurz erläutert werden.

In Fig. 4 sei K das Bild einer beliebigen Funktion

$$\log y = f(\log x),$$

während K' aus dieser durch Parallelverschiebung hervorgehen möge. Wenn die Verschiebung in der Richtung der Abszisse $\log a$ beträgt und in der Ordinatenrichtung $\log b$, dann gilt für K' die Gleichung



Zur logarithmischen Auswertung
Fig. 4.

$$\log y - \log b = f(\log x - \log a) \quad \text{oder} \quad \log \frac{y}{b} = f\left(\log \frac{x}{a}\right).$$

Konstanten, die in kartesischen Koordinaten als Faktoren auftreten, werden also in logarithmischen Koordinaten zu Summanden.

Auf den vorliegenden Fall angewendet bedeutet das: Da das Absorptionsgesetz für eine parallele Strahlung sich von der Formel, die zur Gewinnung der „Normalkurve“ diente, lediglich durch Faktoren der Koordinaten unterscheidet, so müssen die logarithmisch dargestellten Meßkurven mit der „Normalkurve“ durch Verschieben eingedeckt werden können, wenn der Absorptionsverlauf dem oben erwähnten Gesetz entspricht. Das ist in der Tat der Fall. Die Meßkurven sind also die logarithmischen Bilder der Funktion

---

[1]) **R. Mehmke**, Leitfaden zum graph. Rechnen (1917).

$$\frac{y}{b} = 1 - e^{-\frac{p}{a}}$$

oder wenn man an Stelle von $1/a$ wieder $\alpha_{lp} \cdot x$ schreibt

$$y = b\left(1 - e^{-\alpha_{lp} \cdot x \cdot p}\right).$$

Daraus folgt, daß für eine Meßreihe jeweils ein konstanter Absorptionskoeffizient α_{lp} vorliegt, also mit Erhöhung des Druckes p keine Härtenänderung der Strahlung durch Filterung erfolgt.

Der Umstand, daß die Meßkurven für ein und dasselbe Gas sich allein durch senkrechtes Verschieben untereinander zur Deckung bringen lassen, zeigt, daß der Faktor $\frac{1}{a} = \alpha_{lp} \cdot x$ der Abszisse in allen diesen Kurven konstant bleibt. Das beweist, daß die verwendete Strahlung tatsächlich dieselbe Härte besitzt, trotzdem die Beschleunigungsspannung von Meßreihe zu Meßreihe innerhalb des Bereichs von 479 Volt bis 653 Volt verändert wurde. Änderungen des Absorptionskoeffizienten α_{lp} allein bedingen horizontale Verschiebungen.

Die Auswertung einer Meßkurve wurde in der Weise vorgenommen, daß die einschließlich ihres Einheitspunktes (doppelt umkreist) auf Pauspapier gezeichnete „Normalkurve“ mit der Meßkurve zur Deckung gebracht wurde und die neue Abszisse des Einheitspunktes, also die horizontale Verschiebung a, festgestellt wurde. Der Längen-Druck-Absorptionskoeffizient α_{lp} ergibt sich dann durch Bildung des reziproken Wertes von a und Division mit dem Kammerradius nach der schon oben erwähnten Formel

$$\alpha_{lp} = \frac{1}{x \cdot a}.$$

In der Tabelle 1 sind die hieraus errechneten Massenabsorptionskoeffizienten zusammengestellt.

Tabelle 1

Gas	Massenabsorptionskoeffizient α/D
Luft	4650 ± 200
Sauerstoff . . .	6000 ± 200
Stickstoff . . .	3800 ± 200
Kohlendioxyd. .	4900 ± 300
Kohlenmonoxyd .	4450 ± 300
Äthan	2200 ± 100

Wenn man annimmt, daß die Regeln der einfachen Additivität der Atomabsorptionen im Molekül für die untersuchten Stoffe ebenso gültig ist, wie sie für die Stoffe höherer Ordnungszahl bei Verwendung kurzwelliger Röntgenstrahlen von Benoist[1]) nachgewiesen ist und durch die Untersuchungen von Aurén[2]) neuerlich bestätigt ist, errechnet man aus den Werten der Massenabsorptionskoeffizienten die Absorptionskoeffizienten der Atome α_{At} der Tabelle 2.

Tabelle 2

Gas	Atomarer Absorptionskoeff. α_{At}
Sauerstoff . . .	$1,58 \pm 0,06 \cdot 10^{-19}$
Stickstoff . . .	$0,88 \pm 0,05 \cdot 10^{-19}$
Kohle (in CO_2) C_1	$0,42 \pm 0,06 \cdot 10^{-19}$
Kohle (in CO) C_2	$0,48 \pm 0,06 \cdot 10^{-19}$
Kohle (in C_2H_6) C_3	$0,54 (\pm 0,03) \cdot 10^{-19}$

Der dritte Wert der Absorption des Kohlenstoffatoms wurde aus Äthan gewonnen, indem die Wirkung der 6 Wasserstoffatome als verschwindend behandelt wurde. Die eingetragene Fehlergrenze betrifft nur die Unsicherheit der Beobachtung selbst.

Es wurde versucht, auch aus Acetylen und Methan einen Wert für die Kohlenstoffabsorption zu bestimmen. Das erstere der beiden Gase diffundierte aber stark durch das Häutchen bzw. durch die verwendeten Fette, ähnlich wie es in etwas geringerem Maße auch beim Kohlendioxyd beobachtet wurde, so daß das Oxyd der Glühfolie nach kurzer Zeit reduziert und das Vakuum verschlechtert war, während das Methan eine so geringe Absorption zeigte, daß man, um eine den übrigen Messungen vergleichbare Genauigkeit zu erzielen, zu so großen Drucken hätte übergehen müssen, daß das Häutchen gefährdet gewesen wäre.

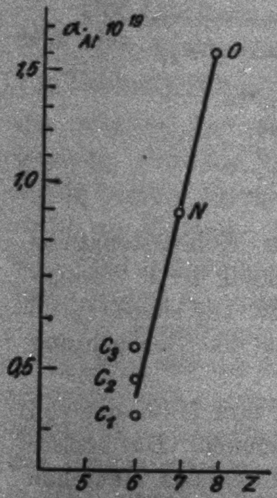
Der aus der Äthanmessung gewonnene Wert dürfte wegen der Vernachlässigung der 6 Wasserstoffatome zu wenig zuverlässig sein, um aus seiner Abweichung Schlüsse ziehen zu dürfen. Die andern beiden Werte der Kohlenstoffabsorption deuten an, daß in dem bearbeiteten Gebiet das Additionsgesetz scheinbar noch gültig ist.

---

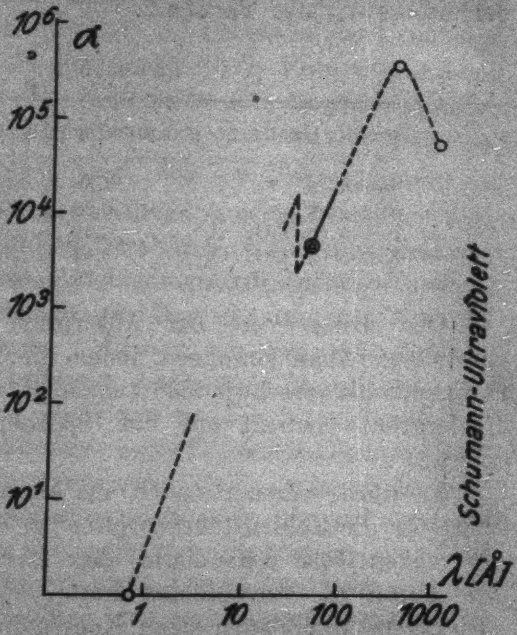
[1]) L. Benoist, Journ. de Phys. 2. S. 653. 1901.

[2]) T. E. Aurén, Phil. Mag. 37. S. 165. 1919.

Die ermittelten atomaren Absorptionskoeffizienten gestatten, ihre ungefähre Abhängigkeit von der Ordnungszahl Z zu errechnen. Man findet, wenn man den N-, O- und den aus CO und CO_2 gemittelten C-Absorptionswert zueinander in Beziehung setzt, den Exponenten 4,4 ± 0,4 (Fig. 5). Der Exponent scheint also von dem in einem ganz anderen Härtebereich von Bragg und Peirce[1]) und durch neuere Messungen von Richtmyer[2]) bestimmten nicht wesentlich verschieden zu sein.



Atomare Absorptionskoeffizienten als Funktion d. Ordnungszahl Z (in log. Koordinaten).
Fig. 5



Der Verlauf des Absorptionskoeffizienten von Celluloid (in logarithmischen Koordinaten)
Fig. 6

Das somit für Kohlenstoff-K-Strahlung gefundene Absorptionsgesetz lautet

$$\alpha_{At} = \text{const.}\ Z^{4,4}.$$

Darin hat die Konstante den Wert $(1,7 \pm 0,2) \cdot 10^{-23}$.

---

[1] W. H. Bragg und S. E. Peirce, Phil. Mag. 28. S. 626. 1914.

[2] F. K. Richtmyer, Phys. Rev. 18. S. 13. 1921.

Wenn man unter Zugrundelegung einer bei **Dammer**[1]) angegebenen Analyse aus den obigen Koeffizienten die Absorption des Celluloids für Kohlenstoff-*K*-Strahlung errechnet, so findet man $\alpha \approx 5000$.

Nach **Holweck**[2]) folgt der Absorptionskoeffizient zwischen 44 ÅE und 88 ÅE einem $\lambda^{2,5}$-Gesetz. Diese Angabe wurde benutzt, um von der hier mitgeteilten Messung für 44,1 ÅE ausgehend, den entsprechenden Teil der in Fig. 6 wiedergegebenen Kurve des Absorptionsverlaufs für Celluloid zu zeichnen. Die Fortsetzung der Kurve über das angegebene Gebiet hinaus zu längeren Wellen ist nur qualitativ zu werten und ist lediglich gestützt auf **Holwecks** Angaben, daß der Absorptionskoeffizient bei $\lambda = 320$ ÅE durch ein Maximum von 145000 geht und daß von einer Strahlung, deren Wellenlänge $\lambda = 980$ ÅE beträgt, durch eine Celluloidfolie von $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ cm Dicke 20 Proz. hindurchgelassen werden. Jenseits dieses Wertes schließt das Gebiet der normalen optischen Dispersionsfrequenzen an. Im unteren Teil der Kurve gaben die von **Wingårdh**[3]) für die Molybdän-*K*-Strahlung ($\lambda = 0{,}708$ ÅE) mitgeteilten Absorptionswerte die Grundlage für die Berechnung eines Punktes. Der für dieses Gebiet nach der Formel von **Richtmyer** angegebene Koeffizient 3 von λ dürfte allmählich beim Übergang zu längeren Wellen in den Wert 2,5 übergehen, so daß unter Berücksichtigung eines *K*-Absorptionssprunges von etwa 8 — dieser auch in der Figur benutzte Wert wurde aus den bei **Allen**[4]) aufgeführten Absorptionssprüngen extrapoliert — dieser Teil der Kurve sich verhältnismäßig gut an den oben skizzierten anzuschließen scheint. Wenn der Kurve auch nur qualitative Bedeutung zukommt, so zeigt sie doch deutlich, eine wie große Spanne von Wellenlängen das Absorptionsgesetz in der oben angegebenen Form praktisch umfaßt.

Beschreibung der Apparatur

Das verwendete Röntgenrohr (Figg. 7 und 8) war aus Glas angefertigt. Die Kathodenstromzuführung bestand aus einem

---

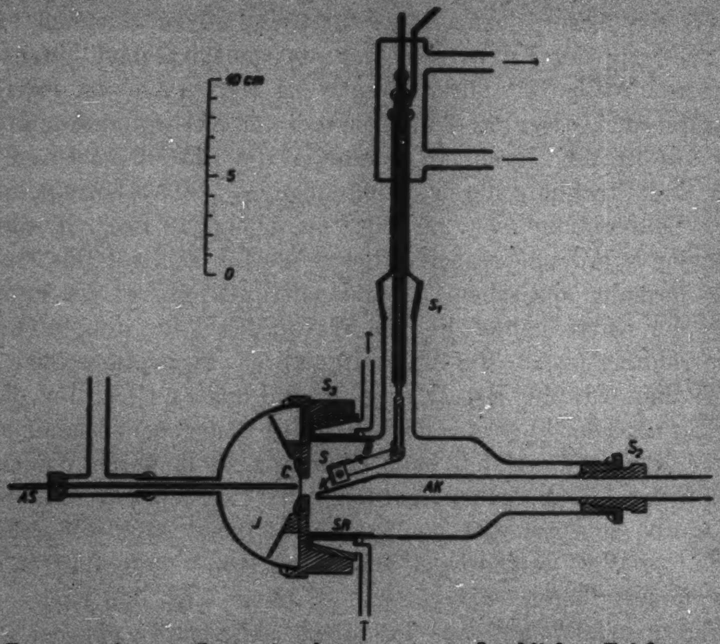
[1]) O. **Dammer**, Chem. Technologie der Neuzeit S. 55. 1911.

[2]) F. **Holweck**, a. a. O.

[3]) K. A. **Wingårdh**, Ztschr. f. Phys. 8. S. 363. 1922.

[4]) S. J. M. **Allen**, Phys. Rev. 24. S. 1. 1924.

Messingstab und einem ihn umgebenden, durch Glas isolierten, Messingrohr und war mit weißem Siegellack in den Schliff S_1 eingekittet. Die Kittungen wurden mit Wasser gekühlt. Die Backen *B*, die die zur Wehnelt-Glühelektrode (Pt-Blech von 1 mm Breite und 0,0025 mm Dicke mit Ca, Ba und Sr) ausgebildete Kathode *K* trugen, wurden von unten eingeführt und mit der Stromzuführung verschraubt. Durch die Winkelanordnung wurde erreicht, daß der Brennfleck bis auf etwa $1\,{}^1/_2$ cm an das Fenster *C* herangeführt werden konnte. Der Kathode dicht gegenüber — der Abstand betrug etwa 2 mm — war die mittels Messingschliffs S_2 eingeführte Messingantikathode *AK*, die an der Stelle des Brennflecks ein $100\ \text{mm}^2$ großes, hartaufgelötetes Platinblech trug.



Röntgenrohr mit Ionisationskammer in maßstäblicher Zeichnung
Fig. 7

Das Röntgenrohr war gegen die Ionisationskammer *J* durch einen 4 mm dicken Gußmessingteller, der mittels des Messingschliffs S_3 angefügt werden konnte, abgeschlossen. Der Schliff war zum Schutze der Kittung für Kühlung mit fließendem Wasser vorbereitet. Diese erwies sich aber als überflüssig, da das Messingschutzrohr *SR* die Erwärmung der Kittstelle in genügendem Maße verhinderte. Der Teller trug in der Mitte über einem Loch von 9 mm Durchmesser eine Celluloidhaut *C* von ungefähr 10^{-3} cm Dicke. Das Häutchen wurde nach den Angaben von Trenktrog[1]) hergestellt, indem man Zaponlack auf einer reinen Wasseroberfläche verdunsten ließ. Von der Filmfabrik Wolfen der Aktiengesellschaft für Anilinfabrikation wurde die hierfür besonders geeignete Lösung der Firma „Z 116“ in entgegenkommender Weise kostenlos zur Verfügung gestellt, wofür auch an dieser Stelle gedankt werde. Um das Häutchen keiner starken Erwärmung aussetzen zu müssen, wurde es mit einem schon bei niedriger Temperatur schmelzenden Gemisch aus Piceïn und Lanolin auf den Messingteller gekittet. Gegen Wärmestrahlung der Kathode und zum Schutz gegen Elektronen, die von der Rückseite und den Kanten der Glühfolie austraten, trug die Kathode einen Schirm *S*.

Das Röntgenrohr, das durch einen Hahn von dem übrigen Teil der Apparatur vollständig abgeschlossen werden konnte, war während des Betriebes ständig mit einer aus Quarz geblasenen Quecksilber-Stufenstrahlpumpe von Hanff und Buest verbunden unter Zwischenschaltung einer Kühlung mit flüssiger Luft und eines Trockengefäßes mit Phosphorpentoxyd. Der Druck wurde mit einem Mac Leodschen Manometer kontrolliert.

Die Antikathode *AK* des Röntgenrohrs war verbunden mit dem positiven Pol einer Hochspannungsakkumulatorenbatterie *AB* unter Zwischenschaltung eines Widerstandes W_{AK} von 20400 Ohm, der aus 10 Konstantandrahtspulen bestand. Der negative Pol der Hochspannungsbatterie war geerdet.

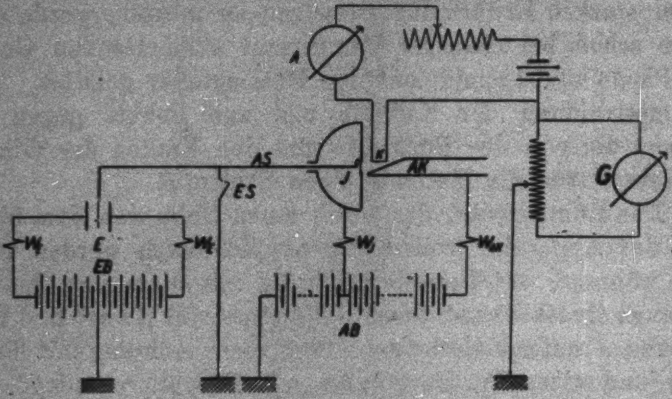
Der Heizstrom für die Glühfolie wurde mit dem Amperemeter *A* kontrolliert. Die Messung des Elektronenstroms im Röntgenrohr geschah durch ein Galvanometer *G* (Drehspulinstrument von Hartmann und Braun, 79 Ohm), dessen Empfindlichkeit mittels der aus Fig. 8 ersichtlichen Schaltung reguliert werden konnte. Die Spannung am Röntgenrohr (deren Wert von sekundärer Bedeutung ist) wurde mit einem Drehspulinstrument durch Teilmessungen festgestellt.

---

[1]) W. Trenktrog, a. a. O. Kurz wiedergegeben bei E. v. Angerer, Techn. Kunstgriffe bei physikalischen Untersuchungen (1924).

Die Ionisationskammer J bestand aus einer Messinghalbkugel vom Radius 4 cm, in die der 2 mm dicke, vorn sorgfältig gerundete Aluminiumauffängerstab AS, durch Bernstein isoliert, zentral eingeführt war, so daß er bis auf etwa 2 mm an das Fenster C heranreichte. Die Abdichtung der Verbindung des Messingtellers mit der Halbkugel geschah durch ein Wachs–Kolophoniumgemisch.

Ein Glasrohransatz T ermöglichte die wahlweise Verbindung der Kammer mit der Hochvakuumpumpe und dem Gasvorratsbehälter. Ein mit Schliff angesetztes Phosphorpentoxydgefäß sorgte für ständige Austrocknung der Kammer. Der Druck der Gasfüllung wurde mit einem Kathetometer an einem verkürzten Quecksilbermanometer abgelesen.



Schaltschema.
Fig. 8

Da stark seitlich aus dem Häutchen C austretende Strahlen infolge der großen Absorption des Celluloids für die erzeugte weiche Strahlung erheblich geschwächt sein müssen, wurden diese, um durch sie die Meßgenauigkeit nicht trüben zu lassen, gänzlich vom Ionisationsprozeß ausgeschlossen, indem ein Messinghohlkegel in der aus der Figur 7 ersichtlichen Weise an dem Messingteller durch Schrauben befestigt wurde.

Die Kammerwand wurde über einen Graphitwiderstand W_J, der auf eine Mattglasscheibe aufgetragen war, durch Anzapfung der Hochspannungsbatterie *AB* auf ein so hohes Potential geladen (etwa 200 Volt), daß sicher Sättigung des Ionenstroms erreicht wurde, was für die einzelnen Gase bei verschiedenen Drucken mehrfach kontrolliert wurde.

Die Auffängerelektrode *AS* war, sorgfältig elektrostatisch geschützt, mit dem Goldblatt eines Hankelschen Elektroskops *E* verbunden. In die Leitung wurde ein Erdschlüssel *ES* eingeschaltet. Die Kapazität des Auffängersystems betrug 23,8 cm. Das Elektrometergehäuse war mit der Erde verbunden. Eine Hochspannungsakkumulatorenbatterie *EB* von 100 Volt, die in der Mitte geerdet war, lieferte über zwei Graphitwiderstände W_E die Hilfsspannung ± 50 Volt. Die Batterie diente ausschließlich diesem Zweck. Das Elektrometer hatte eine Empfindlichkeit von 0,3 Volt pro Skalenteil. Die Ausschläge waren über den benutzten Meßbereich hinaus den an das Elektrometer gelegten Spannungen vollkommen proportional.

Ausführung der Messungen

a) Vorversuche

Durch Beobachtung bei Drucken, die so niedrig waren, daß die im Hauptverfahren beobachteten Ionisationswirkungen völlig zurücktraten, wurde, wie bereits erwähnt, festgestellt, daß die lichtelektrische Wirkung an der Meßelektrode neben den Ionisationsströmen völlig zu vernachlässigen war.

Der natürliche Verlust des Elektrometers blieb ebenfalls klein gegen die beobachteten Größen.

Es wurden wiederholt Prüfungen auf Sättigungsstrom vorgenommen, die stets ergaben, daß oberhalb von 100 Volt Kammerspannung Sättigung bestand. Gemessen wurde stets mit nahezu 200 Volt.

Die Einheitlichkeit der Strahlung konnte, wie schon oben bemerkt, dadurch nachgewiesen werden, daß die Meßkurven die Form der „Normalkurve“ zeigten und also dem theoretisch für eine einheitliche Strahlung zu erwartenden Gesetz folgten.

Daß die in die Kammer eintretende Strahlung für den ganzen angewandten Spannungsbereich praktisch dieselbe Härte besitzt, zeigte die Konstanz der Absorptionskoeffizienten trotz Variation der Beschleunigungsspannungen von 479 Volt bis 653 Volt und der Häutchendicken von $10 \cdot 10^{-4}$ bis $14 \cdot 10^{-4}$ cm.

b) Gang einer Meßreihe

Zunächst wurde die Ionisationskammer etwa fünfmal mit dem zu untersuchenden Gas durchgespült (jeweils Auffüllung bis $p = 10$ cm, Auspumpen bis $p = 10^{-3}$ mm). Danach wurde das Röntgenrohr allein an die Pumpe gelegt und bei beständigem Glühen der Kathode unter Anlegung der zu verwendenden Beschleunigungsspannung mehrere Stunden evakuiert. Mit der Messung wurde erst begonnen, wenn das Galvanometer G (Fig. 8) keine merkbaren Schwankungen des Elektronenstroms mehr zeigte. Es wurde jeweils die Zeit bestimmt, die nötig war, um das Elektrometer bis zu einem Ausschlag von zehn Skalenteilen aufzuladen. Aus den unter den gleichen Bedingungen durchschnittlich fünfmal wiederholten Messungen wurde das Mittel gebildet, dessen Reziprokes — aus Bequemlichkeitsgründen wegen seiner Kleinheit mit 100 multipliziert — als Maß für den Ionenstrom diente und einen Punkt der in logarithmischen Koordinaten gezeichneten Meßkurve lieferte. In der gleichen Weise wurden auch die übrigen Punkte der Kurve ermittelt, indem der Gasdruck in der Ionisationskammer stufenweise erhöht, sämtliche übrigen Bedingungen aber sorgfältig aufrecht erhalten wurden. Nachdem so der Verlauf der Meßkurve festgestellt war, wurde die Kammer noch einmal leer gepumpt und die Messung für einzelne Drucke wiederholt, um die Reproduzierbarkeit der Kurve zu prüfen. Als Beispiele geben wir in den Tabellen A und B je eine derartige Meßreihe für Luft und Äthan. Die mittlere Zimmertemperatur betrug bei allen Messungen etwa 19° C.

Meßtabellen

Bezeichnungen

V_{AK} = Effektiv-Beschleunigungsspannung der Elektronen.
V_J = Aufladung der Wand der Ionisationskammer.
i = Elektronenstrom.
d = Dicke der Celluloidhaut.
p = Druck des Gases in der Ionisationskammer in Millimeter.
t = Dauer der Aufladung des Elektrometers für zehn Skalenteile in Sekunden.

Tabelle A

Gas: Luft,
V_{AK} = 482 Volt,
V_J = 197 „
i = 0,56 Milliamp.,
d = $10 \cdot 10^{-4}$ cm.

p	t	$100/t$
9,9	44,8	2,23
11,9	37,5	2,66
13,8	32,5	3,08
17,5	26 3	3,80
21,4	23,0	4,35
25,4	20,4	4,90
29,2	18,5	5,40
34,9	16,7	5,99
40,5	15,4	6,50
46,2	14,6	6,85
51,6	14,0	7,15
57,4	13,3	7,52
62,9	13,1	7,64
68,5	12,5	8,00
74,2	12,1	8,26
10,4	42,5	2,35
24,1	21,4	4,67
46,0	15,1	6,62

Tabelle B

Gas: Äthan,
V_{AK} = 639 Volt,
V_J = 201 „
i = 0,45 Milliamp.
d = $10 \cdot 10^{-4}$ cm.

p	t	$100/t$
14,2	33,7	2,96
17,9	26,7	3,74
23,2	21,6	4,63
28,6	17,9	5,59
34,0	16,0	6,25
41,5	13,6	7,35
48,9	12,2	8,26
58,0	10,9	9,17
68,4	9,7	10,3
76,8	9,0	11,1
88,4	8,5	11,8
99,9	8,0	12,5
111,0	7,7	13,0
121,8	7,4	13,5
132,2	7,2	13,9
142,6	7,1	14,1
25,8	20,6	4,85
41,3	13,8	7,25
62,4	10,5	9,53

Die Auswertung der Kurve wurde mit Hilfe der „Normalkurve“ nach dem schon oben skizzierten graphischen Verfahren vorgenommen.

Die Genauigkeit der Messungen wird begrenzt durch die Unsicherheit, welche in der graphischen Auswertung liegt. Es ist naturgemäß verhältnismäßig schwer zu erkennen, in welcher Lage die „Normalkurve“ die Meßkurve am besten überdeckt. Die Ablesegenauigkeit der Abszisse des verschobenen Einheitspunktes der „Normalkurve“, die durch die Länge dividiert den Längen-Druck-Absorptionskoeffizienten lieferte, wurde durchschnittlich mit etwa 5 Proz. eingeschätzt. Die Schwankungen der aus den einzelnen Beobachtungen gebildeten Mittelwerte, die sehr gering waren, sind in diesem Wert in ihrer Gesamtheit mit berücksichtigt. Es würde sich also eine Beimischung von 10 Proz. einer Strahlung, deren Absorptionskoeffizient nur die Hälfte des beobachteten beträgt, bereits deutlich aus der Lage der Kurve erkennen lassen.

Darstellung der Gase

Die verwendete *Luft* wurde langsam durch konzentrierte Schwefelsäure geleitet und vor der Einführung in die Ionisationskammer über Phosphorpentoxyd getrocknet.

Der *Sauerstoff* wurde elektrolytisch dargestellt, durch destilliertes Wasser von eventuell mitgerissener Säure befreit und über Phosphorpentoxyd getrocknet.

Stickstoff gewann man durch Erwärmen einer Lösung von Ammoniumchlorid und Natriumnitrit in Wasser. Zur Befreiung von Stickoxyden wurde zunächst mit Kaliumbichromat gewaschen. Dann wurde das Gas durch destilliertes Wasser und durch konzentrierte Schwefelsäure geleitet und zuletzt über Phosphorpentoxyd getrocknet.

Das *Kohlenmonoxyd* wurde gewonnen, indem man zu einer auf 100° C erwärmten konzentrierten Schwefelsäure tropfenweise Ameisensäure hinzugab. Das entstehende Gas wurde mit Natriumbicarbonat und destilliertem Wasser gewaschen und mit Chlorcalcium und Phosphorpentoxyd getrocknet.

Zur Darstellung von *Kohlendioxyd* wurde Calciumcarbonat durch Salzsäure zersetzt. Das Gas wurde durch destilliertes Wasser gewaschen und mit konzentrierter Schwefelsäure und Phosphorpentoxyd getrocknet.

Äthan wurde aus Zinkäthyl dargestellt. Wegen der Selbstentzündlichkeit an Luft wurden die das Zinkäthyl enthaltenden Glaskügelchen in eine Flasche gebracht, die mit einem Gummistopfen verschlossen und evakuiert wurde. Danach wurden die Kügelchen mit einem zu diesem Zwecke vorher durch den Gummistopfen geführten Glasstab zerdrückt und so das Zinkäthyl für die Reaktion mit dem tropfenweise durch einen Tropftrichter zugeführten Wasser freigegeben. Das erzeugte Äthan wurde durch destilliertes Wasser gewaschen und dann nacheinander mit konzentrierter Schwefelsäure, Calciumchlorid und Phosphorpentoxyd getrocknet.

Grundzüge der Berechnung der Strahlungsumwandlung in einer Celluloidschicht

Die auf S. 532 erwähnte Abschätzung der Strahlungsumwandlung geschah auf folgenden Unterlagen:

Die spektrale Intensitätsverteilung der Primärstrahlung wurde gemäß der von Kulenkampff[1]) angegebenen Formel

$$J_\nu = C \cdot Z[(\nu_0 - \nu) + Z \cdot b]$$

angenommen.

Für die Berechnung der Intensitäten der verschiedenen Sekundär- und Tertiär-*K*-Strahlungen des Celluloids wurde eine bei Dammer[2]) angegebene Analyse zugrunde gelegt, der zufolge das Celluloid aus 64,89 Proz. Nitrocellulose, 32,86 Proz. Kampfer und 2,25 Proz. Gelatinierungsmitteln und Farbstoffen besteht. Wenn man die unbekannte Zusammensetzung der Gelatinierungsmittel und der Farbstoffe unberücksichtigt läßt, ermittelt man aus diesen Angaben folgende prozentuale Zusammensetzung des Celluloids:

5,6	Proz.	Wasserstoff,
45,5	„	Kohlenstoff,
7,4	„	Stickstoff,
41,5	„	Sauerstoff.

Die Absorption des Wasserstoffs wurde vernachlässigt. Die der übrigen Bestandteile wurde additiv zusammengesetzt unter Zugrundelegung der für Kohlenstoff-*K*-Strahlung ermittelten Werte und der nach dem Holweckschen Absorptionsgesetz

$$\frac{\alpha}{D} = \text{const.}\, \lambda^{2,5}$$

hieraus extrapolierten Werte.

Für den Absorptionssprung bei Anregung einer Eigenstrahlung wurde der Wert 8 verwendet, der, wie schon erwähnt, aus den bei Allen[3]) aufgeführten Absorptionssprüngen extrapoliert wurde.

Für alle Umwandlungen wurde derselbe Umwandlungskoeffizient u in Rechnung gestellt. Für das Verhältnis der Sekundärstrahlung der verschiedenen Elemente fällt er fort; die tertiären werden ihnen gegenüber schon aus geometrischen Gründen so schwach, daß der genaue Wert von u nicht mehr ins Gewicht fällt. Es wurde daher hier $u = 1$ gesetzt. Die Absorption und Umwandlung der Sekundär- und Tertiärstrahlungen wurde ermittelt, indem die in der ganzen Schichtdicke erzeugte Strahlung auf die Vorderseite der Celluloidschicht zurückverlegt wurde. Die Divergenz der Strahlung wurde berücksichtigt durch Benutzung der bei **Meyer** und **Schweidler**[1]) angegebenen Formel für die Absorption eines Strahlenbündels mit dem Öffnungswinkel ϑ in einer planparallelen Schicht von der Dicke x:

---

[1]) H. Kulenkampff, a. a. O.

[2]) O. Dammer, a. a. O.

[3]) S. J. M. Allen, a. a. O.

$$J_x = \frac{J_0}{2(1-\cos\vartheta)}\{\Phi(\alpha x) - \cos\vartheta\cdot\Phi(\alpha x \sec\vartheta)\},$$

worin

$$\Phi(\alpha x) = e^{-\alpha x} - \alpha x \int\limits_{\alpha x}^{\infty} e^{-u}\frac{du}{u} \quad \text{und} \quad u = \frac{\alpha x}{\cos\vartheta}.$$

Darin bedeutet α den Längenabsorptionskoeffizienten, J_0 und J_x bzw. die Eintritts- und die Austrittsintensität.

Zusammenfassung

1. Es werden die Massen-Absorptionskoeffizienten für Luft, Sauerstoff, Stickstoff, Kohlendioxyd, Kohlenmonoxyd und Äthan für Kohlenstoff-K-Strahlung ermittelt.

2. Hieraus werden die atomaren Absorptionskoeffizienten für O, N, C ermittelt unter Zugrundelegung der Gültigkeit des Gesetzes von der einfachen Additivität der Atomabsorptionen im Molekül.

3. Dieses Gesetz gilt auch für diese sehr weiche Strahlung noch. Ein Einfluß der chemischen Bindung ist nicht festzustellen.

4. Die Abhängigkeit des Absorptionskoeffizienten von der Ordnungszahl folgt für die untersuchte Strahlung, deren Wellenlänge etwa 100mal so groß ist wie die der am bequemsten zugänglichen Röntgenstrahlen, dem Gesetz

$$\alpha_{At} = \text{const.}\, Z^{4,4 \pm 0,4}.$$

Darin ist der Wert der Konstanten gleich $(1,7 \pm 0,2)\cdot 10^{-23}$.

Die vorliegende Arbeit wurde auf Veranlassung von Hrn. Prof. Dr. **Kossel** unternommen. Es ist mir eine besondere Pflicht, ihm an dieser Stelle für die Überlassung des Themas, für das ständige Interesse, welches er dem Fortschreiten der Arbeit entgegenbrachte, und für die stete Förderung zu danken.

---

[1]) St. **Meyer** u. E. v. **Schweidler**, Radioaktivität S. 73.

Ferner schulde ich den Herren Direktoren des Instituts für Experimentalphysik, Hrn. Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. Dieterici und Hrn. Prof. Dr. Geiger, für die bereitwillige Überlassung von Apparaten ihres Instituts, Dank.

Die Quecksilber-Stufenstrahlpumpe und die Hochspannungsakkumulatorenbatterie waren von der Notgemeinschaft deutscher Wissenschaft zur Verfügung gestellt. Auch dafür möchte ich an dieser Stelle verbindlichst danken.

(Eingegangen 12. Januar 1928)

4. *Zur Theorie der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen längs der Erdoberfläche;*

von Rudolf Weyrich

Die über Erwarten großen Erfolge der drahtlosen Telegraphie bei der Überbrückung immer größerer Entfernungen mit Hilfe elektrischer Wellen und das umfangreiche experimentelle Material, das in den letzten Jahren auf diesem Gebiete gesammelt worden ist, scheinen die lange bezweifelte Existenz der sogenannten Heavisideschicht immer wahrscheinlicher zu machen. Es erübrigt sich, im einzelnen darauf einzugehen, welche Erscheinungen zu der Annahme geführt haben, daß eine durch Sonnenbestrahlung oder ähnliche Ursachen durch Ionisation leitend gemachte Schicht unserer Atmosphäre die Reflexion der elektrischen Wellen bewirkt und diese daher an den Erdball fesselt, da in dem Werk von F. Hess: „Die elektrische Leitfähigkeit der Atmosphäre und ihre Ursachen“ (Braunschweig 1926) inzwischen eine zusammenfassende Darstellung erschienen ist, die über alle in Betracht kommenden, bisher bekannt gewordenen Tatsachen in Kürze berichtet.

Die Arbeiten derjenigen Autoren, die eine Theorie der Wellenausbreitung längs der Erdoberfläche *ohne* die Annahme einer Heavisideschicht entwickelten, führten durchweg, soweit ihre Ergebnisse nicht durch zu weit gehende und ungerechtfertigte Vernachlässigungen in ihrem Wert beeinträchtigt sind, zu der Erkenntnis, daß durch diese Theorien die bei der drahtlosen Telegraphie gemachten Erfahrungen nicht erklärt werden können. Das gilt bis zu einem gewissen Grade sowohl von den Untersuchungen derjenigen Autoren, die bei ihren Ansätzen von der Erdkrümmung absehen[1], als auch in erhöhtem Maße von denen, welche die Erdkrümmung berücksichtigen.[1])

---

[1] A. Sommerfeld, Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie, Ann. d. Phys. IV. 28. S. 665. 1909; H. Weyl, Ausbreitung elektromagnetischer Wellen über einem ebenen Leiter, Ann. d. Phys. IV. 60. S. 481. 1919.

Diese negativen Ergebnisse sind nicht überraschend. Mehrfach ist schon darauf hingewiesen worden, daß die bei dem Problem zu untersuchenden Intensitätsverhältnisse dieselben bleiben, wenn in gleichem Maßstabe die Wellenlängen und die räumlichen Abmessungen verkürzt werden. Verkleinert man die in der drahtlosen Telegraphie üblichen Wellenlängen so weit, daß sie in die Lichtwellen des sichtbaren Spektrums übergehen und in gleichem Maße die Erdkugel, so würde dieser immer noch eine Kugel mit einem Durchmesser von einigen Zentimetern entsprechen. Die von einem Lichtpunkt an der Oberfläche einer solchen Kugel erzeugte Lichtbewegung bewirkt, wie die Erfahrung lehrt, keinesfalls, daß die gesamte Kugeloberfläche auch nur mäßig erhellt ist; vielmehr ist die Lichtintensität auf der Kugeloberfläche schon in geringer Entfernung von der Lichtquelle äußerst gering. Bei der drahtlosen Telegraphie liegen die Verhältnisse allerdings insofern etwas günstiger, als eine auf der Erdoberfläche senkrechte Antenne fast ausschließlich in den zur Erdkugel tangentiellen Richtungen strahlt, wenn die Antenne in ihrer Grundschwingung erregt wird, und zwar sind die ausgestrahlten Wellen polarisiert. Von einer noch so kleinen optischen Lichtquelle hingegen geht gleichmäßig nach allen Seiten unpolarisiertes Licht aus, und es leuchtet ein, daß bei dieser ungeordneten Lichtbewegung die Energie nicht in dem Maße zusammengehalten und von vornherein wenigstens ein Stück weit längs der Kugeloberfläche geführt wird, wie im ersten Falle. Gleichwohl wird aber durch die herangezogene Ähn-

---

1) Eine fast vollständige Literaturübersicht findet man z. B. bei O. Laporte, Zur Theorie der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen auf der Erdkugel, Ann. d. Phys. IV. 70. S. 595, 1923, bzw. in dem etwas weiter zurückliegenden Bericht von F. Schindelhauer, Meteorologische Ztschr. 37. Heft 7. 1920. Neuerdings hat F. Kiebitz (Telegr. u. Fernsprech-Technik 15. S. 207. 1926) nochmals einen Versuch unternommen, eine Theorie der Wellenausbreitung ohne Annahme einer Heavisideschicht aufzustellen, die nach seiner Ansicht zu einem befriedigenden Ergebnis führt. Es scheinen aber seine Annahmen und Überlegungen zu wenig begründet zu sein, um als sichere Grundlage für die Weiterentwicklung der Theorie dienen zu können.

lichkeitsbetrachtung das negative Ergebnis der erwähnten Untersuchungen verständlich, und man wird zu der Überzeugung geführt, daß besondere Verhältnisse in unserer Atmosphäre die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen längs der Erdoberfläche begünstigen. Wesentlich gestützt wird diese Auffassung durch die Tatsache, daß meteorologische Einflüsse entscheidend sind für die Güte des Empfangs.

Eine naheliegende Erklärung für das beobachtete Haften der Wellen an der Erdoberfläche wurde gleichzeitig von Kenelly und Heaviside gegeben. Sie nahmen an, daß in den oberen Regionen der Atmosphäre eine Schicht — die sogenannte Heavisideschicht — eine größere Leitfähigkeit besitze als die unmittelbare Umgebung der Erde, und daß diese Schicht den Austritt der Strahlung in den Weltenraum verhindere. Diese Auffassung ist später von Eccles, Larmor u. a.[1]) mehrfach modifiziert worden, um gewisse Feinheiten zu erklären, doch blieb der Grundgedanke Heavisides erhalten. Neuerdings sind sogar mit Erfolg Versuche zur Bestimmung der Höhe der Heavisideschicht unternommen worden. Appleton und Barnett[2]) schlossen aus Interferenzerscheinungen auf eine Höhe von 85 km, Tuve und Breit[3]) fanden nach einer anderen Methode Werte zwischen 80 und 160 km.

Die vorliegende Untersuchung beschäftigt sich hauptsächlich mit den *Interferenzerscheinungen*, die nach der Maxwellschen Theorie auftreten müssen, wenn eine vertikale Antenne zwischen zwei horizontalen leitenden Schichten — Erde und Heavisideschicht — strahlt, und zwar unter der Voraussetzung, daß beide Schichten von einem vollkommen leitenden Medium erfüllt sind. In diesem Falle gelangt man zu einfachen und übersichtlichen Ergebnissen, wohingegen die Annahme einer endlichen Leitfähigkeit unübersichtliche und komplizierte Untersuchungen erfordert.[1]) Im Interesse der Übersichtlichkeit sind daher die tatsächlich vorliegenden Verhältnisse nach mehreren Richtungen hin idealisiert worden, und es bedarf einer Klärung, inwieweit diese Idealisierungen zulässig sind, damit auf Grund dieser Überlegungen der mögliche Gültigkeitsbereich dieser Theorie abgegrenzt werden kann. Neben der bereits erwähnten Annahme bezüglich der Leitfähigkeit ist vorausgesetzt worden, daß ebenso wie zwischen Erde und Atmosphäre eine scharfe Trennungsfläche zwischen Heavisideschicht und Atmosphäre existiere, eine Voraussetzung, die im allgemeinen nur dann zulässig sein wird, wenn infolge der Größe der Wellenlängen die Wirkung der Übergangsschichten vernachlässigt werden kann. Ob eine solche Vernachlässigung zulässig ist, kann natürlich nur durch die Erfahrung entschieden werden, doch dürfte mit Rücksicht auf den Erfolg eines ähnlichen Vorgehens bei anderen Problemen anzunehmen sein, daß auch in diesem Falle die Annahme sich bewähren wird. Größere Schwierigkeiten scheint die Annahme eines vollkommen leitenden Mediums in der Heavisideschicht zu machen. Die Leitfähigkeit dieser Schicht ist von mehreren Forschern auf etwa 10^6 elektrostatische Einheiten[2]) geschätzt worden, d. h. etwa gleich der Leitfähigkeit des Süßwassers, also jedenfalls von der Größenordnung der Leitfähigkeit des Erdbodens. Der sogenannten Abrahamschen Lösung und der großen Zahl von anderen Lösungen, bei denen auf die Erdkrümmung Rücksicht genommen wird, liegt die Annahme zugrunde, daß die Erde vollkommen leitend sei, eine Auffassung, die sich wenigstens in qualitativer Hinsicht bewährt hat. Es besteht also kein Grund, die gleiche Annahme nicht auch für die Heavisideschicht zu machen. Eine vertikale Antenne strahlt den größten Teil ihrer Energie unter streifender Inzidenz gegen Erde und Heavisideschicht; beide Medien reflektieren streifend auffallende Wellen trotz der geringen Leitfähigkeit fast vollkommen, verhalten sich also so, als ob sie vollkommen leitend seien. Dies mag der Grund dafür sein,

---

[1]) Vgl. F. Hess, a. a. O. S. 159ff.

[2]) E. V. Appleton u. M. A. F. Barnett, Nature 115. S. 333. 1925. Nr. 2888; Electrician 94. S. 398. 1925; Proc. Roy. Soc. London A 109. S. 621. 1925; vgl. F. Hess, a. a. O. S. 165.

[3]) M. A. Tuve u. G. Breit, Terr. Magn. 30. S. 15. 1925; Ann. Rep. of the Director, Dep. of Terr. Magn. Carnegie-Inst. Washington, D. C., Nr. 24. S. 176. 1925; Nature 116. S. 357. 1925. Nr. 2914; vgl. F. Hess, a. a. O., S. 165.

---

1) Auf diesen Fall komme ich in einer demnächst gemeinsam mit F. W. Meyer zu veröffentlichenden Arbeit noch zurück.

2) Vgl. F. Hess, a. a. O. S. 157.

daß die Annahme einer vollkommen leitenden Erde sich bewährt hat, und daß vielleicht auch die gleiche Annahme für die Heavisideschicht sich bewähren wird. Da hierdurch aber zugleich ausgesprochen ist, daß praktisch keine Strahlung in die beiden Schichten eindringt, so finden, wenn man die Leitfähigkeit der Atmosphäre nahezu gleich Null annehmen will, so gut wie keine energieverzehrenden Prozesse statt. Aus folgenden Gründen ist man daher gezwungen, bei der Behandlung des Problems, wenn diese weitestgehende Idealisierung beabsichtigt ist, von der Erdkrümmung abzusehen. Würde eine Energiequelle zwischen zwei vollkommen leitende konzentrische Kugelschalen eingelagert, wie es dem oben charakterisierten Grenzfalle entspricht, so würde sich ein stationärer Zustand nicht einstellen können, da die in dem Zwischengebiet lokalisierte Energie schließlich über alle Grenzen wachsen müßte. Man ist daher gezwungen, die Grenzflächen als eben anzunehmen, so daß sozusagen das Unendliche die im Endlichen produzierte überschüssige Energie aufnimmt. Die Annahme ebener Grenzflächen weist schon darauf hin, daß sich die vorliegende Untersuchung im wesentlichen an die grundlegende Abhandlung von A. Sommerfeld anschließen wird, wenngleich die gegebene Lösung als eine Verallgemeinerung der Abrahamschen Lösung aufzufassen ist.[1] Legt man den größten Wert auf die Behandlung der Interferenzerscheinungen in nicht zu großer Entfernung vom Sender, so ist aber auch die Vernachlässigung der Erdkrümmung nicht von einschneidender Bedeutung, so daß zu erwarten ist, daß wenigstens qualitativ die vorliegende Theorie einige Dienste leisten wird. Ganz unabhängig von ihrem Zusammenhang mit den Problemen der drahtlosen Telegraphie ist aber die Tatsache, daß hier eine exakte Lösung der Aufgabe gegeben wird, das Strahlungsfeld eines Hertzschen Dipols zwischen zwei vollkommen leitenden Ebenen zu bestimmen. Bemerkenswert ist hierbei, daß die Strahlung in hinreichender Entfernung vom Dipol dargestellt werden kann durch Superposition einer endlichen Anzahl von Zylinderwellen von eigentümlichem Typus, der in Abschnitt IV näher erörtert wird, und daß diese zugleich erkennen lassen, unter welchen Umständen Resonanzerscheinungen auftreten können. Es ergibt sich ferner, daß die ausgestrahlten Wellen in hinreichend großer Entfernung vom Sender sich zu einer einzigen reinen Zylinderwelle zusammensetzen, wenn der Abstand der leitenden Ebenen kleiner als eine halbe Wellenlänge wird. Diese Bemerkung mag vielleicht von Nutzen sein, wenn es sich darum handelt, im Laboratorium reine Zylinderwellen zu erzeugen.

---

[1] Im Anschluß an die geometrisch-optischen Erörterungen des Abschnitts III könnte man indessen ebensogut von der dort angegebenen Kugelwellenreihe ausgehen, und diese nach den Methoden der Residuenrechnung behandeln, um zu demselben Ergebnis zu gelangen.

I

Wir orientieren ein rechtshändiges System von rechtwinkligen kartesischen Koordinaten x, y, z bzw. ein System von Zylinderkoordinaten r, φ, z in der Weise, daß die Ebene $z = 0$ in die näherungsweise als eben zu betrachtende Erdoberfläche zu liegen kommt, während die Ebene $z = h$ die Grenze der Heavisideschicht bilden möge. Für $z < 0$ (Erde) und $z > h$ (Heavisideschicht) sei die Leitfähigkeit unendlich, in dem Gebiet zwischen Erde und Heavisideschicht ($0 < z < h$) habe das der Wellenübertragung dienende Medium die Dielektrizitätskonstante ε, die Permeabilität μ und die Leitfähigkeit σ. Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum sei c. Die Antenne sei vertikal und liege in der z-Achse, ihr Mittelpunkt an der Stelle $z = \zeta$. Wird die Antenne irgendwie erregt, so besitzt das im Außenraum entstehende elektromagnetische Feld, wenn keine sonstigen Störungen hinzukommen, axiale Symmetrie; die magnetischen Kraftlinien verlaufen in Kreisen um die z-Achse, die elektrischen liegen ganz in den Ebenen $\varphi = \text{const.}$ Wir nehmen nun im besonderen an, daß die Erregung der Antenne rein periodisch mit der Frequenz ω erfolgt. Nachdem möglicherweise auftretende Eigenschwingungen des umgebenden Mediums abgeklungen sind, stellt sich im allgemeinen ein stationärer Zustand ein, der in der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen mit derselben Frequenz ω besteht. Diesen Zustand denken wir uns abgewartet. Um ihn zu beschreiben, setzen wir die elektrische Feldstärke

$$\mathfrak{E} = \Re e(E \cdot e^{-i\omega t}),$$

die magnetische

$$\mathfrak{H} = \Re e(H \cdot e^{-i\omega t}),$$

wobei das Symbol $\Re e$, wie üblich, andeuten soll, daß von den komplexen Größen nur der reelle Teil zu nehmen ist. Die Größen E und H bedeuten (komplexe) Vektoren, die nur von den räumlichen Variablen abhängen. Wegen $\mathfrak{H}_z = 0$ und $\operatorname{div}\mathfrak{H} = 0$ setzen wir unter Einführung der Hertzschen Funktion

$$H_x = \frac{\partial \Pi}{\partial y}, \quad H_y = -\frac{\partial \Pi}{\partial x}, \quad H_z = 0. \tag{1}$$

Die in Heavisideschen Einheiten geschriebene Maxwellsche Gleichung

$$\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \frac{\sigma}{c}\mathfrak{E} = \operatorname{rot}\mathfrak{H}$$

ergibt dann für die Komponenten des Vektors E

$$\left\{\begin{aligned} &E_x = \frac{i\mu\omega}{c k^2}\cdot\frac{\partial^2 \Pi}{\partial x \partial z}, \qquad E_y = \frac{i\mu\omega}{c k^2}\cdot\frac{\partial^2 \Pi}{\partial y \partial z}, \\ &E_z = -\frac{i\mu\omega}{c k^2}\left(\frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y^2}\right), \end{aligned}\right. \tag{2}$$

wobei zur Abkürzung

$$k^2 = \frac{\varepsilon\mu\omega^2 + i\mu\sigma\omega}{c^2} \tag{3}$$

gesetzt ist, während die andere Maxwellsche Gleichung

$$\frac{\mu}{c}\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = -\operatorname{rot}\mathfrak{E}$$

für die Bestimmung der Hertzschen Funktion Π die partielle Differentialgleichung liefert

$$\Delta\Pi + k^2\Pi = 0, \tag{4}$$

worin das Operationssymbol Δ den zweiten Differentialparameter bedeutet.

Die zu behandelnde Aufgabe läßt sich nunmehr etwa folgendermaßen formulieren: Unter den eingangs erwähnten Bedingungen sind die erzwungenen Schwingungen des durch die Ungleichung $0 < z < h$ gekennzeichneten Raumteiles unter Ausschluß der Antenne zu beschreiben, wenn man die Erregung der Antenne als gegeben annimmt. Vermöge der durch die Maxwellsche Theorie geforderten Grenzbedingungen, wonach an Trennungsflächen die Tangentialkomponenten von $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ stetig bleiben müssen, sind, wenn man noch das Verschwinden der Erregung im Unendlichen mit hinzunimmt, gewisse Randbedingungen für das Potential Π vorgeschrieben, und es handelt sich darum, gemäß der Differentialgleichung (4) Π in das Innere des betrachteten Gebietes hinein so fortzusetzen, daß die Randbedingungen erfüllt sind. Dabei ist ferner im Innern die Stetigkeit von Π und die Existenz und Stetigkeit der in den Gleichungsgruppen (1) und (2) auftretenden Ableitungen zu fordern. Um das Problem nach Möglichkeit zu vereinfachen, denken wir uns die strahlende Antenne ersetzt durch einen Hertzschen Dipol, welcher als das einfachste Modell einer strahlenden elektromagnetischen Energiequelle anzusehen ist. Diese bei der Behandlung verwandter Probleme bisher durchweg vorgenommene Schematisierung, bei welcher die gesamte Sendeapparatur mit ihren oft recht beträchtlichen Ausmaßen durch eine punktförmige Energiequelle ersetzt wird, bringt es mit sich, daß die folgenden Entwicklungen nur für so große Entfernungen von der Antenne gelten können, daß ihnen gegenüber die Größe der Sendeapparatur vernachlässigt werden kann. Bekanntlich ist die einem an der Stelle $x = y = 0$, $z = \zeta$ gelegenen Hertzschen Dipol entsprechende Lösung der Differentialgleichung (4), wenn die Dipolachse mit der z-Achse zusammenfällt und unter k derjenige aus Gleichung (3) folgende Wert verstanden wird, dessen Real- und Imaginärteil beide positiv sind,

$$\Pi_0 = \frac{e^{ikR}}{R}; \qquad R^2 = x^2 + y^2 + (z-\zeta)^2. \tag{5}$$

Hierzu kann noch eine multiplikative Konstante treten, deren Norm der von dem Dipol emittierten Energie proportional ist. Wir wählen diese Konstante der Einfachheit halber gleich 1[1]) und formulieren unser Problem nach der oben gekennzeichneten Vereinfachung in folgender Weise. Es ist eine Lösung Π der Differentialgleichung (4) herzustellen, welche für $z = 0$ und $z = h$ den durch die Maxwellsche Theorie geforderten Randbedingungen

$$\left(\frac{\partial \Pi}{\partial z}\right)_{z=0} = \left(\frac{\partial \Pi}{\partial z}\right)_{z=h} = 0 \tag{6}$$

---

[1]) Die Dimension dieser Konstanten ist, wenn man das Gaussche Maßsystem zugrunde legt, $M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}$.

genügt und an der Stelle $x = y = 0$, $z = \zeta$ eine solche Singularität besitzt, daß die Differenz $\Pi - \Pi_0$ in dem Bereich $0 < z < h$ regulär ist.

II

Da das gesuchte Potential Π aus Symmetriegründen von φ unabhängig ist, so vereinfacht sich die Differentialgleichung (4) zu der folgenden:

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \Pi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial z^2} + k^2 \Pi = 0. \tag{7}$$

Um zu einer Lösung dieser Gleichung zu gelangen, kann man etwa $\Pi = R \cdot Z$ setzen, wobei R eine Funktion von r, Z eine Funktion von z allein bedeuten soll. Vermöge dieses Ansatzes läßt sich in (7) die Separation der Variablen durchführen. Man erhält

$$\frac{1}{Z}\frac{d^2 Z}{dz^2} + k^2 = -\frac{1}{R}\left(\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dR}{dr}\right).$$

Setzt man beide Seiten dieser Gleichung gleich λ^2, wobei λ einen von r und z unabhängigen Parameter bedeutet, so erhält man zwei gewöhnliche Differentialgleichungen für R und Z

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dR}{dr} + \lambda^2 R = 0, \\ &\frac{d^2 Z}{dz^2} - (\lambda^2 - k^2) Z = 0, \end{aligned}\right. \tag{7'}$$

von denen die erste in die Besselsche Differentialgleichung nullter Ordnung übergeht, wenn man λr als neue unabhängige Variable einführt, während die andere die beiden Integrale

$$e^{+\sqrt{\lambda^2 - k^2}\,z} \quad \text{und} \quad e^{-\sqrt{\lambda^2 - k^2}\,z}$$

besitzt. Durch das Fouriersche Integraltheorem wird es nahegelegt, eine allgemeine Lösung von (7) in Form eines bestimmten Integrals

$$\int_0^\infty J_0(\lambda r)\, e^{\sqrt{\lambda^2 - k^2}\,z} f(\lambda)\, \lambda\, d\lambda$$

anzusetzen, wobei J_0 die (für $\lambda r = 0$ reguläre) Besselsche Zylinderfunktion nullter Ordnung bedeutet und das Vorzeichen der Quadratwurzel im Exponenten so zu wählen ist, daß das

Integral konvergiert. Wir werden, um Mißverständnisse auszuschließen, für das Folgende festsetzen, daß immer

$$\lim_{\lambda \to \infty} \frac{1}{\lambda} \sqrt{\lambda^2 - k^2} = +1$$

und längs des Integrationsweges die Quadratwurzel eine stetige Funktion von λ sein soll. Für die **Hertzsche** Lösung Π_0 gilt dann die Integraldarstellung[1])

$$(8) \quad \begin{cases} \Pi_0 = \int\limits_0^\infty J_0(\lambda r)\, e^{\varrho(z-\zeta)} \frac{\lambda}{\varrho}\, d\lambda & \text{für } z < \zeta, \\ \Pi_0 = \int\limits_0^\infty J_0(\lambda r)\, e^{-\varrho(z-\zeta)} \frac{\lambda}{\varrho}\, d\lambda & \text{für } z > \zeta, \end{cases}$$

wobei zur Abkürzung $\sqrt{\lambda^2 - k^2} = \varrho$ gesetzt ist. Das gesuchte Potential Π setzen wir an in der Form

$$(9) \qquad \Pi = \Pi_0 + \int\limits_0^\infty J_0(\lambda r)\left[e^{+\varrho z} f_1(\lambda) + e^{-\varrho z} f_2(\lambda)\right] \frac{\lambda}{\varrho}\, d\lambda$$

und bestimmen die beiden Funktionen $f_1(\lambda)$ und $f_2(\lambda)$ aus den beiden Randbedingungen (6), indem wir Π_0 durch seine Integraldarstellung (8) ersetzen. Das ergibt für $z = 0 < \zeta$:

$$\left(\frac{\partial \Pi}{\partial z}\right)_{z=0} = \int\limits_0^\infty J_0(\lambda r)\, \lambda\, d\lambda \left[e^{-\varrho\zeta} + f_1(\lambda) - f_2(\lambda)\right] = 0,$$

für $z = h > \zeta$:

$$\left(\frac{\partial \Pi}{\partial z}\right)_{z=h} = \int\limits_0^\infty J_0(\lambda r)\, \lambda\, d\lambda \left[- e^{-\varrho(h-\zeta)} + e^{\varrho h} f_1(\lambda) - e^{-\varrho h} f_2(\lambda)\right] = 0.$$

Da diese beiden Beziehungen bei beliebigem r bestehen sollen, so ergeben sich hieraus für $f_1(\lambda)$ und $f_2(\lambda)$ die beiden Gleichungen:

$$f_1(\lambda) - f_2(\lambda) = - e^{-\varrho\zeta},$$
$$e^{\varrho h} f_1(\lambda) - e^{-\varrho h} f_2(\lambda) = e^{-\varrho(h-\zeta)}$$

---

[1]) Vgl. **A. Sommerfeld**, Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie, Ann. d. Phys. IV. 28. S. 665. 1909; **H. Weyl**, Ausbreitung elektromagnetischer Wellen über einen ebenen Leiter, a. a. O. 60. S. 481. 1919.

oder
$$f_1(\lambda) = e^{-\varrho h}\frac{e^{\varrho\zeta} + e^{-\varrho\zeta}}{e^{\varrho h} - e^{-\varrho h}},$$
$$f_2(\lambda) = \frac{e^{\varrho(h-\zeta)} + e^{-\varrho(h-\zeta)}}{e^{\varrho h} - e^{-\varrho h}}.$$

Trägt man diese beiden Ausdrücke in (9) ein, indem man ebenfalls wieder Π_0 durch seine Integraldarstellung (8) ersetzt, so ergibt sich:

$$\Pi = \int\limits_0^\infty J_0(\lambda r)\, K(z,\zeta;\lambda)\, \lambda\, d\lambda, \tag{10}$$

wobei die in z und ζ symmetrische Funktion $K(z,\zeta;\lambda)$ in folgender Weise definiert ist:

$$K(z,\zeta;\lambda) = \frac{2\,\mathfrak{Cof}\,\varrho z\,\mathfrak{Cof}\,\varrho(h-\zeta)}{\varrho\,\mathfrak{Sin}\,h\varrho} \quad \text{für } 0 < z < \zeta,$$
$$K(z,\zeta;\lambda) = \frac{2\,\mathfrak{Cof}\,\varrho\zeta\,\mathfrak{Cof}\,\varrho(h-z)}{\varrho\,\mathfrak{Sin}\,h\varrho} \quad \text{für } \zeta < z < h.$$

Der so gewonnene Ausdruck für Π genügt formal den Maxwellschen Gleichungen und den vorgeschriebenen Randbedingungen. Es ist noch zu zeigen, daß er unter gewissen Voraussetzungen einen Sinn hat, und daß die durch ihn definierte Funktion die geforderten Stetigkeits- und Differenzierbarkeitseigenschaften besitzt.

Ist $\sigma \neq 0$, so sind die Nullstellen des Nenners von $K(z,\zeta;\lambda)$ und damit die des Integranden des uneigentlichen Integrals (10) sämtlich komplex. Sie sind allgemein mit den Werten h_ν der Gleichung (14) in Abschnitt III identisch. Demnach ist der Integrationsweg in der komplexen λ-Ebene, die positive reelle Halbachse, von singulären Stellen frei. Für $z \neq \zeta$ verschwindet der Integrand für $\lambda \to \infty$ exponentiell; das Integral (10) ist daher unbedingt konvergent. Das gleiche gilt von denjenigen Integralen, die aus (10) durch eine endliche Anzahl von Differentiationen nach z oder r unter dem Integralzeichen erhalten werden. Diese Integrale stellen daher die entsprechenden Ableitungen von Π nach z oder r dar, so daß Π für $z \neq \zeta$ beliebig oft differenzierbar, also sicher samt seinen Ableitungen stetig ist. Für $z = \zeta$, aber $r \neq 0$, ist das Integral (10) zwar noch konvergent, da wegen

$$\lim_{\lambda\to\infty} \lambda\, K(\zeta,\zeta;\lambda) = 1$$

sich der Integrand für hinreichend große Werte von λ von $J_0(\lambda r)$ beliebig wenig unterscheidet, und da das Integral

$$\int_0^\infty J_0(\lambda r)\, d\lambda$$

für $r \neq 0$ konvergiert. Es konvergieren aber nicht mehr die Integrale, die durch Differentiation nach z und r unter dem Integralzeichen entstehen. Daher wäre die Existenz und Stetigkeit der zur Darstellung der Feldgrößen benötigten Ableitungen von Π für $z = \zeta$, $r \neq 0$ auch im Falle $\sigma \neq 0$ nicht sichergestellt, wenn zur Darstellung von Π lediglich das uneigentliche Integral (10) zur Verfügung stände. Im folgenden Abschnitt wird aber aus (10) eine Reihe abgeleitet, die für $r > s$ bei positivem s und beliebigem z und ζ samt ihren Ableitungen nach r und z von beliebiger Ordnung gleichmäßig und absolut konvergiert, so daß auch für $z = \zeta$ die Existenz und Stetigkeit der Ableitungen von Π für $r \neq 0$ sichergestellt ist. Es liegt das Versagen der analytischen Behandlung für $z = \zeta$ also nicht in der Natur der Sache, sondern an der Art der analytischen Darstellung. Ebenso wie für $z = \zeta$, $r \neq 0$ die Integraldarstellung (10) versagt, die Reihe (15) aber ihren Sinn behält, versagt für $z \neq \zeta$, $r = 0$ die Reihe (15), während das Integral samt seinen Ableitungen konvergiert. Die beiden analytischen Ausdrücke ergänzen sich also an den kritischen Stellen. Selbstverständlich versagen beide für $z = \zeta$, $r = 0$, wie das auch wegen der Singularität des Potentials Π an dieser Stelle nicht anders zu erwarten ist. Damit ist gezeigt, daß jedenfalls für $\sigma \neq 0$ die Funktion Π den in Abschnitt I aufgestellten Bedingungen genügt.

Im Falle $\sigma = 0$ ist eine endliche Anzahl der Pole k_ν des Integranden in (10) rein reell, die übrigen sind rein imaginär. Der Integrationsweg in der λ-Ebene enthält daher eine Reihe von Unstetigkeitsstellen des Integranden, so daß scheinbar das Integral seinen Sinn verliert. Deformiert man aber vor dem Grenzübergang $\sigma \rightarrow 0$ den Integrationsweg unter Festhaltung der Grenzen 0 und ∞ in die negativ-imaginäre Halbebene hinein, so treten im allgemeinen die durch das Hineinrücken der Singularitäten in die reelle Achse entstehenden Schwierigkeiten nicht auf. Der Wert des Integrals längs des deformierten Integrationsweges ist dann gleich dem Cauchyschen Hauptwert des Integrals in (10) und kann auch erhalten werden, indem man lediglich in (10) bei der Integration die Pole des Integranden durch kleine, in die negativ-imaginäre Halbebene hineinreichende Halbkreise umgeht. In einem Falle aber versagt auch dieses Verfahren, nämlich, wenn einer der Pole k_ν in den Nullpunkt der λ-Ebene rückt. Da dieser jedenfalls als untere Integrationsgrenze auch bei Deformationen des Integrationsweges festzuhalten ist, so wird bis auf einen Ausnahmefall Π für alle Werte von r und z logarithmisch unendlich. Wir haben es dann mit einem Resonanzphänomen zu tun. Der Ausnahmefall tritt nur dann ein, wenn für $\lambda = 0$ nicht nur der Nenner des Integranden, sondern auch der Zähler verschwindet, so daß sich der Integrand für $\lambda = 0$ in unbestimmter Form darbietet, aber stetig bleibt. Das ist, wie man leicht findet, immer dann der Fall, wenn eine solche positive ganze Zahl N existiert, daß $k_N^2 = k^2 - \frac{N^2\pi^2}{h^2} = 0$ wird (wodurch für $\lambda = 0$ der Nenner des Integranden eine einfache Nullstelle erhält), als auch $\cos\frac{N\pi\zeta}{h} = 0$ ist (wodurch eine einfache Nullstelle des Zählers bedingt wird). Auf diese Fragen kommen wir bei Besprechung der Resonanzphänomene an Hand der Reihe (15) noch zurück.

III

Das Potential Π ist einer einfachen Deutung fähig. Es wird genügen, die hierauf bezüglichen Entwicklungen etwa für $z < \zeta$ durchzuführen, da sie für $z > \zeta$ sich ganz entsprechend gestalten. Führt man in $K(z, \zeta; \lambda)$ an Stelle der hyperbolischen Funktionen wieder Exponentialfunktionen ein, so erhält man, wenn man gleichzeitig Zähler und Nenner durch $e^{\varrho h}$ dividiert, für $z < \zeta$:

$$K(z, \zeta; \lambda) = \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{e^{\varrho(z-\zeta)} + e^{-\varrho(z+\zeta)} + e^{\varrho(-2h+z+\zeta)} + e^{-\varrho(2h+z-\zeta)}}{1 - e^{-2\varrho h}}.$$

Der Bruch $1 : (1 - e^{-2\varrho h})$ läßt sich in eine geometrische Reihe entwickeln, welche bei komplexem k für alle Werte $0 \leqq \lambda$ gleichmäßig konvergiert, da nach unsern Festsetzungen in dem ganzen Integrationsintervall, welches λ durchläuft, ϱ einen positiven und von Null verschiedenen Realteil besitzt. Man überzeugt sich hiervon sofort, wenn man das Bild der positiven reellen Achse der komplexen λ-Ebene in der ϱ-Ebene herstellt und die Beziehung $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} \frac{\varrho}{\lambda} = 1$ beachtet. Daher ist für $z < \zeta$:

$$K(z, \zeta; \lambda) = \frac{1}{\varrho}\left\{\sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} e^{\varrho[z-(\zeta+2\nu h)]} + \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} e^{-\varrho[z+(\zeta+2\nu h)]}\right.$$

$$\left. + \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} e^{\varrho[z-(2\nu h-\zeta)]} + \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} e^{-\varrho[z+(2\nu h-\zeta)]}\right\}.$$

Trägt man diese Entwicklung in (10) ein, so ist, wie man sich leicht überzeugt, die Reihenfolge von Integration und Summation vertauschbar. Man erhält

$$(11)\quad \left\{ 0 < z < \zeta: \quad \begin{aligned} \Pi = & \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \int_0^\infty J_0(\lambda r)\, e^{\varrho[z-(\zeta+2\nu h)]} \frac{\lambda}{\varrho}\, d\lambda \\ & + \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \int_0^\infty J_0(\lambda r)\, e^{-\varrho[z+(\zeta+2\nu h)]} \frac{\lambda}{\varrho}\, d\lambda \\ & + \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} \int_0^\infty J_0(\lambda r)\, e^{\varrho[z-(2\nu h-\zeta)]} \frac{\lambda}{\varrho}\, d\lambda \\ & + \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} \int_0^\infty J_0(\lambda r)\, e^{-\varrho[z+(2\nu h-\zeta)]} \frac{\lambda}{\varrho}\, d\lambda. \end{aligned} \right.$$

Nach der Integraldarstellung (8) für die **Hertzsche** Lösung Π_0 entsprechen den Gliedern der ersten Reihe auf der rechten Seite dieser Gleichung **Hertzsche** Dipole, welche an den Stellen ζ, $\zeta + 2h$, $\zeta + 4h \ldots$ der z-Achse liegen, den Gliedern der zweiten Reihe solche an den Stellen $-\zeta$, $-(\zeta + 2h)$ $-(\zeta + 4h) \ldots$, den Gliedern der dritten Reihe solche an den Stellen $2h - \zeta$, $4h - \zeta$, $6h - \zeta \ldots$ und endlich den Gliedern der vierten Reihe solche an den Stellen $-(2h - \zeta)$, $-(4h - \zeta)$, $-(6h - \zeta) \ldots$ Es ergibt sich also genau das, was man erwartet, nämlich, daß man die Lösung (10) des Problems auch dadurch erhält, daß man zu dem als Ersatz für die Antenne angenommenen Dipol alle diejenigen hinzunimmt, welche nach den Regeln der geometrischen Optik als Spiegelbilder durch die beiden parallelen Planspiegel $z = 0$ und $z = h$ entstehen. Es ist klar, daß das Feld dieser unendlichen Dipolreihe, welches wir bisher nur in dem Gebiet $0 < z < h$ betrachtet haben, in der z-Richtung einen räumlich periodischen Charakter haben muß, wenn man es in Gebiete hinein fortsetzt, die außerhalb des bisherigen Definitionsgebietes liegen, da die Punkte $z \pm 2\nu h$ der Stellung nach, welche sie der Dipolreihe gegenüber einnehmen, einander vollkommen gleichwertig sind. Es liegt daher nahe, die Lösung (10) in eine Fouriersche Reihe hinsichtlich der Variablen z in dem Intervall $-h < z < +h$ zu entwickeln unter Beachtung der Tatsache, daß aus Symmetriegründen die zu entwickelnde Funktion eine gerade Funktion von z ist. Zweckmäßig wird man hierbei so verfahren, daß man die unter dem Integralzeichen stehende Funktion $K(z, \zeta; \lambda)$ zunächst entwickelt und hierauf die noch zu vollziehenden Integrationen gliedweise ausführt.[1] Die übliche Bestimmung der Fourierkoeffizienten liefert die folgende Entwicklung

$$(12)\quad K(z, \zeta; \lambda) = \frac{2}{h\varrho^2} + \frac{4}{h}\sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} \frac{1}{\varrho^2 + \frac{\nu^2\pi^2}{h^2}} \cos\frac{\nu\pi\zeta}{h} \cos\frac{\nu\pi z}{h},$$

welche offenbar gleichmäßig und absolut konvergent ist, und zwar nicht nur für alle Werte z, ζ des Intervalls

$$-h \leqq z,\ \zeta \leqq +h,$$

sondern auch für alle λ, welche $\geqq 0$ sind, vorausgesetzt, daß k^2 nicht rein reell ist. In diesem Falle würden für gewisse Werte von λ einige Nenner der Reihe (12) verschwinden. Die hieraus erwachsenden Schwierigkeiten ließen sich aber dadurch umgehen, daß man von vornherein den Integrationsweg des Integrals (10) unter Vermeidung der kritischen Punkte auf der reellen Achse in die negativimaginäre Halbebene der λ-Ebene hinein deformiert, wie das schon im vorigen Abschnitt auseinandergesetzt wurde. Führt man die Reihe (12) an Stelle von $K(z, \zeta; \lambda)$ in (10) ein und vertauscht die Reihenfolge von Integration und Summation, so erhält man, wenn man für ϱ wieder $\sqrt{\lambda^2 - k^2}$ schreibt,

---

[1] Ich vermeide hier absichtlich im Interesse der Anschaulichkeit den direkten funktionentheoretischen Weg zur Gewinnung der Reihe (15). Der Zusammenhang mit den funktionentheoretischen Methoden wird evident durch die Bemerkung, daß die Fourierentwicklung von $K(z, \zeta; \lambda)$ identisch ist mit der Partialbruchentwicklung dieser in λ *meromorphen* Funktion. $K(z, \zeta; \lambda)$ ist nämlich *nicht*, wie man wegen der Abhängigkeit von ϱ zunächst vermuten würde, eine doppeldeutige Funktion von λ, sondern eine eindeutige, da $K(z, \zeta; \lambda)$ offenbar eine gerade Funktion von ϱ ist. Übrigens wird der Versuch, $K(z, \zeta; \lambda)$ in eine Fourierreihe zu entwickeln, nahegelegt durch die Form der Differentialgleichungen (7') mit den dazugehörigen Randbedingungen (6).

$$(13)\quad \left\{\begin{aligned} \Pi = {} & \frac{2}{h}\int_0^\infty J_0(\lambda r)\frac{\lambda\, d\lambda}{\lambda^2 - k^2} \\ & + \frac{4}{h}\sum_{\nu=1}^{\nu=\infty}\cos\frac{\nu\pi\zeta}{h}\cos\frac{\nu\pi z}{h}\int_0^\infty J_0(\lambda r)\frac{\lambda\, d\lambda}{\lambda^2 - \left(k^2 - \frac{\nu^2\pi^2}{h^2}\right)}. \end{aligned}\right.$$

Wir setzen zur Abkürzung

$$(14)\qquad k_\nu = \sqrt{k^2 - \frac{\nu^2\pi^2}{h^2}} \qquad (\nu = 0, 1, 2\ldots)$$

mit der Festsetzung, daß darunter diejenigen Werte der Quadratwurzel zu verstehen sind, deren Real- und Imaginärteil beide positiv sind. Nach bekannten Formeln[1]) lassen sich die in (13) auftretenden bestimmten Integrale mittels der ersten **Hankel**schen Zylinderfunktion nullter Ordnung ausdrücken, d. h. derjenigen Zylinderfunktion, die im Unendlichen der positivimaginären Halbebene ihres Arguments exponentiell verschwindet. Es ergibt sich, vorausgesetzt, daß $r \neq 0$ ist:

$$(15)\quad \Pi = \frac{i\pi}{h}\left\{H_0^{(1)}(k_0 r) + 2\sum_{\nu=1}^{\nu=\infty}\cos\frac{\nu\pi\zeta}{h}\cos\frac{\nu\pi z}{h}H_0^{(1)}(k_\nu r)\right\}.$$

IV

Die Werte k_ν liegen in der komplexen k-Ebene auf einer gleichseitigen Hyperbel, welche durch die beiden durch Gleichung (3) definierten Punkte hindurchgeht und die reelle und imaginäre Achse zu Asymptoten hat. k_0 ist dabei nach den getroffenen Festsetzungen derjenige aus (3) folgende k-Wert, der im ersten Quadranten der k-Ebene liegt. Die übrigen Werte k_ν ($\nu = 1, 2 \ldots$) liegen der Reihe nach auf demjenigen Teil der Hyperbel, der, von k_0 ausgehend, sich in seinem weiteren Verlauf der positiv-imaginären Halbachse der k-Ebene asymptotisch anschmiegt. Ist ν sehr groß, so kann man in (14) k^2 neben $\nu^2 \pi^2 / h^2$ vernachlässigen. Die entsprechenden Werte k_ν sind dann praktisch rein imaginär und unterscheiden sich mit immer größerer Annäherung von ihren Nachbarwerten um den Betrag $\pi i / h$. Aus der asymptotischen Entwicklung für die erste Hankelsche Funktion, wonach bei hinreichend großem Argument mit positivem Realteil

---

[1]) N. **Nielsen**, Handbuch der Theorie der Zylinderfunktionen. § 99, Gleichung 5, S. 251. Leipzig 1904.

$$H_0^{(1)}(k r) \sim \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} \pi k r}} e^{i\left(kr - \frac{\pi}{4}\right)} \tag{16}$$

ist, geht demnach hervor, daß die Reihe (15) etwa so gut konvergiert wie eine geometrische Reihe mit dem Quotienten $e^{-\frac{\pi r}{h}}$. Für große und mäßig große Werte von r ist also die Reihe gut brauchbar, dagegen nicht mehr für kleine r. Für $r = 0$ verliert sie überhaupt ihren Sinn, da $H_0^{(1)}(z)$ für $z = 0$ logarithmisch unendlich wird. Dieser Nachteil der Zylinderfunktionenreihe (15) fällt aber deswegen nicht schwer ins Gewicht, weil gerade in dem Gebiet, in dem sie unbrauchbar wird, auch die Voraussetzungen für die vorliegende Theorie hinfällig werden.[1] Will man gleichwohl das Feld auch in der näheren Umgebung der Energiequelle untersuchen, so kann man auf die Reihe (11) zurückgehen, welche die gesamte Felderregung als Superposition von Kugelwellen darstellt, und die auch noch für $r = 0$ unter der Voraussetzung $z \neq \zeta$ konvergiert; allerdings ist die Konvergenz im Falle eines kleinen σ sehr schlecht. Wir werden daher der weiteren Diskussion ausschließlich die Zylinderfunktionenreihe (15) zugrunde legen, indem wir uns auf größere Werte von r beschränken.

Die einzelnen Glieder der Reihe (15) stellen Wellen von einem interessanten Typus dar. Das Auftreten der trigonometrischen Funktionen von z weist darauf hin, daß sie in der z-Richtung den Charakter stehender Wellen haben, während sie in radialer Richtung sich wie räumlich gedämpfte, von der z-Achse ausstrahlende Zylinderwellen verhalten. Durch Interferenz der an den Flächen $z = 0$ und $z = h$ reflektierten Kugelwellen wird nach (15) ein ganzes Spektrum von Wellen dieses Typus erzeugt. Obwohl jeder einzelnen von ihnen dieselbe Frequenz ω zugehört, tritt doch in gewisser Weise dadurch eine Dispersion auf, daß den einzelnen Wellen verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeiten zukommen. In der z-Richtung verhalten sie sich als stehende Wellen so, als ob ihnen der Reihe nach die Wellenlängen

---

[1] Vgl. die Bemerkung auf S. 559, Zeile 12 ff.

$$\infty,\ 2h,\ h,\ \tfrac{2}{3}h \ldots \frac{2h}{\nu} \ldots$$

zukämen. Diesen Werten entsprechen die mit wachsendem Index ν immer kleiner werdenden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten[1] $\infty,\ \frac{\omega h}{\pi} \ldots \frac{\omega h}{\nu \pi} \ldots$ Die entsprechenden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in radialer Richtung ergeben sich aus den reellen Teilen der Werte k_ν. Aus dem für hinreichend großes r geltenden asymptotischen Wert (16) für $H_0^{(1)}(k_\nu r)$ folgt nämlich, daß der ν^{ten} Welle des Spektrums die radiale Fortpflanzungsgeschwindigkeit $\omega / \mathfrak{Re}(k_\nu)$ bzw. die Wellenlänge $\lambda_\nu = 2\pi / \mathfrak{Re}(k_\nu)$ zukommt. Mit zunehmender Ordnungszahl ν nehmen aber, wie ein Blick auf die am Beginn dieses Abschnittes erwähnte gleichseitige Hyperbel zeigt, die Realteile der k_ν asymptotisch zu Null ab. Daher wachsen mit unbegrenzt wachsender Ordnungszahl ν die radialen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten und die radialen Wellenlängen über alle Grenzen, während, wie wir sahen, gleichzeitig die entsprechenden Größen in der z-Richtung gegen den Wert Null konvergieren. Unter den Werten k_ν ist k_0 derjenige, welcher den kleinsten Imaginärteil hat. Daher besitzt, wie ebenfalls aus der asymptotischen Darstellung für $H_0^{(1)}(k_\nu r)$ hervorgeht, die erste Welle des Spektrums die kleinste radiale Dämpfung. Ist σ klein, so zeigt wieder ein Blick auf die gleichseitige Hyperbel, daß im allgemeinen noch eine Reihe von weiteren Werten k_ν existieren, die mit k_0 auf derselben Seite des

---

[1] Unter Fortpflanzungsgeschwindigkeit wollen wir hier und im folgenden stets die *Phasen*geschwindigkeit verstehen.

Scheitels der Kurve liegen, und deren Imaginärteil daher etwa von derselben Größe ist wie der von k_0. Die zugehörigen Wellen haben also eine radiale Dämpfung von etwa gleicher Größenordnung. Die Imaginärteile derjenigen Werte k_ν, die jenseits des Scheitels der Hyperbel liegen, wachsen hingegen mit zunehmendem ν rascher — im wesentlichen in einer arithmetischen Progression — an, während die zugehörigen Realteile langsam zu Null abnehmen. Die Wellen mit sehr großer Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzen also auch eine sehr starke radiale Dämpfung. Ist σ so groß, daß der Betrag des Imaginärteils von k_0 größer als sein Realteil ist, so daß alle Werte k_ν auf demjenigen Teil der Hyperbel liegen, der im wesentlichen mit der positiv-imaginären Achse der k-Ebene zusammenfällt, so wachsen schon von k_0 ab die Imaginärteile der k_ν im wesentlichen in einer arithmetischen Progression. Demnach dürfte in diesem Falle die erste, zum Index $\nu = 0$ gehörige Welle des Spektrums die einzige sein, die in größeren Entfernungen noch festzustellen sein wird. Gerade diese Welle aber ist vom Typus einer reinen Zylinderwelle. Bei großem σ wirken also die spiegelnden Flächen so, daß die von dem Dipol emittierte gedämpfte Kugelwelle nach einer hinreichend großen durchlaufenen Entfernung im wesentlichen in eine Zylinderwelle verwandelt wird, welcher die dem übertragenden Medium für gewöhnlich zuzuschreibende Wellenzahl $k_0 = k$ zukommt. Diese Welle des Spektrums wird um so mehr vorherrschen, je kleiner h ist, wie man unmittelbar aus den Konvergenzbetrachtungen zu Beginn dieses Abschnitts folgern kann. Aus ihnen geht übrigens ferner hervor, daß es bei diesen Fragen nur auf das Verhältnis $r:h$ ankommt, wie das auch unmittelbar aus Ähnlichkeitsbetrachtungen zu schließen ist.

V

Um nunmehr den Fall eines sehr kleinen σ zu beschreiben, der ein größeres Interesse beansprucht, nehmen wir in der Reihe (15) den Grenzübergang $\sigma \longrightarrow 0$ vor. Hierbei degeneriert die Hyperbel, auf der die Werte k_ν liegen, in das Geradenpaar, welches von der reellen und imaginären Achse der k-Ebene gebildet wird. Der Wert $k_0 = \sqrt{\varepsilon\mu}\,\frac{\omega}{c}$ ist gleich $\frac{2\pi}{\lambda_0}$, wenn mit λ_0 diejenige Wellenlänge bezeichnet wird, mit der sich in dem übertragenden Medium eine ebene homogene Welle mit der Frequenz ω ungestört ausbreiten würde. Wir bezeichnen ferner mit N diejenige ganze Zahl, die durch die Ungleichung definiert wird

$$N\frac{\lambda_0}{2} \leqq h < (N+1)\frac{\lambda_0}{2}. \tag{17}$$

Von den Werten

$$k_\nu = \pi\sqrt{\frac{4}{\lambda_0^2} - \frac{\nu^2}{h^2}} \qquad (\nu = 0,\ 1,\ 2\ldots) \tag{18}$$

sind alle diejenigen, für welche $\nu \leqq N$ ist, rein reell, während alle diejenigen, für welche $\nu > N$ ist, rein imaginär sind. Gilt in (17) das Gleichheitszeichen, ist also h ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge $\lambda_0/2$, so wird der entsprechende Wert k_N gleich Null. In diesem Falle wird im allgemeinen die Reihenentwicklung (15) unbrauchbar, da das entsprechende N^{te} Glied für jeden beliebigen Wert von r logarithmisch unendlich wird.[1] Es liegt dann eine Resonanzerscheinung vor. Ein Unbrauchbarwerden der Reihe deutet darauf hin, daß in diesem Falle ein stationärer Zustand nicht möglich ist. Bei einem Anschwingen des Dipols würde die Energie im wesentlichen nicht ins Unendliche abfluten, sondern in der endlichen Umgebung des Dipols lokalisiert bleiben, so daß die Amplituden des elektrischen und magnetischen Vektors, da dauernd neue Energie nachgeliefert wird, schließlich über alle Grenzen wachsen. Hierauf kommen wir bei der Untersuchung der energetischen Verhältnisse noch zurück und lassen zunächst den Fall der Resonanz beiseite.

Diejenigen Wellen des Spektrums, für die $\nu \leqq N$, also k_ν reell ist, haben in radialer Richtung den Charakter *ungedämpfter* Zylinderwellen, denen die mit der Ordnungszahl ν anwachsenden Wellenlängen $2\pi/k_\nu$ ($\nu = 0, 1, 2 \ldots N$) bzw. die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten ω/k_ν ($\nu = 0, 1, 2 \ldots N$) zukommen. Die kleinste von diesen, nämlich ω/k_0, ist die normale. Ist $\nu > N$, also k_ν rein imaginär, so kann man von einem Wellencharakter in radialer Richtung überhaupt nicht mehr reden, es sei denn, daß man allen zugehörigen Wellen unendlich große Wellenlängen und unendliche Fortpflanzungsgeschwindigkeiten zuschreibt, wie sich das auch aus den vorangehenden Betrachtungen für $\sigma \neq 0$ bei Vornahme des Grenzüberganges $\sigma \rightarrow 0$ ergibt. Daß die Wellenlängen unendlich werden, sieht man übrigens auch unmittelbar daran, daß bei konstantem z unabhängig von r alle Stellen des Raumes für die Wellen $\nu > N$ in Phase sind, da bei reellem $u > 0$ $i H_0^{(1)}(i u)$ rein reell ist. Da ferner $i H_0^{(1)}(i u)$ für $u = \infty$ exponentiell verschwindet[1], so werden wegen des schnellen Abfalls der Amplituden in einer hinreichend großen Entfernung vom Dipol diese Wellen nicht mehr feststellbar sein. Man wird also bei hinreichend großem r die Reihe (15) an der Stelle $\nu = N$ abbrechen und sich mit dem zugehörigen *endlichen* Spektrum ungedämpfter Zylinderwellen begnügen können.

---

[1] Vgl. die Bemerkungen auf S. 564 und 579. Das Unbrauchbarwerden der Reihe ist die natürliche Folge der Divergenz des Integrals (10) in diesem Falle. Ausnahmsweise kann allerdings die Lösung auch endlich bleiben.

Wir gehen nunmehr zur expliziten Darstellung der Feldgrößen selbst über und setzen zu diesem Zweck

$$\Pi^{(0)} = \frac{i\pi}{h} H_0^{(1)}(k_0 r); \; \Pi^{(\nu)} = \frac{2i\pi}{h} \cos\frac{\nu\pi\zeta}{h} \cos\frac{\nu\pi z}{h} H_0^{(1)}(k_\nu r).$$
$$(\nu = 1,\ 2\ldots),$$

indem wir die aus den einzelnen Potentialen abzuleitenden Feldgrößen durch die gleichen Indizes voneinander unterscheiden. Allgemein folgt aus den Gleichungen (1) und (2), wenn wir zu Zylinderkoordinaten übergehen:

$$(19)\quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{H} = \mathfrak{H}_\varphi &= \Re\left[\frac{\partial \Pi}{\partial r} \cdot e^{-i\omega t}\right], \; \mathfrak{H}_r = \mathfrak{H}_z = 0, \\ \mathfrak{E}_r &= \Re\left[\frac{i\mu\omega}{c k^2} \cdot \frac{\partial^2 \Pi}{\partial r\, \partial z} \cdot e^{-i\omega t}\right], \; \mathfrak{E}_\varphi = 0, \\ \mathfrak{E}_z &= \Re\left[-\frac{i\mu\omega}{c k^2}\left(\frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y^2}\right) e^{-i\omega t}\right] \\ &= \Re\left[\frac{i\mu\omega}{c k^2}\left(k^2 \Pi + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial z^2}\right) e^{-i\omega t}\right]. \end{aligned} \right.$$

Da die Potentiale $\Pi^{(\nu)}$ offenbar derselben Differentialgleichung (7) genügen wie Π selbst, so ist die in der letzten Gleichung des

---

[1] Vgl. die asymptotische Darstellung (16) bzw. wegen der graphischen Darstellung die Figur in Jahnke-Emde, Funktionentafeln mit Formeln und Kurven, Leipzig 1909. S. 134.

Systems (19) vorgenommene Umformung auch dann zulässig, wenn man in ihm Π durch die $\Pi^{(\nu)}$ ersetzt. Da ferner

$$\frac{d}{du} H_0^{(1)}(u) = - H_1^{(1)}(u)$$

und[1])

$$H_p^{(1)}(u) = J_p(u) + i\, N_p(u)$$

ist, wobei N_p die **Neumann**sche Zylinderfunktion (zweiter Art) vom Index p bedeutet, so folgt aus den Gleichungen (19) unter Berücksichtigung von (14) für $\nu \leqq N$

$$\text{(20a)} \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{H}^{(0)} &= \mathfrak{H}_\varphi^{(0)} = \frac{\pi k}{h} [N_1(kr) \cos \omega t - J_1(kr) \sin \omega t], \\ \mathfrak{H}^{(\nu)} &= \mathfrak{H}_\varphi^{(\nu)} = \frac{2\pi k_\nu}{h} \cos \frac{\nu \pi \zeta}{h} \cos \frac{\nu \pi z}{h} \\ &\qquad \cdot [N_1(k_\nu r) \cos \omega t - J_1(k_\nu r) \sin \omega t], \\ \mathfrak{E}_r^{(0)} &= 0, \\ \mathfrak{E}_r^{(\nu)} &= - \frac{2 \nu \pi^2 \mu \omega k_\nu}{c k^2 h^2} \cos \frac{\nu \pi \zeta}{h} \sin \frac{\nu \pi z}{h} \\ &\qquad \cdot [J_1(k_\nu r) \cos \omega t + N_1(k_\nu r) \sin \omega t], \\ \mathfrak{E}_z^{(0)} &= - \frac{\pi \mu \omega}{c h} [J_0(kr) \cos \omega t + N_0(kr) \sin \omega t], \\ \mathfrak{E}_z^{(\nu)} &= - \frac{2\pi \mu \omega k_\nu^2}{c k^2 h} \cos \frac{\nu \pi \zeta}{h} \cos \frac{\nu \pi z}{h} \\ &\qquad \cdot [J_0(k_\nu r) \cos \omega t + N_0(k_\nu r) \sin \omega t] \\ &\qquad\qquad (\nu = 1, 2 \ldots N). \end{aligned} \right.$$

Für $\nu > N$ liegen die Verhältnisse etwas einfacher. Da bekanntlich bei rein imaginärem k_ν die Funktionen $i H_0^{(1)}(k_\nu r)$ und $H_1^{(1)}(k_\nu r)$ rein reell sind[2]), so ist in diesem Falle eine Zerlegung der **Hankel**schen Funktionen in die **Bessel**schen und **Neumann**schen Funktionen nicht erforderlich. Es ergibt sich, wenn man, wie üblich, mit $|k_\nu|$ den absoluten Betrag der (rein imaginären) Werte k_ν bezeichnet:

$$\text{(20b)} \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{H}^{(\nu)} &= \mathfrak{H}_\varphi^{(\nu)} = \frac{2\pi |k_\nu|}{h} \cos \frac{\nu \pi \zeta}{h} \cos \frac{\nu \pi z}{h} H_1^{(1)}(k_\nu r) \cos \omega t, \\ \mathfrak{E}_r^{(\nu)} &= - \frac{2 \nu \pi^2 \mu \omega |k_\nu|}{c k^2 h^2} \cos \frac{\nu \pi \zeta}{h} \sin \frac{\nu \pi z}{h} H_1^{(1)}(k_\nu r) \sin \omega t, \\ \mathfrak{E}_z^{(\nu)} &= \frac{2\pi \mu \omega k_\nu^2}{c k^2 h} \cos \frac{\nu \pi \zeta}{h} \cos \frac{\nu \pi z}{h} [i H_0^{(1)}(k_\nu r)] \sin \omega t \\ &\qquad (\nu = N + 1, N + 2, \ldots). \end{aligned} \right.$$

---

[1]) Vgl. **Jahnke-Emde**, a. a. O. S. 95.

[2]) Vgl. **Jahnke-Emde**, a. a. O. S. 134.

Die in den Gleichungssystemen (20a) und (20b) nicht angeführten Komponenten der Feldgrößen sind wie in (19) gleich Null. Für große Werte von r bequemere und für die Diskussion besser geeignete Formeln erhält man, wenn man nach dem Einsetzen in (19) und Durchführung der erforderlichen Differentiationen die Hankelschen Funktionen durch ihre asymptotische Darstellung ersetzt. Allgemein ist bei großem positiv reellem u 1)

$$H_p^{(1)}(u) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi u}}\, e^{i\left(u-\frac{2p+1}{4}\pi\right)}, \qquad (p = 0,\ 1)$$

$$i^{p+1} H_p^{(1)}(i u) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi u}}\, e^{-u}.$$

Daher ist bei großem r näherungsweise für $\nu \leqq N$:

$$\left\{\begin{aligned}
&\mathfrak{H}^{(0)} = \mathfrak{H}_\varphi^{(0)} \sim \frac{1}{h}\sqrt{\frac{2\pi k}{r}}\,\sin\left(k r - \omega t - \frac{3}{4}\pi\right),\\
&\mathfrak{H}^{(\nu)} = \mathfrak{H}_\varphi^{(\nu)} \sim \frac{2}{h}\sqrt{\frac{2\pi k_\nu}{r}}\,\cos\frac{\nu\pi\zeta}{h}\cos\frac{\nu\pi z}{h}\\
&\qquad\qquad \cdot\sin\left(k_\nu r - \omega t - \frac{3}{4}\pi\right),\\
&\mathfrak{E}_r^{(0)} = 0,\\
&\mathfrak{E}_r^{(\nu)} \sim -\frac{2\nu\pi\mu\omega}{c k^2 h^2}\sqrt{\frac{2\pi k_\nu}{r}}\,\cos\frac{\nu\pi\zeta}{h}\sin\frac{\nu\pi z}{h}\\
&\qquad\qquad \cdot\sin\left(k_\nu r - \omega t - \frac{\pi}{4}\right),\\
&\mathfrak{E}_z^{(0)} \sim \frac{\mu\omega}{c h}\sqrt{\frac{2\pi}{k r}}\,\sin\left(k r - \omega t - \frac{3}{4}\pi\right),\\
&\mathfrak{E}_z^{(\nu)} \sim \frac{2\mu\omega k_\nu}{c k^2 h}\sqrt{\frac{2\pi k_\nu}{r}}\,\cos\frac{\nu\pi\zeta}{h}\cos\frac{\nu\pi z}{h}\\
&\qquad\qquad \cdot\sin\left(k_\nu r - \omega t - \frac{3}{4}\pi\right)\\
&\qquad\qquad\qquad (\nu = 1,\ 2 \ldots N).
\end{aligned}\right. \tag{20a'}$$

---

1) Jahnke-Emde, a. a. O. S. 100. Die semikonvergenten Entwicklungen sind in der vorliegenden Untersuchung nach dem ersten Gliede abgebrochen worden. Dieser Grad der Annäherung dürfte im allgemeinen ausreichend sein.

Für $\nu > N$:

$$
(20\,\mathrm{b}') \quad \left\{
\begin{aligned}
&\mathfrak{H}^{(\nu)} = \mathfrak{H}_{\varphi}^{(\nu)} \sim -\frac{2}{h}\sqrt{\frac{2\pi\,|k_\nu|}{r}}\,\cos\frac{\nu\pi\zeta}{h}\cos\frac{\nu\pi z}{h} \\
&\qquad\qquad \cdot e^{-|k_\nu| r}\cos\omega t\,, \\
&\mathfrak{E}_r^{(\nu)} \sim \frac{2\nu\pi\mu\omega}{c k^2 h^2}\sqrt{\frac{2\pi\,|k_\nu|}{r}}\,\cos\frac{\nu\pi\zeta}{h}\sin\frac{\nu\pi z}{h} \\
&\qquad\qquad \cdot e^{-|k_\nu| r}\sin\omega t\,, \\
&\mathfrak{E}_z^{(\nu)} \sim -\frac{2\mu\omega\,|k_\nu|}{c k^2 h}\sqrt{\frac{2\pi\,|k_\nu|}{r}}\,\cos\frac{\nu\pi\zeta}{h}\cos\frac{\nu\pi z}{h} \\
&\qquad\qquad \cdot e^{-|k_\nu| r}\sin\omega t\,. \\
&\qquad\qquad (\nu = N+1,\ N+2, \ldots).
\end{aligned}
\right.
$$

Die für die Feldgrößen aufgestellten Gleichungen geben von der Beschaffenheit des elektromagnetischen Feldes ein in den Einzelheiten besser gezeichnetes Bild als die allgemeinen Betrachtungen, die an die Potentiale selbst anknüpften. Für $\nu = 0$ ergibt sich eine reine, ungedämpfte Zylinderwelle mit dem Charakter einer *Transversalwelle*, da die radiale Komponente von $\mathfrak{E}$ gleich Null ist. Wie sich aus den asymptotischen Formeln (20a') ergibt, sind bei hinreichend großem r der elektrische und der magnetische Vektor in Phase; die Wellenzahl k ist die normale. Diejenigen Wellen, für die $1 \leqq \nu \leqq N$ ist, haben in radialer Richtung nicht mehr den Charakter reiner transversaler Zylinderwellen, da die r-Komponente des elektrischen Vektors von Null verschieden ist. Zu dieser Verzerrung der Wellenform kommt ihr Verhalten als stehende Wellen in der z-Richtung hinzu. Die Knotenpunkte des magnetischen Vektors liegen in den Ebenen $z = \frac{(2n+1)h}{2\nu}$ $(n = 0, 1, 2 \ldots)$ und sind mit den Knotenpunkten der z-Komponente des elektrischen Vektors identisch, während die der r-Komponente von $\mathfrak{E}$ dagegen verschoben in den Ebenen $z = \frac{n \cdot h}{\nu}$ $(n = 0, 1, 2 \ldots)$ liegen. Ferner sind, wie sich aus den asymptotischen Ausdrücken (20a') ergibt, für hinreichend großes r in den forteilenden Zylinderwellen $\mathfrak{H}^{(\nu)}$ und $\mathfrak{E}_z^{(\nu)}$ in Phase, während $\mathfrak{E}_r^{(\nu)}$ gegen diese beiden um $\pi/2$ in der Phase verschoben ist. Das Verhalten der Wellen, für die $\nu > N$ ist, ist in der z-Richtung das gleiche wie im Falle $\nu \leqq N$. In der r-Richtung haben sie überhaupt jeden Wellencharakter verloren.

Ein Vergleich der Amplituden von solchen Partialwellen des Spektrums, die zu verschiedenen Werten von ν gehören, ergibt, daß die Verzerrung der Wellenform mit wachsendem ν zunimmt, wenn man von dem Einfluß der Antennenhöhe absieht, welcher sich analytisch in dem Faktor $\cos\frac{\nu\pi\zeta}{h}$ äußert. Die Gleichungen (20a') ergeben z. B., daß für großes r $|\mathfrak{H}^{(\nu)}|$ und $|\mathfrak{E}_z^{(\nu)}|$ proportional sind zu $k_\nu^{1/2}$ bzw. $k_\nu^{3/2}$, also mit wachsendem $\nu < N$ monoton abnehmen, während $|\mathfrak{E}_r^{(\nu)}|$ proportional ist zu $\nu \cdot k_\nu^{1/2}$, also mit wachsendem $\nu < N$ monoton zunimmt. Überschreitet ν den Wert N, so tritt, wie (20b') zeigt, ein scheinbares monotones Anwachsen der Amplitudenfaktoren ein. Allerdings wächst auch die radiale Dämpfung, so daß im ganzen eine sehr rasche Abnahme der Amplituden eintritt, wie es auch aus der Konvergenz der Reihe (15) und der durch Differentiation aus ihr für die Feldgrößen abgeleiteten Reihen folgt. Über den Einfluß der Antennenhöhe ζ lassen sich kaum allgemeine Aussagen machen, es sei denn, daß ζ und h in einem rationalen Verhältnis zueinander stehen, so daß $\cos\frac{\nu\pi\zeta}{h}$ mit wachsendem ν periodisch immer wieder denselben Wertezyklus durchläuft. Ein Fall möge aber noch besonders hervorgehoben werden. Ist $N = 0$, also $h < \frac{\lambda_0}{2}$, so tritt bei hinreichend großem r im wesentlichen nur die erste, zum Werte $\nu = 0$ gehörige ungedämpfte Zylinderwelle auf. Von $\nu = 1$ ab stellen bereits die Glieder der Reihe (15) radial gedämpfte Schwingungen dar. Obendrein ist wegen des kleinen h die radiale Dämpfung sehr stark. Daher ist schon in mäßiger Entfernung vom Dipol die elektromagnetische Erregung von der Dipolhöhe unabhängig; sie besteht aus einer reinen Zylinderwelle.

Von besonderem Interesse ist die Betrachtung des Energiestroms. Der Poyntingsche Vektor

$$\mathfrak{S} = \frac{c}{4\pi}[\mathfrak{E}\mathfrak{H}]$$

hat in dem vorliegenden speziellen Fall die Komponenten:

$$(21) \qquad \mathfrak{S}_r = -\frac{c}{4\pi}\mathfrak{E}_z \cdot \mathfrak{H}_\varphi; \quad \mathfrak{S}_\varphi = 0; \quad \mathfrak{S}_z = \frac{c}{4\pi}\mathfrak{E}_r \cdot \mathfrak{H}_\varphi.$$

Um den Gesamtstrom zu erhalten, hat man in (21) die für die Feldgrößen aus (19) folgenden Werte einzutragen. Wir betrachten indessen zunächst diejenigen Energieströme, die den einzelnen Partialwellen des Spektrums von Zylinderwellen entsprechen

$$\mathfrak{S}^{(\nu)} = \frac{c}{4\pi}[\mathfrak{E}^{(\nu)}\mathfrak{H}^{(\nu)}] \qquad (\nu = 0, 1, 2\ldots)$$

mit den gemäß (21) unter Heranziehung von (20a) und (20b) gebildeten Komponenten. Ersichtlich erhält man ziemlich weitläufige Ausdrücke, die zur Diskussion wenig geeignet sind. Wir verzichten daher darauf, die Energieströme im einzelnen zu verfolgen, sondern beschränken uns darauf, für jede Partialwelle den gesamten Energietransport durch eine die z-Achse umschließende Zylinderfläche vom Radius r für die Dauer einer Schwingung zu berechnen. Es ist demgemäß das Integral zu bilden:

$$U^{(\nu)} = 2\pi r \int\limits_0^h d z \int\limits_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \mathfrak{S}_r\, dt = \frac{c r}{2} \int\limits_0^h d z \int\limits_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \mathfrak{E}_z^{(\nu)} \cdot \mathfrak{H}_\varphi^{(\nu)}\, d t.$$

Bei der Ausführung der Integration nach t fallen diejenigen Terme des Produktes $\mathfrak{E}_z^{(\nu)} \cdot \mathfrak{H}_\varphi^{(\nu)}$ fort, welche das Produkt $\sin \omega t \cdot \cos \omega t$ enthalten. Sie stellen Energiebeträge dar, die während einer Periode $\frac{2\pi}{\omega}$ durch die Zylinderfläche hin- und herpendeln, so daß der Gesamtfluß Null ist. Einen Beitrag zu $U^{(\nu)}$ liefern also nur diejenigen Terme, die die Quadrate $\cos^2 \omega t$ und $\sin^2 \omega t$ enthalten. Da

$$\int\limits_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \cos^2 \omega t\, d t = \int\limits_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \sin^2 \omega t\, d t = \frac{\pi}{\omega}$$

und[1])

$$N_0(u) J_1(u) - N_1(u) J_0(u) = \frac{2}{\pi u}$$

ist, so ergibt die schließlich noch durchzuführende Integration nach z

---

1) Vgl. Nielsen, a. a. O. S. 23. Gleichung (6) bzw. Jahnke-Emde, a. a. O. S. 165. Gleichung (3).

$$(22)\quad \begin{cases} U^{(0)} = \dfrac{\pi^2 \mu}{h} & \\ U^{(\nu)} = \dfrac{2\pi^2 \mu k_\nu^2}{k^2 h} \cos^2 \dfrac{\nu \pi \zeta}{h} & (\nu = 1, 2 \ldots N) \\ U^{(\nu)} = 0. & (\nu = N+1, N+2 \ldots) \end{cases}$$

Die letzte der Gleichungen (22) folgt unmittelbar daraus, daß in dem Produkt $\mathfrak{E}_z^{(\nu)} \mathfrak{H}_\varphi^{(\nu)}$ für $\nu > N$ nach (20b) überhaupt nur als Zeitfaktor das Produkt $\sin \omega t \cos \omega t$ auftritt. Die Wellen, für die $\nu > N$ ist, transportieren also im ganzen *keine* Energie. Vielmehr sind an dem Energietransport nur die Wellen der ersten Art, für die $\nu \leqq N$ ist, beteiligt. Die gesamte, vom Sender während einer Periode aufzubringende Energie wird demgemäß

$$(23)\qquad U = \frac{\pi^2 \mu}{h} + \frac{2\pi^2 \mu}{k^2 h} \sum_{\nu=1}^{\nu=N} k_\nu^2 \cos^2 \frac{\nu \pi \zeta}{h}.\ ^{1)}$$

Dieser Betrag ist, wie das auch zu erwarten war, ein wesentlich anderer als derjenige Energiebetrag, der während einer Periode von einem der Lösung Π_0 von (4) entsprechenden Dipol geliefert wird, der ohne die spiegelnden Flächen $z = 0$ und $z = h$ vollkommen frei schwingt. In unserem Falle ist die aufzuwendende Energie im wesentlichen proportional $1/h$. Dieser Satz gilt in Strenge für $N = 0$, da sich dann die rechte Seite von (23) auf das erste Glied reduziert. Es sei noch bemerkt, daß man naturgemäß zu derselben Gleichung (23) gelangt, wenn man nicht von den Partialwellen, sondern von der gesamten Felderregung ausgeht. Bei der Integration von $\mathfrak{S}_r = \frac{c}{4\pi} \mathfrak{E}_z \cdot \mathfrak{H}_\varphi$ über die Zylinderfläche heben sich nämlich die bei der Multiplikation der Reihen für $\mathfrak{E}_z$ und $\mathfrak{H}_\varphi$ entstehenden gemischten Produkte wegen der Orthogonalität der trigonometrischen Funktionen von z fort, so daß das Ergebnis dasselbe ist.

---

1) Diese Gleichung scheint bei oberflächlicher Betrachtung ebenso wie die für die Feldgrößen nicht dimensionsrichtig zu sein. Nach der Anmerkung auf S. 559 sind aber die Feldgrößen, um auf das Gausssche Maßsystem zu kommen, mit einem Faktor 1 von der Dimension $M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}$ zu multiplizieren, und demgemäß die rechte Seite von (23) mit dem Quadrate dieses Faktors. Dadurch erhält U, da μ im Gaussschen System dimensionslos ist, in der Tat die Dimension einer Energie.

Ein Vergleich der von den einzelnen Wellen $\nu \leqq N$ transportierten Energiemengen zeigt, daß sie mit wachsendem ν abnehmen, da $k_\nu^2 = k^2 - \frac{\nu^2 \pi^2}{h^2}$ ist. Der Abfall braucht aber nicht, wie der von k_ν^2, monoton zu sein, da die für die Energiemengen erhaltenen Ausdrücke außer k_ν^2 noch den Faktor $\cos^2 \frac{\nu \pi \zeta}{h}$ enthalten, welcher den Einfluß der Dipolhöhe wiedergibt. Nach dieser Bemerkung kommen wir noch einmal auf den Fall der Resonanz zurück. Hat die Zahl N eine solche Größe, daß die Differenz $k^2 - \frac{N^2 \pi^2}{h^2}$ nahezu Null ist, so wird die entsprechende Welle des Spektrums nahezu identisch sein mit der kritischen Welle, für welche die Amplituden unendlich werden. Wir denken uns nun für den Augenblick ω und damit k^2 variabel. Rückt k an den Wert $\frac{N \pi}{h}$ heran, so wachsen die Amplituden über alle Grenzen, während die von der kritischen Welle transportierte Energie, welche proportional $k^2 - \frac{N^2 \pi^2}{h^2}$ ist, gegen den Wert Null geht. Hierdurch wird die Bemerkung auf S. 571 verständlich, daß in diesem Falle eine Energiestauung stattfindet. Zugleich sieht man aber auch durch diesen Grenzübergang, daß nicht mit Notwendigkeit immer im Falle $k \cdot h = N \pi$ Resonanz eintreten muß. Sämtliche Feldgrößen enthalten den von der Dipolhöhe abhängigen Faktor $\cos \frac{\nu \pi \zeta}{h}$. Sollte zufällig $\cos \frac{N \pi \zeta}{h} = 0$ sein, so tritt in den die Feldgrößen darstellenden Reihen vor dem Grenzübergang das kritische Glied überhaupt nicht auf, und die Feldgrößen bleiben daher auch nach vollzogenem Grenzübergang $k \rightarrow \frac{N \pi}{h}$ endlich.[1]) Dann muß die Antenne in einem der Knotenpunkte von $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{E}_z$ liegen, und es ist auch plausibel, daß in diesem Falle die Resonanzerscheinungen in Fortfall kommen.

Ist die Wellenlänge λ_0 gegen h sehr klein, so wird praktisch fast immer Resonanz eintreten, da immer eine oder sogar einige der Wellen des Spektrums nahezu mit der kritischen Welle identisch werden. Sollte die vorliegende Theorie wenig-

---

1) Vgl. die Bemerkung auf S. 564.

stens in großen Zügen auch die Verhältnisse bei der drahtlosen Telegraphie richtig wiedergeben, so wäre demnach zu schließen, daß bei der Zeichenübertragung im allgemeinen immer dieses Resonanzphänomen auftreten muß, da die Höhe der Heavisideschicht immer noch groß selbst gegen die längsten verwendeten Wellenlängen ist. Nun hatten wir aber gesehen, daß gerade die Resonanzwellen nur einen kleinen Energiebetrag mit sich führen, und diese Tatsache scheint zunächst darauf hinzudeuten, daß sie nur eine untergeordnete Rolle spielen können. Es liegen hier indessen die Verhältnisse ähnlich wie bei der Totalreflexion. Hierbei treten im optisch dünneren Medium Oberflächenwellen auf, die keinen Energietransport von dem optisch dichteren in das optisch dünnere Medium vermitteln. Stört man aber die Erscheinung durch Veränderung der Verhältnisse in dem optisch dünneren Medium, d. h. im Bereich der Oberflächenwellen, so tritt nunmehr im allgemeinen ein Energiestrom vom dichteren ins dünnere Medium auf. Ähnlich könnten auch bei der drahtlosen Telegraphie die Resonanzwellen wirken. Obwohl der sie begleitende Energie*strom* bei *ungestörtem* Strahlungsfeld nur gering, ihr Vorrat an *lokalisierter* Energie der großen Amplituden wegen aber um so größer ist, so wird es trotzdem möglich sein, dem Felde namhafte Energiemengen aus dem Energievorrat der Resonanzwellen zu entziehen, da ja die der Energieaufnahme dienende Empfangsapparatur und überhaupt alle absorbierenden Körper im Strahlungsfeld dieses stören.

Brünn, Mathematisches Institut der Deutschen Techn. Hochschule.

(Eingegangen 9. Januar 1928)

5. *Berichtigung und Zusatz zu meiner Arbeit: „Über Lichtbrechung an Gasen im Sichtbaren und Ultrarot (6,76 μ) und Bestimmung der Kalkspateigenschwingung bei 6,76 μ“;* [1]

von Martin Rusch

In obengenannter Arbeit wurden als Wellenlängen für die benutzten Spektrallinien die dort auf S. 383 angegebenen Zahlen verwandt; sie waren, auf $^1/_{10}$ Å abgerundet, aus Landolt-Börnstein, Phys.-chem. Tabellen S. 959, 1912 entnommen. Hierbei war — infolge Fehlens der entsprechenden Bemerkung über der Tabelle — fälschlicherweise angenommen worden[2], daß die Wellenlängen bereits auf Vakuum korrigiert waren. Dieser Fehler soll im ersten Teile berichtigt werden.

I

Zur Korrektur, die durch einfache Umrechnung zu geschehen hat, sind folgende neueren Werte für die Spektrallinien[3] benutzt worden:

	$\lambda_{15^\circ,\,760\,\mathrm{mm}}$	
Hg 1 . . .	5460,72	Å
Hg 2 . . .	5769,60	„
Hg 3 . . .	5790,66	„
$H\alpha$	6562,785	„

A. Hieraus ergibt sich für den Schwerpunkt der (mit Hg 1) gemessenen und zur Brechungsmessung benutzten Kalkspatreststrahlen (S. 380)[1])

$$\lambda_{15^\circ,\,760\,\mathrm{mm}} = 67628{,}5\ \text{Å} \pm 4\,.$$

---

[1] M. Rusch, Ann. d. Phys. 70. S. 373. 1923.

[2] M. Rusch, Diss. Breslau S. 8. 1922.

[3] H. Kayser, Tabelle der Hauptlinien der Linienspektra aller Elemente, Berlin 1922.

B. Die experimentell gefundenen Brechungsexponenten ν (bezogen auf 0° und 760 mm) ergeben sich nach der Umrechnung zu den in Tab. 1 angegebenen Zahlen.

Tabelle 1

Wellenlänge (abgerundet)		$(\nu - 1)\cdot 10^7$	
		Luft	Argon
Hg 1	546 $\mu\mu$	2937,2	2834,4
Hg 2	577 „	2933,2	2829,0
Hg 3	579 „	2932,5	2828,6
H α	656 „	2920,7	2818,3
$CaCO_3$	6768 „	2890,2	2778,6

Die Werte liegen um 0,02 bis 0,03 Proz. höher als die in der Arbeit S. 386 und 388 angegebenen. Die wahrscheinlichen Fehler betragen für trockene, CO_2-freie Luft 0,5 bis $0{,}7\cdot 10^{-7}$, für Argon 0,3 bis $0{,}4\cdot 10^{-7}$.

II

Versucht man die Werte durch eine zweikonstantige Helmholtz-Kettelersche Formel $\nu - 1 = \frac{C}{n_0^2 - n^2}$ darzustellen (C und n_0^2 bedeuten die Konstanten, n die Schwingungszahlen der benutzten Spektrallinien), so erkennt man, daß diese Formel für ein so großes Gebiet nicht mehr gültig ist.[1] Dies möge am Beispiel des Argon, dessen Werte genauer bestimmt sind, gezeigt werden.[2]

---

[1] Auf das Versagen der zweikonstantigen Formel für ein größeres Gebiet war bereits 1923 hingewiesen worden.

[2] Auch bei Luft versagt die Formel; die Abweichungen lassen aber einen entgegengesetzten Gang vermuten wie bei Argon. Da jedoch die Luft als Gemisch nicht das gleiche Interesse erheischt, überdies die Luftwerte mit etwa dem doppelten Fehler behaftet sind wie bei Argon, mag es genügen, für Luft nur die verbesserte Tab. 3 (S. 389) meiner früheren Veröffentlichung abzudrucken. (In dieser Tabelle hatten sich bei den $(\nu_\infty - 1)$-Werten zwei Rechenfehler eingeschlichen.) Die Zahlen der letzten zwei Zeilen sind nach der Korrektion neu berechnet

Beobachter	$C\cdot 10^{-27}$	$n_0^2\cdot 10^{-27}$	$(\nu_\infty - 1)\cdot 10^7$
C. u. M. Cuthbertson*)	4,6463	16 125	2881,4
M. Rusch I	4,6393	16 092	2883,0
M. Rusch II	5,3843	18 460	2889,6

*) Proc. Roy. Soc. A. 83. S. 155. 1909.

Die Methode der kleinsten Quadrate gibt aus den vier Brechungsexponenten des Sichtbaren die Formel (I), aus der die Werte $I_{\text{ber.}}$ der Tab. 2 folgen. Die Formel (I) stellt natürlich die Dispersion im Sichtbaren gut dar, versagt aber bei 6763 $\mu\mu$ vollständig. Andererseits gibt die aus allen fünf Werten erhaltene Formel (II) zwar den ultraroten Brechungsexponenten gut wieder, zeigt aber für Hg 1 und Hα Abweichungen, die außerhalb der Meßgenauigkeit liegen.

$$\text{(I)} \qquad \nu - 1 = \frac{4{,}5957 \cdot 10^{27}}{16515{,}2 \cdot 10^{27} - n^2}$$

$$\text{(II)} \qquad \nu - 1 = \frac{4{,}20019 \cdot 10^{27}}{15116{,}8 \cdot 10^{27} - n^2}\,.$$

Tabelle 2

Spektrallinie	$(\nu - 1) \cdot 10^7$ von Argon				
	beob.	I. ber.	II. ber.	Δ I	Δ II
Hg 1 546 $\mu\mu$	2834,4	2834,43	2835,01	+0,03	+0,61
Hg 2 577 „	2829,0	2828,95	2829,01	−0,05	+0,01
Hg 3 579 „	2828,6	2828,61	2828,64	+0,01	+0,04
Hα 656 „	2818,3	2818,31	2817,38	+0,01	−0,92
$CaCO_3$ 6763 „	2778,6	2783,04	2778,86	+4,4	+0,22

Zunächst könnte man versucht sein, diese Unstimmigkeit auf einen Fehler des ultraroten Wertes zu schieben; jedoch ist die unter Δ I errechnete Abweichung $4{,}4 \cdot 10^{-7}$, d. h. 1,5 Promille des Wertes $(\nu - 1)$ viel zu groß dazu. Außerdem weist folgende Zusammenstellung (Tab. 3 und 4, Fig. 1) der bisher für Argon angegebenen Brechungsexponenten und Formeln darauf hin, daß die oben erwähnte Abweichung reell ist, eine Tatsache, die im Zusammenhang mit den Berechnungen und Bemerkungen von K. F. Herzfeld und K. L. Wolf[1]) einiges Interesse verdient.

Endlich sei auf einen Druckfehler in der Spalte 3 der Tab. 6, S. 338 (ersetzt durch Tab. 4 der vorliegenden Ausführungen) hingewiesen. Statt der Zahl 18348 hätte es 16348 heißen müssen.

Der Anlaß zur Nachprüfung war eine, auf eben erwähnte Rechen- und Druckfehler bezugnehmende Anfrage von Hrn. Prof. Jaffé, für die ich auch an dieser Stelle meinen besten Dank ausspreche.

1) K. F. Herzfeld u. K. L. Wolf, Ann. d. Phys. 76. S. 71 u. 567. 1925. Das Versagen ihres Versuches (S. 84), die Formeln von C. u. M. Cuthbertson und von W. Burton in das Quadersche Ultraviolett hin zu extrapolieren, hat also seine ganz natürliche, in den experimentellen Tatsachen begründete Ursache.

In Tab. 3 sind die Beobachter, das Spektralgebiet, in dem sie gearbeitet haben, und der Argonwert $(\nu - 1)$ für die grüne Quecksilberlinie 546 $\mu\mu$ eingetragen. Die letzten Werte weichen sehr stark voneinander ab. Grund hierfür sind wohl im wesentlichen Beimengungen von Fremdgasen; diese Abweichungen können jedoch, solange sie klein gegen $(\nu - 1)$ bleiben, als additive Fehler, die für alle Wellenlängen gleich bleiben, betrachtet werden. Die einzelnen Abweichungen gegen meinen Argonwert sind in der letzten Spalte der Tab. 3 errechnet.

Tabelle 3

Dispersion von Argon

Beobachter	Jahr	Gebiet	$(\nu-1)_{546}\cdot 10^7$	Δ geg. Rusch
B. Quarder[1]	1924	244— 578 $\mu\mu$	2830,5	− 3,9
W. Burton[2]	1908	486— 588 „	2845,7	+11,8
C. u. M. Cuthbertson[3]	1910	480— 644 „	2823,0	−11,4
M. Rusch I	1923	546— 656 „	2834,4	—
M. Rusch II	1923	546—6763 „	2834,4	—

In Tab. 4 sind die drei die Dispersion charakterisierenden Konstanten: C, n_0^2 und $(\nu_\infty - 1)$ zusammengestellt; die letzte ist, obwohl sie aus den anderen beiden folgt, hinzugefügt, weil bei ihr die additive Korrektur am bequemsten und übersichtlichsten angebracht werden kann. Dies ist bei den Zahlen der letzten Spalte geschehen. Zur Wertung des Gebietes, aus dem die Konstanten gewonnen sind, ist in der Spalte 2 als λ_m das arithmetische Mittel[4] aller zu ihrer Ableitung benutzten Wellenlängen gebildet.

---

[1] B. Quarder, Ann. d. Phys. 74. S. 255. 1924. (Formel, Tab. 4, nach K. F. Herzfeld u. K. L. Wolf, a. a. O.)

[2] W. Burton, Proc. Roy. Soc. A. 80. S. 399. 1908. (Formel nach C. u. M. Cuthbertson, ebenda 83. S. 151. 1909.)

[3] C. u. M. Cuthbertson, Proc. Roy. Soc. A. 84. S. 13. 1910.

[4] Natürlich ist diese einfachste Mittelung nur als erste Näherung anzusehen; sie bietet aber zu den qualitativen Betrachtungen genügende Genauigkeit. Bei Quarder ist $\lambda_m = 400$ gesetzt, da nicht ersichtlich ist, ob Herzfeld und Wolf *alle* Quarderschen Werte (diese ergäben 395 $\mu\mu$) zur Berechnung ihrer Formel benutzt haben, oder nur die in ihrer Tabelle 3a, S. 85, gegebene Auswahl, aus der $\lambda_m = 404$ $\mu\mu$ folgen würde.

Tabelle 4

Die Dispersionskonstanten für Argon

Beobachter	λ_m	$C \cdot 10^{-27}$	$n_0^2 \cdot 10^{-27}$	$(\nu_\infty - 1) \cdot 10^7$	$(\nu_\infty - 1)_{\text{korr.}} \cdot 10^7$
Quarder	400 $\mu\mu$	4,9981	17953	2784,0	2787,9
Burton	580 „	4,562	16835	2792,8	2781,5
Cuthbertson	551 „	4,7168	17008,9	2772,8	2784,2
Rusch I	590 „	4,5957	16515,2	2782,7	2782,7
Rusch II	1825 „	4,2002	15116,8	2778,5	2778,5

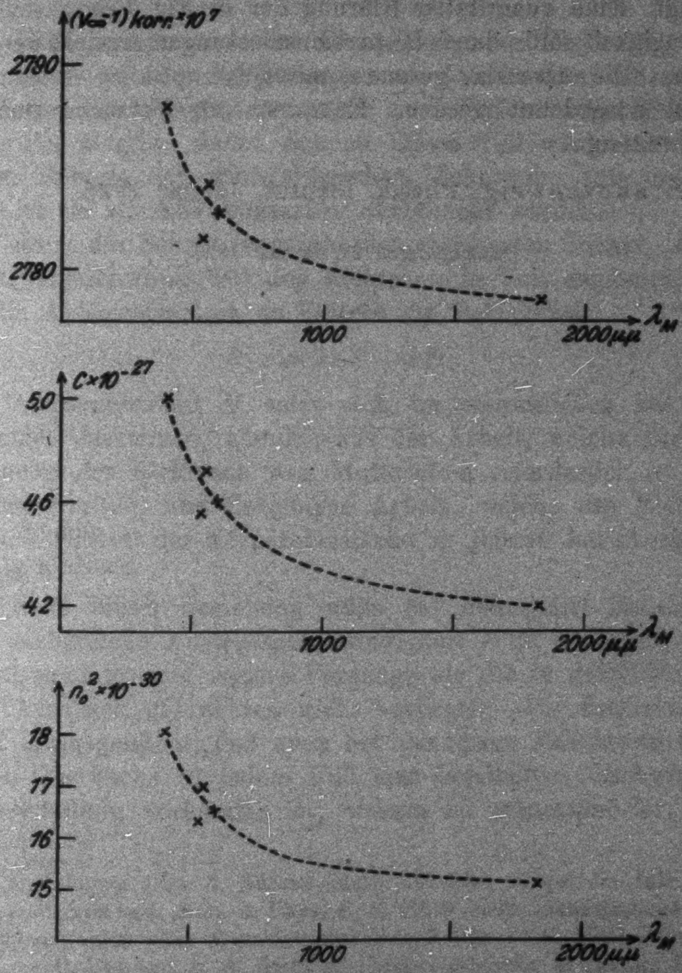


Fig. 1

In Fig. 1 sind die drei Dispersionskonstanten (C und n_0^2 unkorrigiert) als Funktion von λ_m aufgetragen. Tab. 4 und Fig. 1 zeigen, *daß alle drei Dispersionskonstanten in unverkennbarer Weise mit dem Gebiete, aus dem sie gewonnen sind, variieren.*

Umfangreiche Rechnungen und Kombinationen der einzelnen Gebiete dürften wegen der Abweichungen untereinander nicht aussichtsreich sein. Auch theoretische Erörterungen sollen zurückgestellt werden, bis mehr experimentelles Material vorliegt. Eine quantitative Klärung der in Fig. 1 dargestellten Abhängigkeit sollte durch Dispersionsmessungen erreicht werden können, die über das gesamte, mit Quarzoptik zu erfassende Gebiet ausgedehnt werden. Entsprechende Versuche sind in Vorbereitung.

Braunschweig, Physik. Institut, Januar 1928.

(Eingegangen 21. Januar 1928)

6. *Über die Geschwindigkeitsverteilung lichtelektrischer Elektronen;*

von Fritz Herold

(Aus dem Radiologischen Institut der Universität Heidelberg[1].)

Fällt auf einen Leiter Licht geeigneter Wellenlänge, so löst dieses aus ihm Elektronen aus. Die in dem Körper absorbierte Lichtenergie, soweit sie zu lichtelektrischer Erscheinung Anlaß gibt, findet sich zu einem Teil wieder als kinetische Energie der lichtelektrischen Elektronen, zum anderen Teil ist sie als Ablösungsarbeit verbraucht worden.

Ist ν die Schwingungszahl des erregenden Lichts, V die Austrittsgeschwindigkeit des Elektrons, in Volt gemessen, und Π die Ablösungsarbeit, so besteht die Beziehung

$$h \cdot \nu = e \cdot V + e\Pi .$$

Die Ablösungsarbeit Π setzt sich im wesentlichen aus zwei Beträgen zusammen, nämlich aus der Arbeit, welche zur Abtrennung des Elektrons vom Mutteratom erforderlich ist (Abtrennungsarbeit) und derjenigen Arbeit, welche das Elektron beim Verlassen der Körperoberfläche zu leisten hat (Austrittsarbeit).[2])

Nach dieser Beziehung wäre bei homogener Belichtung eine einheitliche Austrittsgeschwindigkeit V zu erwarten, falls Π konstant ist und andere Vorgänge als die in der Gleichung zum Ausdruck gebrachten nicht vorliegen. Die Beobachtung zeigt demgegenüber, daß auch bei homogener Belichtung einer festen Oberfläche in jedem Fall eine bestimmte Geschwindigkeitsverteilung vorhanden ist, woraus zu entnehmen ist, daß

---

1) Gekürzte Diss. d. Naturw.-Math. Fakultät, vorgel. im Juli 1927.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. 8. S. 175ff. 1902; Quantitatives über Kathodenstrahlen aller Geschwindigkeiten S. 172. 1918. Neuherausgabe 1925. — P. Lenard u. A. Becker, Lichtelektrische Wirkung, Wien-Harms' Handbuch der Experimentalphysik.

entweder Π inkonstant ist oder daß die Elektronen beim Durchsetzen der Leiterschicht Geschwindigkeitsänderungen erleiden, falls nicht noch anderes vorliegt.

Der relative Verlauf der Geschwindigkeitsverteilung zeigt sich nach bisheriger Kenntnis als eine für den normalen lichtelektrischen Effekt charakteristische Funktion. Innerhalb der Versuchsgenauigkeit ist der Verlauf in erster Näherung unabhängig sowohl von der Schwingungszahl des erregenden Lichts als auch von der Natur des emittierenden Metalls.

Die gegenwärtige Arbeit untersucht diese Geschwindigkeitsverteilung unter neuen Bedingungen, um auf diesem Wege womöglich einen Beitrag zur Kenntnis der Ursache der Erscheinungen, von denen oben die nächstliegenden erwähnt worden sind, zu liefern.

Die Untersuchung erstreckt sich in ihrem einen Teil auf die Abhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung vom Gasgehalt, der wie bekannt besonders stark die austretende Elektronenmenge und daher ursprünglich offenbar die Austrittsarbeit beeinflußt, in ihrem anderen Teil auf Schichten variierter Dicke. Schließlich wird die Abhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung von der Richtung der lichtelektrischen Elektronen gegen den Lichtstrahl verfolgt.

Zur ersten Frage sind, nachdem vorliegende Untersuchung bereits abgeschlossen bzw. eingereicht war, zwei Arbeiten erschienen[1], [2] auf die wir an späterer Stelle näher eingehen werden.

Zur zweiten Frage liegen bisher noch keinerlei Untersuchungen vor. Alle bisher an Metallen mit variierter Schichtdicke ausgeführten Messungen beziehen sich ausschließlich auf die austretende *Gesamtmenge* der Elektronen, während die *Geschwindigkeiten* außer Betracht blieben.

Zur dritten Frage nach der Abhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung von der Lichtrichtung liegen zwar mehrere Veröffentlichungen vor, die aber, wie wir an späterer Stelle (D) zeigen werden, keine erschöpfende Beantwortung derselben liefern.

---

[1] J. Kluge, Ann. d. Phys. **82**. S. 432. 1927.

[2] W. Bennewitz, Ann. d. Phys. **83**. S. 913. 1927.

Die Ermittlung von Elektronenaustrittsgeschwindigkeiten setzt eingehende Berücksichtigung der methodischen Gesichtspunkte voraus. Hierauf war in einer Voruntersuchung besonders einzugehen.

Für die Ermittlung lichtelektrischer Elektronenaustrittsgeschwindigkeiten und ihrer Verteilung kommt entweder ein elektrisches Gegenfeld oder ein magnetisches Feld in Betracht. Im ersteren Fall wird der Zusammenhang zwischen meßbarer Anzahl der Elektronen und einer verzögernden Potentialdifferenz, die von ihnen in der benutzten Feldanordnung durchlaufen wird, gemessen.[1] Im zweiten Fall wird die Anzahl der Elektronen festgestellt, welche durch ein gemessenes Magnetfeld in eine festgelegte Kreisbahn gezwungen werden.

Für die Untersuchungen im *elektrischen* Feld kommen als gut definiert die beiden Fälle des homogenen und des radialen bzw. des zentralen Feldes in Betracht.

Die Einführung der Meßmethode mit dem *homogenen* Feld und überhaupt die ersten Messungen von Elektronenaustrittsgeschwindigkeiten verdanken wir Hrn. **Lenard**.[2]

Dem Wesen nach erkannt finden wir die erste Anwendung des *zentralen* Feldes zur Lösung der Frage nach der Verteilung der Austrittsgeschwindigkeiten der Elektronen bei einheitlicher erregender Wellenlänge in einer Untersuchung der Herren **Richardson** und **Compton**.[3]

Eine Anwendung der magnetischen Methode auf die für uns in Betracht kommende lichtelektrische Wirkung der Mittelfrequenzstrahlen findet sich bei Hrn. **Ramsauer**.[4]

Auf die für uns in Betracht kommenden Ergebnisse dieser Untersuchungen werden wir an geeigneter späterer Stelle eingehen.

Das *homogene* parallele Feld hat, falls die lichtelektrische Wirkung, wie üblich, an einer seiner Elektroden stattfindet, einerseits den Nachteil, daß es nur die Geschwindigkeitsverteilung der zur Belichtplatte senkrechten Komponenten liefert, andererseits den Vorteil, daß es durch die Lage des bei ihm auftretenden Knickpunkts der Verteilungskurve den wahren Nullpunkt des Feldes bzw. der Geschwindigkeit anzeigt.

---

[1] Es sei hier besonders die eingehende Betrachtung der theoretischen Grundlagen der elektrischen Verfahren zur Messung von Elektronenaustrittsgeschwindigkeiten von Hrn. A. **Becker**, Ann. d. Phys. 58. S. 393. 1919, erwähnt.

[2] P. **Lenard**, Ann. d. Phys. 8. S. 175. 1902.

[3] O. W. **Richardson** und K. T. **Compton**, Phil. Mag. 24. S. 575. 1912.

[4] C. **Ramsauer**, Ann. d. Phys. 45. S. 1121. 1914; Heidelberger Akad. d. Wiss. A 20. 1914.

Das *zentrale* Feld hat dagegen einerseits den Vorteil, daß es unmittelbar die vollen Geschwindigkeiten anzeigt, dem andererseits der Nachteil gegenübersteht, daß der infolge vorhandener Kontaktpotentiale meist nicht mit dem Nullwert der angelegten Spannung übereinstimmende Nullwert des Feldes wegen des mehr allmählichen Übergangs der Verteilungskurve in die Horizontale mit geringerer Sicherheit kenntlich wird.

In vorliegender Arbeit wurden die Vorteile beider Methoden vereinigt und damit ihre Nachteile beseitigt. Es war dies möglich durch Kombination beider Feldanordnungen, die abwechselnd nacheinander unter sonst unveränderten Versuchsbedingungen zur Anwendung kommen konnten.

A. Methode der Geschwindigkeitsmessung

Die benutzte Meßmethode beruht auf einer Kombination von Messungen im zentralen und im homogenen Feld. Die Versuchsanordnung zeigt Fig. 1.

Der Beobachtungsraum wird begrenzt von einer leitenden Kugel von etwa 10 cm Durchmesser, die mit Hilfe der Diffusionspumpe aufs äußerste evakuiert werden kann. Sie ist innen entweder berußt oder versilbert. Für den Lichteintritt besitzt sie eine kleine Öffnung bei *A*, die mit einer angekitteten Quarzplatte abgedeckt werden kann. Zwei weitere Öffnungen bei *MS* und *B* dienen dazu, das zu belichtende Metall von oben, senkrecht zur Strahlrichtung, oder von hinten, in der Strahlachse, einführen zu können.

Für die Messungen im Zentralfeld wird der Schliff *S* so gedreht, daß der an einem in der Durchführung bei *S* laufenden Messingstift befestigte, sehr dünne Draht so weit aufgerollt ist, daß eine berußte Messingscheibe (Durchmesser 1,8 cm) die obere Kugelöffnung mit der Kugelhülle abschließt, um Störungen vollständig auszuschließen. Die Scheibe ist durch einen Messingstab, der gegen Drehung gesichert ist, gehalten. Bei hintereinander erfolgenden Zentralfeld- und Homogenfeldmessungen im selben Vakuum ist die Messingscheibe durch das an einem kleinen rechten Messingwinkel angebrachte Netz *N* ersetzt. Das fein berußte Drahtnetz ist so befestigt, daß es durch Drehen des Schliffes *S* derart gesenkt werden kann, daß es sich in geringem Abstand parallel zur Belichtplatte befindet, wodurch ein nahe homogenes Feld hergestellt wird.

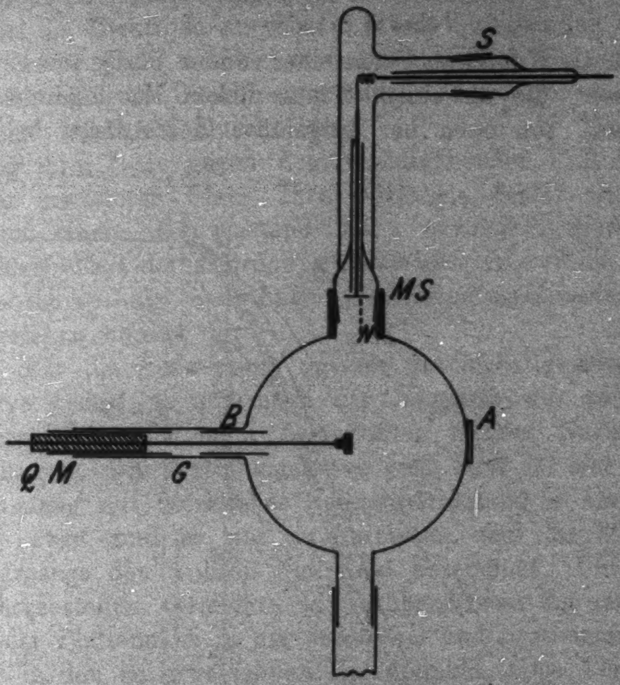


Fig. 1

Die Belichtplatte ist immer mit dem Elektrometer verbunden, die Kugel bzw. Netz und Kugel kommen auf variable Spannung. Belichtet wird mit homogenem Licht, das durch spektrale Zerlegung des Lichts einer Hg-Lampe (220 Volt, 3 Wb.) und durch Ausblendung der Linie $\lambda = 254\,\mu\mu$ erhalten wird. Durch ein geeignetes Blendensystem ist dafür gesorgt, daß auf der Elektrode nur ein Kreisfleck von 5 mm im Durchmesser vom Licht getroffen werden kann. Das sorgfältige Zentrieren der Blenden geschieht durch *B* hindurch, bevor der Zuleitungsdraht eingeschoben und das Belichtmaterial aufgeschraubt wird.

Um im einzelnen nachzuweisen, wie weit bei Messungen im Zentralfeld die Ergebnisse von der speziellen Elektrodenanordnung im Kugelraum abhängen, geben wir zunächst auszugsweise das Resultat von Versuchen mit systematisch veränderter Elektrodeneinführung, -form und -größe. Als Versuchsmaterial wählen wir Kupfer.

Meßergebnisse

Wird das Kupfer in Form einer runden Platte von 12 mm Durchmesser, die an einem 2 mm dicken Messingdraht gehalten wird, von oben her eingeführt (der Aufsatz bei *MS* (Fig. 1) ist dann entsprechend umgeändert), so gibt in Fig. 2 die gestrichelte Kurve *O* ein Bild für die dabei erhaltene Geschwindigkeitsverteilung.

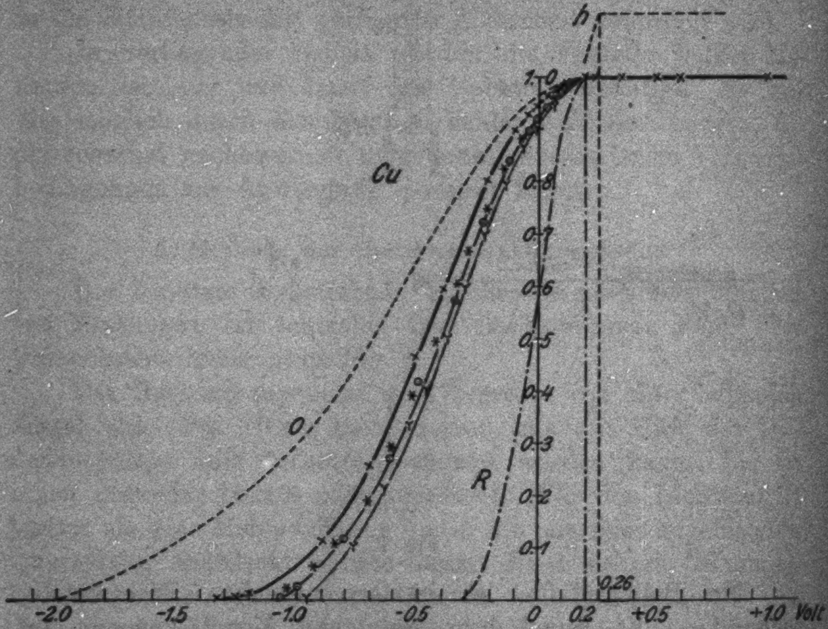


Fig. 2

Läßt man aber in die Kugel [durch Quarz *Q* (Fig. 1) isoliert] den Halter der Belichtelektrode *von hinten* hineinragen, auf den jetzt die vorhin benutzte kreisförmige Kupferplatte von der Öffnung bei *MS* her aufgeschraubt werden kann, so wird die Kurve (——×—— Fig. 2) steiler. Die Feldstörung

-abschirmung), welche bei der Elektrodeneinführung von oben stattfindet und welche ein Anlegen größerer Gegenspannungen nötig macht, ist jetzt völlig beseitigt.

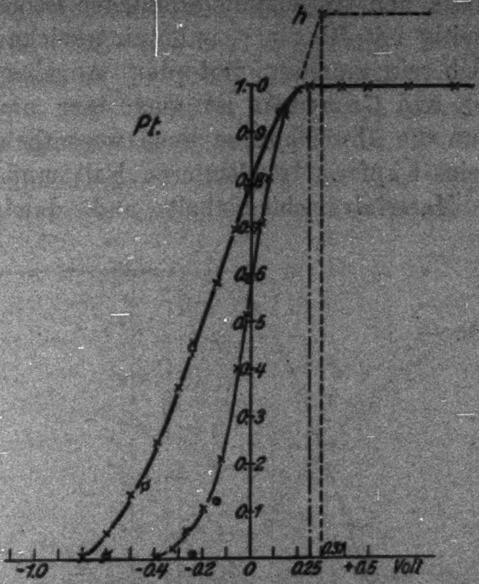
Reinere Feldverhältnisse sind bei *Verkleinerung* der Elektrode zu erwarten. Mit einer Platte von 6 mm im Durchmesser (——⊙—— in Fig. 2) beobachtet man in der Tat eine weitere Verschiebung der Kurve nach rechts. Schließlich kann die Elektrode zu einer letzten Verbesserung des Feldes als kleine *Kugel* zur Verwendung kommen. Bei einer Kugelgröße von 6 mm Durchmesser findet sich die Kurve ——Y—— (Kugel mit 9 mm Durchmesser: ——✱——). Die Veränderung ihrer Lage gegen den vorhergehenden Fall ist ganz in dem erwarteten Sinn. Ihre Kleinheit deutet an, daß wir damit einem Grenzzustand nahe gekommen sind, der der Fehlerfreiheit der Anordnung entspricht und daß die zugehörige Grenzkurve als endgültige Geschwindigkeitsverteilungskurve angesehen werden darf.

Für die Auswertung unserer Geschwindigkeitsverteilungskurve bedarf es nur noch der Kenntnis des von Kontaktpotentialen nicht mehr beeinflußten wahren Nullpunkts der Voltwerte. Die Verteilungskurve geht zwar für eine bestimmte Spannung mit merklicher Neigungsänderung in eine Horizontale über, und es war zu vermuten, daß die Stelle dieses Übergangs den wahren Nullpunkt bezeichnet. Um dies aber sicherzustellen, verändern wir vorübergehend das zentrale Feld in der Plattennähe in ein *homogenes* und bestimmen die Lage des in ihm zu erwartenden Knickpunkts. Das Verfahren besteht darin, daß man, wie schon oben bemerkt, durch Drehen des Schliffs S das Drahtnetz N von oben her vor der Scheibe herunterläßt und in einigen Millimeter Abstand von ihr festhält. Es wird dann eine Geschwindigkeitsverteilungskurve aufgenommen, indem das Netz zusammen mit der Kugel auf variable negative Spannung kommt. Die so für Cu erhaltene Homogenfeldkurve wird durch h in Fig. 2 angedeutet. Ihr scharfer Knickpunkt liegt bei +0,26 Volt.

Dabei ist noch zu berücksichtigen, daß neue, unbekannte Kontaktpotentialdifferenzen durch das Netz hereingebracht werden können. Die Entfernung des wahren Nullpunkts der Voltwerte vom Nullpunkt der Werte der angelegten Spannungen bei der Zentralfeldmessung entspricht der Größe des Kontaktpotentials zwischen Belichtelektrode und Kugelhülle. Der Abstand des mit Netz beobachtbaren Knickpunkts von der Nullspannung gibt das Kontaktpotential zwischen Elektrode und Netz. Ist die K.P.D. zwischen Netz und Hülle gleich Null, so gibt uns die Lage des Knickpunkts ohne weiteres den wahren Geschwindigkeitsnullpunkt, ist sie es nicht, was leicht allein durch geringen Materialunterschied der Fall sein kann, so ist eine Korrektion nötig, die aber, wenn sie einmal genau festgelegt und das Vakuum äußerst gut ist, dann nicht mehr für andere Fälle wiederholt werden muß, sondern immer mit dem Knickpunkt zusammen den genauen Anfangspunkt der Verteilungskurven bestimmt. In unserer Untersuchung stellen wir ein Kontaktpotential zwischen Netz und Kugelhülle fest, das für unsere Anordnung eine bei wiederholter Prüfung konstant gefundene Korrektionsverschiebung des durch den Knickpunkt aufgefundenen Nullpunkts um 0,06 Volt nach links nötig macht. Dieses Kontaktpotential wird bestimmt durch Trägererzeugung bei für diese Messung noch möglicher starker Gasverdünnung mittels eines in einem Papierschiffchen in die Kugel gesenkten Poloniumpräparats und Feststellung der der Maximalaufladung (an dem Netz, dessen Zuleitungen für diesen Zweck genügend isoliert haben) entsprechenden Gegenspannung.

Um den wahren Nullpunkt der Spannung zu erhalten, muß also der durch den Knickpunkt gefundene noch um 0,06 Volt nach links verschoben werden. Derselbe liegt also um 0,20 Volt vom scheinbaren Nullpunkt nach rechts. Man erkennt, daß er sehr gut mit der Stelle zusammenfällt, an der die Zentralfeldkurven streng horizontal werden.

Auffallend an unserer Geschwindigkeitsverteilungskurve für Kupfer ist die schlechte Übereinstimmung mit der von den Herren Richardson und Compton (*R*). Da hieraus zu ersehen ist, daß die bis jetzt erhaltenen Ergebnisse von Geschwindigkeitsverteilungsmessungen offenbar noch nicht als genügend gesichert angesehen werden können, so haben wir mit unserer Anordnung (Fig. 1) noch einige andere Metalle und Ruß untersucht. Das Resultat zeigen die Figg. 3, 4 und 5. Die von den Herren Richardson und Compton an den



Die beiden Platinkurven sind für die Wellen $\lambda = 254\ \mu\mu$ und $\lambda = 280\ \mu\mu$ erhalten.

Fig. 3

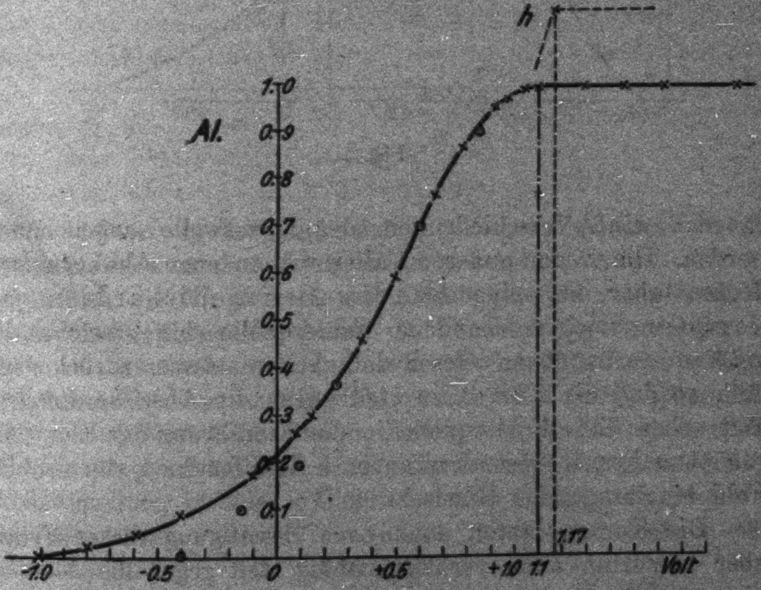


Fig. 4

Metallen Platin und Aluminium erhaltenen Beobachtungswerte sind gleichzeitig mit Ringen (-○- ⊙) eingezeichnet.

Eine Übereinstimmung mit den Angaben der Herren **Richardson** und **Compton** ist auch hier nicht völlig vorhanden, wenn die Abweichungen auch wesentlich geringfügiger sind als beim Kupfer. Im letzteren Fall muß offenbar eine wesentliche Materialverschiedenheit und damit zusammenhängend eine Verschiedenheit der Grenzwelle angenommen werden. Die in den anderen Fällen vorhandenen Abweichungen deuten aber auf eine bei den Herren **Richardson** und **Compton** noch vorhandene Fehlerquelle hin, welche die größten vorhandenen Geschwindigkeiten etwas zurücktreten läßt, so daß die Kurven zu steil gegen die Abszisse abfallen. Wir sehen diese Fehlerquelle in der Einführung der Elektrode von oben her, insbesondere auch in Zuhilfenahme einer in das Feld hineinragenden Glasisolation.

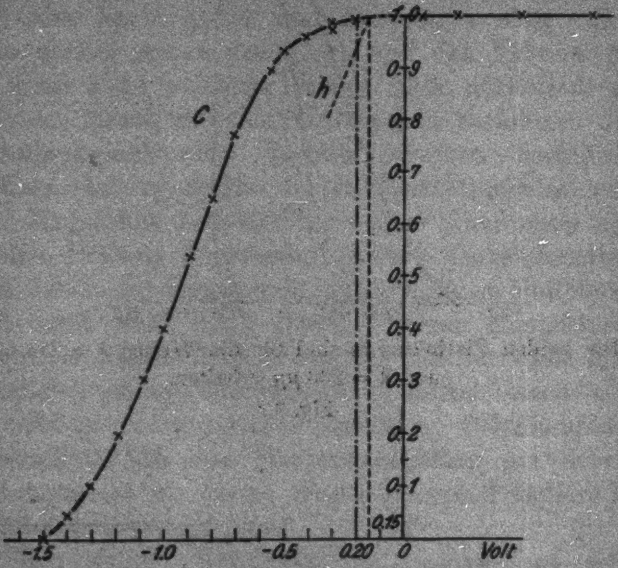


Fig. 5

Die Kurven laufen auch nach Beseitigung dieser Fehler aber immerhin noch verhältnismäßig steil gegen die Abszisse hin, so daß eine asymptotische Annäherung, wie sie von Hrn.

Ramsauer[1]) als wahrscheinlich angenommen worden ist, nicht erkennbar wird. Es war dies in unserer Kurve besonders sicher feststellbar, da die Empfindlichkeit so groß war (maximale Ordinate = 150—200 Skt.), daß noch einzelne Hundertteile davon genau meßbar blieben.

Diese Empfindlichkeit und die aus den mitgeteilten Beobachtungsergebnissen ersichtliche große Versuchsgenauigkeit läßt auch einen Vergleich unserer Verteilungskurven für die verschiedenen untersuchten Stoffe untereinander zu, der geeignet ist, die Frage nach der Abhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung von der Natur des Stoffs mit größerer Sicherheit zu beantworten, als dies bis jetzt möglich war. Fig. 6 zeigt das Ergebnis einer Reduktion der mit Kupfer, Aluminium, Platin und Ruß beobachteten Kurven auf gleiche wahrscheinlichste Geschwindigkeit. Man erkennt, daß die Geschwindigkeitsverteilung in allen Fällen eine sehr ähnliche ist, daß aber im einzelnen — sowohl im Gebiet der kleinsten als in dem

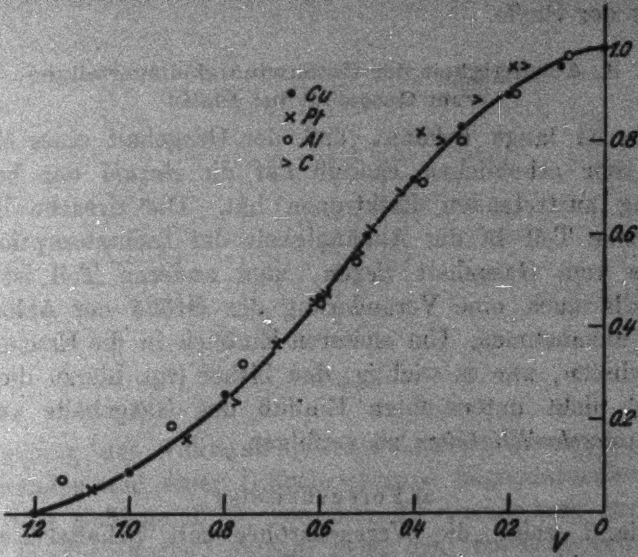


Fig. 6

---

[1]) C. Ramsauer, Ann. d. Phys. 45. S. 1121. 1914.

der größten Geschwindigkeiten — Abweichungen unter den einzelnen Stoffen in solchem Grade sich geltend machen, daß sie als außerhalb der Versuchsfehler liegend betrachtet werden müssen. Die auf Grund der bisherigen Versuche naheliegendste Annahme einer Unabhängigkeit der Verteilungskurve von der erregten Substanz[1]) ist daher nur als erste Annäherung an die tatsächlichen Verhältnisse anzusehen. Es entspricht dies auch den folgenden Feststellungen über den Einfluß des Gasgehalts der Stoffe.

B. Abhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung vom Gasgehalt bei Platin

Es ist lange bekannt, daß der Gasgehalt eines Metalls einen sehr erheblichen Einfluß auf die *Anzahl* der bei Belichtung austretenden Elektronen hat. Die Ursache hierfür kann zum Teil in der Abhängigkeit der Lichtabsorption des Metalls vom Gasgehalt liegen, zum anderen Teil ist aber jedenfalls auch eine Veränderung der Größe der Ablösungsarbeit anzunehmen. Um weiteren Einblick in die Erscheinung zu gewinnen, war es wichtig, den bisher (vgl. hierzu die Einleitung) nicht untersuchten Einfluß des Gasgehalts auf die *Austrittsgeschwindigkeiten* zu verfolgen.

a) Versuchsweise

Fig. 7 zeigt die Versuchsröhre mit Schaltskizze und Pumpenverbindung. Die Messingkugel in Fig. 1 ersetzen wir durch eine innen versilberte Glaskugel (Durchmesser 12 cm), in die wieder in Richtung der Strahlachse das zu untersuchende Metall, im vorliegenden Fall eine 0,005 mm dicke, 4 mm breite Platinfolie, eingeführt wird. Die Einführung geschieht durch zwei durch Bernstein isolierte (2 mm Durchmesser) Messingdrähte, die bei der Entgasung des Platins als Glühstromzuführungen dienen und bei den Messungen mit dem Elektrometer verbunden sind. Die Platinfolie ist, wie die Figur zeigt, derart aufgeschraubt, daß sie einerseits die Zuführungsklemmen vor Bestrahlung schützt, andererseits gegen die Glaskugel hin zylindrische Form besitzt, um den geforderten radialen Lauf der Kraftlinien möglichst wenig zu

---

1) C. Ramsauer, a. a. O. S. 1125.

stören. Ein in die Kugel eingeschmolzener Platindraht, der mit der Silberschicht Kontakt hat, gestattet das Anlegen von Spannung. Die Lichtquelle bleibt dieselbe wie vorher, nur wird diesmal der Spalt, der wieder auf $\lambda = 254\,\mu\mu$ eingestellt ist, durch eine Quarzlinse auf dem Platin abgebildet. Die Erzeugung des Vakuums geschieht unter Verwendung einer rotierenden und einer Diffusionspumpe folgendermaßen:

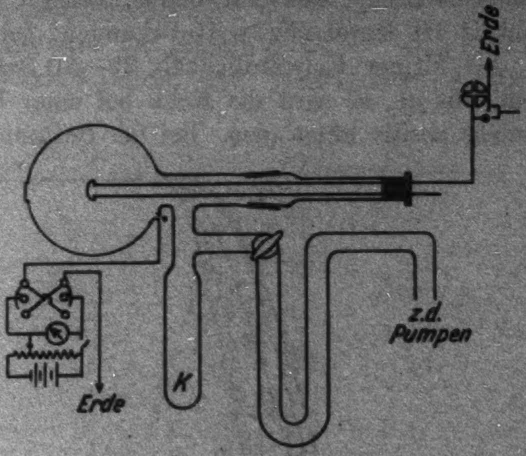


Fig. 7

Das Kohlegefäß *K*, von dem die Verbindung zur Pumpe über ein U-förmiges Kühlrohr geht, das vom Kohlegefäß durch einen Hahn abgeschlossen ist, wodurch die Verbindung mit der Pumpe unterbrochen werden kann, wird mit zuvor gut ausgeglühter Kokoskohle gefüllt. Während zunächst nur die rotierende Pumpe arbeitet, werden die Apparatteile vorsichtig erwärmt und das Kohlegefäß *K* stark erhitzt; drei- bis viermal wird so erhitzt. Mit dem Hahn wird dann die Verbindung der Röhre mit der Pumpe unterbrochen und die Diffusionspumpe in Betrieb genommen. Das U-Rohr wird mit flüssiger Luft gekühlt, um zu verhindern, daß Hg-Dämpfe in die Röhre gelangen. Sind jetzt beide Pumpen in Tätigkeit, so wird der Hahn wieder geöffnet, während *K* weiter stark erhitzt wird. Nach einigen Stunden wird der Hahn geschlossen und die Pumpe abgestellt und bei *K* mit flüssiger Luft gekühlt. Nachdem die Versuchsröhre nach mehrmaliger solcher Evakuierung kurze Zeit gestanden hat, erfolgen die Messungen der Geschwindigkeitsverteilung bei noch gashaltiger Folie.

b) Versuche und Versuchsergebnisse mit gashaltiger Folie

Belichtet man die Platinfolie — die Belichtungsdauer, die während einer Meßreihe konstant bleibt, beträgt bei großer Empfindlichkeit im Durchschnitt 10 Sekunden (gemessen mit Metronom), bei kleiner Empfindlichkeit 20—30 Sekunden — mit der Linie 254 $\mu\mu$, so wird die Folie bei einer bestimmten Gegenspannung positiv aufgeladen. Bei der Bestimmung dieser Aufladungen werden nach je 3 oder 4 Messungen immer wieder diejenigen für die Gegenspannung Null aufgenommen, um wegen eventueller Schwankungen im Laufe des Versuchs Bezugsdaten zu haben.

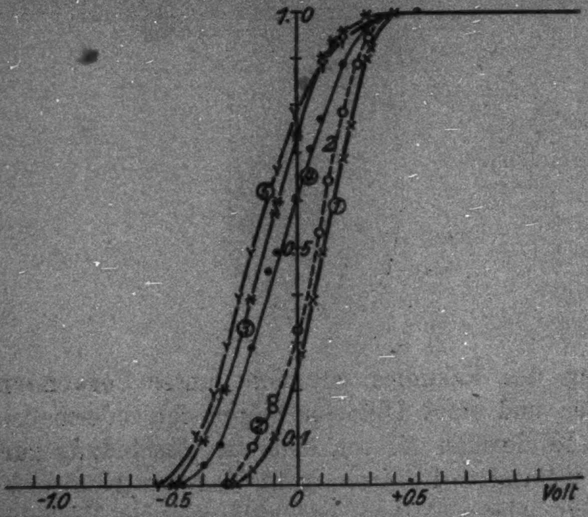


Fig. 8

Kurve 1 in Fig. 8 gibt die so beobachtete Geschwindigkeitsverteilung. Auf der Abszisse sind wie früher die Spannungen in Volt abgetragen, und die Ordinaten geben die Aufladungen am Metall als unmittelbares Maß für den lichtelektrischen Strom, wobei die Maximalaufladung gleich 1 gesetzt ist. Die schon früher (Fig. 3) hervorgehobene geringe Abweichung gegen die Kurve der Herren **Richardson** und **Compton** ist auch hier wieder festzustellen.

c) Entgasung der Folie

Nachdem sich die Verteilungskurven immer wieder gut für die gashaltige Folie haben reproduzieren lassen, auch dann, wenn eine neue Folie hat eingesetzt werden müssen, ist dazu übergegangen worden, Geschwindigkeitsverteilungen bei bestimmten Entgasungszuständen der Platinfolie aufzunehmen.

Dabei ist auch der Absolutwert der bei Feldfreiheit auftretenden Maximalmenge der austretenden Elektronen als solcher für sich berücksichtigt, da dieser einen unmittelbaren Schluß auf den jeweiligen Entgasungszustand ziehen läßt.

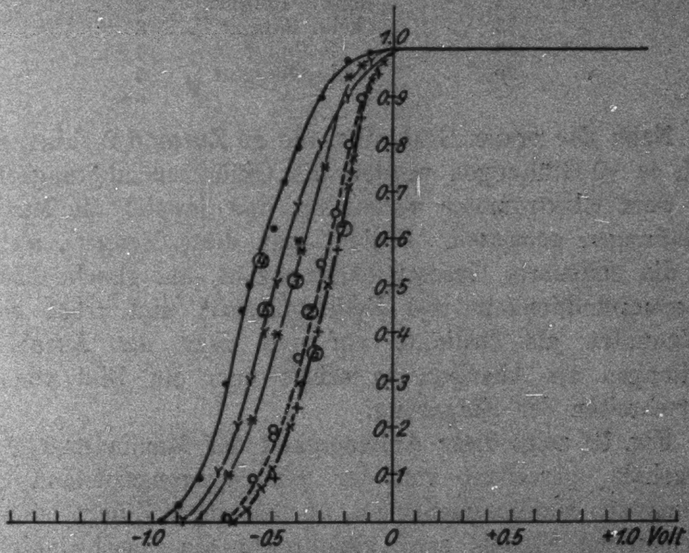


Fig. 9

Um zunächst nur die adhärierende Gasschicht zu entfernen, wird die Platinfolie wenig geglüht (Zustand 2); es wurden hierzu fünf Glühungen bei dunkler Rotglut gewählt (Tab. 1). Die Dauer einer Glühung beträgt immer 30 Sekunden und die Glühungen erfolgen mit Zwischenpausen von ebenfalls 30 Sekunden. Die nächste Entgasung wird schon etwas weiter getrieben. Durch 75 Glühungen der Folie in heller Rotglut wird Zustand 3 erreicht. Beim Fortsetzen der Entgasung durch Ausglühung mit immer stärkerem Glühstrom werden immer bessere Entgasungszustände (Zustand 4, Zustand 5) erzielt. Zustand 6 ist derjenige der wieder gashaltigen Folie, nachdem sie nach der Entgasung 24 Stunden in der luftgefüllten Versuchsröhre gestanden hat.

Tabelle 1

Anzahl d. Glühungen bis z. entsprechenden Zustand	Nähere Bezeichnung der Glühungen	Entgasungszustand
—	—	1
5	dunkle Rotglut	2
75	helle Rotglut	3
80	Gelbglut	4
90	helle Gelbglut	5
—	—	$6 \sim 1$

Nach der ersten Glühreihe, die zu Zustand 2 führt, sowie nach je 10 Glühungen werden die Glühstromzuleitungsdrähte mit dem Elektrometer verbunden und jeweils die Maximalaufladungen gemessen. Bezieht man diese Mengen, als Maß für die emittierte Gesamtelektronenzahl, auf gleiche Elektrometerempfindlichkeit und Belichtungszeit und trägt sie in Skalenteilen als Ordinate auf und dazu die Anzahl der Glühungen als Abszisse, so erhält man ein Bild von dem Fortschreiten der Entgasung.

Fig. 10 zeigt diese Abhängigkeit der Maximalmenge vom Gasgehalt, gerechnet von der dem Ausgangszustand 1 zukommenden Maximalmenge an; an den durch Ziffern besonders bezeichneten Stellen sind gleichzeitig die Geschwindigkeitsverteilungen gemessen worden. Der Kurvenzug, der denselben Charakter wie bei den Herren Sende und Simon[1]) trägt, läßt deutlich auf den Entgasungszustand der Platinfolie schließen.

Der Punkt der ersten Kurve, der dem Zustand 2 entspricht, liegt auf einem steil aufsteigenden Ast, der bei weiteren Glühungen, die hier zunächst nicht beabsichtigt waren, noch um ein beträchtliches Stück steigen würde. Es ist hier absichtlich nur ein kleiner Anfang zur Entgasung gemacht und es sind, wie bereits erwähnt, nur die oberflächlichen Gasschichten zum Teil beseitigt. Es tritt während der Verteilungs-

---

1) M. Sende u. H. Simon, Ann. d. Phys. 65. S. 712. 1921. Vgl. auch: K. Herrmann, Ann. d. Phys. 77. S. 503. 1925; E. Woodruff, Phys. Rev. 26. S. 655. 1925.

messung nicht so sehr als während der Zeit bis zur Inangriffnahme der nächsten Glühreihe Gasrückdiffusion in die vorher entgasten Folienteile ein, und die Empfindlichkeit des Platins wandert zurück auf einen Wert, der dem Anfangspunkt der nächsten Glühreihe entspricht, die zu Zustand 3 führt. Den ersten Teil dieser Glühkurve (wie der anderen) haben wir gestrichelt gezeichnet, um auszudrücken, daß es sehr wohl möglich ist, daß das Ansteigen der Kurve zwischen Punkten dieses Teils nach höheren Werten erfolgt. Das allmähliche Horizontalwerden der Glühkurve zeigt uns an, daß mit dem gerade angewandten Glühstrom ein stationärer Entgasungszustand erreicht ist, der auch, wie die Beobachtung zeigt, für die Zeit der Verteilungsmessung stabil ist und also auch kaum merklich Gasrückdiffusion feststellen läßt.

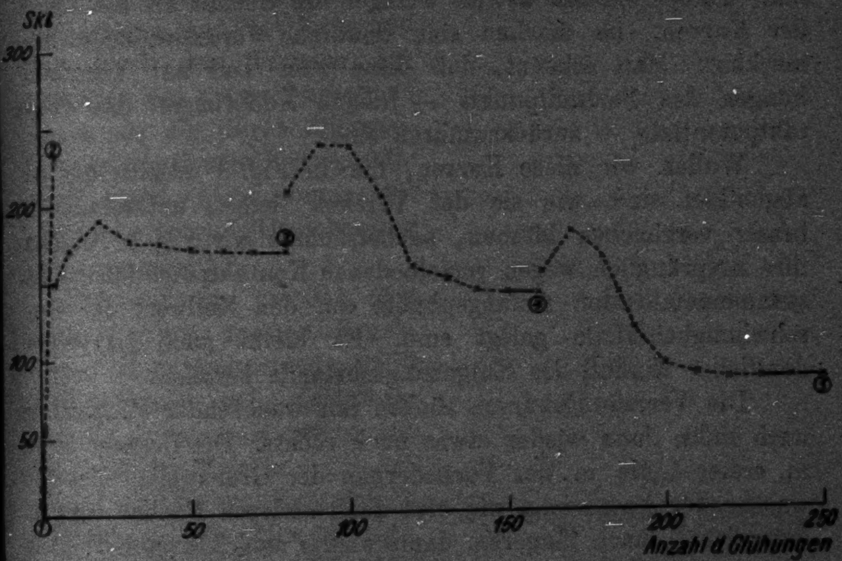


Fig. 10

Die verschiedenen Glühkurven kommen mit größer werdender Zahl der Glühungen mit ihrem horizontalen Ende zu immer kleineren Werten, die kleinerer Empfindlichkeit entsprechen, die wir also in Übereinstimmung mit den Messungen der Herren Sende und Simon immer besserer Entgasung zuschreiben können.

Am Ende einer jeden Glühreihe, die zu dem entsprechenden Zustand geführt hat, sind nun bei höchstem Röhrenvakuum die Geschwindigkeitsverteilungskurven gemessen worden. In Fig. 8 sind dieselben gezeichnet. Die Abszisse gibt dabei zunächst die unmittelbar gemessenen, angelegten Spannungen noch ohne Korrektion an. Man beobachtet, daß jedem Entgasungszustand eine besondere Verteilungskurve zugehört, daß der Gasgehalt also einen deutlichen Einfluß auf die Kurven hat. Dieser Einfluß betrifft weniger die Gestalt als die Lage der Kurven. Es machen sich deutliche Verschiebungen bemerkbar. Man erkennt, daß diese zum Teil auf Verschiebungen des Feldnullpunkts — infolge Änderungen des Kontaktpotentials — zurückzuführen sind.

Wollen wir diese Kurven, die in Fig. 8 unmittelbar so abgebildet sind, wie sie der Versuch liefert, untereinander besser vergleichen können, so betrachten wir Fig. 9, in der ihre ursprünglich wegen verschiedenen Kontaktpotentials nicht zusammenfallenden Anfangspunkte auf den Nullwert der Geschwindigkeitsskala gelegt sind. Es bleibt auch jetzt ein deutlicher Einfluß des Entgasungszustands bestehen.

Die Verteilungskurven rücken mit wachsender Entgasung nach links, dann wieder etwas nach rechts. Die Ursache liegt in erster Linie in der Veränderung der Grenzwelle, die mit wachsender Entgasung, wie dies auch anderen Beobachtungen entspricht[1], nach längeren, dann wieder nach kürzeren Wellen rückt. Der Vergleich der relativen Verschiebung in verschiedenen Ordinatenhöhen deutet an, daß aber neben diesem Einfluß einer veränderten Grenzwelle offenbar auch noch eine Veränderung der Geschwindigkeitsverteilungskurve, hauptsächlich im Bereich der mittleren Geschwindigkeiten, bei der Entgasung auftreten kann. Um letzteres zu veranschaulichen, haben wir die Kurven 3, 4, 5 in Fig. 9 zum besseren Vergleich mit 1 in Fig. 11 so gezeichnet, daß der Einfluß der Grenzwellenverschiedenheit durch Reduktion auf gleiche Maximalgeschwindigkeit ausgeschaltet wird.

In den weiter oben schon erwähnten Untersuchungen[2]) die sich ebenfalls der Zentralfeldmethode zur Messung der Geschwindigkeitsverteilung bedienen, ist die Verschiebung der Grenzwelle kontrolliert. Die Verschiebung im obigen Sinne ist in den dort mitgeteilten Kurven — Integralkurven, die auch in ihrer ursprünglichen differenzierten Form abgebildet sind, — auch zu erkennen. Im vorliegenden sind die Gegenspannungskurven nicht differenziert, da sie in ihrer Form die Einzelheiten der Verteilung und das durch den Versuch Ergründete viel genauer erkennen lassen als die durch Differentiation erhaltenen Kurven, die durch diese nicht genau genug auszuführende Umarbeitung nichts gewinnen.

---

[1] R. Suhrmann, Ann. d. Phys. 67. S. 43. 1922.

[2] J. Kluge, Ann. d. Phys. 82. S. 432, 438. 1927. — W. Bennewitz, a. a. O. 83. S. 913. 1927.

Hervorheben wollen wir noch die mit unseren Ergebnissen übereinstimmende Steilheit der Gegenspannungskurven des Hrn. **Bennewitz** (soweit man aus den Kurven auf S. 925 sehen kann) zum Unterschied von denen des Hrn. **Kluge**. Der Grund für diese Verschiedenheit ist nicht ohne weiteres einzusehen, da in beiden Untersuchungen dieselbe Versuchsröhre mit nur geringer Abweichung von der Foliengröße benutzt wird.

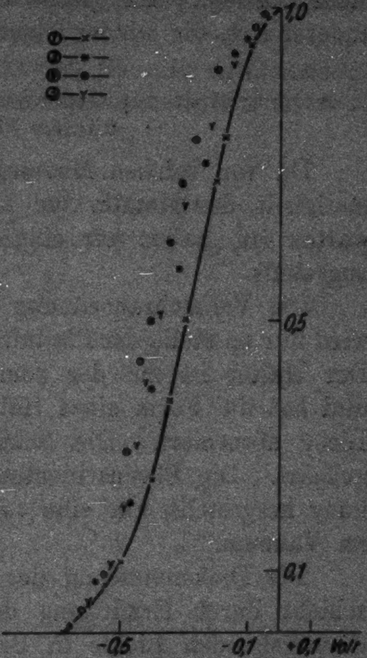


Fig. 11

Die Gasrückdiffusion haben wir auch sehr deutlich beobachten können. Sie hat natürlich bei den Anfangsentgasungszuständen besonders berücksichtigt werden müssen. Bei den von uns angewandten Endzuständen ist die Empfindlichkeit während einer Versuchsreihe konstant geblieben.

Wenn auch die einzelnen Entgasungszustände bei den oben mitgeteilten Arbeiten und bei der vorliegenden Untersuchung keine absoluten Vergleiche zulassen, so geht doch aus der Gesamtheit der vorliegenden Beobachtungen hervor, daß die nachweisbare Geschwindigkeitsverteilung zwar in erster Näherung nicht wesentlich von der Natur des erregten Körpers abhängt, daß aber im einzelnen doch deutliche Einflüsse der Beschaffenheit desselben vorhanden sind, so daß volle Materialunabhängigkeit, wie es seither den Anschein haben konnte, nicht vorliegt. Im gleichen Sinne sprechen Beobachtungen anderer Art, die wir im folgenden Abschnitt betrachten werden.

C. Abhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung von der Dicke dünner Platinschichten

Da von solchen Messungen nähere Kenntnis der Durchlässigkeit der Metalle für kleinste Geschwindigkeiten zu erwarten ist, haben wir eingehende Versuche zu dieser Frage angestellt.

Die Versuchsanordnung bleibt dieselbe wie in Fig. 6. Es wird nur an Stelle der Platinfolie ein Schichthalter aufgeschraubt. Der Halter ist auf der dem Licht zugekehrten Seite berußt und hat die Form eines Hohlraums, der etwa durchgehendes Licht absorbiert. Die Schichtseite ist der Lichtquelle zugekehrt. Die Platinschichten werden durch Kathodenzerstäubung hergestellt, nur eine von ihnen durch Metallverdampfung im Vakuum.

Die Dickenmessung der untersuchten Platinschichten geschieht durch Ermittlung der Intensität des an der Schicht durchgehenden Lichts in Bruchteilen des einfallenden Lichts nach bereits bekannten Daten.[1] Die Intensitäten des Lichts werden mit Hilfe einer Kaliumzelle elektrometrisch gemessen. Die benutzten Schichtdicken sind in Tab. 2 verzeichnet.

Tabelle 2

Schicht Nr.	Art der Herstellung	Dicke der Schicht
1	Verdampf.	85 $\mu\mu$
2	Kathode zerst.	9
3	" "	14
4	" "	32
5	" "	5,5
6	" "	1,9

---

[1] H. Goldschmidt u. H. Dember, Ztschr. f. techn. Phys. 7. S. 141. 1926.

Die Platinschichten haben durch einen sie umgebenden, zuerst auf die Quarzplatte gestäubten Schichtring immer guten Kontakt mit der Halterfeder. Es muß freilich dafür Sorge getragen werden, daß kein Licht auf den Kontaktring fällt.

Die ziemlich große lichtelektrische Empfindlichkeit und die Möglichkeit guter Reproduktion lassen eine große Genauigkeit und einen großen Kurvenmaßstab zu.

Fig. 12 zeigt die Verteilungskurven für alle untersuchten Schichten. Die Geschwindigkeitsverteilungskurven der Schichten 1 bis 5 (Tab. 2) fallen alle gleich aus. Ein Einfluß der Dicke ist also bis zu 5,5 $\mu\mu$ herab weder auf die Geschwindigkeitsverteilung noch auf die Absolutwerte der Geschwindigkeiten zu erkennen.

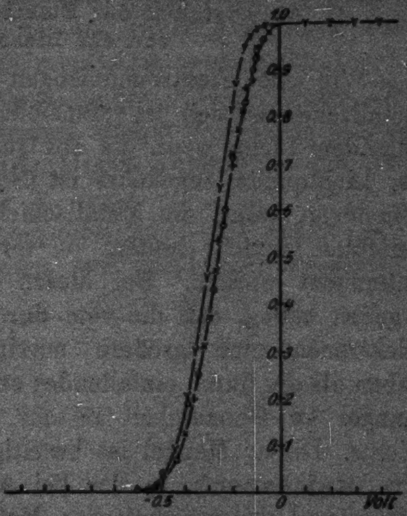


Fig. 12

Bei weiter verringerter Dicke dagegen macht sich ein Einfluß bemerkbar. Dieser bezieht sich zweifellos nicht auf die Grenzwelle, da die größten nachweisbaren Geschwindigkeiten auch hier keine Veränderung erfahren haben. Dagegen deutet der abweichende Verlauf im Bereich der kleinsten Gegenspannung an, daß die bei dickeren Schichten beobachteten langsamsten Elektronen an Zahl jetzt wesentlich zurücktreten. Es sind also nur die allerlangsamsten Elektronen, die bei dünnster Schicht nicht auftreten. Diese müssen, wie es scheint, durch Verlangsamungen dieser an sich außerordentlich langsamen Elektronen in den dickeren Meßschichten erklärt werden, ein Schluß, der anzeigt, das offenbar auch langsamste Elektronen (Größenordnung 0,1 Volt) in Materie noch Verzögerungen erleiden. Damit ist angezeigt, daß Geschwindigkeitsverluste jedenfalls zu einem Teil als Ursache für die besondere Form der Geschwindigkeitsverteilung zu betrachten sein werden.

Bei den benutzten ganz dünnen Schichten hat auch sehr gut festgestellt werden können, wie bei Anfang der Belichtung, bei Beginn einer Meßreihe, die lichtelektrische Empfindlichkeit kurze Zeit steigt. Konstanz der Lichtquelle ist natürlich vorhanden gewesen. Da die Schichten längere Zeit vor ihrer Untersuchung in gutem Vakuum stehen, das durch langes Pumpen erreicht worden ist, so ist vielleicht ein Einfluß des Gasgehalts[1] zur Erklärung dieser Erscheinung nicht ausreichend.

D. Abhängigkeit der Elektronengeschwindigkeiten von der Lichtrichtung

Wie die Elektronenmengen und -geschwindigkeiten an Metallschichten sich bei verschiedener Lichtrichtung — bei auffallendem Licht, wenn die auf Quarz niedergeschlagene Schicht der Lichtquelle zugekehrt ist (Schicht vorn), und bei durchgehendem, wenn die Metallschicht von der Lichtquelle weggerichtet (Schicht hinten) — verhalten, ist früher vielfach[2] untersucht worden. Bei diesen Untersuchungen jedoch, die ergeben haben, daß die vom durchgehenden Licht ausgelösten Elektronen eine größere maximale Anfangsgeschwindigkeit haben als die durch einfallendes emittierten, besteht der Hauptmangel an Genauigkeit in der Anwendung nichthomogenen Lichts. Dieser Mangel ist beseitigt in einer Untersuchung des Hrn. Ramsauer[3], in der bei Anwendung spektral zerlegten Lichts und der magnetischen Meßmethode die Unabhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung von dem Einfallswinkel des Lichts für den Bereich von 0°—90° nachgewiesen ist. Hr. Piersol[4] hat in seiner Arbeit den Winkelbereich erweitert und die Geschwindigkeiten an dünnen Platinschichten untersucht, wobei er ebenfalls homogenes Licht benutzt hat. Da aber seine Versuchsanordnung nicht geeignet ist, ein zutreffendes Bild der wahren Geschwindigkeitsverteilung zu liefern, so haben wir die Frage erneut in Angriff genommen.

---

[1] S. Werner, Upsala Univ. Årsskrift 1913/14.

[2] Vgl. auch hierfür die ausführliche Zusammenstellung von A. Becker u. P. Lenard, Lichtelektrische Wirkung in: Wien-Harms' Handb. d. Experimental-Physik.

[3] C. Ramsauer, Ann. d. Phys. 45. S. 961, 1121. 1914.

[4] R. J. Piersol, Phys. Rev. (2) 23. S. 144. 1924.

Unsere Versuchsanordnung entspricht der in Fig. 1. In der Hauptsache haben wir Versuche mit auffallendem Licht (Schicht vorn) und mit durchgehendem (Schicht hinten) durchgeführt. Zur Ausführung der Versuche läßt sich die Anordnung des Zentralfeldes mit der Einführung der Belichtelektrode von hinten (vgl. A.) kaum verwenden. Eine Anwendung des Homogenfeldes ist unmöglich gewesen, da sich der Einfluß der Licht- und Elektronenreflektion als zu groß gezeigt hat. Wir haben deshalb die Metallschichten — Wolframschichten von ungefähr 20 $\mu\mu$ Dicke — von obenher eingeführt, obschon uns der störende Einfluß dieser Anordnung auf die Breite der Geschwindigkeitsverteilungskurven bekannt gewesen ist. Dieser Einfluß ist jedoch hierbei infolge dünner Zuführung auf ein Minimum reduziert, und er macht sich in gleicher Weise bei allen Emissionsrichtungen geltend, so daß er den Vergleich nicht beeinflußt.

Um die Gegenspannungsmessungen bei genau gleichen Verhältnissen für auffallendes und durchgehendes Licht ausführen zu können, haben wir während einer Meßreihe die zu untersuchende Schicht immer wieder gedreht und hintereinander für jene beiden Lichtrichtungen im gleichen Röhrenvakuum durchgemessen. Fig. 13 zeigt das Ergebnis der Messungen. Die Kurve mit dem × gilt für auffallendes, die mit ○ für durchgehendes Licht; beide Verteilungskurven

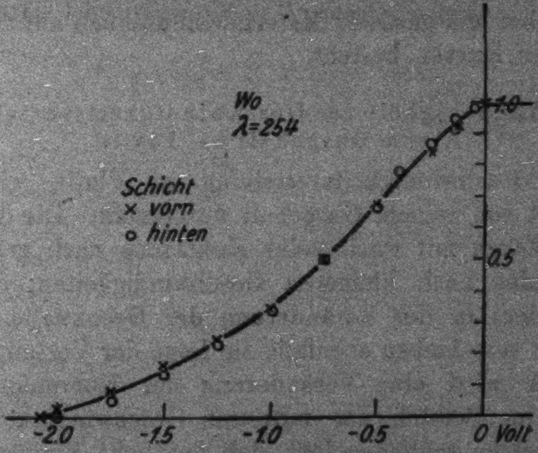


Fig. 13

fallen, soweit die Versuchsgenauigkeit geht, vollständig zusammen. Wir sehen also, daß wirklich kein Unterschied in der Geschwindigkeitsverteilung besteht, ob die Elektronen in Richtung des Lichtstrahls oder in entgegengesetzter Richtung aus den Schichten emittiert werden.

Zusammenfassung

A. Methode der Geschwindigkeitsmessung

Es wird die Methode des Homogenfeldes mit der Meßmethode des Zentralfeldes vereinigt, um genaue Geschwindigkeitswerte zu erhalten. Die Elektronen werden durch Licht von der Wellenlänge $\lambda = 254\ \mu\mu$ ausgelöst. Nach Berücksichtigung von Fehlerquellen (Anordnung, Größe und Form der Belichtelektrode) sind Geschwindigkeitsverteilungen für Kupfer, Platin, Aluminium und Ruß aufgenommen worden.

Die Beobachtungen zeigen, daß sich die Verteilungskurven, abgesehen von Verschiedenheiten infolge verschiedener Grenzwelle bei den einzelnen Stoffen, nicht vollkommen decken, daß also offenbar ein gewisser Materialeinfluß auch auf den Relativverlauf der Kurven besteht.

B. Abhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung vom Gasgehalt bei Platin

Die Geschwindigkeitsverteilung an Platin wird in Abhängigkeit von seinem Gasgehalt untersucht. Die Verteilungskurven rücken mit wachsender Entgasung nach größeren und dann wieder nach kleineren Geschwindigkeiten; die Hauptursache liegt in der Veränderung der Grenzwelle. Kontaktpotentiale verschieben ebenfalls die Lage der Verteilungskurven. Außerdem wird eine Veränderung der Kurvenform, hauptsächlich im Bereich der mittleren Geschwindigkeiten, beobachtet, welche schließen läßt, daß deutliche Einflüsse der Beschaffenheit des erregten Körpers vorhanden sind.

C. Abhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung von der Dicke dünner Platinschichten

Die Geschwindigkeitsverteilung, gemessen an Platinschichten, ist nur bei allerdünnsten Schichten verändert und zwar treten bei diesen allerlangsamste Elektronen merklich zurück. Die Veränderung ist vielleicht, wenn nicht andere, noch unerkannte Ursachen vorliegen, durch die Annahme zu erklären, daß auch langsamste Elektronen (Größenordnung 0,1 Volt) in Materie noch Verzögerungen erleiden.

D. Abhängigkeit der Elektronengeschwindigkeiten von der Lichtrichtung

Untersucht werden Wolframschichten in den zwei Stellungen „Schicht vorn" und „Schicht hinten". Die Absolutwerte und Verteilung der Geschwindigkeiten sind unabhängig vom Einfallswinkel des Lichts.

Vorliegende Arbeit wurde auf Anregung von Hrn. Prof. Dr. A. **Becker** im Physikalischen und Radiologischen Institut der Universität Heidelberg ausgeführt. Ich fühle mich verpflichtet, Hrn. Geh. Rat Prof. Dr. P. **Lenard** für die große Anteilnahme und Hrn. Prof. Dr. A. **Becker** für die stete Förderung und vielen Ratschläge bei der Durchführung dieser Arbeit meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

(Eingegangen 10. Februar 1928)

7. *Untersuchungen über den elektrodenlosen Ringstrom*[1];

von G. Mierdel

(Hierzu Tafel XVI)

Die Untersuchung elektrodenloser Entladungen speziell in der Form des „elektrodenlosen Ringstromes“ bietet vom Standpunkt der Gasentladungstheorie aus den großen Vorteil, daß hier die Zahl der normalerweise in Frage kommenden Versuchsparameter, die einen großen Einfluß auf die beobachteten Erscheinungen haben, beträchtlich vermindert ist. Es kommen hier alle diejenigen Vorgänge in Fortfall, die sich an den Elektroden einer gewöhnlichen Entladung abspielen und, besonders was die Kathode betrifft, von grundsätzlicher Bedeutung für den gesamten Entladungsmechanismus sind, deren Eingliederung in den Rahmen einer vollständigen Gasentladungstheorie jedoch noch immer die größten Schwierigkeiten macht.

Zu diesem prinzipiellen Vorzug gesellt sich noch ein zweiter vom experimental-technischen Standpunkte aus. Die Abwesenheit metallischer Massen im Innern des Stromgefäßes ermöglicht, besonders bei Verwendung von Quarzgefäßen, eine sehr viel weitergehende Reinigung des Entladungsgefäßes und auch der zur Verwendung gelangenden Füllgase.

Dabei ist nun allerdings zu bedenken, daß alle elektrodenlosen Entladungsformen ausnahmslos nur mit hochfrequenten Wechselströmen betrieben werden können; sei es im Falle von Außenelektroden, wo der Strom als Verschiebungsstrom die Glaswand durchsetzt, oder beim Ringstrom, wo die zum Durchbruch nötige EMK. durch elektromagnetische Induktion von seiten einer umgebenden Spule im Gasinnern erzeugt wird.

Unter dem Einfluß solcher schnellen Wechselfelder — in Frage kommen hierbei Frequenzen von etwa 10^6 Hertz —

---

[1] Gekürzte Habilitationsschrift.

bewegen sich naturgemäß die Ionen und Elektronen in ganz anderer Weise als bei einer mit Gleich- oder langsamem Wechselstrom betriebenen Glimmentladung. Insbesondere interessiert in diesem Zusammenhang die Frage, wie groß die induzierte elektrische Feldstärke sein muß, damit der Ringstrom zündet, da man von vornherein nicht erwarten darf, daß hier eine Übereinstimmung mit den Verhältnissen an Innenelektroden besteht, und zwar einmal wegen des Fortfalls aller an der Grenzfläche Metall–Gas stattfindenden Elektronen befreienden Vorgänge, sondern auch infolge der durch die hohe Frequenz des Wechselfeldes bedingten Komplikationen der Ionenbewegung. Diese Überlegungen werden in Teil I näher diskutiert und durch Messungen der Durchbruchsfeldstärke ergänzt.

Einen zweiten Fragenkomplex, für dessen Studium die elektrodenlosen Entladungen von Bedeutung zu sein scheinen, bieten die Erscheinungen des sog. Clean-up. Man versteht darunter bekanntlich die Tatsache, daß in normalen Glimmentladungen bei längerer Betriebsdauer ein allmähliches Verschwinden des ursprünglich vorhandenen Gasinhalts zu konstatieren ist. Obwohl dieser Effekt bereits mehrfach an fast allen Entladungsformen eingehender untersucht worden ist[1]), fehlen noch systematische Messungen an elektrodenlosen Entladungen, die hier wiederum den Vorteil bieten, den reinen Clean-up-Effekt ohne Störung durch die Anwesenheit metallischer Massen und deren Absorptionsfähigkeit oder der durch Kathodenzerstäubung gebildeten dünnen Metallbeschläge untersuchen zu können (Teil II).

Drittens endlich ist von jeher der elektrodenlose Ringstrom von dem Spektroskopiker gern benutzt worden, da er infolge der Mannigfaltigkeit der Anregungsbedingungen fast das ganze Spektrum eines Gases in einem eng begrenzten Raum zeigt, während in der gewöhnlichen Glimmentladung z. B. eine oft recht weitgehende räumliche Trennung der einzelnen Spektren ein und desselben Gases stattfindet. Neuerdings geht allerdings auch hier das Hauptinteresse mehr dahin, gerade die Verschiedenheit der Intensitätsverteilung der einzelnen Spektren zu benutzen, um Schlüsse zu ziehen auf die Anregungsverhältnisse der Teilspektren.

---

[1]) Vor einiger Zeit hat E. Pietsch, Ergebn. d. exakt. Naturw. 5. S. 213. 1926, darüber berichtet.

Bereits dem subjektiven Anblick verrät sich die feinere optische Struktur der Ringentladung durch die besonders in reinen Gasen leicht auftretenden verschieden gefärbten konzentrischen Schichten, deren wesentliche Anordnung aus folgender qualitativen Übersicht hervorgeht:

Gasfüllung	außen	innen
Luft	blau	rotbraun
N_2	„	rot
O_2	bräunlich	moosgrün
H_2	rot	blauviolett
A	blau	rot
He	rot	gelbgrün

Aus der Tatsache, daß der spektrale Schwerpunkt der Lichtemission in den Randzonen nach dem kurzwelligen Ende des Spektrums zu verschoben ist, folgt bereits, daß am Rande auch die kräftigsten Anregungsbedingungen herrschen. Diese Tatsache ist bereits des öfteren benutzt worden, in letzter Zeit besonders von L. und E. Bloch[1], um die Spektren verschiedener Anregungsstufen (Bogen- und Funkenspektren) voneinander zu trennen oder überhaupt bezüglich der Träger gewisser Spektren Schlüsse zu ziehen.[2]

Umgekehrt kann man natürlich auch so vorgehen, daß man die von anderer Seite her bekannten Anregungseigenschaften gewisser Spektrallinien dazu benutzt, um damit auf die Verteilung der Elektronendichte und Geschwindigkeiten im Ringstrom zu schließen. Insbesondere wäre es von diesem Standpunkte aus interessant zu prüfen, inwieweit die in Teil I entwickelten Vorstellungen über den Ionenmechanismus des Ringstromes sich durch spektroskopisches Beobachtungsmaterial bestätigen lassen. Die diesbezüglichen Ergebnisse sind in Teil III diskutiert.

---

[1] L. u. E. Bloch, Compt. rend. 180. S. 731 u. 1740. 1925; Journ. de Phys. 4. S. 333. 1923; 7. S. 129. 1926.

[2] G. Herzberg, Ann. d. Phys. 84. S. 553 u. 565. 1927.

Teil I. Ionenmechanismus des Ringstromes

A. Bewegung der Träger

Durch das senkrecht zur Ringstromebene gerichtete, mit der Frequenz ν pulsierende Magnetfeld H wird ein Wirbel elektrischer Kraft im Ringstromgefäß induziert, unter dessen Einwirkung etwa bereits vorhandene Ionen zu pendeln beginnen.

Wir bedienen uns folgender Vereinfachungen:

1. Die Schwingungen sind ungedämpft.
2. Das Magnetfeld H ist innerhalb des Ringstromgefäßes homogen.

Es sei nun $H = - H_0 \cdot \cos(\omega t)$, wo $\omega = 2 \pi \nu$, so daß die am Umfange eines Kreises mit dem Radius r induzierte EMK. sich ergibt zu:

$$V = H_0 \cdot r^2 \pi \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$$

und die Feldstärke

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 \cdot \sin(\omega t),$$

wo

$$\mathfrak{E}_0 = \frac{H_0 r \omega}{2}.$$

Wir nehmen nunmehr an, daß der Ringstrom bereits gezündet hat, daß also eine gewissse Anzahl Ionen beiderlei Vorzeichens im Gasraum vorhanden sind, und untersuchen zunächst die unter dem Einfluß der induzierten Feldstärke

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 \cdot \sin \omega t$$

entstehende Bewegung eines Ions, dessen Masse und Ladung durch die Konstanten μ und ε gekennzeichnet seien. Da das Ion eine tangential gerichtete Geschwindigkeit bekommt, würde es in Gebiete größerer Feldstärken gelangen; um die daraus sich ergebende Komplikation der Rechnung zu umgehen, vernachlässigen wir die Verschiebung der Ionen in radialer Richtung und nehmen daher an, daß sich der Scheitelwert der Feldstärke nicht ändert.

In diesem Falle lautet die Bewegungsgleichung des Ions:

$$\mu \cdot \frac{d^2 x}{d t^2} = \mathfrak{E}_0 \cdot \varepsilon \cdot \sin(\omega t),$$

wenn wir als x-Richtung die Bahntangente wählen. Die Integration ergibt sukzessive:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\varepsilon}{\mu}\cdot\frac{\mathfrak{E}_0}{\omega}\cdot\cos\omega t + B$$

und

$$x = -\frac{\varepsilon}{\mu}\cdot\frac{\mathfrak{E}_0}{\omega^2}\cdot\sin\omega t + Bt + C.$$

Die Integrationskonstanten B und C bestimmen sich aus den Anfangsbedingungen. Soll z. B. das Ion zur Zeit $t = 0$, also beim Beginn einer neuen Schwingung, die Geschwindigkeit 0 haben und sich an dem Ursprung des Koordinatensystems ($x = 0$) befinden, so wird:

$$C = 0$$

$$B = \frac{\varepsilon}{\mu}\cdot\frac{\mathfrak{E}_0}{\omega}$$

und damit:

$$x = \frac{\varepsilon}{\mu}\cdot\frac{\mathfrak{E}_0}{\omega}\left(t - \frac{1}{\omega}\cdot\sin\omega t\right)$$

und

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\varepsilon}{\mu}\cdot\frac{\mathfrak{E}_0}{\omega}(1 - \cos\omega t),$$

d. h. also, die Geschwindigkeit pendelt zwischen 0 und $\frac{2\varepsilon}{\mu}\cdot\frac{\mathfrak{E}_0}{\omega}$ hin und her, wobei der Wert 0 jedesmal bei Beginn einer neuen Schwingung, also bei $\omega t = 0, 2\pi, 4\pi \ldots$ erreicht wird.

Die Annahme $v = 0$ für $t = 0$ erweist sich nun allerdings als zu speziell und nicht einmal allzu plausibel. Sie würde bedeuten, daß das Ion nur im Moment $t = 0$, wo also auch gerade die Feldstärke $\mathfrak{E}$ verschwindet, durch Stoß eines primären Ions entsteht. Dasselbe gilt auch für die Annahme, die J. J. Thomson[1]) kürzlich gemacht hat, und die in unserer Bezeichnungsweise bedeutet: $v = 0$ für $\omega t = \frac{\pi}{2}$.

Allgemeiner wird man den Ansatz machen müssen, daß die Entstehung eines Ions in einer bestimmten Phase ωt_0 vonstatten geht und daß sich diese Phasen über die ganze Schwingungsdauer in einer allerdings noch nicht zu übersehenden Weise verteilen.

Es wird dann

$$B = \frac{\varepsilon}{\mu}\,\frac{\mathfrak{E}_0}{\omega}\cos(\omega t_0)$$

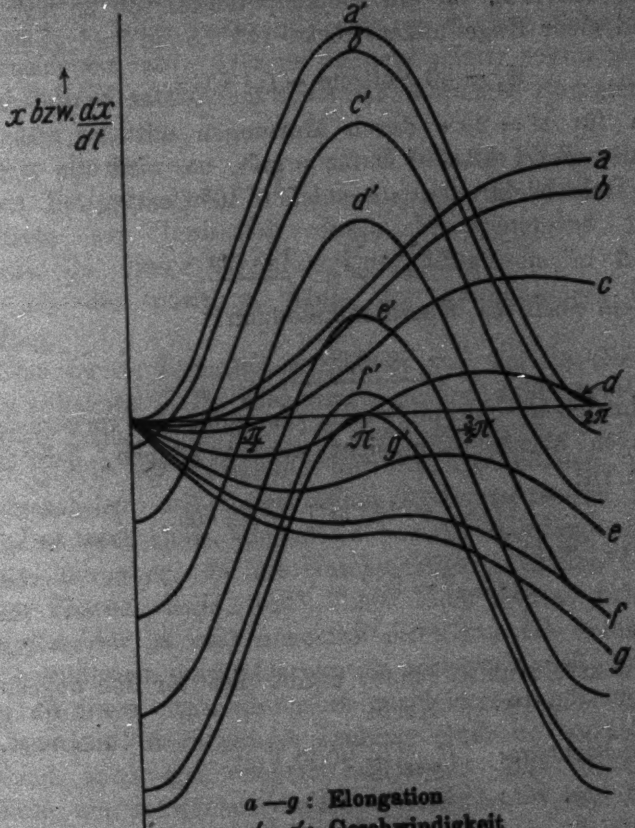
---

[1]) J. J. Thomson, Phil. Mag. 4. S. 1128. 1927.

und der von der Zeit abhängige Teil von x:

$$x = \frac{e}{\mu}\,\frac{\mathfrak{E}_0}{\omega^2}\left[\omega \cdot \cos(\omega t_0) \cdot t - \sin \omega t\right]. \tag{1}$$

Der Anschaulichkeit halber sind in Fig. 1 die Geschwindigkeit und Lagekoordinate eines Ions nach Gleichung (1) für einen vollen Wechsel der elektrischen Feldstärke dargestellt, und zwar für die Phasen $\omega t_0 = 0$, 30°, 60°, 90°, 120°, 150° und 180°. Man sieht also, daß nur für $\omega t_0 = 90°$ die Bewegung eine rein sinusförmige ist, so daß das Ion um einen festen Ort pendelt, während in allen anderen Fällen sich der Sinusbewegung eine gleichmäßig fortschreitende Bewegung überlagert.



a—*g*: **Elongation**
a'—*g'*: **Geschwindigkeit**
Fig. 1

Es wird an dieser Stelle interessieren, zu erfahren, was für Amplituden für die Schwingungen freier Ionen sich bei einer Ringstromanordnung der üblichen Dimensionierung nach Gleichung (1) ergeben würden. Für die in der vorliegenden Arbeit verwandte Apparatur (Anregung mit Funkenstrecke) berechnet sich z. B. für ein Funkenpotential von 26 KV. entsprechend einer Kugelfunkenstrecke von 0,8 cm Schlagweite:

$$\mathfrak{E}_0 = 30\ \text{Volt/cm} = 0{,}1\ \text{CGS}.$$

Da sich für $\omega = 2\pi\nu$ durch Messungen mit dem Wellenmesser der Wert $19 \cdot 10^6$ Hertz ergab, so wird die Amplitude für freie Elektronen ($\varepsilon/\mu = 1{,}766 \cdot 10^8$ Coul/g),

$$x_0 = \frac{\varepsilon}{\mu} \cdot \frac{\mathfrak{E}_0}{\omega^2} = \underline{147\ \text{cm}}$$

und für ein positives Wasserstoffatomion:

$$\underline{x_0 = 0{,}08\ \text{cm}}.$$

Die maximalen Geschwindigkeiten, die unter den vorgegebenen Bedingungen überhaupt erreicht werden können, berechnen sich dann zu:

$$|V_{\max}| = 147\,\omega(1 + \cos\omega t)$$

und für $\cos\omega t = 1$:

$$|V_{\max}| = 294\,\omega$$

bzw. $\qquad = 0{,}16\,\omega.$

In Äquivalentvolt umgerechnet ergibt dies für den angenommenen Fall $\omega = 19 \cdot 10^6$ Hertz

beim Elektron: $|V_{\max}| = 9000$ Volt,
und beim pos. Ion: $|V_{\max}| = 5$ Volt.

Dagegen ist nun aber noch zu bemerken, daß die Elektronen den Maximalbetrag von 9000 Volt nie erreichen dürften, weil dazu riesige freie Weglängen und Apparatedimensionen erforderlich wären; jedoch dürfte ihre Geschwindigkeit bald den zur Lichtanregung und Ionisation erforderlichen Wert erreicht haben. Dies ist hingegen im Prinzip unmöglich für die positiven Ionen. Allerdings ist unsere Kenntnis über die ionisierende Fähigkeit positiver Ionen noch recht lückenhaft, besonders für die hier in Frage kommenden kleinen Geschwindigkeiten. Sicher ist hingegen, daß die positiven Ionen erst bei sehr viel größeren Geschwindigkeiten zur Lichterregung und Ionisation imstande sind als die Elektronen, daß also bei einer maximalen Geschwindigkeit von 5 Volt noch kein Gedanke von Ionisation von seiten positiver Ionen sein kann. Auf anschaulichste Weise ergibt sich das Resultat daraus, daß die positiven Ionen während ihrer so kleinen Schwingungsamplituden von etwa 0,08 cm in dem relativ schwachen Feld von 30 Volt/cm tatsächlich keine nennenswerten Energiemengen aufnehmen können.

Wir dürfen also als ziemlich sichere Folgerung aus unseren Betrachtungen hinnehmen, daß im elektrodenlosen Ringstrom nur Ionisation durch Elektronenstoß besteht, daß also in dieser Beziehung der Ringstrom in Analogie steht mit der positiven Säule der gewöhnlichen Glimmentladung.

Eine zweite Konsequenz betrifft die weitere Gestaltung der Ionenbahnen. Die Elektronen werden dank ihrer großen Schwingungsamplitude bald aus tiefer gelegenen Schichten an die Peripherie der Entladung hervordringen können, da man im wesentlichen mit tangentiellen Abflugrichtungen rechnen muß. Das wechselnde Magnetfeld bewirkt allerdings eine Ablenkung, die aber, da die Geschwindigkeit in den verschiedensten Phasen zu H steht[1], bald nach außen, bald nach innen gerichtet ist und demnach im Mittel die Ionenbahnen nicht beeinflussen wird. Da nun die positiven Ionen im wesentlichen an ihrem Entstehungsort verbleiben, muß sich außen ein Überschuß an negativer Ladung ergeben, besonders die Glaswand wird sich negativ aufladen. Das ergibt dann wiederum ein schwaches, radial gerichtetes Feld, das nun auch die positiven Ionen nach außen treibt und den Elektronenbahnen eine ständige nach innen gerichtete Krümmung verleiht, so daß sie im wesentlichen den konzentrischen Kraftlinien folgen werden. Dieser Effekt der negativen peripheren Raumladungen muß sich natürlich besonders bei geringen

---

[1] Bei Beschränkung auf den Fall $\omega t_0 = \frac{\pi}{2}$, J. J. Thomson, a. a. O. ergibt sich eine nach innen gerichtete Krümmung der Elektronenbahn mit dem Radius $r/2$.

Drucken zeigen, wenn die Elektronen tatsächlich bis in die äußeren Schichten des Ringstromes vordringen können.

Ich habe versucht, durch Sondenmessungen einen derartigen Raumladungseffekt nachzuweisen. Zwei voneinander isolierte Pt-Sonden wurden von außen drehbar in das Gefäß eingeführt, so daß sie in das Ringstromgebiet eintauchten, und außen durch ein empfindliches Galvanometer verbunden. Bei tangentialer Stellung der Sondenverbindungslinie zeigte sich kein Strom, hingegen war bei radialer Stellung ein Strom meßbar, der bei niederen Drucken von der inneren Sonde zur äußeren floß, also tatsächlich ein radiales Spannungsgefälle in dem angegebenen Sinne vermuten läßt. Bei höheren Drucken allerdings kehrte sich die Stromrichtung um, vermutlich deshalb, weil nunmehr die innere Sonde nicht mehr in den leuchtenden Ring eintaucht (Fig. 2).

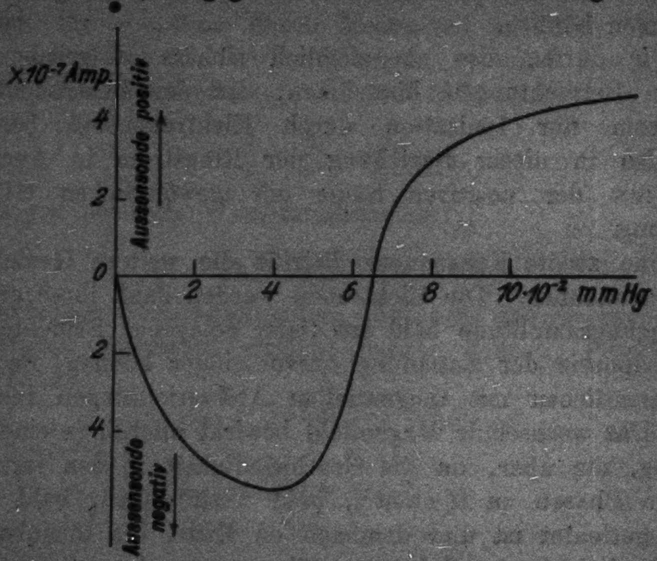


Fig. 2

Zu einer genaueren Analyse der Vorgänge müßte man nunmehr noch die Wirkung der Raumladung einerseits und die Verteilung der Nullphasen (ωt_0) andererseits mit der daraus resultierenden Wirkung des Magnetfeldes berücksichtigen, was natürlich äußerst kompliziert und bei dem heutigen Stand der Kenntnisse über den Vorgang der Stoßionisation insbesondere die Ausbeute in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit überhaupt nicht durchführbar wäre. Auch dürfte sich eine derartige ins einzelne gehende Durchrechnung nicht lohnen, da sie doch nichts prinzipiell Neues ergeben würde.

Was wir aus der skizzierten Theorie des Ringstromes entnehmen können, ist also einmal, daß nur Elektronen als ionisierendes und lichtanregendes Agens in Frage kommen, und dann, daß nach außen hin die Geschwindigkeit der Elektronen zunimmt.

B. Die Durchbruchsfeldstärke und die Anfangsspannung

Unter der Durchbruchsfeldstärke versteht man bekanntlich ganz allgemein die größte in einem vorgegebenen Entladungsraum im Moment der Zündung vorkommende Feldstärke. Da nun bei den gebräuchlichen Entladungsformen mit Innenelektroden nach den üblichen Auffassungen zur Zündung stets eine gewisse Ionisation auch von seiten positiver Ionen notwendig ist, wäre es von Interesse zu untersuchen, ob eine Entladung wie der elektrodenlose Ringstrom, bei der nur Elektronen zur Ionisation kommen, bezüglich der Durchbruchsfeldstärke oder Anfangsspannung prinzipiell anderen Gesetzen gehorcht, als den, die für die normalen Entladungen bekannt sind und sich auf Grund der **Townsend-Schumannschen** Theorie weitgehend auch ableiten lassen.

Beim Ringstrom ist natürlich die Durchbruchsfeldstärke identisch mit der an der Peripherie herrschenden Feldstärke, die sich aus den geometrischen und elektrischen Daten der Anordnung berechnen läßt. Wie bereits **Bergen Davis**[1]) schloß, ist für ein und dieselbe Anordnung die periphere Feldstärke proportional der Spannung, bis zu der die Kondensatoren aufgeladen werden, also auch der Funkenspannung an der zur Anregung des Schwingungskreises dienenden Funkenstrecke. Bereits B. **Davis** hat einige diesbezügliche Messungen durchgeführt, und zwar an Luft, CO_2, H_2 und He.

Es interessiert hierbei wiederum ein zahlenmäßiger Vergleich mit an gewöhnlichen Entladungsfeldern gewonnenen Ergebnissen über die Größe des Optimaldruckes, bei dem die

---

1) B. **Davis**, Phys. Rev. 20. S. 129. 1905.

Durchbruchsfeldstärke ein Minimum ist, und insbesondere dieser Mindestfeldstärke. Zu diesem Zwecke habe ich einige ergänzende Messungen der Durchbruchsfeldstärken in H_2, Ar, N_2 und O_2 unternommen, deren Resultate in Fig. 8 dargestellt sind. Hierbei ist, des besseren Vergleiches wegen, als Abszisse das Produkt Druck–Schlagweite ($= p \cdot 2 r \pi$) und als Ordinate die Anfangsspannung ($\mathfrak{E}_0 \cdot 2 r \pi$) aufgetragen im Sinne des Paschenschen Gesetzes, nach dem die Anfangsspannung nur eine Funktion des Produktes $p \cdot \delta$ sein soll.

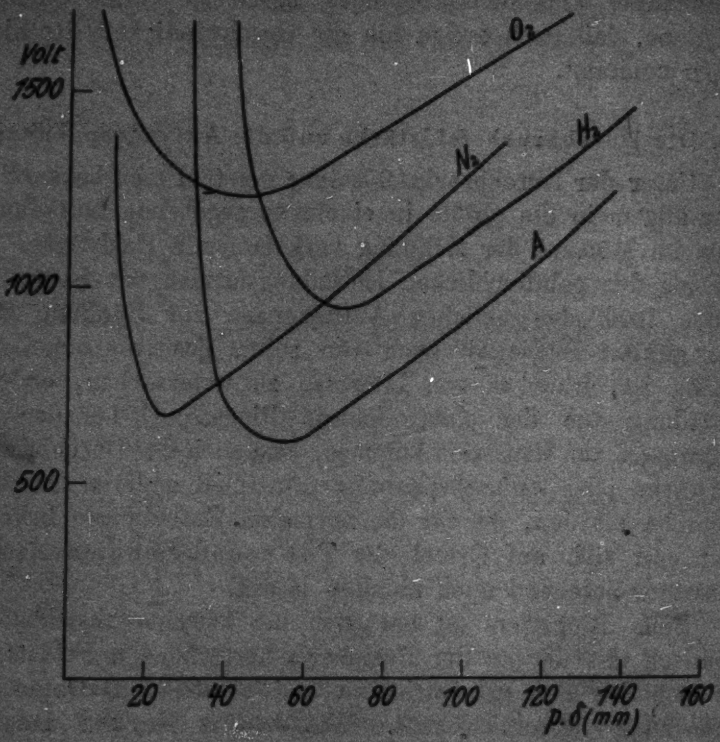


Fig. 8

An apparativen Einzelheiten ist hier noch folgendes zu erwähnen: Als Spannungsquelle diente in diesem Falle eine 20 Platten-Influenzmaschine, die einen gleichmäßigen Spannungsanstieg an der Funkenstrecke gewährleistete. Die Stromspule bestand aus 4 Windungen dicken Drahtes, die einen fast doppelt so großen Durchmesser hatten als das Ringstromgefäß. Man erreicht so einmal eine größere Störungsfreiheit gegenüber den von der Spule ausgehenden elektrischen Feldern, dann aber auch eine größere Homogenität des Magnetfeldes in dem von der Kugel eingenommenen Bereich, so daß sich die induzierten Feldstärken genauer berechnen lassen, als wenn die Windungen direkt an der Kugeloberfläche liegen.

Der so erhaltene Zusammenhang zwischen Anfangsspannung und dem Produkt $p \cdot 2r\pi$ entspricht durchaus den bekannten typischen Kurven des Paschenschen Gesetzes, wie sie etwa W. O. Schumann[1]) zusammengestellt hat.

Damit ist natürlich noch nicht gesagt, daß das Paschensche Gesetz auch tatsächlich für den Ringstrom Geltung hätte; denn dazu wäre noch der Nachweis vonnöten, daß die Anfangsspannung nur vom Produkt $p \cdot \delta$ abhängig wäre, d. h. man müßte mit Kugeln von verschiedenen Dimensionen arbeiten.

Wir bringen in der folgenden Tabelle eine Zusammenstellung der $V_{\min}$- bzw. $(p \cdot \delta)_{\min}$-Werte, sowohl nach den Beobachtungen B. Davis', als auch nach den Messungen der Fig. 3. Zum Vergleich sind in Kol. 4 und 5 die entsprechenden Werte, aus der Schumannschen Zusammenstellung entnommen, angeführt:

	$V_{\min}$ Volt	$p \cdot \delta_{\min}$ (mm · mm)	$V_{\min}$ Volt	$p \cdot \delta_{\min}$ (mm · mm)
Luft	840	32 } Davis	330	6
CO_2	1200	24	430	5
He	750	80	160	40
H_2	1000	80	270	12
H_2	950	70 } Mierdel	270	12
O_2	1220	42	450	4
N_2	670	25	300	7
Ar	610	50	280	7,5

Ein einfacher Vergleich beider Tabellen zeigt, daß die am Ringstrom gemessenen Werte sowohl der minimalsten Anspannung als auch des dazugehörigen Produktes $p \cdot \delta$ beträchtlich größer sind, als die Messungen an Elektroden ergeben haben. Dieser Unterschied ist auch von vornherein zu erwarten, wenn man sich folgendes überlegt: Die Messungen von Funkenpotentialen, auf Grund deren man bisher das Paschensche Gesetz bestätigt gefunden hat, sind unter Bedingungen ausgeführt worden, bei denen mit einer ionisierenden Wirkung der positiven Ionen gerechnet werden muß, und gerade darauf beruht ja z. B. die Herleitung des Townsendschen verallgemeinerten Ähnlichkeitsgesetzes, das sich in spezieller Form im Paschenschen Gesetz wiederfindet.

---

[1]) W. O. Schumann, Die elektrische Durchbruchsfeldstärke von Gasen, Berlin 1923.

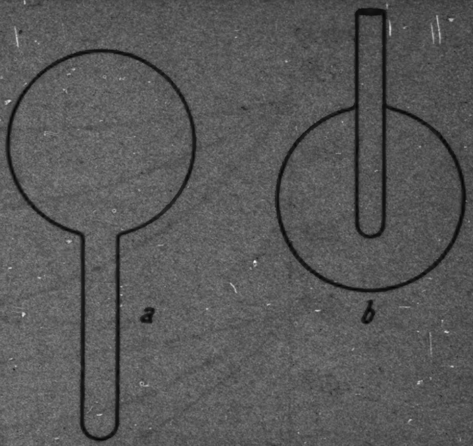
Beim Ringstrom hingegen, von dem wir sicher wissen, daß die positiven Ionen keine Stoßionisationen bewirken können, können wir auch daher nicht erwarten, daß hier derselbe Zusammenhang gilt wie bei der gewöhnlichen Entladung. Der Ausfall der positiven Ionisation erfordert in diesem Falle auch eine anderweitige Festlegung des Begriffes der Zündung, als sie die Townsendsche Theorie gibt. Thomson (a. a. O.) stellt als Bedingung zur Zündung auf, daß die Elektronen auf ihrer mittleren freien Weglänge die Ionisierungsspannung des betreffenden Gases durchlaufen und gelangt mit dieser Annahme rechnerisch für das die Entladung erzeugende Magnetfeld zu Werten, die beträchtlich kleiner sind als die tatsächlich erforderlichen (4,7 Gauss gegen etwa 30 Gauss).

Diese Diskrepanz scheint nun darauf hinzuweisen, daß es gar nicht so sehr auf die Ionisierungsfähigkeit der Primärionen ankommt, als vielmehr darauf, daß die sich anschließende Elektronenlawine in genügend kurzer Zeit zum erforderlichen Betrage anschwellen kann, und zwar so weit, bis die trägererzeugende Wirkung der trägervernichtenden (Rekombination) das Gleichgewicht hält. Eine genauere Durchrechnung dieses Zündproblems ist bei dem heutigen Stand unserer Kenntnisse natürlich aussichtslos.

Daß der Ringstrom ohne positive Ionisation existieren kann, ist nur deshalb möglich, weil er in sich geschlossen ist. Jede andere Entladung bedarf der Ionisation durch positive Ionen, damit überhaupt erst Elektronen an der Kathode entstehen können, sei es durch Ionisation in dem vom Kathodenmetall adsorbierten Gashäuten oder durch Auftreffen auf das Metall selbst. Beim Ringstrom allein besteht die Möglichkeit, daß alle Elektronen nur wieder durch Elektronen erzeugt werden können.

Teil II. Das „Clean-up"-Phänomen

Die Untersuchung des „Clean-up"-Phänomens mit der Methode des elektrodenlosen Ringstromes gibt einen Beitrag zu der Frage, wieweit die an Entladungen mit Innenelektroden beobachtete Gasaufzehrung durch die Einwirkung der Metallteile (Kathodenzerstäubung) bedingt ist, oder ob bereits die Anwesenheit der Gefäßwände allein genügt, um den Effekt in demselben Umfange hervorzubringen. Unter diesem Gesichtspunkte habe ich die Clean-up-Erscheinungen von Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff, Luft und Argon untersucht. Die verwendete Apparatur weicht, was die elektrische Seite anbelangt, kaum von dem üblichen Schema ab: Ein Schwingungskreis, bestehend aus Selbstinduktion (gleichzeitig Stromspule für die Ringstromerzeugung) und zwei in Serie geschalteten Kapazitäten (Leydener Flaschen) wird durch eine Funkenstrecke angestoßen. Um die direkte Einwirkung der von der Spule ausgehenden elektrischen Felder auf den Entladungsraum möglichst herabzusetzen, ist sie in Schneckenform eben gewickelt. Das Ringstromgefäß bestand teils aus Quarz, teils aus Glas. Die verwendeten Glasgefäße hatten Kühlansätze und zwar wurden zwei Anordnungen benutzt, wie Fig. 4*a* und Fig. 4*b* zeigen.



a Außenkühlung. *b* Innenkühlung.
Fig. 4

Außerdem war stets an passender Stelle der Zuleitung von der Pumpe her (Stahldiffusionspumpe nach Gaede[1]) eine in flüssige Luft einzutauchende Hg-Falle eingeschaltet.

---

[1] Für die Überlassung der Pumpe bin ich der Notgemeinschaft D. W. zu Dank verpflichtet.

1. Wasserstoff

Der Wasserstoff wurde teils elektrolytisch gewonnen und über P_2O_5 getrocknet, teils durch ein glühendes Pd-Röhrchen hineindiffundieren gelassen. Gänzliche Freiheit von Hg-Dampf (spektroskopisch) konnte erst nach längerem Ausheizen der Kugel bei angesetzter Vorkühlung erreicht werden (vgl. weiter unten). Beim Einschalten des Ringstromes sinkt der mit dem Mc Leodmanometer gemessene Gasdruck kontinuierlich, besonders schnell dann, wenn mit flüssiger Luft gekühlt wurde. Fig. 5 zeigt den zeitlichen Druckabfall bei konstanter Erregung, d. h. Funkenlänge und für zwei Anfangsdrucke und zwar *a* für Zimmertemperatur, *b* Kühlung mit fester CO_2 + Äther und *c* Kühlung mit flüssiger Luft. Man sieht, daß schon bei Zimmertemperatur ein, wenn auch langsamer Druckabfall eintritt, der allerdings mit abnehmender Temperatur der Kühlfläche immer größer wird.

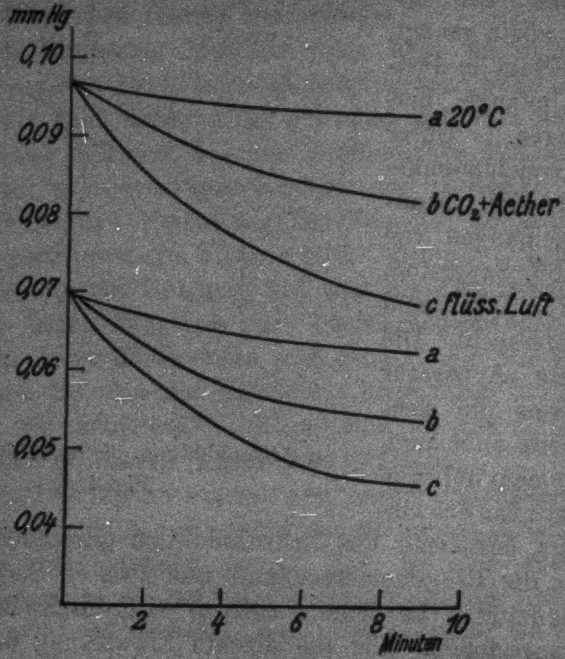


Fig. 5

Bei Fortnahme der Kühlung kommt dann wieder ein Teil des ursprünglich vorhandenen Gasinhaltes zum Vorschein, aber erst durch Erhitzen auf etwa +100° C. steigt der Druck auf den ursprünglichen Wert an. Setzt man nun wieder die Kühlung an, ohne daß zwischendurch die Ringentladung eingeschaltet wird, so sinkt der Druck fast momentan angenähert auf den Wert, den er vorher bei Beendigung des Clean-up-Vorgangs hatte. Dieses Spiel läßt sich mehrmals wiederholen. Eine typische derartige Beobachtungsreihe (zeitlicher Druckverlauf) zeigt Fig. 6. Hier fällt noch eine eigentümliche Erscheinung auf, die ich bei ähnlichen Versuchen mit anderen Gasen ebenfalls beobachten konnte, und die m. W. noch nirgends beschrieben ist, nämlich das Auftreten der oft recht spitzen Druckmaxima, wenn die Kühlfläche sich wieder langsam erwärmt und das kondensierte Gas frei wird. Wir werden später der Erscheinung noch mehr Aufmerksamkeit zuwenden, hier genügt zunächst die Bemerkung, daß es sich um einen interessanten Strömungs- und Diffusionseffekt handelt, der mit

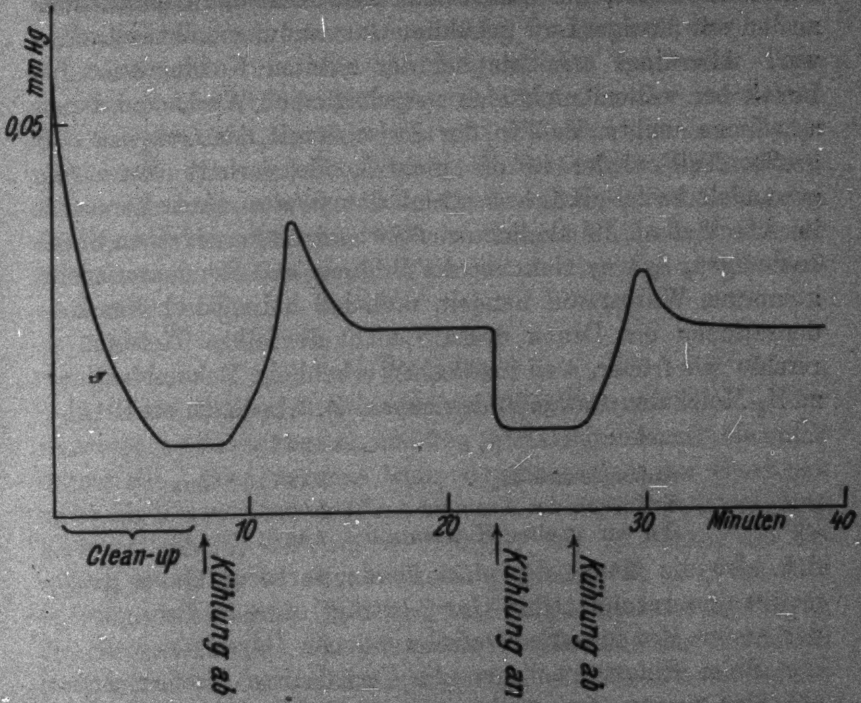


Fig. 6

dem Clean-up als solchem nichts zu tun hat und daher für diese Frage keine prinzipielle Bedeutung besitzt.

Es interessiert an dieser Stelle ein Vergleich mit den Beobachtungen, die Hughes[1]) an Wasserstoff machte, der einem Bombardement von relativ langsamen Elektronen ausgesetzt war. Er stellte gleichfalls eine allmähliche Aufzehrung des Gasinhaltes fest, der mindestens zum Teil der Kondensation an den mit flüssiger Luft gekühlten Gaswandungen zuzuschreiben war. Allerdings erreichte bei der zweiten Kondensation der Druck bei weitem nicht den ursprünglichen Wert, so daß man annehmen mußte, daß in der Zwischenzeit das Gas sich zum großen Teil wieder in die nicht kondensierbare Form umgewandelt hatte. Hughes schloß damals aus seinen Versuchen im Anschluß an die ähnlich orientierten Langmuirschen Untersuchungen, daß es sich um die Bildung und Kondensation von atomarem Wasserstoff handelt, und daß bei wiederholten Kondensationen der Druck deshalb nicht denselben Tiefstand erreichte wie früher, weil inzwischen erhebliche Rekombinationen zu H_2-Molekülen stattgefunden haben. Z. B. beobachtete Hughes folgende Drucke:

Anfangsdruck H_2	$5{,}48 \cdot 10^{-3}$	mm
Enddruck des Clean-up . . .	$1{,}00 \cdot 10^{-3}$	„
Bei der zweiten Kondensation	$2{,}68 \cdot 10^{-3}$	„

d. h. also die Menge des nicht kondensierbaren Gases (Langmuirs „nonrecondensible Gas“) beträgt etwa 37 Proz. des bei der ersten Kondensation verschwundenen Gases.

Beim Ringstrom liegen die Verhältnisse insofern anders, als hier wegen der vollkommenen Abwesenheit der die Rekombination begünstigenden Metallflächen die Menge des nicht kondensierbaren Gases sehr viel kleiner ist als oben. Z. B. ergibt sich aus der in Fig. 6 dargestellten Meßreihe:

Anfangsdruck	$70 \cdot 10^{-3}$	mm
Enddruck der I. Kondensation	$19 \cdot 10^{-3}$	„
„ „ II. „	$20 \cdot 10^{-3}$	„

d. h. etwa 2 Proz. des ursprünglich verschwundenen Gases werden in den molekularen Zustand zurückverwandelt. Der Vergleich beider Zahlen beweist treffend den Vorteil, den elektrodenlose Entladungen bei derartigen Untersuchungen bieten.

---

[1]) A. L. Hughes, Phil. Mag. 41. S. 778. 1921.

Wir können also auf Grund der beobachteten Clean-up-Erscheinungen auch hier den Schluß ziehen, daß es sich im Falle des Wasserstoffs wieder um die Bildung der atomaren Modifikation handelt, wofür außer dem später noch zu besprechenden spektroskopischen Befunde auch noch folgende Beobachtung spricht:

Die Wärmeleitfähigkeit des atomaren Wasserstoffs muß nach den Formeln der elementaren kinetischen Gastheorie, d. h. also auch ohne Berücksichtigung des bei hohen Temperaturen durch Dissoziation und Rekombination bewirkten Wärmetransportes, größer sein als die der gleichen Menge molekularen Wasserstoffs. Eine solche Verschiedenheit muß sich zeigen durch einen verschieden raschen Temperaturanstieg bei Entfernung der flüssigen Luft aus dem Kühlgefäß. Dieser Effekt konnte tatsächlich durch Temperaturmessung mit Thermoelementen beobachtet werden.

2. Stickstoff

Der in Stickstoff gemessene zeitliche Druckabfall ist für verschiedene Erregungsintensitäten (Funkenstrecken *F*) in Fig. 7 dargestellt. Hier erkennt man deutlich, daß der Gasdruck nicht bis 0 abnimmt, sondern sich schließlich einem konstanten Endwert nähert, der um so niedriger ist, je stärker die Erregung ist. Das ist ohne weiteres plausibel, da ja in den hier in Frage kommenden Druckgebieten bei konstanter Spannung die Stromstärke mit abnehmendem Druck ebenfalls abnehmen muß bis zu einem minimalen Betrage, bei dem keine merkbare Gasaufzehrung mehr stattfindet. In Fig. 8 ist der Zusammenhang zwischen Druckabfall und Temperatur der Kondensationsfläche dargestellt. Im übrigen verhält sich Stickstoff bei wiederholten Kondensationen qualitativ ebenso wie Wasserstoff, d. h. der gesamte kondensierte Gasinhalt wird erst bei Erwärmen auf etwa +100° wieder frei, ist dann aber wieder fast vollkommen kondensierbar.

3. Sauerstoff

Der Sauerstoff wurde stets elektrolytisch hergestellt und tagelang über P_2O_5 getrocknet. Von allen untersuchten Gasen zeigte Sauerstoff den stärksten Clean-up-Effekt. Der Gasinhalt

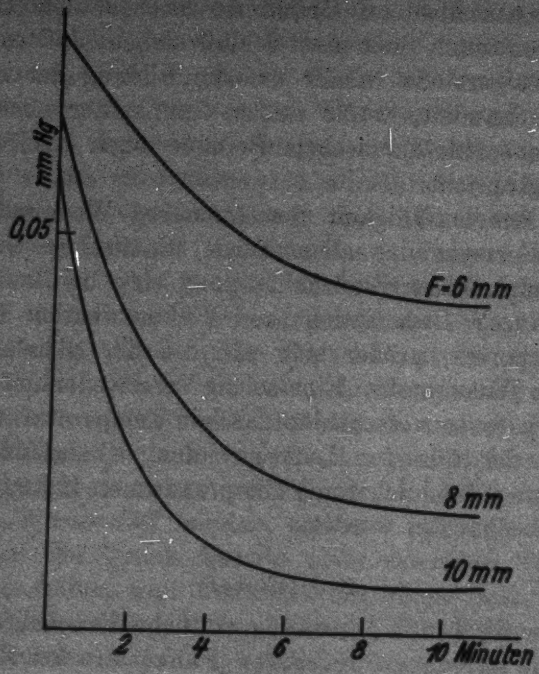

mm Hg
0,05
F=6 mm
8 mm
10 mm
2
4
6
8
10 Minuten

Fig. 7

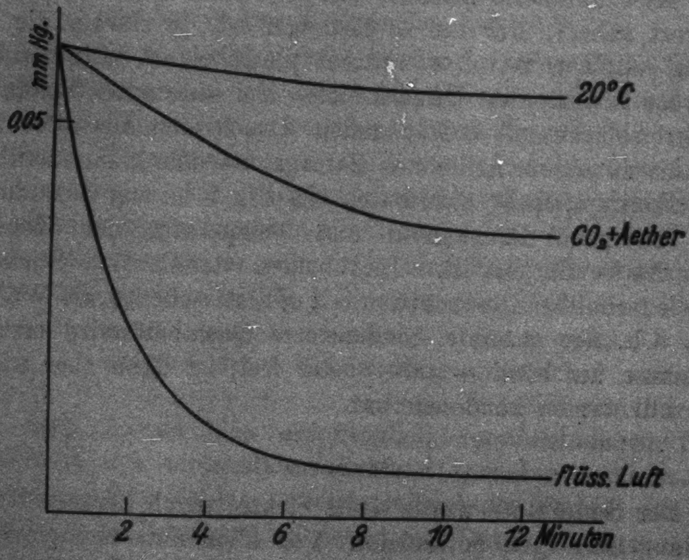

mm Hg.
0,05
20°C
CO₂+Aether
flüss. Luft
2
4
6
8
10
12 Minuten

Fig. 8

verschwand meistens fast innerhalb einer Minute nach Einschalten der Ringentladung, und stets ging die Aufzehrung so weit, daß der Ringstrom von selbst erlosch. Für spektroskopische Aufnahmen von längerer Dauer war aus diesem Grunde eine stetige Zufuhr frischen Sauerstoffs notwendig.

Wir wählen aus unserem vielfachen Beobachtungsmaterial Fig. 9 aus, die in typischer Weise die zeitliche Druckabnahme

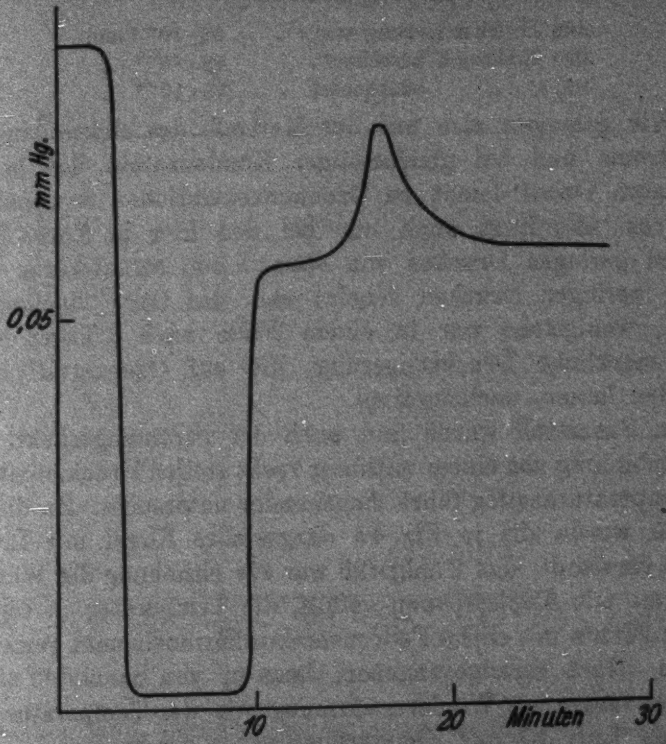


Fig. 9

beim Clean-up und das Wiederansteigen des Druckes nach Abnahme der Kühlung zeigt.

Für die Deutung der Erscheinung liegt es natürlich nahe, auch hier die Bildung einer Modifikation des Gases anzunehmen; wofür natürlich zunächst Ozon in Frage kommt. Eine genaue quantitative Auswertung der vorliegenden Ergebnisse rechtfertigt diesen Schluß. Es zeigt sich nämlich, daß die bei Abkühlung verschwundene Gasmenge beim Wiedererwärmen eine

Drucksteigerung ergibt, die fast genau gleich $^2/_3$ der gesamten durch elektrische Aufzehrung verschwundenen Gasmenge beträgt. Aus dem oben angeführten Beispiel ergeben sich folgende Werte:

Anfangsdruck O_3 . . . $p_0 = 85 \cdot 10^{-3}$ mm
Enddruck bei −190° . . $p_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ „
Clean-up-Effekt . . $p_0 - p_1 = 83 \cdot 10^{-3}$ mm

Das ergibt, in Ozon umgewandelt

eine Drucksteigerung von . . $56 \cdot 10^{-3}$ mm
also Enddruck berechnet . . . $58 \cdot 10^{-3}$ „
und „ beobachtet . . $59 \cdot 10^{-3}$ „

Wir gelangen also mit der Methode des elektrodenlosen Ringstroms und bei gleichzeitiger Kondensation des bereits gebildeten Ozons leicht zu Ozonkonzentrationen von nahezu 100 Proz., allerdings auch nur bei den hier in Frage kommenden geringen Drucken von etwa 1 mm an abwärts. Bei diesen geringen Drucken scheint sich das Ozon tagelang zu halten, wenigstens war in einem Falle nach 8 Tagen noch keine merkliche Drucksteigerung, die auf Ozonzerfall hätte schließen lassen, nachzuweisen.

In Sauerstoff wurde nun auch der Strömungseffekt, der zur Ausbildung von einem mitunter recht steilen Druckmaximum bei Temperaturanstieg führt, eingehender untersucht. Zu diesem Zwecke wurde die in Fig. 4*b* dargestellte Kugel mit Innenkühler verwandt; das Kühlgefäß war zur Erhöhung der Wärmekapazität mit Kupferspänen gefüllt, die Temperatur in seinem Innern konnte mit einem Fe-Konstantanthermoelement gemessen werden. Nach vorangegangenem Clean-up von Sauerstoff zeigte sich bei langsamer Wiedererwärmung von der Temperatur der flüssigen Luft bis zur Zimmertemperatur der in Fig. 10 dargestellte Druckverlauf. Als Abszisse ist die absolute Temperatur und daneben auch die Zeit in Minuten eingetragen. Ordinate ist wieder der mit dem Mc Leod gemessene Druck.

Der erste steile Anstieg *AB* entspricht dem Sättigungsdruck des Ozons in seiner Temperaturabhängigkeit, allerdings mit einem gewissen Fehler behaftet, da nicht statisch gemessen wurde und deshalb noch die Strömungsgeschwindigkeit in der Zuleitung zum Manometer zu berücksichtigen wäre. Von *B* bis *C* haben wir bereits ungesättigtes Ozon, d. h. der Druck bleibt ziemlich konstant, um erst bei weit höherer Temperatur (*C*) anzusteigen und über das erwähnte Maximum zu gehen. Zur Erklärung liegt es zunächst nahe, den von **Knudsen**[1]) aufgefundenen Effekt heranzuziehen, daß an den Enden einer im Vergleich zur mittl. freien Weglänge engen Röhre zwei verschiedene Drucke sich einstellen, wenn dort die Temperaturen verschieden sind, und zwar ist in bekannter Weise $\frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$. Dann bleibt aber die Druckkonstanz innerhalb des Gebietes *B C* vollkommen ungeklärt, die sich stets beobachten läßt, bei verlangsamter Wiedererwärmung jedoch besonders ausgeprägt in Erscheinung tritt.

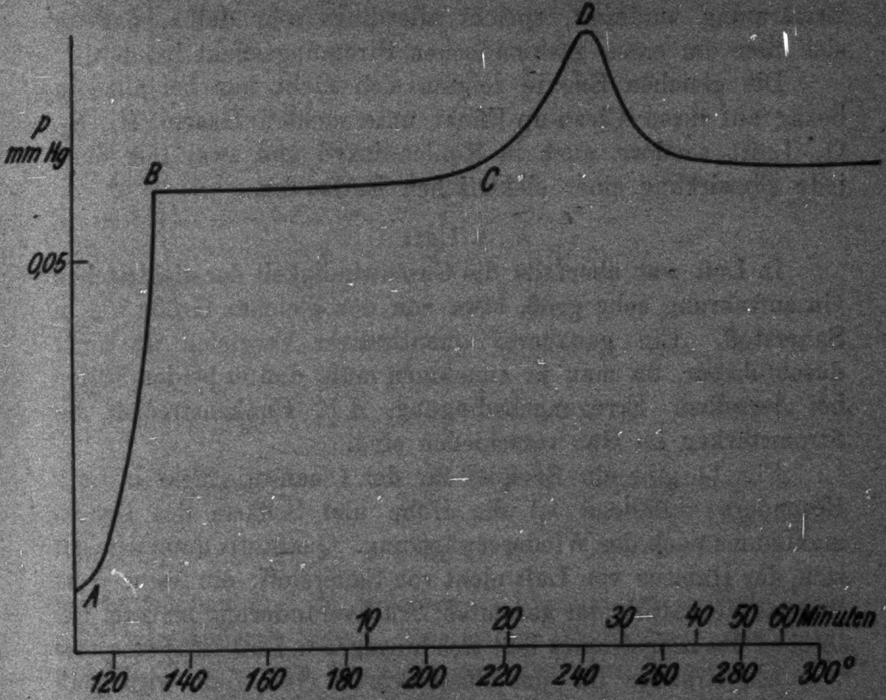


Fig. 10

Eine andere Möglichkeit zur Erklärung des Phänomens liegt in der Richtung, daß bei *C* in namhaften Mengen Quecksilber verdampft und so einen Druckanstieg hervorruft, der allerdings in dem Maße wie der Hg-Dampf in das übrige Gas hineindiffundiert, wieder verschwindet, da er sich dann der Messung durch das Manometer entziehen würde. Allerdings reichen hier die Größenordnungen der besonders bei schneller Erwärmung beobachteten Druckanstiege bei weitem nicht aus, um hierdurch die Erklärung zu finden. Daß die Höhe und Steilheit des Druckmaximums mit der Geschwindigkeit der Erwärmung zunimmt, spricht allerdings sehr dafür, daß es sich hier um einen gaskinetischen Strömungseffekt handelt.

---

[1]) M. **Knudsen**, Ann. d. Phys. 31. S. 205, 633. 1910.

Die gleichen Effekte zeigten sich nicht nur bei allen in bezug auf ihren Clean-up-Effekt untersuchten Gasen (H_2, N_2, O_2, Luft), sondern auch in Kohlendioxyd und zwar hier ohne jede Einwirkung einer elektrischen Entladung.

4. Luft

In Luft war ebenfalls die Geschwindigkeit der elektrischen Gasaufzehrung sehr groß, etwa von der gleichen Größe wie in Sauerstoff. Ein genauerer quantitativer Vergleich ist nicht durchführbar, da man ja annehmen muß, daß in beiden Fällen bei derselben Erregungsbedingung, d. h. Funkenstrecke, die Stromstärken im Gas verschieden sind.

Fig. 11 gibt ein Beispiel für den Clean-up-Effekt in Luft. Besonders auffallend ist die Höhe und Schärfe des Druckmaximums nach der Wiedererwärmung. Qualitativ unterscheidet sich der Habitus von Luft nicht von Sauerstoff; ein fester Wert für das Verhältnis der gesamten Druckveränderung bis zum Erlöschen des Ringstromes läßt sich hingegen in Luft nicht erhalten.

Als Ursache für das Verschwinden von Luft wird man auch hier wieder chemische Reaktionen annehmen müssen, insbesondere Bildung von Ozon und Stickoxyden, die bereits bei Zimmertemperatur zum Teil von den Gefäßwänden adsorbiert werden und sich bei der Temperatur der flüssigen Luft quantitativ kondensieren.

5. Argon

Zur Kontrolle wurden noch einige Versuche mit Argon unternommen. Es zeigte sich, daß selbst bei starker Anregung des Ringstromes keine meßbare Druckerniedrigung eintrat; dies Resultat war von vornherein zu erwarten, da man bisher in Argon weder Molekülbildung noch sonst etwa irgendeine chemische Reaktionsfähigkeit angeregter Argonatome hat nach-

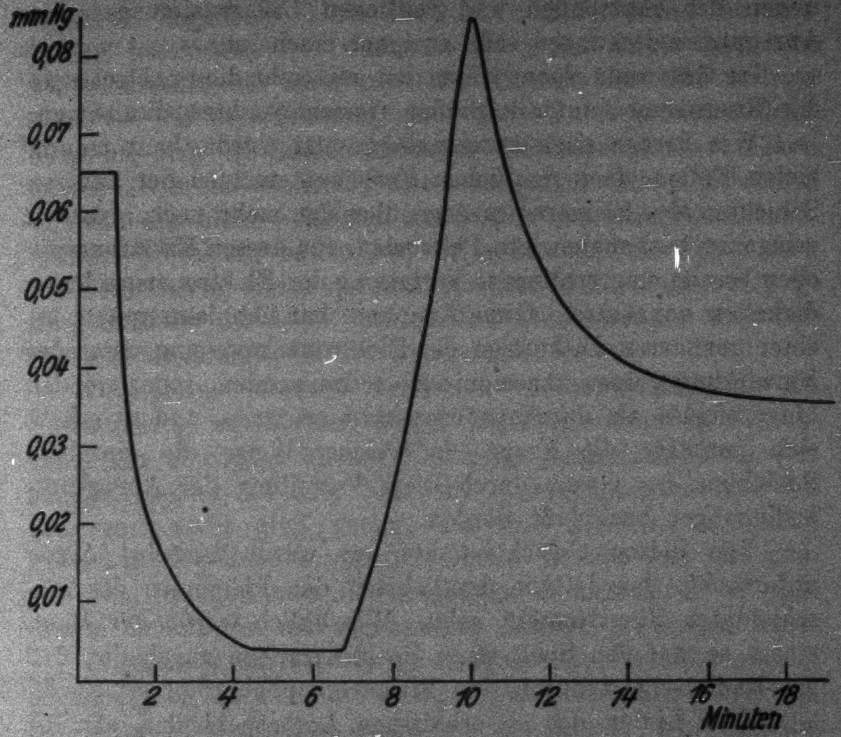


Fig. 11

weisen können und da andererseits bekannt ist, daß die Edelgase nur äußerst selten von festen Oberflächen adsorbiert werden. Wenn man trotzdem zuweilen einen Clean-up-Effekt in Argon gefunden hat [N. Campbell[1]), S. Dushman[2])], so muß er mit der Kathodenzerstäubung oder -verdampfung zusammenhängen.

Teil III. Spektroskopische Untersuchungen

Für den Spektroskopiker bietet der elektrodenlose Ringstrom aus den eingangs geschilderten Gründen viel Interessantes und ist deshalb auch bereits zu wertvollen spektroskopischen Untersuchungen mit Erfolg benutzt worden, allerdings meist nur mit dem Ziele, möglichst viel Linien und Banden auf ein einzelnes Spektrogramm zu bekommen, wofür ja der Ringstrom

---

1) N. Campbell, Phil. Mag. 41. S. 685. 1921.
2) S. Dushman, Gen. El. Rev. 24. S. 195. 1922.

wegen der räumlichen und zeitlichen Differenzierungen der Anregungsbedingungen sehr geeignet erscheint.

Im Gegensatz dazu wollen wir nunmehr die Spektroskopie des Ringstromes unter folgenden Gesichtspunkten diskutieren:

Wie bereits oben auseinandergesetzt wurde, kann man in vielen Fällen einen deutlichen Farbenunterschied der äußeren Schichten des Ringstromes gegenüber den mehr nach innen zu gelegenen beobachten, ein Phänomen, für dessen Erklärung wir oben bereits eine bestimmte Verteilung der Elektronengeschwindigkeiten annahmen. Diese Annahme hat sich dann später bei einer genaueren Diskussion der Elektronenbewegung unter der Einwirkung eines harmonisch schwingenden induzierenden Magnetfeldes als durchaus berechtigt erwiesen, und es erhebt sich nunmehr die Frage, in welcher Weise die einzelnen Schichten des Gases durch diese Verteilung der Anregungsbedingungen beeinflußt werden.

Von diesem Gesichtspunkte aus wurde zunächst Argon untersucht, das ja am deutlichsten das Phänomen des „geschichteten Ringstromes“ zeigt. Wie üblich wurde der Ringstrom so auf den Spalt eines Spektrographen abgebildet, daß ein Radialschnitt durch den Ringstrom photographiert wurde.

Zwei Linien des so erhaltenen Argonspektrums, nämlich $\lambda = 4511$ ÅE. und $\lambda = 4806$ ÅE. sind mit dem Hartmannschen Mikrophotometer der Länge nach durchphotometriert worden. Aus dem bekannten Abbildungsverhältnis kann man daraus auf den Intensitätsverlauf innerhalb des Ringstromes schließen. Das Resultat (Fig. 12) zeigt, daß die dem „blauen“

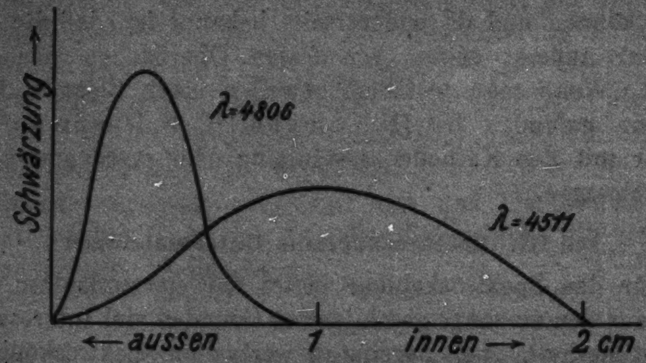


Fig. 12

Spektrum angehörige Linie 4806 nur auf den Rand der Entladung beschränkt ist, während die „rote“ Linie 4511 ihr Emissionsmaximum mehr nach der Mitte zu hat. Von anderer Seite her ist nun bekannt, daß die roten Argonlinien ihren Ursprung stets an Stellen kleinerer Elektronengeschwindigkeit haben, z. B. in der positiven Säule der regulären Glimmentladung, während das blaue Spektrum auf Stellen von energetisch hochwertiger Anregung beschränkt ist, z. B. negatives Glimmlicht. Die Übertragung dieser spektroskopischen Erfahrungen bestätigt also ebenfalls die oben entwickelten Anschauungen über den Elektronenmechanismus des Ringstromes.

Besonderes Interesse versprach in dieser Richtung die Untersuchung von *Helium*, dessen Bandenspektrum ja wie bekannt nur an Stellen kleiner Elektronengeschwindigkeiten vorkommt. Leider ist hier aber der Anregungsunterschied im Ringstrom nicht groß genug, um eine deutliche räumliche Trennung der Banden von den Linien zu erhalten, wie man sie etwa im Ausläufer der negativen Glimmschicht in ganz reinem Helium, in der sogenannten Aureole[1]), erhalten kann.

In Stickstoff war wieder, wie orientierende Versuche zeigten, eine deutliche Trennung der Anregungsverhältnisse zu bemerken, und zwar in demselben Sinne wie bei Argon, d. h. also die negativen Banden waren auf die Peripherie beschränkt, während die positiven Banden auch in die tieferen Regionen des Ringstromes vordringen konnten.

Was das Spektrum des Wasserstoffs anbelangt, so ist vor kurzem hierüber eine sehr eingehende Arbeit von G. Herzberg[2]) erschienen, so daß wir uns hier auf einige ergänzende Bemerkungen beschränken können.

In Wasserstoff liegen die Dinge nicht so übersichtlich und einfach wie in einatomigen Gasen, da hier die Verteilung der spektralen Emission nicht allein von der Elektronengeschwindigkeit abhängt, sondern auch in hohem Maße durch den Dissoziationsgrad bedingt ist. Dieser kann unter Umständen, wie die bekannten Versuche von R. W. Wood[3]) zeigen, recht hoch sein, besonders aber muß man dies in elektrodenlosen

---

[1]) R. Seeliger und G. Mierdel, Ztschr. f. Phys. 19. S. 230. 1923.

[2]) G. Herzberg, Ann. d. Phys. 84. S. 553 u. 565. 1927.

[3]) R. W. Wood, Phil. Mag. 42. S. 729. 1921; 44. S. 538. 1922.

Röhren erwarten, noch dazu, wenn, wie in kugeligen Gefäßen die Oberfläche der Glaswand klein im Verhältnis zum Gesamtvolumen ist. Wir müssen in diesem Falle einen von der Wand nach innen zu zunehmenden Dissoziationsgrad erwarten. Dem entspricht auch die Verteilung der Spektren: das dem H_2-Molekül angehörige Bandenspektrum ist ganz in die Nähe der Wand gedrängt, wo eben durch fortgesetzte Rekombinationen noch genügend viel Moleküle sich bilden können, während das Balmerspektrum weit nach innen zu sich erstreckt, oft sogar noch mit einem Intensitätsmaximum an Stellen, wo vom Bandenspektrum keine Spur mehr zu sehen ist. Herzberg schließt aus der Tatsache, daß die Balmerlinien weit ins Innere hineinreichen, daß ihre Emission nicht durch Elektronenstoß hervorgerufen sein kann, sondern ein Wiedervereinigungsleuchten ist, da es im Innern an Elektronen fehlt, die schnell genug sind, die Balmerserie anzuregen. Demgegenüber ist aber zu erwidern, daß nach den in Teil I angestellten Diskussionen der Elektronenbewegung auch recht schnelle Elektronen und zwar vornehmlich die, für die $\omega t_0 = \frac{\pi}{2}$ ist, ins Innere der Kugel gelangen können, da sie durch das Magnetfeld zu Kreisen mit dem Radius $r/2$ gebogen werden, also bei genügend tiefen Drucken durch den Kugelmittelpunkt gehen müssen. Da diese Elektronen in einem fast ausschließlich aus H-Atomen bestehenden Gase verlaufen, kann man auf sie die unter normalen Verhältnissen, d. h. bei Verwendung molekularen Wasserstoffs, beobachtete Anregungsfunktion nicht anwenden. Es ist sogar plausibel, daß unter diesen Umständen bereits bei verhältnismäßig kleinen Geschwindigkeiten eine intensive Anregung der Balmerserie zustande kommt. Rein aus der Tatsache, daß die Balmerlinien ziemlich intensiv im Innern erscheinen, kann man also nicht zwischen Stoßleuchten oder Wiedervereinigungsleuchten unterscheiden.

Der ungewöhnlich hohe Dissoziationsgrad des Wasserstoffs bringt es auch mit sich, daß sich die Balmerserie in einer Vollständigkeit zeigt, die man sonst nur bei kosmischen Objekten zu beobachten gewohnt ist. Dabei scheint die Erstreckung nach höheren Gliednummern zu in hohem Maße von Verunreinigungen abhängig zu sein, wobei Quecksilberdampf bereits in geringen Mengen sich durch Unterdrückung höherer Balmerglieder besonders bemerkbar macht. Gewöhnliche Kühlung mit flüssiger Luft reicht bei weitem nicht aus, um den Hg-Dampfdruck so weit zu erniedrigen, daß seine Wirksamkeit gegenüber der Balmerserienausdehnung unmerklich wird. Man muß schon das Entladungsgefäß gründlich ausheizen, um die oberflächlich adsorbierten Hg-Mengen, die besonders an Quarz äußerst fest haften, vorher zu entfernen. Mit diesen Vorsichtsmaßregeln konnten ohne weitere Schwierigkeit bereits bei 5 Min. Expositionsdauer mit einem verhältnismäßig lichtschwachen Quarzspektrographen (f: 9) bis zu 12 Glieder der Balmerserie erhalten werden, während **Herzberg**, der die ganze Entladungsröhre in flüssige Luft tauchen konnte, bis zu 23 Glieder erhielt.

Das kontinuierliche Spektrum von Wasserstoff konnte ebenfalls in beträchtlicher Intensität erhalten werden, und zwar stets dort, wo auch die Viellinien zu sehen waren, d. h. im wesentlichen auf schmale Randzonen beschränkt. Wahrscheinlich ist dies mehr die Folge davon, daß am Rand die Zahl der Wasserstoffmoleküle beträchtlich ist, als daß dort die mittleren Elektronengeschwindigkeiten größer sind als im Innern Typisch ist für das beobachtete Kontinuum der ziemlich beträchtliche Intensitätsanstieg nach kurzen Wellen zu, der in der Gegend von 2500 ÅE. sein Maximum zu haben scheint, wenn dieses nicht durch die dann bald beginnende Quarzabsorption vorgetäuscht ist und in Wirklichkeit bei noch kürzeren Wellen läge. (Fig. 13, Taf. XVI.)

Gerade dieser Intensitätsanstieg nach dem kurzwelligen Ende zu bietet der von **L. Schüler** und **K. L. Wolf**[1]) vorgeschlagenen Deutung des Kontinums als ein Rekombinationsspektrum entsprechend dem Vorgang

$$H + H = 2H$$

große Schwierigkeiten, da man für die weite Erstreckung ins Ultraviolette enorme Geschwindigkeiten der sich vereinigenden Atome annehmen müßte. In dieser Beziehung scheint eine von **Herzberg** (a. a. O.) vorgeschlagene Deutung mehr zu leisten, daß nämlich die Emission des kontinuierlichen Wasserstoffspektrums zusammenhängt mit dem Zerfall des positiven Molekülions, der etwa in der Weise

---

[1]) **L. Schüler** und **K. L. Wolf**, Ztschr. f. Phys. 33. S. 42. 1925.

$$H_2^+ + H_2 = H_3^+ + H$$

vor sich gehen könnte. Auf diese Weise kommt man in den starken Feldern der Randpartie leicht zu ausreichenden Geschwindigkeiten der H_3^+-Ionen für die Erklärung der kurzwelligen Erstreckung des Kontinuums.

Bezüglich weiterer Einzelheiten muß auf die sehr sorgfältige Diskussion in der zitierten Arbeit von G. Herzberg hingewiesen werden.

Zusammenfassung

1. Die Bewegung von Ionen in elektrischen Feldern sehr hoher Wechselzahl wird diskutiert und daraus für den elektrodenlosen Ringstrom der Schluß gezogen, daß als ionisierender Faktor hier nur die Elektronen in Frage kommen. Die sich daraus weiter entwickelnden Folgerungen können zum Teil durch Sondenmessungen belegt werden.

2. Die Messung der Anfangsspannung ergibt bezüglich der Druckabhängigkeit qualitative Übereinstimmung mit den an Innenelektroden gewonnenen Resultaten. Die Werte der Anfangsspannung liegen allerdings durchweg höher als dort, was sich ebenfalls durch den Fortfall der Ionisation von seiten positiver Ionen erklären läßt.

3. Das „Clean-up"-Phänomen wird in Wasserstoff, Stickstoff, Sauerstoff und Luft untersucht. Als Ursache der Gasaufzehrung ergab sich in allen Fällen die Bildung von aktiven Modifikationen bzw. chemischen Verbindungen, die von der Glasoberfläche adsorbiert werden, und zwar um so mehr, je kälter sie ist. In Argon zeigte sich wie erwartet keine Druckverminderung.

4. Spektroskopische Untersuchungen von Argon und Stickstoff ergaben die aus der entwickelten Theorie folgende radiale Intensitätsverteilung der einzelnen Frequenzen. In Wasserstoff tritt wegen des hohen Dissoziationsgrades die Balmerserie besonders stark in Erscheinung. Auch das kontinuierliche Spektrum des Wasserstoffs zeigt sich sehr intensiv und zwar mit einem weit im Ultravioletten gelegenen Intensitätsmaximum.

Greifswald, Physikalisches Institut der Universität, Februar 1928.

(Eingegangen 6. Februar 1928)

8. *Bemerkung zu meiner Arbeit über Farbe und Magnetismus von Ionen*[1]);

von Georg Joos

Vor ungefähr einem Jahr wurde vom Verfasser auf Grund verschiedener Tatsachen geschlossen, daß die Träger der Farbe bei den Ionen der Übergangselemente nicht, wie heute in der Atomphysik fast allgemein angenommen wird, die freien Ionen sind, bei denen nach der üblichen Erklärung infolge des gleichzeitigen Ausbaus verschiedenquantiger Elektronengruppen die Unterschiede zwischen den Energiestufen so klein sein sollen daß bereits sichtbares Licht absorbiert werden kann, obwohl es sich um Systeme mit zwei oder drei überschüssigen positiven Ladungen handelt. Demgegenüber wurde die Ansicht vertreten, daß die Träger der Farbe in Wirklichkeit Komplexmoleküle sind, welche nicht durch stetige Deformation der Elektronenhülle, sondern durch völlige Neuordnung der äußersten Elektronengruppen gebildet werden. Die zu diesem Ergebnis führenden Schlüsse waren zum Teil durch Extrapolation gewonnen worden: Da zu dieser Zeit von den in Frage stehenden Elementen die den Salzionen entsprechenden freien Ionen in bezug auf ihre Spektren nicht bekannt waren, wurde aus der Ultraviolettverschiebung der Absorptionslinien beim Übergang vom Bogenspektrum zum ersten Funkenspektrum auf eine weitere Ultraviolettverschiebung beim Übergang zu den höheren Ionisierungsstufen geschlossen, welche eine Absorption im Sichtbaren als unmöglich erscheinen ließ. Neuerdings ist nun das Spektrum von Ti^{++} und dasjenige von Ti^{+++} durch H. N. Russel und G. Lang[2]) aufgenommen und in Terme geordnet worden. Nach dieser Ordnung liegt das erste Absorptionsmultiplett des Ti^{++} bei 1300 ÅE., das von Ti^{+++} bei 780 ÅE.

---

[1]) G. Joos, Ann. d. Phys. 81. S. 1076. 1926.

[2]) H. N. Russel und G. Lang, Astrophys. Journ. 66. S. 13. 1927.

Vergleicht man damit die Farbe der dieselben Ionen enthaltenden Titansalze ($TiCl_3$ und TiJ_3 schwarz, wäßrige Lösungen von Ti^{+++}-Salzen violett oder grün, feste Ti^{+++}-Salze je nach der Hydratart violett oder grün!), so sieht man, daß die Absorptionsgebiete derart weit auseinander liegen, daß eine kontinuierliche Überführung des Trägers der einen Absorptionslinie in den der andern ebensowenig in Frage kommt wie bei dem a. a. O. als Beispiel angeführten Jodmolekül bzw. -atom. Durch diese Bestätigung der Extrapolation erhalten naturgemäß auch die dort für den Magnetismus von Salzen gezogenen Schlüsse, daß nämlich die auf Grund der Annahme freier Ionen berechneten Magnetonenzahlen mit der Erfahrung nicht übereinstimmen *können* (wie es ja in der Tat der Fall ist), da die magnetischen Aufspaltungsbilder der betreffenden Komplexe noch unerforscht sind, eine bessere Stütze.

Jena, Physikalisches Institut, Januar 1928.

(Eingegangen 17. Januar 1928)

9. *Nachtrag zu meiner Arbeit: „Über die elektrolytische Zersetzung des Glases“*[1]; *von P. Selényi*

(Aus dem Forschungslaboratorium „Tungsram“
der Vereinigten Glühlampenfabrik und Elektrizitäts A.-G. Ujpest)

In der zitierten Arbeit wurde die im Falle einer unlöslichen Anode erwartete Sauerstoffentwicklung bei der Elektrolyse des Glases vermittelst einer gewöhnlichen Vakuumlampe qualitativ nachgewiesen. — Es wurde hierzu folgende Anordnung verwendet: Die etwa mit Nennspannung brennende Lampe tauchte in ein Bad von geschmolzenem Salpeter, welches über ein Milliamperemeter mit dem negativen Lampenpol verbunden war. Es floß dann zwischen Glühfaden und Salpeterbad über Gasraum und Kolbenwand ein Strom von mehreren Milliamperes, wobei der durch Stoßionisation leitend gewordene Gasraum den Stromtransport besorgte und zugleich die unlösliche Anode bildete. — Während des Stromdurchganges wandert unter Zersetzung des Kolbenglases *Na* nach außen, wobei im Lampeninneren Sauerstoff frei wird. — Es wurde auch versucht, die entwickelte Sauerstoffmenge aus dem gemessenen Abbau des Wolframfadens quantitativ zu bestimmen, doch es zeigte sich, daß der größte Teil des Sauerstoffs nicht vom Glühfaden, sondern von den kupfernen Elektroden aufgezehrt wurde.

Durch diese Beobachtung angeregt, wurde dann zum quantitativen Nachweis der Sauerstoffentwicklung folgender Versuch unternommen: In einem auf entsprechend kleinen Druck evakuierten Entladungsgefäß wurde zwischen zwei Kupferplattenelektroden mit einer Wechselspannung von etwa 1000 Volt eine Glimmentladung aufrecht erhalten; das Gefäß tauchte in ein Salpeterbad, und zwischen diesem und der einen Elektrode wurde eine Gleichspannung von 300 Volt mit richtiger Polarität eingeschaltet. — Es floß dann durch den Gasraum und Kolben ein Strom von etwa 30 Milliampere zur Schmelze, dessen Stärke infolge Bildung der bekannten schlechtleitenden Schicht von Kieselsäure an der inneren Kolbenfläche allmählich abnahm; gleichzeitig erschien an den kupfernen Elektroden ein zunehmender Überzug von Kuprioxyd. — Mit einem zwischengeschalteten Kupfervoltameter wurde die während zwei Stunden durchgegangene Strommenge bestimmt, danach wurde das Gefäß geöffnet, die Elektroden vorsichtig herausgenommen, abgewogen, in Wasserstoff reduziert und wieder abgewogen. — Es wurde eine Sauerstoffaufnahme von 2,0 mg gefunden; nach der im Voltameter ausgeschiedenen Kupfermenge von 8,4 mg sollte die entwickelte Sauerstoffmenge 2,1 mg betragen. — Die Übereinstimmung ist eine durchaus zufriedenstellende; es ist damit bewiesen, daß bei der elektrolytischen Zersetzung des Glases die Sauerstoffentwicklung quantitativ erfolgt.

---

[1] Ann. d. Phys. 84. S. 111. 1927.

Ujpest, den 12. Januar 1928.

(Eingegangen 31. Januar 1928)

10. *Nachtrag zur Arbeit: „Über das Spektrum der CaSrS-Samarium-Mischphosphore“;*

von M. Travniček

(Aus dem Physikalischen Institute der Universität Graz)

In ihrer Arbeit[1]) über die Emission der Phosphore II zitieren R. u. H. Tomaschek einen Satz aus meiner letzten Arbeit[2]) und knüpfen daran die völlig unzutreffende Vermutung, daß ich bei der Herstellung der Phosphore eine geringere Quantität Schwefel benützt habe, als zur vollen chemischen Umsetzung der Erdalkalioxyde notwendig ist. Um derartigen Mißverständnissen vorzubeugen, möchte ich hier noch einmal ausdrücklich darauf hinweisen, obwohl ich es in meiner Arbeit mehrmals[3]) betont habe, daß ich stets mit Schwefelüberschuß gearbeitet habe und bei den Sulfidphosphoren, über die ich bis jetzt berichtet habe, nie zu geringen Schwefelzusatz verwendete; ich konnte daher auch bei den Sm-Mischphosphoren der Serie II nie das entsprechende Oxydspektrum beobachten.

Wenn ich am Schlusse meiner letzten Arbeit schrieb: „Es ist nun möglich gemacht, durch die Beobachtung der Lage der Emissionsspektren an Samariummischphosphoren den Verlauf der chemischen Bindung des Schwefels zwischen Ca und Sr zu verfolgen, wenn bei Herstellung dieser Phosphore eine geringere Quantität Schwefel benützt wird, als zur vollen chemischen Umsetzung der Alkalioxyde[4]) notwendig ist“, so wollte ich damit nur der Meinung Ausdruck geben, daß aus meinen bisherigen Versuchen, kombiniert mit noch anzustellenden Versuchen mit zu wenig Schwefel (solche sind bereits im Gange), vielleicht gewisse Schlüsse über den Aufbau der Mischphosphore gezogen werden können.

---

[1]) R. u. H. Tomaschek, Ann. d. Phys. 84. S. 1047. 1927.

[2]) M. Travniček, Ann. d. Phys. 84. S. 823. 1927.

[3]) M. Travniček, a. a. O. 79. S. 239. 1926; 84. S. 826 u. 831. 1927.

[4]) Ich benütze diese Gelegenheit, einen sinnlosen Druckfehler in meiner Arbeit zu verbessern. Es soll hier natürlich Erdalkalioxyde heißen, statt Alkalioxyde.

Der Deutungsweise, die R. u. H. **Tomaschek** ihren Beobachtungsergebnissen gegeben haben, kann ich mich nicht anschließen und hoffe, daß über die Widersprüche unserer Arbeiten ein schriftlicher Meinungsaustausch und weitere Untersuchungen Klarheit schaffen werden.

(Eingegangen 13. Februar 1928)

11. *Ein Apparat zur Bestimmung der Siedepunktserhöhung;*

von Franz Rusch

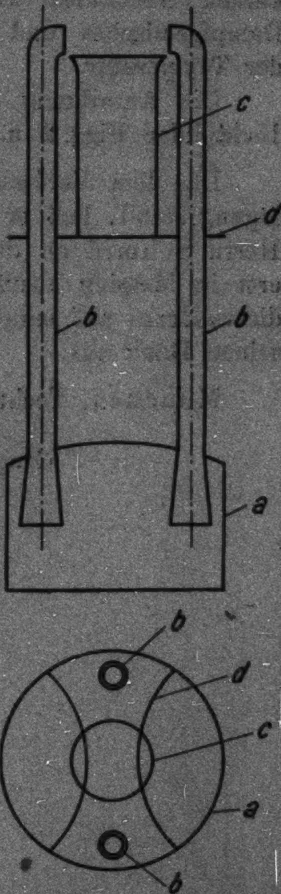
(Hierzu Tafel XVII)

Bei den Übungen im Physikalisch-chemischen Praktikum an der Technischen Hochschule in München wurde für „Siedepunktserhöhung“ bisher der Apparat von Swientoslawsky benutzt.

Dieser Apparat ist ziemlich teuer in den Anschaffungskosten und bei ungeschickter Behandlung leicht der Zerstörung ausgesetzt.

Das führte den Verfasser dazu, einen Apparat zu konstruieren, bei dem der gefährdetste Teil nur ein Reagenzrohr ist. Außerdem arbeitet der neue Apparat sehr zuverlässig.

Er besteht aus einem etwa 4 cm weiten und 24 cm hohem Reagenzrohr, in dem sich die Geysirpumpe befindet (vgl. Fig. 1). Diese besteht aus einem 2,5 cm hohem Rohr, das in das Reagenzrohr satt paßt. Das Rohr ist oben mit einem Deckel geschlossen, durch den die zwei Steigrohre gehen. Sie haben eine lichte Weite von etwa 4 mm und erheben sich mit ihren rechtwinklig umgebogenen Enden etwa



a = Dampfsammelraum.
b = Steigrohre.
c = Schutzrohr.
d = Mittelstütze.

Fig. 1 Die Pumpe $^2/_3$ nat. Größe.

8,5 cm über den Deckel. Ins Innere des Rohres ragen sie etwa 18 mm mit konisch erweiterten Enden hinein. Sie sind in der Mitte noch mit einer Querstütze verbunden, die gleichzeitig die zentrale Stellung des Pumpapparates im Reagenzrohr sichert. Die Querstütze trägt auch das Thermometerschutzrohr (das auch weggelassen werden kann).

Der Abschlußstopfen des Reagenzrohres hat drei Bohrungen, eine zentrale für das Beckmannthermometer und zwei seitliche, die eine für das Einwurfrohr, die andere für den Rückkühler.

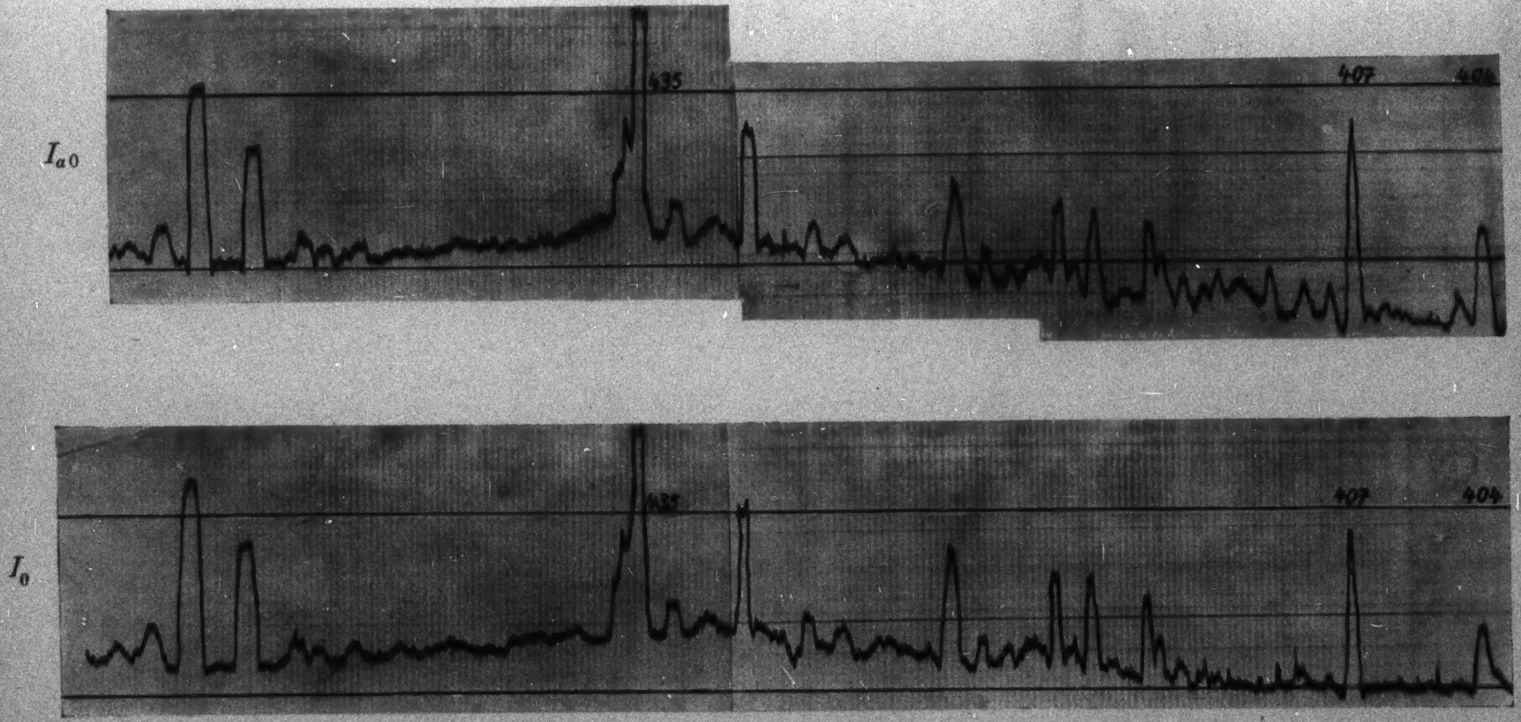
Wird der Apparat in Betrieb gesetzt, so sprudeln aus den beiden Steigrohren auf das Thermometergefäß in ganz kurzen Abständen zwei kräftige Ströme des Flüssigkeits-Dampfgemisches und bewirken ein rasches Konstantwerden der Temperatur.

Die Anordnung des Apparates wird durch die beiden Lichtbilder Figg. 2 u. 3, Taf. XVII noch weiter klargestellt.

Da dem Verfasser kostenlos kein Glasbläser zur Verfügung stand, ließ er den Pumpapparat von dem Mechaniker Herrn Schmid an der Pionieroffizierschule in München vorerst in Messing ausführen. Dem verständnisvollen Eingehen dieses Herrn auf seine Absichten spricht der Verfasser hiermit seinen Dank aus.

München, Technische Hochschule.

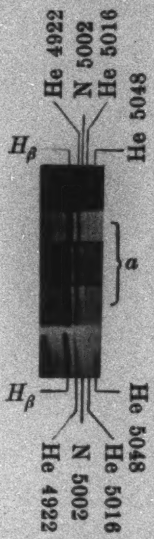
(Eingegangen 23. Februar 1928)



Polarisation des Dreiprismenspektrographen mit abbildender Quarzlinse.

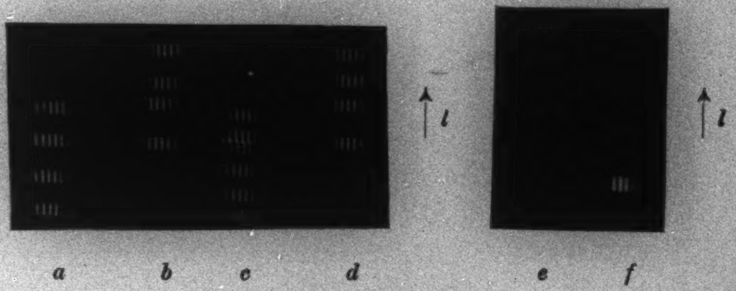
Fig. 2

E. Rupp


He 4922
N 5002
He 5016
He 5048
H_β
a
H_β
He 5048
He 5016
N 5002
He 4922

Polarisation von He-Kanalstrahlen

Fig. 3



a V = 5000 Volt *E* = 0
b V = 5000 Volt *E* = 150 V/cm
c V = 10000 Volt *E* = 150 V/cm
d V = 10000 Volt *E* = 500 V/cm
e V = 20000 Volt *E* = 150 V/cm
f V = 20000 Volt *E* = 500 V/cm
l = Abklingweg

Fig. 10

E. Rupp

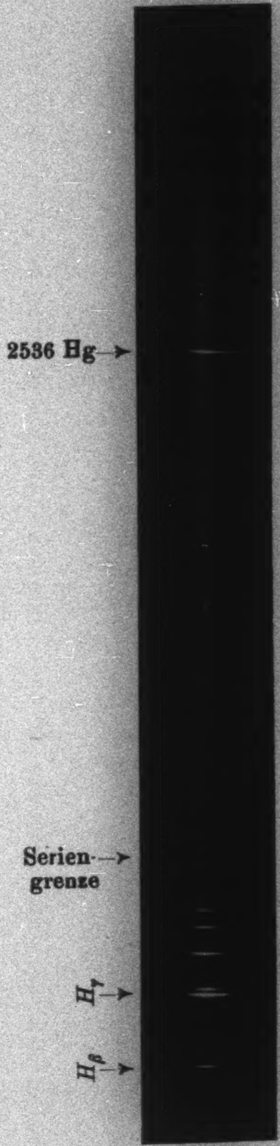

2536 Hg
Seriengrenze
H_γ
H_β

Fig. 13

G. Mierdel

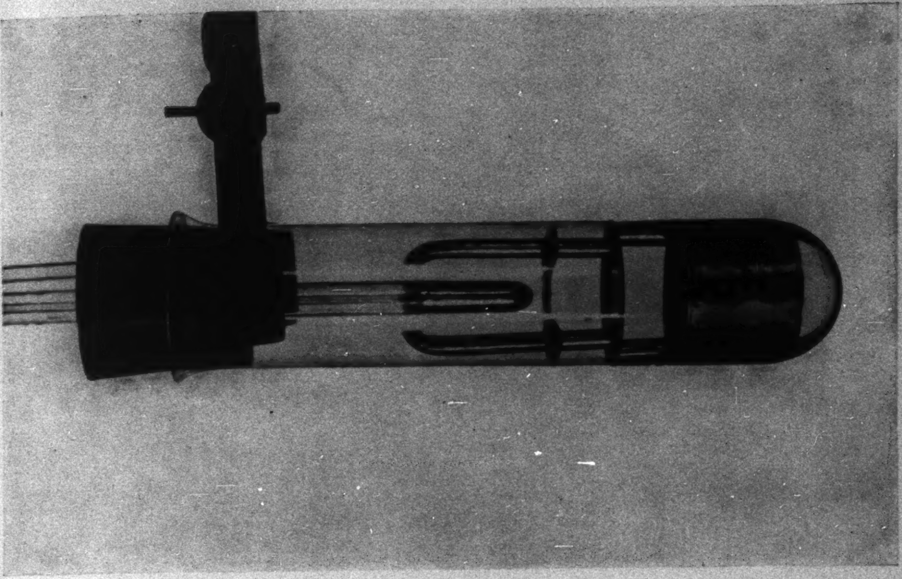


Fig. 3

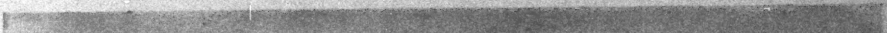


Fig. 2

F. Rusch

Max Planck zum 70. Geburtstage

1928 № 6

ANNALEN DER PHYSIK

VIERTE FOLGE BAND 85

1. *Über die Hochfrequenz-Glimmentladung in Wasserstoff;*

von E. Hiedemann

(Hierzu Tafel XVIII bis XX)

Die Glimmentladung, die durch Anlegen elektrischer Wechselfelder höherer Frequenz an ein Entladungsrohr hervorgerufen wird, ist für gedämpfte Wellen durch die grundlegenden Arbeiten von H. Ebert und E. Wiedemann[1]) im großen und ganzen qualitativ bekannt. Die quantitativen Resultate der älteren Arbeiten sind nur ganz rohe, orientierende Annäherungswerte, da bei dem damaligen Stande der Hochfrequenztechnik und der Hochfrequenz-Meßmethode exakte Messungen nicht möglich waren. Erst in den Arbeiten von R. Wachsmuth[2]) und seinen Schülern wurden einwandfreie Meßmethoden und saubere Versuchsbedingungen angewendet. So konnte denn auch durch die von R. Wachsmuth ausgeführten oder angeregten Arbeiten[2]) die elektrodenlose Ringentladung in weitem Maße untersucht und grundlegend geklärt werden. Die andere Form der Hochfrequenz-Glimmentladung mit zwei wohldefinierten Elektroden wurde in den letzten Jahren mit Verwendung ungedämpfter Wellen quantitativ exakt untersucht; jedoch sind nur die Zündspannungen oder die minimalen Brennspannungen gemessen worden. E. O. Hulburt[3]) hat die Zündspannungen für Frequenzen von $3 \cdot 10^5$ bis $4 \cdot 10^6$ in Wasserstoff, Sauerstoff und Luft gemessen. C. Gutton, S. K. Mitra und V. Ylöstalö[1]) untersuchten dann die Zündspannungen in trockener Luft für Frequenzen von 50—$2{,}14 \cdot 10^6$ und später C. Gutton[2]) für den Frequenzbereich von etwa $6 \cdot 10^6$ bis etwa $1{,}2 \cdot 10^7$. F. Kirchner[3]) hat dann mit einer zwar etwas umständlichen aber dafür auch sehr sauberen und einwandfreien Methode die Zünd- und minimalen Brennspannungen von Luft, Wasserstoff, Sauerstoff und Neon für einen großen Frequenzbereich gemessen. Die ganz kürzlich veröffentlichte Arbeit von E. W. B. Gill und R. H. Donaldson[4]) über die minimalen Brennspannungen von Wasserstoff muß wohl in Unkenntnis der F. Kirchnerschen Arbeit ausgeführt worden sein; denn sie enthält — außer der Art der Potentialmessung — nichts Neues gegenüber der Arbeit von F. Kirchner.

---

[1]) H. Ebert und E. Wiedemann, Wied. Ann. **48**. S. 549. 1893; Sitzungsber. Phys.-med. Soc., Erlangen **24**. S. 84 u. 241. 1892; Wied. Ann. **49**. S. 1 u. 32. 1893; **50**. S. 1 u. 221. 1893; **62**. S. 174. 182 u. 187. 1897.

[2]) R. Wachsmuth, Ann. d. Phys. **39**. S. 611. 1912; R. Wachsmuth u. B. Winawer, Ann. d. Phys. **42**. S. 585. 1913; R. Wachsmuth, Festschr. z. Jahrhundertf. d. Phys. Ver. Frankfurt a. M. S. 39. 1924; R. Wachsmuth u. W. Schütz, Ann. d. Phys. **78**. S. 57. 1925.

[3]) E. O. Hulburt, Phys. Rev. **20**. S. 127. 1922.

Quantitative und dazu zum Teil sehr wertvolle (Kirchner) Resultate liegen also für die Hochfrequenz-Glimmentladung (bei Anregung mit ungedämpften Schwingungen) wenigstens für die Zünd- und minimalen Brennspannungen vor — dabei ist die Hochfrequenz-Glimmentladung nicht einmal qualitativ völlig bekannt. Mit der Kenntnis der Hochfrequenz-Glimmentladung bei gedämpften Wellen ist die Kenntnis der Glimmentladung bei ungedämpften Wellen nicht notwendig identisch. Können nicht bei der Glimmentladung, die durch Anregung mit ungedämpften Wellen ganz scharfer Frequenz hervorgerufen wird, Erscheinungen auftreten, die durch die Inkonstanz und Verschwommenheit der gedämpften Wellen nicht zu bemerken sind? Sollte es z. B. nicht möglich sein, mit ungedämpften Wellen eine Schichtentladung zu finden, die bei den gedämpften Wellen — eben wegen der Verschwommenheit der elektrischen Verhältnisse nie zu finden war? Dies war die Fragestellung, die den Ausgangspunkt für die Arbeit bildete, die hier berichtet wird. Die einzige Beobachtung über eine geschichtete Hochfrequenz-Entladung ist die von K. Przibram[5]), aber die von ihm berichtete Schichtung ist so abnormal, daß er selbst schon einsah, daß es sich bei ihm nicht um eine wirkliche Schichtentladung handeln kann. Przibram berichtet: Wird ein 1 m langes, 2,5 cm weites, auf etwa 10 mm Hg evakuiertes Rohr in das Feld der Scheibe (Metallscheibe, die mit einem Pol eines Teslatransformators verbunden ist) gebracht, so sieht man: von dem der Scheibe zunächst gelegenen Ende des Rohres geht eine etwa 80 cm lange Lichtsäule aus, an diese schließt sich ein dunkler Raum von ein paar Zentimetern und dann wieder eine leuchtende Partie mit verschwommenem Ende an. Man sieht schon aus der Beschreibung, daß es sich nicht um eine normale Schichtentladung handeln kann. Doch ist dieses die einzige Beobachtung über eine geschichtete Hochfrequenz-Glimmentladung. Es existiert aber eine sehr schöne, zu der Gleichstrom-Schichtentladung völlig analoge Hochfrequenz-Schichtentladung, über die unten ausführlich berichtet wird. Weil Wasserstoff am leichtesten Schichten bildet und auch bei größter Reinheit noch Schichtentladung aufweist, wie Neubert[1]) gezeigt hat, wurde die Schichtentladung im Wasserstoff gesucht. Es wurde dann bei denselben klaren elektrischen Bedingungen, bei denen die Schichtentladung auftrat, die Hochfrequenz-Glimmentladung überhaupt studiert, wobei besonders diejenigen elektrischen Messungen berücksichtigt wurden, die bisher nicht ausgeführt waren — im Gegensatz zu den Messungen der Zünd- und minimalen Brennspannungen. Es erschien weiterhin angebracht, auch einmal qualitativ die Glimmentladung bei ungedämpften Schwingungen einer reinen Frequenz mit der bekannten Glimmentladung bei gedämpften Schwingungen zu vergleichen. Zu diesem Zwecke wurden qualitativ die Glimmentladungen in Luft, Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff und Argon eingehend auf die Art und das Aussehen der Entladungen untersucht.

---

[1]) C. Gutton, S. K. Mitra, V. Ylöstalö, Compt. rend. 176. S. 1801. 1923.

[2]) C. Gutton, Compt. rend. 178. S. 467. 1924.

[3]) F. Kirchner, Ann. d. Phys. 77. S. 287. 1925.

[4]) E. W. B. Gill u. R. H. Donaldson, Phil. Mag. July 1926.

[5]) K. Przibram, Wien. Ber. 113a. S. 439. 1904; Ann. d. Phys. 14. S. 378. 1904.

Die Versuchsanordnung und Meßmethoden

a) Die Vakuumapparatur

Es wurde die übliche Vakuumanordnung verwendet: Wasserstrahlpumpe, Vorvakuum, zweites Vorvakuum, das mittels Hähnen einmal als Vorvakuum, einmal als Hauptvakuum geschaltet werden konnte, Quarzpumpe nach Vollmer. Hieran schloß sich die eigentliche Vakuumapparatur (vgl. Fig. 1).

---

[1]) P. Neubert, Phys. Ztschr. 25. S. 430. 1914.

Die Pumpe konnte mittels des Hahnes H_1 von der Apparatur abgeschlossen werden. Hinter H_1 lag ein U-Rohr, das dauernd mit einem Aceton–Kohlensäuregemisch gekühlt wurde. Leider konnte mangels einer Luftverflüssigungsanlage nicht mit flüssiger Luft gekühlt werden, dadurch wurde die Exaktheit der Untersuchung leider beeinträchtigt. Dann folgte ein Literkolben K_1, der mittels der Hähne H_2, H_3, die als Gasschleuse dienten, von der Hauptvakuumleitung abgeschlossen werden konnte. An diesen Kolben war ein Manometer M_1 angeschlossen, und mit einem Normalschliff ein Rohr G, das zur Gasentwicklung diente. Um reinen Stickstoff zu erzeugen, wurde chemisch reines Natriumazid[1]) in das Rohr G gefüllt, und alles im Hochvakuum bis zum Kleben des Quecksilbers im Mc Leodmanometer ausgepumpt. Darauf wurde das Natriumazid vorsichtig erwärmt bis zu der explosionsartigen Entwicklung des reinen Stickstoffes, der dann durch die Gasschleuse H_2, H_3 in gewünschter Menge in die Apparatur eingelassen werden konnte. Zur Erzeugung des Sauerstoffes wurde in gleicher Weise Kaliumpermanganat verwendet; der erzeugte Sauerstoff wurde dann noch durch Überleiten über KOH-Stangen und Phosphorpentoxyd gereinigt und getrocknet. Bei den Messungen in Wasserstoff wurde der Kolben zur Feineinstellung des Druckes verwendet. Dazu

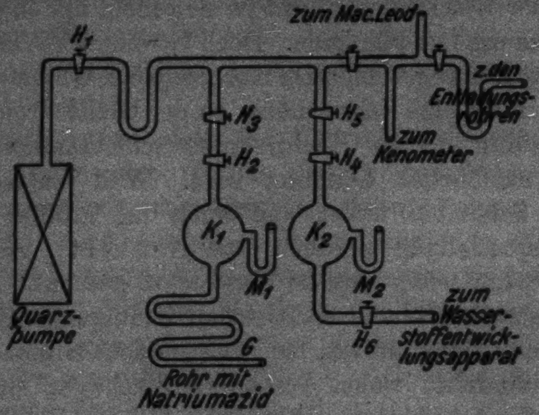


Fig. 1

---

[1]) E. Tiede, Ber. 49. S. 1742. 1916.

wurde der Kolben nach vorherigem gründlichen Auspumpen mit reinem Wasserstoff bis zu einem Druck gefüllt, der etwas über dem gewünschten Druck lag. So konnte man nach vorheriger Grobeinstellung des Gasdruckes durch die eigentliche Wasserstoffanlage den Druck bequem bis auf 0,1 Promille genau einstellen. Es war nämlich wegen der großen Druckempfindlichkeit der Schichtentladungen ein absolut konstanter Druck nötig. Aus diesem Grund hätte die Verwendung strömenden Gases unnötig große Schwierigkeiten gemacht. Auf den Kolben K_1 folgte dann der Kolben K_2, der ebenfalls mittels zweier Hähne H_4, H_5, die auch als Gasschleuse dienten, von der Hauptvakuumleitung abgetrennt war und der das eigentliche Wasserstoffreservoir darstellte. An K_2 war das Manometer M_2 und ferner ein Ansatzrohr angeschlossen, das über den Hahn H_6 zu der Wasserstoffentwicklung führte. Dieses bestand zuerst aus einem angeschmolzenen Palladiumrohr, um in üblicher einfacher Weise Wasserstoff in die Apparatur einzulassen. Es erwies sich aber der so dargestellte Wasserstoff als nicht verwendbar; bei den sehr großen Hochfrequenzenergien liefen nach Einschalten des Hochfrequenzstromes auf die Entladungsröhren diese braun an, wobei der Gasdruck sich veränderte. Der braune Niederschlag erwies sich bei chemisch-analytischer Prüfung als Kohlenstoff. Der durch das glühende Palladiumrohr hindurchdiffundierende Wasserstoff war mit Kohlenwasserstoffen vermengt, die in dem starken Hochfrequenzfelde zerspalten wurden, wobei sich der Kohlenstoff auf die Glaswände niederschlug. Diese Wasserstoffentwicklung konnte daher nicht verwendet werden, auch weil die Verunreinigung des Entladungsrohres durch den niedergeschlagenen Kohlenstoff die Versuchsbedingungen — Wandladungen usw. — dauernd verändert haben würde.[1]) Es hätte der Wasserstoff durch Glühen eines Pal-

---

1) Auch das Einlassen von Wasserstoff durch Verbrennen reinen Wasserstoffs scheint bedenklich zu sein, da in der Luft vorhandene Benzol- und vor allem Ätherdämpfe mit durchzudiffundieren scheinen. Der einfachste Nachweis des Vorhandenseins von Spuren von Kohlenwasserstoffen ist das Auftreten des braunen Kohlenstoffniederschlages, da alle Kohlenwasserstoffe in dieser Entladung zersetzt werden. Eine umfassende Untersuchung über das Verhalten der Kohlenwasserstoffe in der Hochfrequenz-Glimmentladung ist im Kölner Institut im Gange und wird in diesem Jahre noch veröffentlicht werden.

ladiumrohres in einer Wasserstoffkammer entwickelt werden können, doch wurde aus Gründen der Einfachheit eine elektrolytische Entwicklung vorgezogen (vgl. Fig. 2).

Der elektrolytische Wasserstoff-Entwicklungsappart war in einfacher und äußerst bequemer Weise aus einem Kippschen Apparat konstruiert. In den oberen und unteren Tubus des Kippapparates waren die Elektroden *El* dicht eingekittet — mit Pizein —, in dem gut geschliffenen mittleren Tubus *T* steckte ein Glasschliff, der über den Hahn *H* zu einer mit konzentrierter Schwefelsäure gefüllten Waschflasche *W* führte. Daran schloß sich ein Chlorcalciumrohr *C*, daran endlich ein Quarzrohr *Q* mit rotglühendem Platinasbest zur Verbrennung etwa noch vorhandener Sauerstoffreste und dann endlich der Hahn H_5 des Wasserstoffreservoirs. Bei Verwendung von Natronlauge wurde der Kippapparat mit einem Aufsatz abgeschlossen, der Natriumhydroxyd enthielt, um die Kohlensäure der Luft von der Natronlauge fernzuhalten. Es hat sich als praktisch erwiesen, ein offenes Manometer M_0 an die Wasserstoffleitung anzuschmelzen, damit man dafür sorgen konnte, daß keine Druckdifferenz zwischen der Atmosphäre und dem Inhalt der Wasserstoffleitung bestand, da dann die Betriebszuverlässigkeit der Anlage am besten gesichert war. Als Elektrolyt wurde sowohl Schwefelsäure wie Natronlauge verwendet, als Elektroden Platin bei Schwefelsäure, Nickel oder Graphit bei Natronlauge. Die letztere Art der Wasserstoffentwicklung hat sich am besten bewährt.

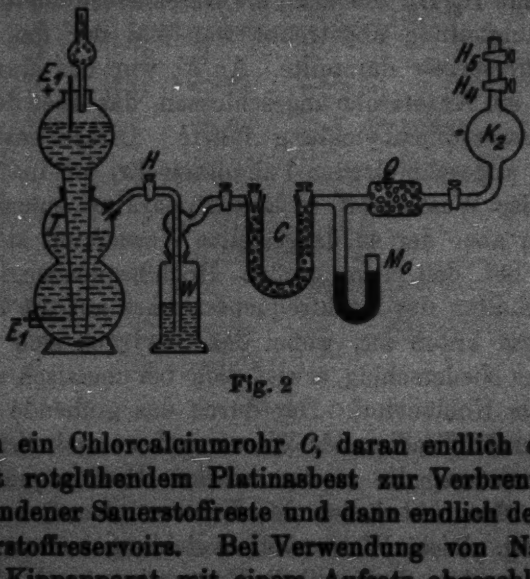


Fig. 2

An die Hauptvakuumleitung waren ferner die Manometer angeschlossen, und zwar für die Drucke unter 1 mm ein Mc Leodmanometer nach Gaede und für den Druckbereich von 1 bis 15 mm ein Kenometer nach v. Rheden. Es folgten dann zwei U-Rohre, die mit Aceton–Kohlensäure gekühlt wurden und dann die Entladungsrohre. Zu den Vorversuchen wurden die verschiedenartigsten Röhren verwendet, vgl. Fig. 3. Außerdem war zur nochmaligen Trocknung noch ein Rohr mit P_2O_5 an die Apparatur geschmolzen.

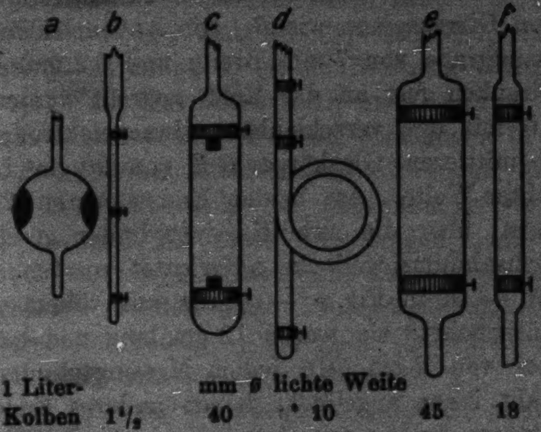


Fig. 3

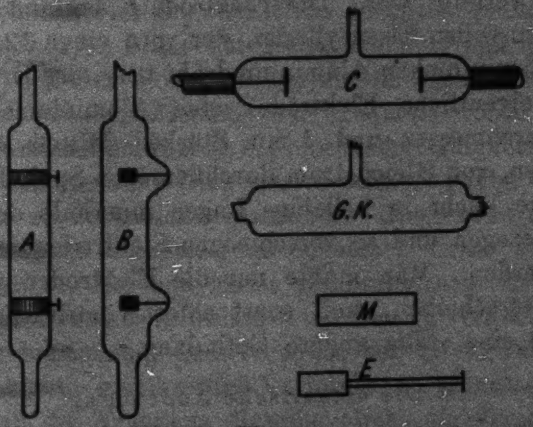


Fig. 4

Für die Hauptmessungen wurden die Rohre *A*, *B* und *C* der Fig. 4 benutzt.

Das Innenelektrodenrohr *B* bestand aus einem Rohr von 30 mm lichtem Durchmesser, in das zwei scheibenförmige Aluminiumelektroden von 15 mm Durchmesser seitlich eingeschmolzen waren; der Elektrodenabstand betrug 10 cm. Das Außenelektrodenrohr *A* bestand aus einem Glasrohr von genau den gleichen Dimensionen wie *B*. Die Außenelektroden selbst waren Messingringe von 7 mm Breite und 0,2 mm Dicke, die mittels Schrauben fest an das Rohr gepreßt werden konnten. Das Rohr *C* mit den verschiebbaren Innenelektroden bestand aus einem mittleren Glaskörper *G K* von 20 cm Länge und 30 mm lichter Weite. An beiden Enden waren 2 cm lange Verjüngungen, über die zwei Messingzylinder geschoben und mittels Hochvakuumsiegellacks aufgekittet wurden. Die Messingzylinder — *M* in Fig. 4 — waren aus vollem gezogenem Messing ausgebohrt; sie waren 12 cm lang und hatten einen Durchmesser von 2 cm. In jedem Messingzylinder war ein dünner Draht innen angelötet, dessen anderes Ende des besseren Kontaktes halber mit der verschiebbaren Elektrode (*E* in Fig. 4) verlötet war. Die Elektrode *E* bestand aus einem 2 cm langen vollen Eisenzylinder, der vorn einen 12 cm langen, starren, 1,5 mm dicken Aluminiumdraht trug; der Draht endlich trug die eigentliche Elektrode, eine Aluminiumscheibe von 15 mm Durchmesser und 1 mm Stärke. Mittels einer übergeschobenen, von Gleichstrom durchflossenen Spule konnten die Eisenstücke leicht in beliebige Lagen innerhalb der Messingzylinder gezogen und so verschiedene Elektrodenabstände hergestellt werden. Man mußte nur die Elektroden genau symmetrisch verschieben, weil sonst sofort Ventilwirkung auftrat und damit eine völlig andere Entladung.

b) Die elektrische Anordnung

Bei den Versuchen mit gedämpften Wellen wurden die Entladungsröhren an einen abstimmbaren, geschlossenen Schwingungskreis gelegt, der mit einem gedämpften Kreis induktiv gekoppelt war.

Für die ungedämpften Wellen wurden verschiedene Schaltungen benutzt. Die erste Schaltung geht aus Schema 1 hervor.[1]

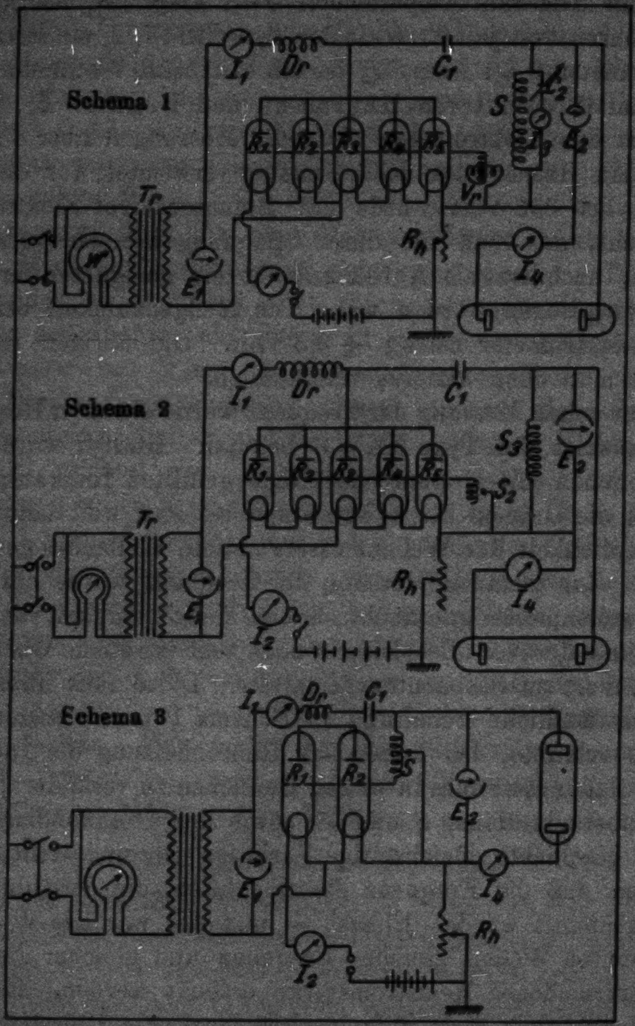
---

[1] Die hier als „ungedämpfte“ Schwingungen bezeichneten, sind im Rhythmus des Transformatorwechselstroms moduliert. Es mögen daher in dieser Arbeit unter ungedämpften Schwingungen die mit Röhren erzeugten, aber modulierten verstanden sein.

Hierin bedeutet *Tr* einen Wechselstromtransformator 110 zu 2000 Volt, 2 kW, dessen Wattverbrauch mittels des Wattmeters *W* gemessen werden konnte. E_1 ist ein Braunsches Elektrometer zur Messung der Transformatorhochspannung. I_1 ist ein Hitzdraht-Amperemeter 0—1 Amp. R_1 bis R_3 sind Senderöhren von je 100 Watt der Type RS 17, I_3 ein Hitzband-Amperemeter 0—1 Amp., I_4 ist ein Hitzband-Wattmeter 0 bis 0,35 (mal 0,1) Watt von Hartmann und Braun. E_2 endlich bedeutet das Elektrometer. Für die Messungen über 350 Volt wurde ein Braunsches Elektrometer verwendet; für die Messungen bis 350 Volt wurde ein Binantenzeiger-Elektrometer gebraucht, das sich für diese Spannungen noch vorzüglich eignete, nachdem als Aufhängedraht ein geeigneter Kruppindraht eingezogen worden war. Die Meßgenauigkeit beim Binantenelektrometer betrug ± 0,5 Volt. Die übrigen Bezeichnungen sind ohne weiteres verständlich.

Zur rohen Messung der Frequenz wurde ein alter Resonanzwellenmesser der Type KKW 3 benutzt. Hierbei wurde statt der üblichen mit Helium oder Neon gefüllten Indikatorröhren einfach die Daimon-Blitzschutzlampe benutzt, weil dadurch die Empfindlichkeit des Wellenmessers um ein Vielfaches gesteigert wurde. Zur genauen Messung der Frequenz wurde ein Interferenzwellenmesser gebraucht, der eine Meßgenauigkeit von 1 Proz. hatte und der vor allen Dingen noch sehr schwache Oberwellen des Senders zu beobachten gestattete. Diese sehr unbequeme und umständliche Schaltung in Schema 1 wurde angewendet, da sie erlaubte, bei konstanter Röhrenheizung die Intensität des Entladungsstromes in weiten Bereichen zu verändern, indem die Selbstinduktionen *S* und *Vr* sowie der Drehkondensator C_2 durch geschickte gleichzeitige Variation so eingestellt werden konnten, daß die Frequenz dieselbe blieb, die Stromintensität aber geändert wurde. Ebenso — und das war das Wichtigste — konnten Wellen gleicher Frequenz und gleicher Intensität bei verschiedener Heizstromstärke erzeugt werden. Es zeigte sich dann, daß über eine gewisse maximale Heizstromstärke nicht hinausgegangen werden durfte, weil dann die Entladungserscheinungen durch die zu groß gewordene Intensität der Oberschwingungen gestört wurden. Unterhalb dieser oberen Grenze konnte man den Heizstrom unbedenklich variieren. Dies ermöglichte dann die Verwendung der einfacheren Schaltung 2 (vgl. Schema 2).

Schaltung 2 unterscheidet sich von Schaltung 1 nur darin, daß Amperemeter I_3 und Öldrehkondensator C_2 weggelassen sind — der Drehkondensator ist durch die Kapazität des Elektrometers ersetzt; ferner ist statt des Variometers V_2 einfach eine verschieden anzapfbare Selbstinduktionsspule S_2 in Anwendung gekommen. Zur Veränderung der Stromintensität


Schema 1
I1
Dr
C1
S
C2
E2
I3
R1
R2
R3
R4
R5
Vr
Tr
W
E1
Rh
I4
Schema 2
I1
Dr
C1
S3
E2
R1
R2
R3
R4
R5
S2
Tr
E1
Rh
I4
I2
Schema 3
I1
Dr
C1
R1
R2
S
E2
E1
I4
Rh
I2

wurde die Röhrenheizstromstärke variiert. Zur Variation der Frequenz wurden die Selbstinduktionen S_2 und S_3 mit anderen vertauscht. Bei den Vorversuchen war es oft zweckmäßig, größere Stromintensität zur Verfügung zu haben als bei den Messungen; deshalb wurden bei jenen meist die fünf RS 17-Röhren durch zwei MS 500-Röhren — die die Radioröhrenfabrik Hamburg zur Verfügung gestellt hatte — ersetzt und ein entsprechend größerer Transformator verwendet. Die 500-Watt-Senderöhren MS 500 sind auch in Schema 3 eingezeichnet, das für die Wellen von 50—150 m verwendet wurde.

Schaltung 3 (vgl. Schema 3) ist von Schaltung 2 wenig verschieden. Sie ist die bekannte induktive Spannungsteiler-Schaltung, die sich als besonders günstig für den Wellenbereich von 50—150 m erwies.

Allgemeiner Entladungsverlauf der Hochfrequenz-Glimmentladung

Um den allgemeinen Verlauf der Hochfrequenz-Glimmentladung zu bestimmen, wurden alle in den obigen Figuren gezeichneten Entladungsröhren benutzt, ferner auch eine Entladungsröhre von 100 cm Länge und einem Elektrodenabstand von 96 cm, die eine lichte Weite von 32 mm hatte. Es wurden Luft, Wasserstoff, Stickstoff, Sauerstoff und Argon[1]) untersucht, sowohl mit ungedämpften wie mit gedämpften Schwingungen. Es zeigte sich, daß in dem langen Rohre, in welchem die Rohrweite sehr klein im Verhältnis zum Elektrodenabstand war (1 : 30), die einzelnen Phasen der Entladung nicht scharf voneinander getrennt waren und verschwommene Übergänge hatten. Dabei zeigte sich auch kein weiterer Unterschied zwischen der Entladung bei gedämpften und der bei ungedämpften Schwingungen als der, daß die Entladung mit ungedämpften bei höheren Drucken einsetzte als diejenige mit gedämpften Schwingungen, und daß die erstere Art der Entladung noch bei tieferen Drucken zu erhalten war als die letztere. Wählte man aber kürzere Röhren, so erhielt man Bedingungen, die für die ungedämpften Wellen einen Entladungsverlauf gaben, der in allen

---

[1]) Das Argon war in dankenswerter Weise von der Gesellschaft für Lindes Eismaschinen A.-G. zur Verfügung gestellt worden.

Phasen scharf voneinander getrennt war und der sich in wesentlichen Punkten von dem Entladungsverlauf bei gedämpften Wellen unterschied. Im folgenden wird für Stickstoff, Sauerstoff und Luft der Entladungsverlauf bei beiden Arten der Anregung angegeben, um daraus dann den typischen Entladungsverlauf der Hochfrequenz-Glimmentladung abzuleiten. Die Angaben beziehen sich auf ein Rohr mit einer lichten Weite von 30 mm und einem Elektrodenabstand von 10 cm, gelten aber mit Änderung der Zahlenwerte für alle solchen Formen von Entladungsröhren, deren lichte Weite kleiner als der Elektrodenabstand, aber auch nicht zu klein gegenüber diesem ist; ob dabei Innen- oder Außenelektroden verwendet werden, ist für die Art der Entladung gleichgültig.

Stickstoff

Bei der Anregung mit gedämpften Wellen (Wellenlänge 450 m) zeigte sich folgender Entladungsverlauf: bei 15 mm Druck ist das Rohr von einer schwachen blauvioletten Funkenentladung erfüllt. Bei weiterer Verdünnung wird die Lichtintensität stärker, die violette Farbe wird in der Mitte immer stärker rot, bis bei etwa 5,5 mm Druck sich die positive Säule leuchtend rot ablöst und an beiden Elektroden das blaue negative Glimmlicht sowie der Faradaysche Dunkelraum deutlich erkennbar sind. Schon bei diesem Druck von 5,5 mm ist starke Fluoreszenz des Glases vorhanden. Bei weiterer Verdünnung breitet sich das Glimmlicht nach beiden Seiten aus, die positive Säule wird kürzer, ihre Farbe immer matter. Der Faradaysche Dunkelraum wird immer kleiner und verschwindet, so daß Glimmlicht und Säule verschwommen ineinander übergehen. Bei weiterer Verdünnung ist die ganze Röhre mit einem verschwommenen blauen Leuchten erfüllt. Bei einem Druck von 0,02 mm wird die Entladung instabil und setzt unterhalb dieses Druckes plötzlich ganz aus.

Bei der Anregung mit ungedämpften Wellen verläuft die Entladung anders: bei 24 mm Druck setzt an der einen Elektrode — die in ohne weiteres verständlicher Weise als Antennenelektrode bezeichnet sei — blauviolette Büschelentladung ein. Bei weiterer Verdünnung bis auf 8 mm vergrößert sich die keilförmige Büschelentladung, erreicht die Erdelektrode, und es entsteht die positive rote Lichtsäule, die 9 cm lang ist und an beiden Enden durch einen scharf begrenzten Faradayschen Dunkelraum von dem blauen negativen Glimmlicht abgetrennt ist (*a* in Fig. 5). Selbst bei diesem Druck von 8 mm ist schon schwache Fluoreszenz bemerkbar. Bei weiterer Verdünnung wird die positive Lichtsäule kürzer und das negative Glimmlicht immer stärker. Bei 1,15 mm hat die positive Säule nur noch eine Länge von 3 cm und ist durch einen Dunkelraum scharf halbiert. Diese Erscheinung (vgl. *b* in Fig. 5) ist sehr druckempfindlich. Bei 1 mm besteht die positive Lichtsäule aus einer Doppelschicht, vgl. *c* in Fig. 5. Bei weiterer Verdünnung verschwindet diese Doppelschicht. Das Glimmlicht breitet sich weiter aus und erfüllt das ganze Rohr. Bei 0,04 mm löst sich das Glimmlicht von den Außenelektroden los und ist in der Zone der Elektroden stark zusammengeschnürt (*d* in Fig. 5). Bei noch tieferen Drucken ist die Röhre von einem diffusen blauen Leuchten erfüllt, das noch bei 0,001 mm stark ist. Selbst bei 0,0005 mm leuchtet das Rohr noch schwach blau. Bei noch tieferen Drucken hört jede Leuchterscheinung auf.

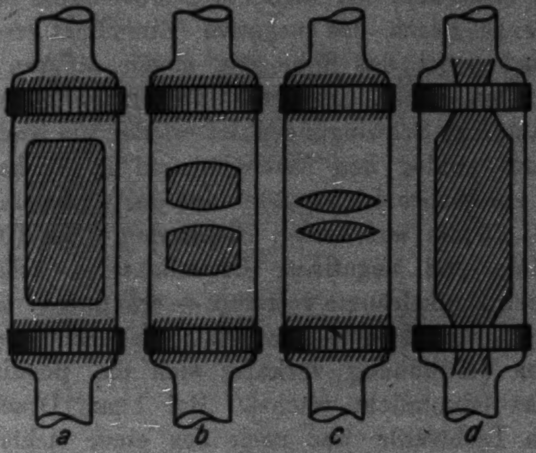


Fig. 5

Sauerstoff

Bei gedämpften Schwingungen verläuft die Entladung wie folgt: bei 8 mm Druck sind beide Elektroden mit blauen Lichtbüscheln bedeckt, die bei weiterer Verdünnung wachsen und sich einander nähern. Bei 5 mm berühren sie sich und es entsteht sofort die 9 cm lange, grünlichweiße[1]) positive Säule und das blaugrüne negative Glimmlicht, welche wieder durch Faradaysche Dunkelräume scharf voneinander getrennt sind. Bei weiterer Verdünnung zieht sich die positive Säule zusammen, das negative Glimmlicht verdrängt den Faradayschen Dunkelraum und hat keinen scharfen Übergang mehr zu der positiven Säule. Bei Verdünnung bis zu 1 mm, wobei besonders starke Fluoreszenz bemerkbar ist, wird die positive Säule ohne merkbare Übergänge durch das negative Glimmlicht ersetzt. Bei tieferen Drucken ist das Rohr von einem diffusen bläulichgrünen Leuchten erfüllt, das unter 0,02 mm plötzlich aussetzt. Bei ungedämpften Schwingungen ist wieder ein anderer Entladungsverlauf analog den Erscheinungen in Stickstoff. Bei 15 mm ist ein blaues Lichtbündel auf der Antennenelektrode sichtbar, bei 13 mm auf beiden Elektroden. Bei 10 mm sind positive Säule und negatives Glimmlicht — scharf durch Faradaysche Dunkelräume getrennt — erkennbar: *a* in Fig. 5. Die positive grünlichweiße Säule hat eine Länge von 9 cm. Bei weiterer Verdünnung verkürzt sich die positive Säule, während das Glimmlicht wächst. Bei 1 mm Druck besteht die positive Lichtsäule nur noch aus einer lichtschwachen, aber deutlich erkennbaren Doppelschicht: *c* in Fig. 5. Dann ist nur noch schwaches Leuchten im Rohr, bis dieses plötzlich aussetzt. Der Sauerstoff muß sehr gut getrocknet sein, da sonst flackernde Einzelschichten auftreten — gleichzeitig beobachtet man dann Wasserstoff im Spektrum. Es treten flackernde Einzelschichten z. B. auch bei den Kohlenwasserstoffen immer auf, wenn Zersetzungen vor sich gehen; doch soll hierüber später berichtet werden.

Luft

Bei gedämpften Wellen verlaufen die Entladungserscheinungen völlig analog denen im Stickstoff — nur mit anderen Zahlenwerten; daher erübrigt sich ihre Beschreibung.

---

1) Die Farbe der positiven Lichtsäule und des negativen Glimmlichtes ist bei der Hochfrequenzentladung oft eine ganz andere als bei der Gleichstrom-Glimmentladung, was wohl auf der Verschiedenheit der elektrischen Anregung beruht.

Bei ungedämpften Wellen ist der Entladungsverlauf folgender: Bei 33 mm Druck setzt an der Antennenelektrode starke blaue Büschelentladung ein, die bei weiterer Verdünnung sich bis zur Erdelektrode ausbreitet, die sie bei 10 mm erreicht, wobei sofort die positive rote Säule sich bildet, die von dem blauen negativen Glimmlicht wieder durch scharfe Faradaysche Dunkelräume getrennt ist. Die positive Säule ist 9 cm lang. Es ist starke Fluoreszenz bemerkbar. Bei weiterer Verdünnung zieht sich die positive Säule zusammen; während sich das negative Glimmlicht vergrößert.

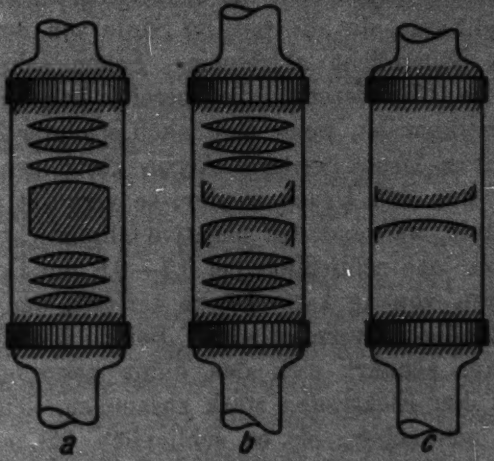


Fig. 6

Bei noch weiterer Verdünnung bis auf 1,5 mm trennt sich von der positiven Säule in der Mitte eine gelbrote Lichtkugel ab; der übrige Teil der Säule besteht aus flackernden, aber deutlich erkennbaren roten Einzelschichten (vgl. *a* in Fig. 6). Bei 1,1 mm erkennt man nur noch eine gelblichrote Doppelschicht in der Mitte, an die sich wieder nach beiden Seiten rote, 1 mm starke flackernde Einzelschichten anschließen (vgl. *b* in Fig. 6). Bei starker Trocknung und Kühlung verschwinden aber auch hier die Einzelschichten. Bei noch weiterer Verdünnung besteht die positive Säule nur noch aus einer schwachen, orangefarbenen Doppelschicht (vgl. *c* in Fig. 6). Bei 0,8 mm ist die positive Säule ganz verschwunden und nur noch starkes negatives Glimmlicht erkennbar. Der weitere Verlauf ist wie bei der Entladung in Sauerstoff und Stickstoff und braucht daher nicht weiter beschrieben zu werden.

Argon

In Argon wurde nur der Entladungsverlauf mit ungedämpften Schwingungen untersucht. Er nimmt folgenden Verlauf: Bei etwa 13 mm Druck setzt die Entladung ein und es entsteht die positive rot-rotgelbe Lichtsäule, die etwa 9 cm lang ist. An beiden Enden zeigen sich die scharf begrenzten Faradayschen Dunkelräume, die die positive Säule von dem negativen blauvioletten Glimmlicht abtrennen. Schon sehr früh zeigt sich schwache Fluoreszenz, die bereits bei 55 mm Druck schwach bemerkbar ist, wenn man nach erfolgter Zündung bei oben erwähntem Druck weiteres Argon zuströmen läßt. Verringert man nun den Druck wieder, so verkürzt sich die positive Lichtsäule, während das negative Glimmlicht sich weiter vorschiebt, bis jene schließlich bei 0,7—0,8 mm Druck in zwei gleiche Hälften von je 1 cm Länge zerfällt, um dann gleich darauf vollständig zu verschwinden. Bei noch tieferem Druck von 0,012 mm schnürt sich das diffus gewordene blaurote Leuchten an den Elektroden stark zusammen. Das Leuchten wird immer schwächer, bis es schließlich bei noch tieferem Druck von 0,0001 mm gänzlich aufhört.

Allgemeine Form des Verlaufs der Hochfrequenz-Glimmentladung

Die oben geschilderten Entladungserscheinungen in Luft, Sauerstoff, Stickstoff und Argon genügen schon, um die allgemeine Form des Verlaufs der Hochfrequenz-Glimmentladung bei Anregung mit ungedämpften Schwingungen anzugeben. Bei einem Druck von der Größenordnung 15 mm setzt die Büschelentladung ein, die bei weiterer Verdünnung bis zu einigen Millimeter in die Glimmentladung übergeht, wobei die positive Säule scharf durch zwei Faradaysche Dunkelräume von dem negativen Glimmlicht, das von den Elektroden ausgeht, getrennt ist (vgl. *a* in Fig. 5). Bei weiterer Verdünnung bis zu etwa 1 mm ist die positive Säule kürzer geworden und durch einen Dunkelraum getrennt. Dieser Dunkelraum ist typisch für eine reine Hochfrequenz-Glimmentladung in reinen Gasen. In einem reaktionsfähigen Gemisch von Gasen ist dieser Dunkelraum durch starke örtliche Diffusionserscheinungen oft nicht zu bemerken.[1]) Bei noch weiterer Verdünnung besteht die positive Säule nur noch aus einer dünnen Doppelschicht (vgl. *c* in Fig. 5), die einen Schichtabstand von etwa 1 mm hat, und deren Gesamtdicke 2—3 mm beträgt. Bei stärkerer Verdünnung verschwindet mit dieser Doppelschicht die positive Säule ganz. Das negative Glimmlicht breitet sich weiter aus. Bei einer weiteren Verdünnung bis zu einem Druck in der Nähe von 0,05 mm löst sich das Glimmlicht von den Elektroden — bei Außenelektroden schnürt es sich zusammen (vgl. *d* in Fig. 5). Bei noch tieferen Drucken ist das Entladungsrohr von einem diffusen schwachen Leuchten erfüllt, das erst bei Drucken von unter 0,001 mm verschwindet.

Es sollen schließlich noch einige Einzelheiten angegeben werden, die bei allen Gasen gleichmäßig auftraten und daher nicht besonders jedesmal erwähnt wurden.

Empfindlichkeit der Entladung. Innerhalb gewisser Stromdruckbereiche gehört die Entladung zu den „Empfindlichen Entladungen“. Z. B. wird durch Nähern der Hand die positive Säule zurückgedrängt, bis zu einem Augenblick, wo die Hand die Entladungsröhre berührt, alsdann tritt das Entgegengesetzte ein und zwar gelingt ein Anziehen der positiven Säule. An der Berührungsstelle tritt negatives Glimmlicht auf. Es gelingt sogar ein Anziehen der positiven Säule in ein seitliches Ansatzrohr. Ein negatives Glimmlicht bildet sich auch an den Enden einer Röhre aus, wenn die positive Säule aus dem eigentlichen Entladungsraum hinausschießt und von dem Röhrenende begrenzt wird.

Innenelektroden. Bei Verwendung von Innenelektroden bemerkt man einen sehr kleinen Dunkelraum an den Elektrodenplatten und um die Elektrodenträger, der durch das Glimmlicht vom eigentlichen Faradayschen Dunkelraum getrennt ist. Schließlich beobachtet man bei Innenelektroden noch folgende merkwürdige Erscheinungen: Von den Elektrodenplatten rückwärts über die Elektrodenstangen erstreckt sich das negative Glimmlicht bei gewissen Stromdichten fort; und zwar

---

1) Dieser charakteristische neue Dunkelraum wurde von dem Verfasser schon am 1. Mai 1926 in der Sitzung des Gauvereins Rheinland-Westfalen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Münster i. W. mitgeteilt.

weist dieser Überzug kleine Unterbrechungen auf, so daß die ganze Stange mit kleinen Lichtpunkten bedeckt ist. Das Aussehen der Stange erinnert lebhaft an die Leuchterscheinung bei einem größeren Quarzresonator. Bei diffusem Leuchten (Druck: 0,001 mm Hg) zeigt sich, daß bei Berührung der Glaswand des Innenelektrodenrohres ein Aufglitzern des Antennenelektrodenstabes eintritt, aber nur dann, wenn die Berührung längs des Stabes stattfindet.

Einfluß eines Magnetfeldes. Bringt man die Entladungsröhre in ein Magnetfeld, und zwar so, daß die Richtung des Magnetfeldes senkrecht zur Rohrachse steht, so macht man folgende wichtige Beobachtungen: Ist das Feld genügend groß (z. B. mehrere hundert Gauss), so wird die positive Säule abgestoßen und sogar bis an die Glaswandung gedrückt, während der gegenüberliegende Teil der Entladungsröhre — also die Seite, welche dem Magnetpol zugekehrt ist — frei von jeder Leuchterscheinung ist. Dies gelingt noch bei verhältnismäßig hohen Drucken; nur wirken die „empfindlichen“ Erscheinungen mit, über die oben berichtet wurde, so daß dadurch die Entladungsform unklar wurde. Bei niedrigeren Drucken, z. B. bei einer Länge der positiven Säule von etwa 4 cm, wurde durch Einschalten des Magnetfeldes (diesmal eines schwächeren) die positive Säule erstens verlängert, und zweitens wurden die Enden der positiven Säule senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes und senkrecht zur Rohrachse so verdreht, daß das Lot auf ein Ende der positiven Säule senkrecht auf der Richtung des Magnetfeldes stand und einen spitzen Winkel mit der Rohrachse bildete. Man konnte durch geeignete Wahl des Magnetfeldes und des Druckes auch erreichen, daß das negative Glimmlicht in derselben Weise und mit demselben Winkel gedreht wurde. Durch Umkehrung des Magnetfeldes wurde auch die Richtung der Drehung der positiven Säule und des Glimmlichtes umgekehrt. Ein Umpolen der Elektroden hatte — wie zu erwarten war — gar keinen Einfluß. Bei Drucken unter etwa 1—2 mm hatte das Magnetfeld — abgesehen von der Drehung und einer Abstoßung von dem Magnetpol — dieselbe Wirkung, die eine Erhöhung des Druckes gehabt haben würde. Dies ist ja auch zu erwarten, wenn man bedenkt, daß die Ionisierungswirkung der Elektronen durch das Magnetfeld ja bei den niedrigeren Drucken wesentlich vergrößert wird. Die Elektronenbahnen werden durch das Magnetfeld sehr stark gekrümmt, so daß erstens viel mehr Elektronen wirklich in der Entladungsbahn bleiben und zweitens wird durch die Krümmung der Elektronenbahnen die Wahrscheinlichkeit des Zusammenstoßes von einem Elektron mit einem Gasatom oder Gasmolekül vergrößert. Diese Wirkung des Magnetfeldes ist von großer experimenteller Bedeutung. Es ist nämlich dadurch möglich, den Druckbereich, in dem man leuchtende Entladungen erhalten kann, ganz erheblich nach tieferen Drucken hin zu erweitern, so daß man Spektralbeobachtungen in Druckbereichen machen kann, in denen man bisher im Laboratorium keine Untersuchungen machen konnte und die nur durch die Beobachtung gewisser Sterne möglich waren.[1]) Diese Wirkung des Magnetfeldes zeigt sich auch in folgenden Beobachtungen: Bei Drucken, bei denen im allgemeinen keine positive Säule zu erhalten ist, gelingt dies mit Hilfe des Magneten. Es gelang z. B. mit einem recht schwachen Magneten, schon eine positive Säule noch bei 0,05 mm zu erzeugen. Es ist natürlich die Einwirkung des Magneten auf die Entladung um so geringer, je schwächer das magnetische Feld ist. Bei einem Druck von unter 0,001 mm Hg, wobei sich überhaupt keine Entladung mehr zeigte, bemerkte man beim Einschalten des Magnetfeldes ein kurzes Aufleuchten.

Die oben geschilderte Form des Entladungsverlaufs gilt für alle die Glimmentladungen, die mit ungedämpften Schwingungen *einer* Frequenz erzeugt werden und bei denen so große Spannungen und Intensitäten angelegt und solche Entladungsrohre verwendet werden, daß die einzelnen Phasen der Entladung scharf voneinander getrennt sind. Als Kriterium für diese scharfe Trennung der einzelnen Entladungsphasen kann das Verschwinden der positiven Säule dienen, das vor dem Verschwinden der Faradayschen Dunkelräume eintreten muß. Dazu kommt bei reinen Gasen noch als Kriterium die Bildung einer Doppelschicht kurz vor dem Verschwinden der positiven Säule. Daß diese allgemeine Form der Hochfrequenz-Glimmentladung bisher noch nicht erkannt wurde, erklärt sich daraus, daß bei den vorliegenden Arbeiten mit Röhrengeneratoren nie genügend große Energien verwendet wurden.

---

[1]) Diese Anwendung der Wirkung des Magnetfeldes wird bei einer späteren Arbeit über das Hg-Spekrum bei tiefen Drucken verwendet werden.

Die Glasfluoreszenz

Das Auftreten der Glasfluoreszenz ist bei der Hochfrequenzentladung gänzlich verschieden von den sonstigen Entladungen. Während bei Gleichstrom die Glasfluoreszenz erst weiter unter 1 mm auftritt, ist bei Anregung mit Hochfrequenz die Fluoreszenz schon bei mehreren Millimetern zu beobachten. Es wurde unter geeigneten Bedingungen noch sehr starke Fluoreszenz in Luft bei 10 mm, in Sauerstoff bei 8 mm, ja im Stickstoff sogar bei 20 mm und in Argon bei 55 mm beobachtet. Bei der Hochfrequenz-Glimmentladung trat die Glasfluoreszenz — bei den verwendeten Spannungen bis 2000 Volt und im Wellenlängenbereich von 50 m bis 3000 m — überhaupt nur so lange auf, als Leuchterscheinungen in der Röhre zu beobachten waren. Dies war sowohl bei Innen- wie bei Außenelektroden der Fall. Die Fluoreszenz des Glases ist also bei den angegebenen Spannungen und Frequenzen bedingt durch das Vorhandensein von Gasresten. Dies erklärt sich wohl folgendermaßen: Die Elektronenstrahlen, welche die Glasfluoreszenz bewirken, stammen nicht aus der Kathode — wenigstens nicht primär —, sondern bilden sich aus den Elektronen, die durch Stoßionisation innerhalb des Gases frei werden. So lange starke Stoßionisation stattfindet, so lange sind auch viele freie Elektronen vorhanden und damit auch Fluoreszenz. Ebenso ist natürlich bei starker Ionisation auch Leuchten des Gases zu erwarten, d. h. aber: die Glasfluoreszenz kann nur auftreten, wenn gleichzeitig Leuchterscheinungen zu beobachten sind. Sekundäre Kathodenstrahlen können und werden natürlich auch an der Glasfluoreszenz beteiligt sein; denn auch diese werden ja bedingt durch die Gasreste, indem sie entweder durch Ionen- bzw. Elektronenstöße auf die Elektroden oder durch Lichteffekt an den Elektroden ausgelöst werden. Primäre Kathodenstrahlen aber treten bei den obigen Bedingungen nicht auf. Dies erklärt sich wohl so: Innerhalb einer Halbperiode einer Schwingung erhält ein an der Oberfläche der Elektrode befindliches Elektron eine — veränderliche — Beschleunigung in Richtung des Austritts aus der Kathode.

Würde diese Beschleunigung denselben Richtungssinn beibehalten, dann würde das Elektron, falls die Feldstärke überhaupt zur Loslösung ausreicht, die Kathode verlassen, — bei entsprechendem Vakuum auf ein Glasmolekül treffen und dort einen Quantensprung — und dadurch dann Fluoreszenz — hervorrufen. Nun kehrt aber die Beschleunigung in der nächsten Halbperiode ihren Richtungssinn um. Hat daher das Elektron in der ersten Halbperiode die Glaswand nicht erreicht, dann wird es auf die Elektrode zurückgeworfen. Es ist daher die Zeit entscheidend, welche ein Elektron braucht, um die Glaswand zu erreichen. Diese Zeit setzt sich nun zusammen aus der Loslösungszeit des Elektrons von der Elektrode und der Dauer des Weges von der Elektrode bis zur Glaswand. Diese Zeit wiederum ist abhängig von der angelegten Spannung. Mit wachsender Spannung wächst ja auch die Beschleunigung, und damit verringert sich diese Zeit. Bei genügend hohen Spannungen muß also Glasfluoreszenz auch bei ganz tiefen Drucken auftreten. Es wird eine ganz bestimmte Spannung für jede Frequenz gerade nötig sein, um die Glasfluoreszenz zu erregen, denn die Beschleunigungsdauer in einer Richtung ist ja allein abhängig von der Frequenz. Es ergibt sich so vielleicht eine experimentelle Methode, um die Loslösungsgesetze eines Elektrons von einer Metallelektrode zu untersuchen, in dem nämlich bei tiefem Druck für jede Frequenz *die* Spannung gesucht wird, bei welcher gerade Fluoreszenz auftritt. Die Frequenzabhängigkeit dieser Spannung müßte dann nähere Aufschlüsse über die Loslösung eines Elektrons von einer Metallelektrode geben.

Die Hochfrequenz-Glimmentladung in Wasserstoff

Neben den oben kurz berichteten qualitativen und orientierenden Untersuchungen in Luft, Sauerstoff und Stickstoff wurde die Hochfrequenz-Glimmentladung in Wasserstoff quantitativ exakt untersucht. Vor den Meßergebnissen soll zuerst die Art der Entladung in Wasserstoff geschildert werden. Der Entladungsverlauf in Wasserstoff mit gedämpften Schwingungen ist bekannt und bietet nichts Interessantes; er ist im übrigen genau der gleiche wie der oben beschriebene in Sauerstoff, Stickstoff und Luft bei Anregung mit gedämpften Schwingungen.

Verwendet man dagegen ungedämpfte, wenn auch modulierte Schwingungen genügender Intensität, so ist der Entladungsverlauf ein völlig neuer. Bei einem Druck von etwa 5 mm[1]) hat sich die positive rosafarbene Lichtsäule von dem negativen blauen (genauer blaurosa) Glimmlicht gelöst und ist von ihm durch scharfe Faradaysche Dunkelräume getrennt. Die positive, 9 cm lange Säule ist klar und deutlich geschichtet. Die Säule besteht aus einer großen Reihe von Doppelschichten — 10 oder mehr Doppelschichten —, die scharf voneinander getrennt sind (vgl. *b* in Fig. 7, Taf. XVIII). Bei weiterer Verdünnung verschwindet eine Doppelschicht nach der anderen (vgl. *c* und *d* in Fig. 7). Schließlich besteht die positive Säule nur noch aus *einer* Doppelschicht (vgl. *e* in Fig. 7), die vor dem Verschwinden aus Rosa in Goldgelb umschlägt. Dann beginnt wieder die allgemeine Form der Hochfrequenz-Glimmentladung. Bei noch tieferen Drucken ist nur noch negatives Glimmlicht zu bemerken (*f* in Fig. 7), das sich dann bei weiterer Verdünnung von der Elektrode ablöst bzw. von der Elektrode eingeschnürt wird (*g* in Fig. 7). Schließlich ist die Röhre von einem diffusen bläulichen Leuchten erfüllt, und bei etwa 0,0001 mm setzen die Leuchterscheinungen aus.

Bei Wellen unter 60 m verläuft die Entladung wie bei den langen von 70—3000 m von Phase *a* bis Phase *d*. Nun aber ist die Bildung der einen Doppelschicht mit der Ablösung des negativen Glimmlichtes von den Elektroden (*g* in Fig. 7) verbunden, d. h. es tritt die Erscheinung *a* in Fig. 8, Taf. XIX auf. Bei weiterer Verdünnung folgt dann das diffuse Leuchten Phase *h* der Fig. 7. Diese Erscheinung bei kurzen Wellen konnte im Gebiete langer Wellen durch Verwendung engerer Rohre reproduziert werden. Es gelang, durch Erhöhung der Stromdichte und durch Verwendung eines Rohres von der halben lichten Weite (15 mm) genau dieselbe Entladungsform (*b* in Fig. 8) hervorzurufen. *c* in Fig. 8 zeigt eine Phase der geschichteten Entladung im gleichen Rohre.

Es existiert also eine *geschichtete Hochfrequenzentladung in Wasserstoff.* Wann tritt nun diese Schichtung auf? Zuerst wurde untersucht, ob die Schichtbildung abhängig von der Rohrform sei. Um dies festzustellen, wurden sämtliche Rohre der Fig. 3 untersucht, die alle Außenelektroden in Form von Messingringen oder Stanniolkappen besaßen. In sämtlichen Rohren konnte die Schichtentladung mit prächtig ausgebildeten Doppelschichten hervorgerufen werden. Die Rohrweite wurde dabei von dem fast kapillaren Rohre von 1,5 mm lichter Weite bis zu dem 1-Literkolben (a) mit einem Durchmesser von etwa 120 mm lichter Weite variiert, ohne die Schichtenbildung zu stören. Auch Biegungen paßte sich diese Hochfrequenz-Schichtentladung an, wie an dem gebogenen Rohr e der Fig. 3 beobachtet wurde. Auch in den Krümmungen waren die Doppelschichten scharf ausgeprägt, nur in der Nähe des Punktes, an dem die beiden Rohrteile dicht nebeneinander lagen, setzt die Schichtung durch gegenseitige statische Störung aus.

---

[1]) Die im folgenden gegebenen Beobachtungen beziehen sich auf Rohre von 30 mm lichter Weite und 10 cm Elektrodenabstand, Innenwie Außenelektroden.

Die Bildung der Schichten konnte nun von der Reinheit des Gases abhängen. Bei sehr reinem Wasserstoff waren klare, scharfe Doppelschichten vorhanden, die eine rosa Farbe zeigten. So fand ja auch Neubert[1]) bei Gleichstrom in sehr reinem Wasserstoff eine weite, *rote* Schichtung, deren Farbe bei Verunreinigung in enge, blaue Schichtung überging. Ebenso enthält die Farbe unserer Hochfrequenz-Schichtentladung mehr Blau, wenn zu dem Wasserstoff andere Gase — z. B. Stickstoff oder Luft hinzugefügt werden. Aber selbst bei sehr großen Verunreinigungen wurde die Doppelschichtentladung in Wasserstoff gefunden. Bei besonders großen Verunreinigungen, z. B. mit Wasserdampf, hört die Schichtung aber auf, die Farbe der Säule ist dann zuerst weißlich, dann purpurrot und zeigt nur schärfstes Balmerspektrum, also höchst Konzentration von atomarem Wasserstoff.

Die Untersuchung der Abhängigkeit der Schichtung von der Art der elektrischen Anregung ergab folgendes: Die Dämpfung der Schwingungen verhindert nicht das Auftreten der Schichtentladung. Die meisten Untersuchungen wurden ja mit Schwingungen gemacht, die im Rhythmus des Wechselstrom-Hochspannungstransformators (etwa 50 Perioden) gedämpft waren. Wurde — in Ermangelung einer genügend starken Hochspannungsbatterie — eine gute Gleichrichteranlage zwischen

---

[1]) P. Neubert, Phys. Ztschr. 15. S. 430. 1914.

Wechselstrom-Hochspannung und Röhrengenerator geschaltet — z. B. eine Neon-gefüllte Gleichrichterröhre —, so änderte sich weder an den Entladungserscheinungen, noch an den sonstigen Verhältnissen das geringste, trotzdem der Wechselstrom so gut gleichgerichtet war, daß die im Rhythmus von 50 Perioden auftretende Diskontinuität der Entladung aufhörte und im rotierenden Spiegel nur noch die Diskontinuität innerhalb der Wellenfrequenz zu bemerken war. Später wurde dann die Entladung nochmals mit reinen hochfrequenten Schwingungen untersucht, die mit einer kleineren Röhre erzeugt werden, für deren Betrieb eine neu beschaffte Hochspannungsbatterie verwendet wurde. Es war nun zu vermuten, daß das Auftreten der Schichtentladung von der Kurvenform der Schwingungen abhing. Es wurde daher die Sinusform der Röhrenschwingungen durch Überheizen der Glühfäden der Senderöhren verzerrt, so daß in dem Interferenzwellenmesser starke Oberschwingungen gemessen werden konnten, und es ergab sich eine immer stärkere Verschwommenheit der Entladung, die so weit getrieben werden konnte, daß die Entladung scheinbar ungeschichtet wurde. Es scheint also die Sinusform oder annähernde Sinusform der Schwingungen die Hauptbedingung für das Auftreten der geschichteten Entladung zu sein. Dazu kommt natürlich das Vorhandensein einer genügend großen Intensität — von der Größenordnung 10 Milliampere — und genügende Potentialdifferenz — mehrere 100 Volt an der Röhre. Nachdem die Bedingungen für das Auftreten der Schichtentladung festgestellt waren, wurden die Art und das Aussehen der Schichtung näher untersucht. Es treten bei Wasserstoff immer nur Doppelschichten auf. Einfache Schichten zu erhalten ist unmöglich, es sei denn dadurch, daß man die elektrischen Verhältnisse so einreguliert, daß die Doppelschichten ineinander verschwimmen und oberflächlich als breite Einzelschichten erscheinen. Eine solche Entladungsform als Einfachschichtentladung zu bezeichnen, wäre natürlich eine Selbsttäuschung. Daß bei der Hochfrequenz-Glimmentladung die weite, rote Schichtung[1]) immer nur aus Doppelschichten besteht, scheint die Theorie R. Holms[2]) zu stützen, der annimmt, daß die von Neubert gefundene weite, rote Schichtung in sehr reinem Wasserstoff aus zusammengeballten Schichtpaaren bestände und eine weite Einzelschichtung nur vortäusche. Die Äquipotentialflächen der Schichten sind — wie aus den Aufnahmen der Fig. 7 ersichtlich — konvex gegen die Elektroden und ebenfalls konvex gegen den trennenden Dunkelraum. Die scharf begrenzte Seite jeder Einzelschicht einer Doppelschicht ist immer die Grenze gegen den die beiden Hälften trennenden Dunkelraum. Wenn man in Analogie zur Gleichstromentladung diese Seite der Schicht als Schichtkopf bezeichnet, erscheint der trennende Dunkelraum die Funktion einer Kathode auszuüben. So deutet ja auch Holm[1]) den Dunkelraum innerhalb einer — bei der Gleichstromentladung auftretenden — Doppelschicht als Raumladungsschichtkathode. Der andere Teil der Schicht ist meistens saumartig verschwommen, kann aber auch scharf begrenzt sein. Die Farbe des Saumes ist immer die gleiche wie diejenige des Schichtkopfes. Die Farbe der Schichtung ist bei reinem Wasserstoff unter normalen Bedingungen rosa. Diese Rosafärbung ist hauptsächlich bedingt durch das starke Auftreten der Fulchergruppe im Rot. Unter gewissen Bedingungen ist die Farbe der Schichtung blau; doch soll darüber in einer besonderen Arbeit berichtet werden, die eingehende Untersuchungen des Spektrums der Hochfrequenz-Glimmentladung in Wasserstoff enthalten wird. Diese spektroskopischen Untersuchungen stehen unmittelbar vor dem Abschluß und werden in der allernächsten Zeit zusammen mit einer eingehenderen Deutung der Schichtentladung veröffentlicht werden.

---

[1]) P. Neubert, Ann. d. Phys. 42. S. 1487. 1913.

[2]) R. Holm, Phys. Ztschr. 25. S. 497. 1924.

Die Schichtdicke längs der Röhre ist natürlich vom Druck abhängig. Eine Abhängigkeit, die etwa dem Goldsteinschen Gesetz folgte, ist aber nicht vorhanden. Eine eindeutige Festlegung der Abhängigkeit der Schichtlänge von Druck, Rohrweite und Stromdichte gelang bisher wegen der sehr kleinen Änderungen der Schichtdicke nicht. Die Abhängigkeit der Schichtung selbst vom Druck besteht natürlich darin, daß bei abnehmendem Druck eine Doppelschicht nach der anderen verschwindet. Ein tabellarisches Beispiel ist unten bei den Meßergebnissen gegeben. Sehr schön ist dies aus den Aufnahmen der Fig. 7 zu ersehen, die bei gleichem Elektrodenabstand, gleicher Stromstärke und bei abnehmendem Druck aufgenommen sind. Das Verschwinden einer Doppelschicht geht so vor sich: Die anfangs vorhandenen Doppelschichten rücken bei Druckverminderung näher zusammen; bei noch weiterer Druckverminderung ist das Entladungsbild ganz verschwommen. Erniedrigt man den Druck noch mehr, dann treten plötzlich wieder ganz scharfe Doppelschichten auf, deren Zahl nun aber $n-1$ ist. Ebenso wie man die Zahl der Doppelschichten bei konstantem Elektrodenabstand durch kontinuierliche Druckverminderung immer um je eine vermindern kann, ist es möglich, dies bei konstantem Druck durch allmähliche Verkleinerung des Elektrodenabstands zu bewirken. Die Aufnahmen der Fig. 9, Taf. XX, die bei konstantem Druck, konstanter Frequenz und konstanter Stromstärke gemacht sind, zeigen dies aufs deutlichste. Eine Abhängigkeit der Schichtung von der Frequenz konnte in dem Bereich von 60 m bis 3000 m Wellenlänge nicht gefunden werden.

Den Einfluß eines senkrecht zur Rohrachse verlaufenden Magnetfeldes ersieht man wieder aus folgendem: Bei relativ niedrigem Druck und solchen Strombedingungen, daß die positive Säule aus zwei Doppelschichten bestand, wurden durch Einschalten eines schwachen Magneten die Schichten so gedreht, daß die Ebene der Schichten nicht mehr senkrecht zur Rohrachse stand, sondern mit dieser einen spitzen Winkel bildete. Diese Drehung war abhängig von der Stärke des Magnetfeldes. Waren die Doppelschichten vor Einschalten des Magneten sehr scharf ausgeprägt, so wirkte der Magnet — außer der Drehung — auch noch derart, daß die eine Hälfte der Schichten sich gegenseitig anziehen, während der andere Teil weiter auseinander gedrückt wird, also eine Abstoßung zeigt. Wurden die Strom-Druckverhältnisse so gewählt, daß die Doppelschichtung nicht klar, sondern verschwommen auftrat, so konnte man durch ein passend gewähltes schwaches Magnetfeld die verschwommene Doppelschichtung in eine scharf begrenzte Doppelschichtung überführen. Bei stärkeren Magnetfeldern wurde durch Einschalten des Magnetfeldes die Anzahl der Doppelschichten vergrößert. War z. B. bei einem Druck von etwa 1 mm Hg nur eine Doppelschicht zu sehen, so traten nach Einschalten des Magnetfeldes 4 Doppelschichten auf.

Die elektrischen Messungen in Wasserstoff

Zur Orientierung über den quantitativen Verlauf der Potentialverhältnisse der Hochfrequenz-Glimmentladung wurden zuerst *Spannungsdruckkurven* aufgenommen und bei diesen zugleich die auftretenden Entladungserscheinungen beobachtet. Dies geschah sowohl mit Innen- wie mit Außenelektroden, bei verschiedenen Frequenzen und verschiedenen Stromstärken. Der Meßverlauf war folgender: Bei einer konstanten Frequenz, einem konstanten Elektrodenabstand und bei konstanter Stromstärke, die durch Veränderung der Heizstromstärke der Senderöhren reguliert wurde, wurden bei verschiedenem Drucke die zugehörigen Spannungen an den Elektroden gemessen und die dazugehörigen Entladungserscheinungen notiert.

Tab. 1 und 2 geben Beispiele einer solchen Messung.

$\lambda = 450$

Tabelle 1

35 MA.
Innenelektroden

Druck in mm	effekt. Volt	Länge d. Schicht. in cm	Schichtung
2,0	308	6,0	10 DT.
1,9	305	5,6	9 „
1,77	300	4,8	8 „
1,63	299,5	4,3	7 „
1,54	299	4,0	6 „
1,48	298,5	3,8	5 „
1,38	297	3,2	4 „
1,25	298,5	2,0	3 „
1,18	302,5	1,0	2 „
1,13	364		1 „
1,02	310		negatives
0,695	350		Glimmlicht

Tabelle 2

35 MA.
Außenelektroden

Druck in mm	effekt. Volt	Länge d. Schicht. in cm	Schichtung
4,45	725	9,5	14 DT.
3,45	665	9,0	12 „
2,37	610	8,0	11 „
1,85	590	7,0	9 „
1,30	570	5,0	7 „
1,08	585	4,0	6 „
0,8	595	2,0	4 „
0,75	610	1,5	3 „
0,67	620	1,0	2 „
0,52	630		1 „
0,41	640		1 „
0,202	750		negatives
0,05	1060		Glimmlicht

In den Tabellen bedeutet DT. die Zahl der Doppelschichten.

Diese Tabellen ergeben einen sehr guten Überblick über die einzelnen Phasen der Entladung. Der Verlauf der Spannungsdruckkurven bei konstanter Stromstärke ist der von der Gleichstrom-Glimmentladung bekannte. Die Form der Kurven ist ja hier auch durch folgende Verhältnisse bedingt: Durch Verringerung des Druckes vergrößert sich die freie Weglänge der Elektronen und damit die Wahrscheinlichkeit, daß ein Elektron auf einer freien Weglänge Ionisationsenergie erhält. Es sinkt damit die Spannung, die zur Aufrechterhaltung der Stromstärke nötig ist. Die Kurve muß also fallen. Nun nimmt aber auch die Ionisierungswirkung mit weiterer Druckverminderung zuerst langsam, und dann rapide ab, da ja auch die Wahrscheinlichkeit des Zusammenstoßes von einem Elektron mit einem Gasatom immer kleiner wird. Dies würde eine

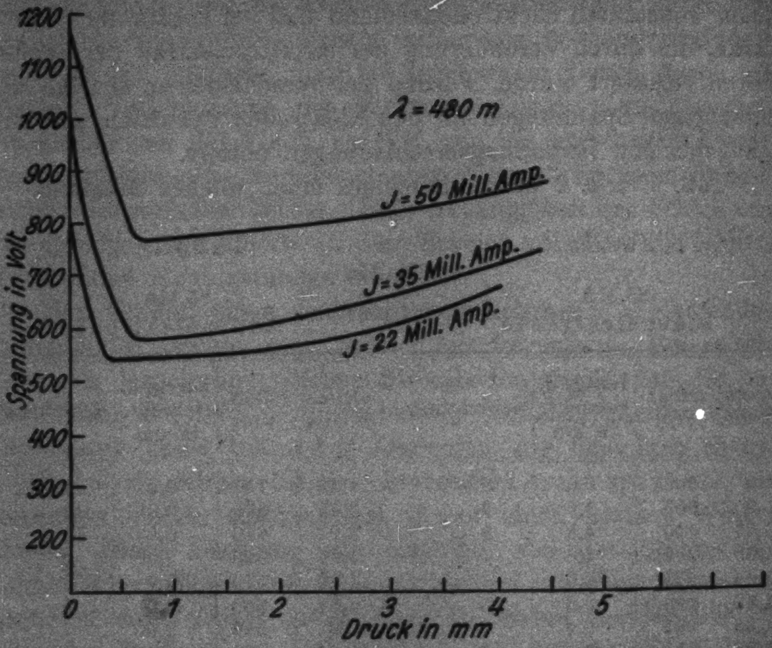


Fig. 10

Spannungserhöhung bewirken. Die Verminderung der Ionisierungswirkung kann zunächst wegen ihrer Kleinheit die Spannungserniedrigung durch die Erhöhung der freien Weglänge nicht aufheben. Bei tieferen Drucken aber überwiegt sie dann diese Spannungserniedrigung immer mehr, und die Kurve steigt wieder an. Wegen der sehr schnellen Verringerung der Ionisierungswirkung bei kleineren Drucken ist der Wiederanstieg der Kurven ein sehr steiler. Fig. 10 gibt als Beispiel der Spannungsdruckkurven eine Kurvenschar, die bei konstanter Wellenlänge (480 m), aber bei verschiedenen Stromstärken (22 bis 50 effektive MA.) aufgenommen wurde. Die Werte beziehen sich auf ein Außenelektrodenrohr. Die Form der Kurven ist aus der Figur deutlich ersichtlich. Man erkennt sofort, daß mit Erhöhung der Stromstärke die Spannung für jeden Druck wächst. Mit wachsender Stromstärke verschiebt sich das Minimum der Kurve nach höheren Drucken hin. Auch dies ist ohne weiteres verständlich aus der Wirkung der Verminderung der Ionisierungswirkung bei Verringerung des Druckes, die sich bei höheren Stromstärken eher bemerkbar machen muß. Die Abhängigkeit des Spannungsverlaufs von der Frequenz

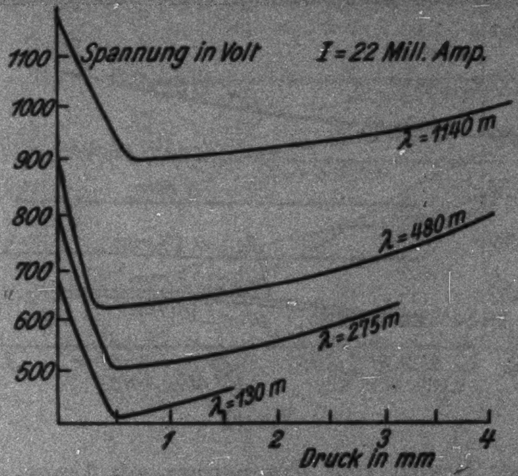


Fig. 11

erkennt man in der Fig. 11, die eine Schar von Kurven darstellt, welche bei gleicher Stromstärke (22 effektive Milliampere), aber verschiedenen Frequenzen (130 m, 275 m, 480 m, 1140 m) mit einem Außenelektrodenrohr aufgenommen wurde. Mit wachsender Frequenz sinkt die Spannung für jeden Druck. Das heißt aber, daß die Spannungsdifferenz, die nötig ist, um bei einem bestimmten Gasdruck eine bestimmte Entladungsstromstärke zu erhalten, mit wachsender Frequenz sinkt. Dies ließe sich aus der Vergrößerung der Ionisierungswirkung durch die Vergrößerung der Frequenz vielleicht folgendermaßen erklären: Je höher die Frequenz wird, um so öfter nimmt ein Elektron in der Zeiteinheit die nötige Ionisierungsenergie auf. Es wird also bei steigender Frequenz mit einem größeren Umsatz an

Ionisierungsenergie zu rechnen sein, wodurch sich die Stromstärke erhöht, so daß für eine gleiche Stromstärke eine geringere Spannung notwendig ist.

Die Charakteristik der Hochfrequenz-Glimmentladung

Zur Bestimmung der Charakteristik der Hochfrequenz-Glimmentladung wurden Stromspannungskurven bei einer Reihe verschiedener Drucke und Frequenzen mit Innen- wie Außenelektrodenröhren aufgenommen. Der Kurvenverlauf bei Innen- und Außenelektroden ist der gleiche, nur ist jeder Spannungswert für Innenelektroden kleiner als für Außenelektroden. Fig. 12 stellt eine Schar von Stromspannungskurven — mit Innenelektroden aufgenommen — dar, welche bei konstanter Frequenz λ = 410 m bei verschiedenen Drucken aufgenommen wurden. Die Charakteristiken bei verschiedenem Druck laufen nahezu parallel.[1]) Das Spannungsniveau der Charakteristiken sinkt zuerst mit abnehmendem Druck, um dann bei tieferen Drucken umzukehren und schnell zu steigen. Nach dem Verlauf der Spannungsdruckkurven gleicher Stromstärke ist dies ja auch ohne

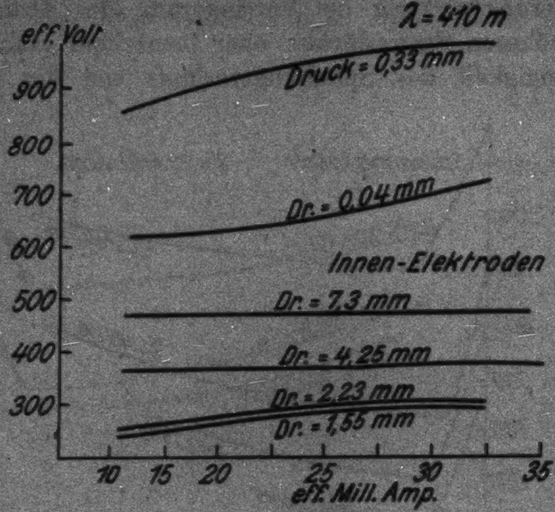


Fig. 12

---

[1]) Leider war es mangels geeigneter Meßeinrichtungen noch nicht möglich, den Teil der Charakteristik für niedrigere Stromstärke aufzunehmen.

weiteres verständlich. Bei höheren Frequenzen $\lambda = 110$ m ist der Verlauf des Spannungsniveaus der Charakteristiken der gleiche (vgl. Fig. 13); dagegen laufen hier die Charakteristiken nicht mehr nahezu parallel, sondern es wird der Winkel der Charakteristik mit der Abszissenachse immer größer mit abnehmendem Druck. Die Charakteristiken schneiden sich. Eine Erklärung dieser Erscheinung muß zurückgestellt werden, bis wirkliche Präzisionsmessungen vorliegen, die wegen Mangels an flüssiger Luft hier noch nicht zu erreichen waren. Die Frequenzabhängigkeit der Charakteristiken ist schon in der Frequenzabhängigkeit der Spannungsdruckkurven konstanter Stromstärke enthalten und braucht daher nicht noch besonders dargelegt zu werden. Die Charakteristik der niedrigeren Frequenz liegt über derjenigen höherer Frequenz, wofür dieselbe Erklärung gilt wie bei den Spannungsdruckkurven. Eine Hysteresis der Charakteristik wurde nie beobachtet.

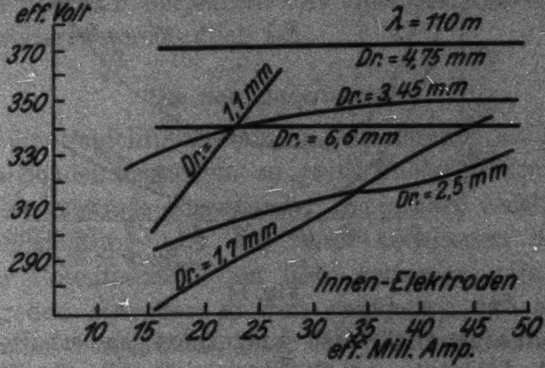


Fig. 13

Die Zündspannung in Wasserstoff

Auf die Messung der Zünd- und minimalen Brennspannungen wurde von vornherein kein Wert gelegt, da diese weitgehend durch die Arbeiten von C. Gutton und F. Kirchner[1]) bekannt sind. Kirchner betont schon, daß die Zündspannungen sehr durch Zufälligkeiten bestimmt sind und daß den Zündspannungsmessungen keineswegs derselbe Wert beizumessen ist wie denjenigen der minimalen Brennspannungen Wie richtig Kirchners Auffassung ist, beweist die Fig. 14. Es gelang hier, die Abhängigkeit der Zündspannungskurven

---

[1]) F. Kirchner, Ann. d. Phys. 77. S. 287. 1915.

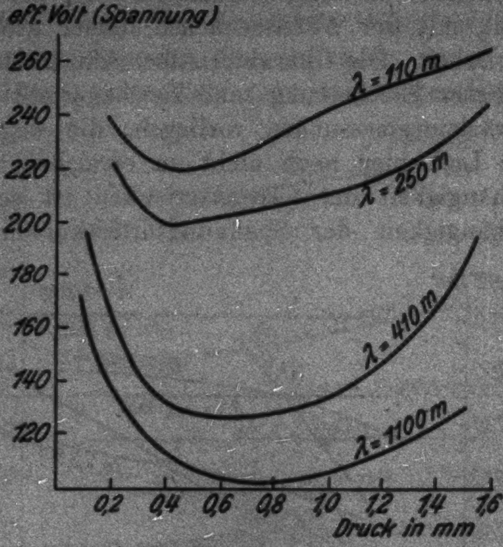


Fig. 14

von der Frequenz gänzlich umgekehrt zu erhalten, wie sie durch die Arbeiten von C. Gutton für die Zündspannungen und die erschöpfende Arbeit von F. Kirchner über die

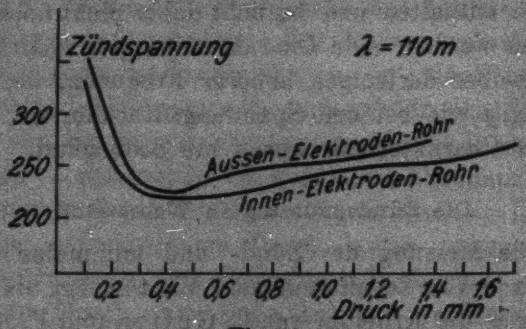


Fig. 15

minimalen Brennspannungen feststeht. In Fig. 14 liegen die Kurven höherer Frequenz sämtlich höher als diejenigen niedriger Frequenz. Die in Fig. 14 dargestellte Abhängigkeit der Zündspannung von der Frequenz kann nach allen vorliegenden Ergebnissen nur eine vorgetäuschte sein. Auch die Labilität der Zündspannungen, die **Kirchner** beobachtet hatte, konnte im Gebiete kleiner Elektrodenentfernungen und -spannungen bestätigt werden. Bei großen Elektrodenabständen wird der Gang der Zündspannung völlig regelmäßig. Die Abhängigkeit der Zündspannung von der Art der Elektroden zeigt Fig. 15, welche zwei Kurven darstellt, von denen eine mit einem Inneneleketrodenrohr und die andere mit einem Außenelektrodenrohr aufgenommen wurde. Der einzige Unterschied zwischen Innen- und Außenelektrodenrohr besteht darin, daß die Kurve für das Außenelektrodenrohr ganz oberhalb derjenigen mit Innenelektroden liegt, was ja ohne weiteres verständlich ist.

Die Schichtpotentiale

Um die Schichtpotentiale in Wasserstoff zu bestimmen, wurde, da Sondenmessungen zu große Fehlerquellen enthalten, folgende Meßmethode angewandt: Bei scharf voneinander getrennter Schichtung und bei einer konstanten Stromstärke wurde der Potentialabfall am Rohr gemessen. Dann wurden die Elektroden einander so weit genähert, daß gerade eine Doppelschicht verschwand, und der Spannungsabfall nun gemessen. Das Schichtpotential — welches hier als Spannungsabfall längs einer Doppelschicht definiert sei — muß dann die Differenz der beiden Gesamtpotentiale sein. Zuerst wurden diese Messungen mit einem Außenelektrodenrohr gemacht. Hier wurde die reine rosa Schichtung untersucht, jedoch waren hier die Ergebnisse nicht sehr befriedigend, da erstens die Genauigkeit der Messung schon dadurch einbüßte, daß die Gesamtpotentiale recht groß bei Außenelektroden sind, wodurch die relativ kleine Differenz der Potentiale prozentuell schlechter zu bestimmen war, als bei den geringeren Gesamtpotentialen bei Innenelektroden; zweitens aber waren die so erhaltenen Werte nicht völlig übereinstimmend, was durch die Ungleichförmigkeit des Glaswiderstandes und vor allem des Kontaktes verursacht wurde. Bei Stromstärken, wie sie oben zur Bestimmung der Spannungsdruckkurven usw. verwendet wurden, erhielt man völlig unbrauchbare Werte. Ging man dagegen zu sehr niedrigen Stromstärken über, so erhielt man

Werte, die ziemlich übereinstimmten. Von 100 Werten für die Schichtpotentialdifferenzen lagen dann über 80 zwischen 11 und 13 Volt, während der Rest zu zwei Drittel in das Intervall von 9—11 Volt fiel, und zu ein Drittel zwischen 13 und 14 Volt lag. Aus diesen Messungen läßt sich also kein genauer Wert der Schichtpotentialdifferenz bestimmen. Wohl aber kann man danach mit einiger Sicherheit annehmen, daß der Wert der Schichtpotentialdifferenz für die reine rosa Schichtung zwischen 11 und 13 Volt effektiv liegen muß. Die effektiven Spannungen werden aber hier nicht das Entscheidende sein, sondern die Scheitelspannungen. Diese aber kann man nun, da sinusförmige Schwingungen verwendet wurden, aus den effektiven Spannungen durch Multiplikation mit $\sqrt{2}$ berechnen. Bei Anregung der Senderöhren mit Wechselstrom ist dies natürlich nicht zulässig, deshalb wurden diese Messungen mit einer gegen die anderen Messungen insoweit veränderten Schaltung gemacht, daß der vom Transformator gelieferte Hochspannungsstrom gleichgerichtet wurde. Um diese Fehlerquelle ganz zu vermeiden, wurde später, mehrere Monate nach dem ersten Abschluß der vorliegenden Arbeit, als Hochspannungsquelle eine inzwischen beschaffte Hochspannungsbatterie aus Stahlakkumulatoren verwendet und damit eine ganze Gruppe von Spannungsmessungen nachgemessen. Die so erhaltenen Resultate waren so minimal von den früheren verschieden, — die Differenz zwischen beiden Gruppen von Werten war kleiner als die Ablesegenauigkeit, — daß hier die früheren Werte angegeben werden können. Berechnet man nun die Scheitelspannungen für die obigen Werte, so erhält man das Resultat, daß die Schichtpotentialdifferenz für die reine rosa Schichtung zwischen 15,6 und 18,4 Volt liegt. Dies ist nun ein sehr weiter Bereich und es soll aus diesem Grunde jetzt auch kein Schluß daraus gezogen werden.

Nach diesen Messungen wurden Innenelektroden benutzt, die von außen elektromagnetisch bewegt wurden. Das Entladungsrohr war das Rohr *C* der Fig. 4. In diesem Rohr aber gelang es nicht, bei den zur Messung brauchbaren Stromstärken die reine rosa Schichtung zu erhalten; es mußte daher die blaue Schichtung untersucht werden. Leider lassen sich also die Werte für die Innen- und die Außenelektroden nicht miteinander vergleichen. Bei Verwendung des Innenelektrodenrohres wurden nun bald konstante, gut reproduzierbare Resultate gefunden, die für alle Wellenlängen innerhalb des untersuchten Bereiches die gleichen waren. Ein Beispiel hierfür gibt die Tab. 3.

Tabelle 3

$\lambda = 410$ m, $J = 13$ MA, $P = 0{,}725$ mm

Anzahl der Doppelschichten	Elektrodenabstand cm	Länge der positiven Säule cm	Spannung		
			Volt	Δ	$\Delta \cdot \sqrt{2}$
4	12,6	4,3	277,5	7,5	10,55
3	11,8	3,5	270,0	7,5	10,55
2	10,6	1,5	262,5	6,5	9,2
1	9,2	—	256,0	9,5	13,5
keine	8,7	—	246,5		

Als berechnete Scheitelwerte ergeben sich also hier für die Schichtpotentialdifferenzen die Werte von 10,55 und 13,5 Volt. Allerdings wurde bei vielen Messungen außerdem noch ein anderer Wert, nämlich der von 9,2 Volt z. B., gefunden, doch war dessen Größe nicht konstant, sondern schwankte zwischen 9 und 10 Volt. Dieser Wert ist also wohl kein für das Gas charakteristischer Wert, sondern wird durch minimale Verunreinigungen vorgetäuscht. Bei späteren Messungen, bei denen die Reinheit des Gases mit aller Sorgfalt so weit getrieben wurde, wie dies mit den vorhandenen Mitteln nur zu erreichen war, gelangen mehrere Meßreihen, die nur die Werte von 10,55 und 13,5 Volt enthielten. Die so gefundenen Schichtpotentiale stimmen überraschend gut innerhalb der Meßgenauigkeit von ± 0,5 Volt mit den beiden Anregungsstufen des Wasserstoffatoms von 10,2 und 13,5 Volt überein. Es ist bedeutungsvoll, daß es gerade die Spannungen sind, die Frank Horton und Ann Davies[1]) für die Anregungsspannung 10,2 Volt und die Ionisierungsspannung 13,5 Volt des Wasserstoff*atoms* gefunden haben. Als Schichtpotentialdifferenz der letzten Doppelschicht wurde nun immer die

---

[1]) **Frank Horton und Ann Davies**, Phil. Mag. 46. S. 172. 1923.

Spannung von 13,5 Volt gemessen. Die Tatsache, daß als Schichtpotentialdifferenz nur die Anregungsspannungen des Wasserstoffatoms gemessen wurden, legt den Schluß nahe, daß der Wasserstoff in weitem Maße dissoziiert ist. Dies stimmt auch mit dem spektralen Befund überein. Daraus aber darf man nicht folgern, daß die Schichtenbildung durch den atomaren Wasserstoff bedingt sei. Auf diese Fragen wird bei den schon oben erwähnten spektroskopischen Untersuchungen eingegangen werden. Hier sei nur darauf hingewiesen, daß gar keine Schichtung auftritt, wenn man dem Wasserstoff so viel Wasserdampf zusetzt, daß im Spektrum nur das Balmerspektrum zu sehen ist: d. h. aber doch, daß gerade bei der höchsten Konzentration des atomaren Wasserstoffs keine Schichtung auftritt.

Zusammenfassung

1. Der Verlauf der Glimmentladung bei Anregung mit gedämpften Schwingungen, welche mittels Funkenstrecken usw. erzeugt sind, ist ein anderer als der Verlauf der Hochfrequenz-Glimmentladung bei Anregung mit sinusförmigen, röhrenerzeugten Schwingungen, einerlei ob diese reine ungedämpfte Schwingungen, oder im Rhythmus von 50 Perioden sinusförmig moduliert sind. Es wurde die allgemeine Form der Hochfrequenz-Glimmentladung bei Anregung mit sinusförmigen Schwingungen festgelegt. Das Charakteristische für diese Glimmentladung besteht in der scharfen Trennung der verschiedenen Entladungsphasen, die mittels der mit Röhren erzeugten Schwingungen erhalten werden kann.

2. Es wurde ein bisher nicht beobachteter Dunkelraum gefunden, der kurz vor Verschwinden der positiven Säule bei den untersuchten Gasen: Sauerstoff, Luft, Stickstoff, Argon und Wasserstoff auftritt und die positive Säule in zwei symmetrische Hälften zerlegt. Dieser Dunkelraum ist charakteristisch für die Hochfrequenz-Glimmentladung in Röhren mit zwei Elektroden.

3. Die Hochfrequenz-Glimmentladung eignet sich vorzüglich zur Untersuchung des Leuchtens von Gasen bei hoher Verdünnung, da bis 0,0001 mm eine leuchtende Hochfrequenzentladung beobachtet werden konnte. Durch Anwendung eines

Magnetfeldes kann man den Druckbereich, in dem man das Gas zum Leuchten anregen kann, noch nach tieferen Drucken erweitern.

4. Die Glasfluoreszenz tritt bei der Hochfrequenz-Glimmentladung schon bei verhältnismäßig hohen Drucken auf, sie wurde noch bei 55 mm beobachtet. Sie ist bei Spannungen bis 2000 Volt an das Vorhandensein eines nicht unbeträchtlichen Gasrestes gebunden.

5. Die Hochfrequenz-Glimmentladung in Wasserstoff wurde exakt untersucht und ihr Verlauf festgestellt. Es wurde eine geschichtete Entladungsform in Wasserstoff gefunden und damit zum erstenmal eine geschichtete Hochfrequenz-Glimmentladung in Röhren mit zwei wohldefinierten Elektroden.

6. Als Bedingung für die Schichtenbildung wurde die Verwendung sinusförmiger Schwingungen genügend großer Energie gefunden. Die Schichtentladung wurde weitgehend phänomenologisch untersucht.

7. Der Potentialverlauf der Hochfrequenz-Glimmentladung wurde mittels Spannungsdruckkurven festgelegt. Es wurden Charakteristiken der Hochfrequenz-Glimmentladungen aufgenommen. Die Frequenzabhängigkeit wurde festgestellt.

8. Es wurden die Schichtpotentiale der Wasserstoff-Hochfrequenz-Glimmentladung gemessen. Sie liegen bei einer Schichtungsart zwischen 15,6 und 18,4 Volt; also in der Nähe der Ionisierungsspannung des Wasserstoffmoleküls. Bei der anderen Schichtungsart wurden sie mit 10,6 ± 0,5 Volt und 13,5 ± 0,5 Volt gemessen. Die letzteren Schichtpotentiale sind also identisch mit dem Anregungspotential 10,2 bzw. mit dem Ionisierungspotential 13,5 des Wasserstoffatoms.

Der Radioröhrenfabrik G. m. b. H. Hamburg sei auch an dieser Stelle gedankt für die Überlassung von großen Sende- und Gleichrichterröhren.

Der Gesellschaft für Lindes Eismaschinen G. m. b. H. in Höllriegelskreuth bei München danke ich für die Überlassung des Argons.

Besonderen Dank schulde ich dem Direktor des Kölner Instituts, Hrn. Prof. Dr. R. Rinkel, für die Bereitwilligkeit,

mit der er mir die Mittel des Instituts zur Verfügung stellte und für das Interesse, das er meiner Arbeit entgegenbrachte.

Schließlich danke ich auch abermals den Herren Dr. A. Dierichs und cand. phil. L. Ebeler für viele technische Hilfe bei der Vorbereitung und Ausführung der Versuche und Messungen.

Köln, Physik. Inst. der Universität, im Februar 1928.[1]

---

[1] Die Arbeit wurde bis auf einige Kontrollmessungen und die Untersuchung der magnetischen Einwirkungen bereits im September 1926 abgeschlossen. Es wurde auszugsweise schon darüber berichtet in den Sitzungen des Gauvereins Rheinland-Westfalen der Deutschen Phys. Ges. in Münster am 1. Mai 1926 und in Aachen am 11. Dez. 1926.

(Eingegangen 20. Februar 1928)

2. *Über Ausleuchtung und Tilgung der Phosphore durch Licht bei verschiedenem Gattungsatom;*

von Helmut Moser

(Aus dem Radiologischen Institut der Universität Heidelberg)

Die grundlegenden Untersuchungen Hrn. Lenards über Ausleuchtung und Tilgung der Phosphore durch Licht [1]) haben wichtige Aufschlüsse über den Aufbau der Phosphoreszenzzentren gebracht. Diese Untersuchungen sind damals ausschließlich an Sulfidphosphoren durchgeführt worden. Nachdem durch die Versuche der Herren W. E. Pauli [2]) und Hirsch [3]) nachgewiesen worden war, daß das Schwefelatom durch ein Selen- oder Sauerstoffatom ersetzbar sei, und nachdem die Eigenschaften der Selenid- und Oxydphosphore von den Herren Kittelmann [4]) und F. Schmidt [5]) eingehender untersucht worden sind, war es von Interesse, zu erfahren, welche besonderen Eigenschaften diese Phosphorgattungen in bezug auf Ausleuchtung und Tilgung zeigen würden, zumal durch frühere Untersuchungen Hrn. Lenards [6]) bekannt war, daß dem Gattungsatom (S) eine besondere Bedeutung im Phosphorzentrum zukommt, indem es die Bindung Metallatom-Erdalkaliatom vermittelt und die Fähigkeit hat, die vom Metallatom abgetrennten Elektronen aufzuspeichern. Es werden daher in der folgenden Arbeit die Oxyd-, Sulfid- und Selenidphosphore in bezug auf Ausleuchtung und Tilgung untersucht und miteinander verglichen. Es wird sich dabei zeigen, daß die teils qualitativ, teils quantitativ durchgeführten Untersuchungen sowohl mit den von Hrn. Lenard entwickelten Vorstellungen über den Mechanismus der Ausleuchtung und Tilgung[1]) in Übereinstimmung stehen, als auch geeignet sind, diese Vorstellungen zu erweitern.

---

[1]) P. Lenard, Über Ausleuchtung und Tilgung der Phosphore durch Licht, I., II., III., IV., Sitzungsber. d. Heidelberger Ak. d. Wiss. (Verlag Winter) 1917 und 1918.

[2]) W. E. Pauli, Ann. d. Phys. 38. S. 870. 1912.

[3]) J. Hirsch, Diss. Heidelberg 1912.

[4]) F. Kittelmann, Ann. d. Phys. 46. S. 177. 1915.

[5]) F. Schmidt, Ann. d. Phys. 63. S. 264. 1920.

[6]) P. Lenard u. V. Klatt, Ann. d. Phys. 15. S. 670. 1904. — P. Lenard, ebenda 31. S. 668ff. 1910 und a. a. O., Ausleuchtung und Tilgung III., Fußnote 319. — Über eine etwas veränderte Bedeutung des Schwefelatoms als Brückenatom vgl. R. Tomaschek, Ann. d. Phys. 75. S. 585ff. 1924.

1. Über charakteristische und kontinuierliche langwellige Ausleuchtungs- und Tilgungsverteilungen

Wir legen zur Erklärung der folgenden Erscheinungen zunächst die Vorstellungen zugrunde, welche sich Hr. Lenard über den Mechanismus von Ausleuchtung und Tilgung gemacht hat.[1]) Wir unterscheiden danach folgendes:

a) *Charakteristische Ausleuchtungsverteilung* (Maxima und Minima). Die Energieaufnahme zu dieser Ausleuchtung wird unmittelbar durch Resonanz des polarisierten Paares (Metallatom—Gattungsatom) besorgt. Es wird mehr als ein Lichtquant aufgenommen. Die Energie dieser Lichtquanten wird in Wärmebewegung des Zentrums aufgehäuft, bis Abtrennung des Elektrons vom Gattungsatom durch Nähewirkung erfolgt.

b) *Kontinuierliche Ausleuchtungsverteilung.* Die Energieaufnahme erfolgt durch das ganze polarisierte Zentrum. Aufhäufung in Wärmebewegung und Abtrennung des Elektrons durch Nähewirkung.

c) *Charakteristische Tilgungsverteilung.* Aufnahme nur eines Lichtquantes durch Resonanz des polarisierten Paares und Abtrennung des aufgespeicherten Elektrons mit einer Geschwindigkeit, die zu klein ist, um Ausleuchtung zu bewirken.[2])

d) Diese charakteristische Tilgungsverteilung kann in eine *kontinuierliche* übergehen. Es zeigte sich das deutlich an Bi-Phosphoren, bei welchen die Tilgungsmaxima x und y trotz gleichen Metallgehaltes bei Variation des Zusatzes und der Glühtemperatur verschieden scharf hervortraten.[3]) Bei den meisten anderen Phosphoren (wie Mn, Cu, Pb in CaS und Zn, Ag in SrS) war die Verwaschenheit so groß, daß die Maxima *x* und *y* nicht mehr getrennt gesehen werden konnten.[1]

---

[1]) P. Lenard, Ausleuchtung und Tilgung, a. a. O. III. S. 66.

[2]) Über Abtrennungsgeschwindigkeit vgl. P. Lenard, a. a. O. IV. S. 85.

[3]) Vgl. P. Lenard, a. a. O. III. S. 48.

2. Versuchsanordnung und Beobachtungsverfahren

a) Die Versuchsanordnung, die zur Beobachtung der spektralen Ausleuchtungs- und Tilgungsverteilung diente, war folgendermaßen zusammengestellt. Als Lichtquelle zur Erzeugung des auslöschenden Spektrums diente ein Nernstfaden, der mit 1,5—2 Weber geheizt wurde und der sich in einem Metallgehäuse befand. Dieser wurde vermittelst zweier Linsen durch ein großes Flintglasprisma als Spektrum auf ein horizontal liegendes Heizblech projiziert und zwar so, daß die Lichtstrahlen nahezu parallel das Prisma durchsetzten. (Brennweite der Linse vor dem Prisma = 40 cm, nach demselben = 20 cm). Der Strahlengang war möglichst ökonomisch eingerichtet. Falsches Licht wurde durch geeignete Schirme vom Beobachtungsraum ferngehalten. Das Spektrum, welches auf diese Weise auf dem Heizblech erhalten wurde, war sehr intensiv und hatte in der Gegend von 500—1400 $\mu\mu$ eine Länge von etwa 15 mm. Ein an einer Millimeterskala auf dem Heizblech verschiebbarer Zeiger erlaubte die Auswertung in Wellenlängen, wobei zur Eichung im sichtbaren Gebiet des Spektrums die Spektrallinien von Tl, Na und Li und im U.R. die ziemlich scharfen Tilgungsmaxima *x* von ZnSCuα und CaSBiα, sowie das Tilgungsminimum von ZnSCuα, deren Wellenlängen sehr genau bekannt waren[2]), dienten. Der Phosphor wurde in dünner gleichmäßiger Schicht auf das Heizblech aufgesiebt und mit einer Eisenlampe mit Quarzlinsenkonzentration in etwa 10 cm Abstand erregt. Die Temperatur des Phosphors auf dem Heizblech konnte durch Messung der Heizstromstärke bestimmt werden, nachdem die Abhängigkeit der Temperatur von der Heizstromstärke durch Schmelzen geeigneter Stoffe[1]) ermittelt worden war. Die Bandentrennung geschah durch geeignete Farbmedien, die entweder in den Strahlengang des auslöschenden Lichtes eingeschaltet oder vor das Auge gehalten wurden.

---

[1] Als Erklärung hierfür könnte man eine verschieden gut ausgebildete Gitterstruktur des Phosphorzentrums annehmen, wie eine solche neuerdings von Hrn. **Rumpf**, Ann. d. Phys. 84. S. 313. 1927, an CaS- und SrS-Samariumphosphoren gefunden wurde. Doch bieten unsere Beobachtungen weder einen Anhaltspunkt für noch gegen diese Annahme.

[2] P. **Lenard**, a. a. O. III. S. 51.

Für die Art der Trennung von Ausleuchtungsverteilung und Tilgungsverteilung waren die von Hrn. Lenard angegebenen Grundsätze maßgebend.[2]) Da die Tilgung vor allem den Zentren kurzer Dauer zukommt, so wurde der Phosphor, um dieselbe getrennt von Ausleuchtung hervorbringen zu können, nur während und kurze Zeit nach der Erregung spektral belichtet. Zur Beobachtung der Ausleuchtungsverteilung wurde der Phosphor im allgemeinen 60 Sek. abklingen lassen und erst dann spektral belichtet. Andere Mittel zur Trennung von Ausleuchtung und Tilgung waren Variation von Temperatur und Metallgehalt des Phosphors, indem bei hohen Temperaturen und Metallgehalten die Tilgung und bei tiefen Temperaturen und unternormalen Metallgehalten die Ausleuchtung überwiegt.

b) In einem besonderen Fall (4b), bei welchem die Intensität der Auslöschung bestimmt wurde, kam eine andere Versuchsanordnung zur Anwendung. Das Licht des Phosphors, welcher in dünner, 6 cm^2 großer Schicht auf ein horizontales Heizblech aufgesiebt war, wurde in eine lichtelektrische Kamera[3]) gespiegelt, in der sich eine Cäsiumzelle befand. Diese war mit einem Einfadenelektrometer verbunden, welches nach Berücksichtigung der Nichtproportionalität der Elektrometerausschläge mit der Spannung, des Elektrometerganges und der Isolationsmängel die Lichtsumme des Phosphors (durch Hitzeaustreiben) in Skalenteilen anzugeben gestattete. Das auslöschende Licht, das von einer Kohlebogenlampe geliefert wurde und durch eine Linse konzentriert war, wurde nach dem Durchsetzen eines 1 cm dicken Filters von Jod in Jodkaliumlösung (Filter für Gelb + Rot + Ultrarot; 580—1300 $\mu\mu$) mittels eines Spiegels seitlich auf den Phosphor geworfen. Die Intensität desselben auf dem Heizblech wurde mit der lichtelektrischen Zelle kontrolliert und konnte auf wenige Hundertel konstant gehalten werden. Sie wurde mittels einer Thermosäule in Hefnermeter bestimmt. Zur Erregung des Phosphors diente eine Eisenlampe mit Quarzlinsenkonzentration in etwa 15 cm Abstand.

---

[1]) P. Lenard, a. a. O. II. S. 10.

[2]) P. Lenard, a. a. O. III, S. 4.

[3]) Vgl. P. Lenard, a. a. O. II. S. 4.

3. Verhältnis zwischen Ausleuchtung und Tilgung bei verschiedenem Gattungsatom

Es werden zu den folgenden Versuchen hauptsächlich Wismutphosphore benutzt, die den Vorteil haben, daß bei ihnen die charakteristische Ausleuchtungs- und Tilgungsverteilung verhältnismäßig deutlich hervortritt. Es ergeben sich bei diesen Phosphoren im Dauerzustand der betreffenden Banden folgende Verhältnisse.

Tabelle 1

Normal-CaBi

Gattungsatom	Zugehörigkeit der charakteristischen Verteilung zur	
	α-Bande	β-Bande
O	Ausleuchtung	—
S	Tilgung	Ausleuchtung
Se	—	Tilgung

Aus Tab. 1 läßt sich folgendes entnehmen. Bei den Oxydphosphoren ist nur charakteristische Ausleuchtung, bei den Selenidphosphoren nur charakteristische Tilgung vorhanden. Bei den Sulfidphosphoren besteht ein gewisser Übergang, indem sich charakteristische Ausleuchtung und Tilgung auf zwei Banden verteilen (gültig für CaBi). Das Fehlen einer charakteristischen Ausleuchtung bei CaSeBiβ ist insofern nachgewiesen, als mit bloßem Auge trotz starker Auslöschung nicht das geringste Aufleuchten zu bemerken war. Bei CaOBiα konnte durch besondere Versuche nachgewiesen werden, daß, wenn Tilgung an der Stelle x vorhanden ist, diese nur sehr gering sein kann. Es wurden zu diesem Zweck zwei Heizdrähte (Bänder), von der Breite der Stelle x durch Glimmer isoliert, über das Heizblech gespannt und mit dem Phosphor bestreut. Der eine wurde nicht geheizt und so eingestellt, daß das Maximum *x* darauf zu liegen kam. Wurde nun beim Einsetzen der spektralen Belichtung der andere Heizdraht so stark erwärmt, daß der Phosphor auf ihm ebenso stark aufleuchtete wie an der Stelle *x* und wurde gleichzeitig spektrale Belichtung und Heizung weggenommen, so zeigte sich ungefähr dieselbe Schwärzung an beiden Stellen.[1])

Bei den übrigen Phosphoren, die größtenteils nur kontinuierliche spektrale Verteilungen aufwiesen, lagen die Verhältnisse ähnlich. Von Selenidphosphoren wurden noch CaSeZnα und SrSeCuβ[2]) untersucht. Diese zeigten sehr starke Tilgung ohne deutlich hervortretende Maxima und nur sehr geringe Ausleuchtung. Bei CaOCuα war nur eine kontinuierliche Auslöschungsverteilung zu sehen. Die Schwärzung war so gering, daß ein Aufleuchten, das derselben entsprochen hätte, mit

---

1) Es sei hier bemerkt, daß diese Methode zur Erkennung reiner Ausleuchtung nur dann zum Ziele führte, wenn der Phosphor auf mindestens 300° C erwärmt oder vorabgeklungen war, indem nur dann beide Schwärzungen gleich lang und gleich stark bestehen blieben. Bei tieferen Temperaturen (etwa 100° C) wurde zuerst die geheizte Stelle viel schwärzer. Nach einiger Zeit wurden beide Stellen gleich schwarz und schließlich überwog die Schwärzung an der Stelle *x*. Es ist dies so zu verstehen, daß bei zu niederer Temperatur durch Erwärmen überwiegend Zentren mittlerer Dauer und durch Ausleuchtung überwiegend Zentren langer Dauer ausgetrieben werden.

2) *Präparation der Phosphore:*

CuSeBi, präpariert nach F. Kittelmann, Ann. d. Phys. 46. S. 192. 1915. Nr. 2 (erstes Präparat).

CaSeZn, präpariert nach F. Kittelmann, a. a. O. Nr. 4 (zweites Präparat).

SrSeCu (2 g SrSe + 0,1 g $CaFl_2$ + 0,07 g $K_4B_6O_{10}$ + 0,08 g Li_3PO_4 + 0,001 g Cu).

Diese Selenidphosphore waren von Hrn. Prof. W. E. Pauli dem Phys. Inst. in dankenswerter Weise zur Verfügung gestellt worden.

CaOBi, präpariert nach F. Schmidt, Ann. d. Phys. 63. S. 267ff. 1920. Nr. 4.

CaOCu, präpariert nach F. Schmidt, a. a. O. Nr. 3.

SrOBi präpariert nach F. Schmidt, a. a. O. Nr. 1.

Die Sulfidphosphore hatten, wo nichts anderes angegeben ist, normale Metallgehalte (vgl. P. Lenard und V. Klatt, Ann. d. Phys. 15. S. 568ff. 1904).

bloßem Auge nicht mehr beobachtbar war[1]), so daß hier nur durch Lichtsummenmessung Ausleuchtung und Tilgung voneinander zu trennen sind. Bei SrOBiα zeigte sich nur charakteristische Ausleuchtung ähnlich wie bei CaOBiα, jedoch von etwas größerer Intensität. Bei den entsprechenden Sulfidphosphoren (untersucht wurden CaCuα, SrCuβ, SrZnα, SrBiα) waren Ausleuchtung und Tilgung bei derselben Bande gemeinsam vorhanden und nicht sehr an Intensität verschieden. Man kann daher allgemein sagen, daß *im Dauerzustand bei den Oxydphosphoren die Ausleuchtung und bei den Selenidphosphoren die Tilgung stark überwiegt*, während bei den Sulfidphosphoren die Ausleuchtung ebenso häufig und meistens ungefähr gleich stark vertreten ist wie die Tilgung.

Die soeben betrachteten Erscheinungen lassen sich aus der Verschiedenheit der Abtrennungsarbeit von O, S und Se verstehen. Diese muß entsprechend dem elektronegativeren Charakter von Se zu O zunehmen und maßgebend sein für die Geschwindigkeit, mit der das aufgespeicherte Elektron zum Metallatom zurückgekehrt.[2]) Sie ist bei den Selenidphosphoren so gering, daß schon 1 Lichtquant zur Abtrennung genügt, was wegen der geringen Energie desselben lichtlose Rückkehr, also Tilgung, bewirkt. Bei den Oxydphosphoren liegt der umgekehrte Fall vor. Hier genügt ein Lichtquant nicht zur Abtrennung. Die Energie mehrerer Lichtquanten, die im Phosphorzentrum in Wärmebewegung aufgehäuft wird, ist jedoch imstande, dem rückkehrenden Elektron eine solche Geschwindigkeit zu erteilen, daß Aufleuchten erfolgen kann. Bei der charakteristischen Verteilung von CaSBiα liegt der erste, bei CaSBiβ der zweite Fall vor, was schon durch die Temperaturlagen dieser Banden angezeigt wird, indem β Hitzebande ist und α bei Zimmertemperatur am besten erscheint.

---

1) Es war dies mit der oben angegebenen Versuchsanordnung nachweisbar. Wurde nämlich das eine Glühband so stark geheizt, daß der Phosphor auf ihm nach dem Abstellen der Heizung ebenso stark geschwärzt wurde wie nach gleich langem spektralen Belichten, so leuchtete auch der Phosphor auf dem Glühband nicht merklich auf.

2) P. Lenard, a. a. O. IV. S. 41. — F. Schmidt, Ann. d. Phys. 63. S. 291ff. 1920.

4. Die Intensität der langwelligen Ausleuchtung und Tilgung und der Auslöschung

a) Wir beobachten in diesem Abschnitt zunächst mit der unter 2a angegebenen Versuchsanordnung Intensitätsverhältnisse, nämlich bei der Ausleuchtung die Intensität des Phosphors an der Stelle, wo Ausleuchtung stattfindet, im Verhältnis zu derjenigen des normal abklingenden Phosphors und bei der Tilgung den Schwärzungskontrast, d. i. die Intensität an der getilgten Stelle, ebenfalls im Verhältnis zu der Intensität des normal abklingenden Phosphors. Wir werden dann ferner sehen, inwieweit wir aus diesen rein qualitativen Beobachtungen etwas über die von Hrn. Lenard eingeführte Tilgungsgröße μ[1]) und über die für die Ausleuchtung charakteristische molekular lokale Temperaturerhöhung $\frac{\Theta-\Theta_0}{J}$[2]) des Zentrums aussagen können.

Wir vergleichen zunächst Ca(Sr)SBiβ und Ca(Sr)OBiα in bezug auf Ausleuchtung an der Stelle x miteinander und haben hier den Vorteil, daß die Tilgung fehlt.[3]) Beide Banden hatten im D.-Z. ungefähr dieselbe Intensität 4 nach der Lenardschen Skala[4]) und wurden 60 Sek. nach voller Erregung mit der gleichen U.R.-Intensität bestrahlt. Es zeigte sich ein bedeutend stärkeres Aufleuchten des Maximums x bei Ca(Sr)SBiβ als bei Ca(Sr)OBiα. Noch deutlicher zeigte sich der große Unterschied in der Ausleuchtung bei der Beobachtung der durch sie verursachten Schwärzung nach Schluß der Belichtung. Es mußte nämlich bei Ca(Sr)OBiα die Belichtungszeit etwa fünfmal so lang gewählt werden als bei Ca(Sr)SBiβ, damit die Schwärzung dieselbe war. Die ungefähr gleichen Verhältnisse zeigten sich bei CaOCuα und bei CaSCuα, die nur eine kontinuierliche Ausleuchtungsverteilung aufwiesen, und ebenso bei CaOSmα_{b}.

---

1) P. Lenard, a. a. O. I. S. 27.

2) P. Lenard, a. a. O. I. S. 33. J bedeutet die Intensität des auslöschenden Lichtes.

3) Das Fehlen der Tilgung bei Ca(Sr)SBiβ ist bereits von Hrn. Lenard bemerkt worden (a. a. O. III. S. 14). Über Ca(Sr)OBiα vgl. Abschnitt 8.

4) P. Lenard u. V. Klatt, Ann. d. Phys. 15. S. 230. 1904.

und CaSSmα_{bo}[1]), deren Dauerzustand bei derselben Temperatur liegt.

Diese Beobachtungen zeigen, daß die in der Sekunde durch Einwirkung nicht erregenden Lichtes derselben Intensität ausgeleuchtete Lichtsumme L_v bei den Oxydphosphoren viel kleiner ist als bei den Sulfidphosphoren. Setzen wir diese ins Verhältnis zur vollen Lichtsumme des Phosphors L und nehmen wir dieses Verhältnis als Maß für die *Intensität der Ausleuchtung*, so können wir um so mehr ein Überwiegen derselben bei den Sulfidphosphoren feststellen, als bei diesen nach voller Erregung im allgemeinen weniger erregte Zentren vorhanden sind, als bei den Oxydphosphoren.[2]) Es ist jedoch ohne weiteres nicht möglich, aus der Intensität der Ausleuchtung auf die ihr proportionale molekular lokale Temperaturerhöhung der Zentren zu schließen und 2 Phosphore in dieser Beziehung miteinander zu vergleichen, denn die letztere muß auch noch der Abtrennungsarbeit proportional sein, indem bei Vergrößerung der Abtrennungsarbeit auch die molekular lokale Temperaturerhöhung größer sein muß, um dieselbe Intensität der Ausleuchtung zu ergeben. Da aber bei den Oxydphosphoren die Abtrennungsarbeit größer und die Intensität der Ausleuchtung geringer ist als bei den Sulfidphosphoren, so können unsere qualitativen Beobachtungen nichts über die molekular lokale Temperaturerhöhung bei diesen Phosphoren aussagen.

In bezug auf Tilgung wurden CaSBiα und CaSeBiβ an der Stelle x miteinander verglichen. Beide Phosphore hatten bei Zimmertemperatur ungefähr die Intensität 4 (nach der Lenardschen Skala) nach voller Erregung und wurden kurz nach derselben spektral belichtet. Es zeigte sich, daß die Schwärzung bei beiden Phosphoren nur dann gleich stark war, wenn bei CaSBiα etwa 2—3 mal so lange belichtet wurde als bei CaSeBiβ. Bei SrSCuβ und SrSeCuβ und ebenso bei CaSeZnα und SrSZnα waren die Schwärzungsunterschiede bei gleich langer spektraler Belichtung meist noch größer (in demselben Sinne).

---

[1]) Diese beiden Phosphore hatten normale Metallgehalte (vgl. Ann. d. Phys. 75. S. 117ff. 1924) und waren mir in dankenswerter Weise von Hrn. Prof. Dr. Tomaschek zur Verfügung gestellt worden.

[2]) Nach Hrn. Rupps Messungen (Ann. d. Phys. 72. S. 102. 1923) übertreffen die Lichtsummen der Oxydphosphore die der Schwefelphosphore um das 10—15fache.

Wir wollen die in der Sekunde durch Einwirkung nicht erregenden Lichtes der Intensitätseinheit getilgte Lichtsumme L_μ im Verhältnis zur vollen Lichtsumme des Phosphors L als Maß für die *Intensität der Tilgung* nehmen. Der beobachtete Schwärzungsunterschied ist nur dann dieser Intensität proportional, wenn die Tilgung gleichmäßig auf alle Zentrensorten verteilt ist. Nun hat aber Hr. Lenard beobachtet, daß die Tilgung die Zentren kurzer Dauer bevorzugt[1]), was sich dadurch zeigt, daß die Schwärzung beim Hitzeaustreiben des Phosphors verschwinden kann. Es ist also bei der beobachteten Schwärzung die getilgte Lichtsumme nicht vollständig ins Verhältnis gesetzt zur vollen Lichtsumme, und der stärkeren Schwärzung bei den Selenidphosphoren entspricht insofern noch eine viel größere Intensität der Tilgung, als bei diesen Phosphoren viel weniger erregte Zentren vorhanden sind wie bei den Schwefelphosphoren, was aus ihrer geringen Leuchtdauer unmittelbar ersichtlich ist. Die oben eingeführte Intensität der Tilgung stimmt bei sehr kurz gewählten Tilgungszeiten mit der Tilgungsgröße μ überein, die nach Lenard gegeben ist durch

$$(1) \qquad \mu = \frac{d L_\mu}{d t} \cdot \frac{1}{J \cdot L} \;{}^{2)}$$

und welche den auf Zeiteinheit ($d t$), Lichtsummeneinheit (L) und Intensitätseinheit (J) des tilgenden Lichtes bezogenen Lichtsummenfehlbetrag ($d L_\mu$) angibt.

b) Die *Intensität der Auslöschung* (Summe von Ausleuchtung und Tilgung), welche für den folgenden Abschnitt 5 von Bedeutung sein wird, wurde mit der unter 2b angegebenen Versuchsanordnung quantitativ verfolgt. Ein Maß für dieselbe ergibt sich, wenn wir für die Intensität der Ausleuchtung eine der Tilgungsgröße μ entsprechende Größe ν einführen, zu

$$(2) \quad \sigma = \mu + \nu = \frac{d L_\mu}{d t} \cdot \frac{1}{J \cdot L} + \frac{d L_\nu}{d t} \cdot \frac{1}{J \cdot L} = \frac{d (L_\mu + L_\nu)}{d t} \cdot \frac{1}{J \cdot L} .$$

---

1) P. Lenard, a. a. O. III. S. 14.

2) P. Lenard, a. a. O. I. S. 41.

L_ν soll hierbei in Analogie zur getilgten Lichtsumme L_μ die ausgeleuchtete Lichtsumme bedeuten.

Die in Tab. 2 eingetragenen Werte für σ sind Annäherungswerte, da die Auslöschungszeiten t nicht beliebig klein gewählt werden durften, doch wird die Annäherung im allgemeinen genügen, zumal es uns hauptsächlich auf Relativzahlen ankommt. Die Zeit t begann eine Sekunde nach Schluß voller Erregung, die im allgemeinen nach 60 Sekunden erreicht war. Die Lichtsumme des normal abklingenden Phosphors (L) und und die Lichtsumme desselben nach t Sekunden langer auslöschender Belichtung ($L - [L_\mu + L_\nu]$) wurden beide von der Zeit ($t + 1$) Sekunden an gemessen und sind Mittelwerte aus mehreren Beobachtungen, die auf wenige Hundertteile konstant waren.

Tabelle 2

Auslöschendes Licht: Gelb + Rot + Ultrarot

(580—1300 $\mu\mu$; J = 41 Meterhefner)[1]

Phosphor[2]	L Skt. (beob.)	$L - [L_\mu + L_\nu]$ Skt. (beob.)	t Sek. (beob.)	$\frac{L_\mu + L_\nu}{t} \cdot \frac{1}{J \cdot L} \approx \sigma$ 10^{-6} cm²/erg (ber.)
ZnSMn α	12,6	3,3	2	9,3
ZnSCu α	16,1	7,0	2	7,1
CaSeZn α	4,0	2,4	2	4,8
CaSeBi β	2,8	2,1	2	3,(1)
BaSBi α	55	38	2	3,9
SrSBi α	96	82	4	1,0
CaSBi α	228	192	6	0,71[3]
CaOBi α	78	58	30	0,22

---

[1] 1 Meterhefner = 900 erg/cm² sec.

[2] Über die Präparation dieser Phosphore vgl. S. 692. Anmerkung 2.

[3] Dieser Wert könnte mit dem Lenardschen Wert

$$\mu = 0{,}019 \, \frac{1}{\text{Meterhefner} \cdot \text{Min.}} = 0{,}35 \cdot 10^{-6} \ \text{cm}^2/\text{erg für CaSBi}\alpha$$

bei auslöschender Bestrahlung mit Rot + Ultrarot (J = 41,7 Meterhefner, a. a. O. II. Tab. V) verglichen werden, da Hr. Lenard gezeigt hat, daß bei dieser Intensität J die Auslöschung in der Hauptsache durch Tilgung verursacht ist (a. a. O. II, Tab. VI). Unser Wert muß jedoch größer sein, da μ noch Funktion der Zentrendauer ist (a. a. O. II. S. 20; μ nimmt mit steigender Zentrendauer ϑ ab) und wir im allgemeinen viel kleinere mittlere Zentrendauern haben (ϑ = 0,5 Min.) als Hr. Lenard. Auch muß die Hinzunahme von Gelb zum Rot + Ultrarot eine Vergrößerung von μ und damit von σ zur Folge haben.

Der CaOBi-Phosphor wurde aus später anzugebenden Gründen (vgl. Abschnitt 8) bei etwa 200° C erregt und auslöschend belichtet. Bei allen übrigen Phosphoren geschah dies bei Zimmertemperatur. Nach dem Hitzeausbreiten des Lichtsummenrestes wurde mit der neuen Messung so lange gewartet, bis der Phosphor wieder auf Zimmertemperatur (bzw. bei CaOBi auf 200° C) abgekühlt war.

Aus Tab. 2 ist unmittelbar ersichtlich, *daß die Intensität der Auslöschung von den Oxyd- über die Sulfid- zu den Selenidphosphoren stark zunimmt* (bei gleichem Erdalkali- [Ca] und Metallatom [Bi]). Diese Zunahme entspricht der Abnahme der Abtrennungsarbeit von Sauerstoff zu Selen[1], welche durch den zunehmenden elektropositiven Charakter und durch die Temperaturlagen[2] der betr. Phosphorbanden angezeigt wird.

Es zeigt sich ferner eine *starke Zunahme der Intensität der Auslöschung von Calcium zu Barium als Erdalkaliatom* (bei gleichem Gattungs- [S] und Metallatom [Bi]). Diese läßt sich aus der Abnahme der Abtrennungsarbeit von Schwefel bei dessen Bindung an Ca (Sr), bzw. Ba erklären. Der größeren Bindungsfestigkeit von CaS (SrS) gegenüber BaS, welche durch die molekulare Bildungswärme gegeben ist, könnte nämlich ein zunehmender elektropositiver Charakter des an Ca (Sr) bzw. Ba gebundenen Schwefelatoms entsprechen.[3] Auch die Abnahme der Temperaturlagen[4] der Banden der Ca- (Sr) bzw. Ba-Phosphore deutet hierauf hin.

---

[1] Daß die Abtrennungsarbeit auch für die Auslöschung (Summe von Ausleuchtung und Tilgung) in der Hauptsache maßgebend sein muß, ist mit Hilfe der Vorstellungen über den Mechanismus von Ausleuchtung und Tilgung (vgl. Abschnitt 1) leicht verständlich, nachdem wir in Abschnitt 8 das Überwiegen der Tilgung gegenüber der Ausleuchtung beim Übergang von O zu Se (also mit abnehmender Abtrennungsarbeit) festgestellt haben. Bezüglich des Anteils der Ausleuchtung an der Auslöschung wäre genau genommen auch noch die molekular lokale Temperaturerhöhung des Zentrums in Betracht zu ziehen (P. Lenard, a. a. O. I. S. 29).

[2] P. Lenard, a. a. O. IV. S. 41 und F. Schmidt, Ann. d. Phys. 63. S. 292. 1920.

[3] Vgl. R. Tomaschek, Ann. d. Phys. 75. S. 501. 1924.

[4] P. Lenard und V. Klatt, Ann. d. Phys. 15. S. 425ff. 1904.

5. Über einen Zusammenhang zwischen der Intensität der Auslöschung durch Licht und der Ausleuchtung durch hohe elektrische Felder[1])

Die Beobachtung zeigte, daß gerade diejenigen Phosphore durch Licht stark ausgelöscht wurden, die auch die elektrische Ausleuchtung gut zeigten. So wurde beobachtet (vgl. Tab. 2), daß nächst ZnSMnα und ZnSCuα besonders CaSeZnα und SrSeCuβ (vgl. Abschnitt 5) stark ausgelöscht werden. Es ist dies ungefähr dieselbe Reihenfolge, wie sie auch bei der elektrischen Ausleuchtung gefunden wurde.[2]) Es kommt dabei weder darauf an, ob an der Auslöschung die Ausleuchtung oder die Tilgung größeren Anteil hat, noch ob sie charakteristisch oder kontinuierlich verteilt ist.[3])

Dieser Zusammenhang zwischen der Intensität der Auslöschung durch Licht und der elektrischen Ausleuchtung wurde dadurch bestätigt gefunden, daß die Phosphore CaSeBiβ und BaSBiα, welche in Tab. 2 nach CaSeZnα folgen und sehr hohe σ-Werte besitzen, ebenfalls eine Ausleuchtung in hohen elektrischen Feldern zeigten, was bisher noch nicht beobachtet war, und zwar BaSBiα von einer Feldstärke von etwa 9000 Volt/cm an und CaSeBiβ von einer solchen von etwa 13000 Volt/cm an aufwärts.[4])

Diese Beobachtungen können folgendermaßen erklärt werden. Beide Erscheinungen, nämlich Ausleuchtung durch elektrische Felder und Auslöschung durch Licht, sind Wirkungen am polarisierten Paar.[1]) Sie unterscheiden sich nur dadurch, daß im ersten Falle ein konstantes und im zweiten Falle ein sehr schnell wechselndes elektrisches Feld, als welches wir die ultraroten Lichtwellen annehmen, die Wirkung hervorbringt, wobei hier noch der besondere Fall der Resonanz vorliegt. Durch dieselbe wird im Falle der Tilgung das aufgespeicherte Elektron von seinem Atom abgeschüttelt und kehrt mit geringer Geschwindigkeit zum Metallatom zurück (lichtlose Rückkehr). Beim Anlegen eines konstanten elektrischen Feldes dagegen wird das polarisierte Paar nur einmal gedreht, und zwar verhältnismäßig langsam[2]), so daß das aufgespeicherte Elektron nicht abgeschüttelt, sondern nur durch Nähewirkung abgetrennt werden kann, was stets Ausleuchtung zur Folge hat (daher tilgungsfreie Ausleuchtung im elektrischen Feld). Für die Intensität der Auslöschung durch Licht und der elektrischen Ausleuchtung wird vor allem die Abtrennungsarbeit maßgebend sein, indem die Abtrennung sowohl durch Nähewirkung als auch durch Resonanz leichter geschieht, wenn die Abtrennungsarbeit geringer ist. Auch eine größere Beweglichkeit der polarisierten Paare in den Zentren dürfte in beiden Fällen eine Vergrößerung der Intensität zur Folge haben, indem die polarisierten Paare im ersten Falle leichter in Resonanz geraten und im zweiten Falle mehr gedreht werden und daher auch mehr zur Nähewirkung kommen. Es ist somit auch erklärlich, warum Ausleuchtung und Tilgung (Auslöschung) für die Intensität der elektrischen Ausleuchtung maßgebend sein müssen, denn sind beide groß, so ist im Falle der Ausleuchtung auf große Beweglichkeit der polarisierten Paare[1]) und im Falle der Tilgung auf geringe Abtrennungsarbeit zu schließen.

---

[1]) Über Ausleuchtung in elektrischen Feldern vgl. P. **Gudden** u. R. **Pohl**, Ztschr. f. Phys. **2**. S. 192. 1920 und F. **Schmidt**, Ann. d. Phys. **70**. S. 161. 1923.

[2]) Geurteilt nach den Feldstärken, bei denen die elektrische Ausleuchtung eben beobachtet wurde (F. **Schmidt**, a. a. O. S. 167. Tab. 1) unter Berücksichtigung der Abhängigkeit der Unterschiedsschwelle des Auges von der Farbe des Lichtes.

[3]) ZnSMnα zeigte starke charakteristische Ausleuchtung, ZnSCuα starke charakteristische Tilgung. (Vgl. P. **Lenard**, a. a. O. Ausl. und Tilg. III. 4.) Die Selenidphosphore zeigten fast nur starke kontinuierliche Tilgung.

[4]) Die Beobachtung dieser Phosphore im elektrischen Feld geschah mit der von Hrn. F. **Schmidt** (a. a. O. S. 163) angegebenen Versuchsanordnung. Hrn. cand. phys. **Hinderer**, welcher mir hierzu seine Apparatur zur Verfügung stellte, bin ich zu Dank verpflichtet.

---

[1]) Vgl. hierzu P. Lenard, a. a. O. III. S. 5 und F. Schmidt, a. a. O. S. 189ff. Es kann nur die langwellige Auslöschung in Betracht kommen, da nur sie Wirkung am polarisierten Paar ist.

[2]) Daß die polarisierten Paare Zeit brauchen, um sich zu drehen, hat bereits Hr. F. Schmidt aus seinen Versuchen schließen können (a. a. O. S. 191). Auch der folgende Versuch zeigte dies. Es wurde ein Kondensator derart hergestellt, daß zwei Metallplatten durch eine Quarzplatte getrennt einander gegenüber standen und einen geringen Zwischenraum für den zu untersuchenden Phosphor freiließen. Mit Hilfe eines Induktors konnte für sehr kurze Zeit ein Feld von 50000 Volt/cm hergestellt werden, wobei die Quarzplatte ein Überschlagen der Funken verhinderte. Trotzdem zeigte sich nicht das geringste Aufleuchten eines ZnSMn-Phosphors.

Wegen des Parallelgehens der Intensität der Auslöschung durch Licht und der Ausleuchtung durch hohe elektrische Felder wäre zu erwarten, daß nächst den bisher noch nicht untersuchten Zinksulfid- und Selenidphosphoren die Bariumsulfidphosphore eine Ausleuchtung im elektrischen Felde zeigen, die bereits oben bei BaSBi*α* gefunden wurde. Die Calcium- und Strontiumsulfidphosphore müßten eine solche Ausleuchtung bei noch höheren Feldstärken auch zeigen[2]) und zwar in der Stärke abnehmend von Sr zu Ca, wie die abnehmende Intensität der Auslöschung zeigt (vgl. Tab. 2). Am wenigsten dürften die Oxydphosphore durch ein hohes elektrisches Feld in ihrem Leuchten beeinflußt werden.

6. Spektrale Ausleuchtungs- und Tilgungsverteilungen bei Wismutphosphoren

Die in Tab. 3 eingezeichneten Kurven stellen die Intensität der Schwärzung bzw. des Aufleuchtens in Abhängigkeit von der Wellenlänge dar und sind mit der unter 2a) beschriebenen Versuchsanordnung erhalten worden. Sie unterscheiden sich nur dadurch von den direkt beobachteten Verteilungen, daß die Wellenlängenintervalle hier gleich groß gewählt sind. Die Kurven sind also die, welche erhalten werden würden, wenn statt des Prismas ein ebenso lichtstarkes Gitter zur Anwendung käme. Nicht berücksichtigt ist die Energieverteilung der Lichtquelle (Nernstfaden). Wollte man die Kurven auf die Energieeinheit des auslöschenden Lichtes beziehen, so wäre statt des allmählichen Abfalls gegen kürzere Wellen hin ein ziemlich steiler Anstieg zu zeichnen, wie dies bei den von Hrn. Lenard angegebenen Kurven[3]) zu sehen ist. Bei sämtlichen Verteilungen sind wegen der besseren Deutlichkeit die Maxima *x* ungefähr gleich hoch gezeichnet, was in Wirklichkeit nicht der Fall ist (vgl. Abschnitt 4). Es dürfen daher nur die Ordinaten bei

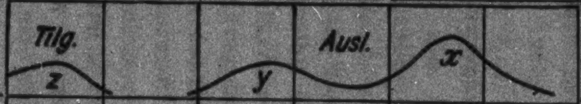
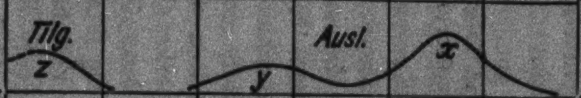
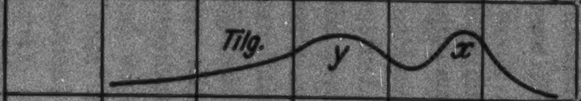
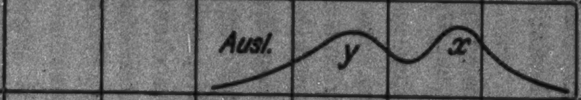
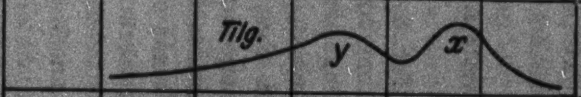
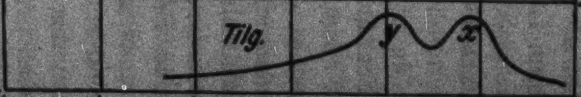
---

[1]) Hierfür spricht die große auslöschende Absorption, welche Herr Lenard für ZnSMn*α* gefunden hat (a. a. O. III. S. 68).

[2]) Es ist dies bereits von Hrn. F. Schmidt vermutet worden (a. a. O. S. 166, Anm. 1).

[3]) P. Lenard, a. a. O. III. S. 51.

Tabelle 3

Gattungs-atom	Erd-alkali-atom	Bande	Ausleuchtungs- bzw. Tilgungsverteilung	Temperatur bei spektraler Belichtung	Präparation
O	Ca	α		200° C	Ann. d. Phys. 63. S. 268. 1920. Nr. 4
	Sr	α		200° C	Ann. d. Phys. 63. S. 270. 1920. Nr. 1
S	Ca	α		18° C	normal
		β		18° C	0,1-normal
	Sr	α		18° C	normal
Se	Ca	β		18° C	Ann. d. Phys. 46. S. 192. 1915. Nr. 2 (erstes Präparat)

400 500 600 700 800 900 1000 Wellenlänge in μμ

derselben Verteilung miteinander verglichen werden, doch ist auch hier wegen der Unsicherheit bei der Intensitätsschätzung mit bloßem Auge weniger Wert auf die Ordinaten selbst, als auf die Wellenlängenangaben der Maxima und Minima zu legen.

Im einzelnen ist zu Tab. 3 noch folgendes zu bemerken. Die spektralen Verteilungen bei den Oxydphosphoren sind nach der Schwärzung gezeichnet, die bei spektraler Belichtung bei 200° C und nachherigem Hitzeaustreiben vorhanden war. Daß dabei die Schwärzung an der Stelle x der Ausleuchtung zugehört, ist bereits unter 3. bewiesen worden. Dieser Nachweis fehlt allerdings für die Stellen y und z. (Letztere wird noch gesondert behandelt werden.) Die Intensität der Schwärzung an beiden Stellen war nämlich so gering, daß einige Minuten Belichtungszeit nötig waren, um diese Maxima deutlich erscheinen zu lassen. Ein Aufleuchten bei y, welches dieser Schwärzung entsprochen hätte, war mit bloßem Auge nicht mehr bemerkbar. Wenn trotzdem das Maximum an dieser Stelle der Ausleuchtung zugeschrieben wird, so geschieht dies aus Analogie zu den übrigen Verteilungen. Es konnte ferner durch Veränderungen der Intensität des auslöschenden Lichtes festgestellt werden, daß die Maxima x und y durch das Energiemaximum der Lichtquelle in ihrer Lage nicht wesentlich beeinflußt wurden.

Bei Betrachtung der Maxima x und y in Tab. 3 fällt sofort auf, daß sich y beim Übergang von O zu Se als Gattungsatom um einen größeren Betrag nach längeren Wellen verschiebt, während x in seiner Lage fast unverändert bleibt. Genaue Wellenlängenangaben für x und y finden sich in der folgenden Tabelle.

Tabelle 4

Phosphor	x in $\mu\mu$	y in $\mu\mu$
CaOBiα Ausleuchtung	872	673
SrOBiα „	860	670
CaSBiα Tilgung . .	878	750
CaSBiβ Ausleuchtung	870	761
SrSBiα Tilgung . .	876	758
CaSeBiβ „ . .	889	810

Die in Tab. 4 eingetragenen Werte sind Mittelwerte aus 10—20 Messungen. Die Genauigkeit einer Einzelmessung betrug ± 40 μμ, was einer Verschiebung des Zeigers auf dem Heizblech von ± 0,5 mm entsprach (vgl. Abschnitt 2). Die Mittelwerte dürften daher auf mindestens ± 20 μμ genau sein. Man sieht, daß die Wellenlängen der Maxima x innerhalb dieser Genauigkeit konstant sind[1] trotz verschiedenem Gattungs- und Erdalkaliatom. Da also beide Atome keinen wesentlichen Einfluß auf die Lage des Maximums x haben und wir andererseits wegen der Länge der Wellen Grund haben anzunehmen, daß die elektrischen Kräfte des Lichtes nicht an resonanzfähigen Elektronen, sondern an ganzen schwingungsfähigen Atomen angreifen[2], so kann nur noch die Eigenschwingungsdauer des Metallatoms für die Lage des Maximums x in Betracht kommen. Tatsächlich liegt dasselbe bei ganz anderen Wellenlängen, wenn das Wismutatom durch ein anderes Metallatom ersetzt wird.[3] Für das Maximum y fanden wir eine größere Verschiebung nach längeren Wellen beim Übergang von O zu Se. Da eine Veränderung des Erdalkaliatoms keine wesentliche Änderung in der Lage des Maximums y bringt, und da wir Anzeichen dafür haben, daß auch das Metallatom auf dessen Lage keinen großen Einfluß hat[4], so schreiben wir das Maximum y der Eigenschwingungsdauer des Gattungsatoms (O, S, Se) zu. Daß die Verschiebung in der Wellenlänge von y beim Übergang von O zu Se durch eine Änderung in der Dielektrizitätskonstante des Phosphors verursacht ist, kann deshalb nicht gut möglich sein, weil nicht einzusehen wäre, warum eine DK.-Änderung beim Übergang von Ca zu Ba fast ohne Einfluß ist.

Wir gelangen somit zu der Vorstellung, *daß nicht das polarisierte Paar als Ganzes mit den Lichtwellen in Resonanz gerät, sondern daß es die einzelnen Bestandteile desselben sind, welche durch Resonanz die charakteristischen Maxima x und y hervorbringen*, und zwar so, daß x der Eigenschwingungsdauer

---

1) Wenn man den geringen Unterschieden in der Wellenlänge trotzdem einige Bedeutung zuschreiben wollte, so könnte man sie auf einen geringen Einfluß der Dielektrizitätskonstante zurückführen, wie ein solcher von Hrn. **Lenard** (a. a. O. VII. S. 43) beim Übergang von Ca zu Ba von etwa derselben Größe festgestellt wurde.

2) P. **Lenard**, a. a. O. III. S. 69.

3) P. **Lenard**, a. a. O. III. S. 51.

4) Vgl. den folgenden Abschnitt.

des positiv geladenen Metallatoms und y derjenigen des negativ geladenen Gattungsatoms zugehört. Es ist hiermit auch erklärlich, warum bei allen bisher untersuchten Phosphoren höchstens zwei langwellige Tilgungs- bzw. Ausleuchtungsmaxima gefunden worden sind.

Durch diese neue Erkenntnis werden unsere früheren Überlegungen, welche die Erscheinungen noch durch Resonanz des gesamten polarisierten Paares zu erklären suchten, nicht wesentlich geändert. Man sieht dies unmittelbar ein, wenn nur das Gattungsatom als resonanzfähiges Atom in Betracht kommt. Falls das Metallatom in Resonanz gerät, wären ähnliche Überlegungen wie beim polarisierten Paar anzustellen. Man könnte annehmen, daß dieses Atom schon bei Aufnahme eines Lichtquantes durch Resonanz dem aufspeichernden Atom nahe genug kommt, um ihm das aufgespeicherte Elektron mit geringer Energie zu entreißen (Tilgung). Ist die Abtrennungsarbeit jedoch zu groß, so werden mehrere Lichtquanten aufgenommen, und es wird die aufhäufende Wirkung der Wärmebewegung in den Vorgang eingeschaltet. (Vgl. Abschnitt 1.) Nicht erklärt wird mit Hilfe der Vorstellung von der Resonanz des Metallatoms die nahe Übereinstimmung der Tilgungsverteilung der α-Bande mit der Ausleuchtungsverteilung der β-Bande von CaSBi. Es besteht hier dieselbe Schwierigkeit, auf die schon Hr. Lenard bei der Annahme des polarisierten Paares hingewiesen hat[1]), indem nämlich sowohl aus der Verschiedenheit der Emissionsbandenwellenlänge und der Erregungsverteilungen[2]), als auch aus Untersuchungen über das magnetische Verhalten der Phosphore[3]) in beiden Fällen auf eine verschiedene Anzahl von Valenzelektronen bei der Bindung des Metallatoms zu schließen ist, was aber wegen der demnach bestehenden Verschiedenheit der auf das Metallatom wirkenden Kräfte eine Veränderung der Eigenschwingungsdauer desselben zur Folge haben müßte.

Aus den in Tab. 3 gezeichneten Kurven kann auch etwas über die kurzwellige Tilgungsverteilung ausgesagt werden. Es zeigt sich nämlich bei den Oxydphosphoren zwischen 500 und 600 $\mu\mu$ nicht die geringste Schwärzung. Die kurzwellige Tilgung kann daher im äußersten Falle etwa bei 500 $\mu\mu$, wo die Schwärzung wieder einsetzt, beginnen und ist also gegenüber den Sulfidphosphoren, bei welchen mit Bezugnahme auf die Energieeinheit des auslöschenden Lichtes der steile Anstieg kurz hinter dem Tilgungsmaximum y einsetzt, nach kürzeren Wellen verschoben. Weniger deutlich war das Vorrücken der kurzwelligen Tilgung zu längeren Wellen bei den Selenidphosphoren daran zu erkennen, daß auch hier der steile Anstieg kurz hinter dem Maximum y erfolgte, welches jedoch bei längeren Wellen lag. Es kann somit das von Hrn. Rupp beobachtete Vorrücken der Grenzwellenlänge der kurzwelligen Tilgung zu langen Wellen beim Übergang von O zu Se[1]) aus den qualitativen Beobachtungen bestätigt werden.

---

[1]) P. Lenard, a. a. O. III. S. 75.

[2]) F. Schmidt, Ann. d. Phys. 83. S. 218. 1927.

[3]) E. Rupp, Ann. d. Phys. 78. S. 548. 1925.

Über das in Tab. 3 gezeichnete Tilgungsmaximum z ist folgendes zu sagen. Der Anstieg zu kürzeren Wellen ist als sicher zu betrachten. Unsicher dagegen ist der Abfall, welcher allein durch die hier einsetzende Erregungsverteilung bedingt sein kann und welcher deshalb punktiert gezeichnet ist. Der Lage nach könnte z mit dem von Hrn. Rupp auf ganz anderem Wege gefundenen Maximum der langwelligen Tilgung[2]) identisch sein. Da z ungefähr bei der halben Wellenlänge von x liegt[3]), so könnte man annehmen, daß z durch eine Oberschwingung des Metallatoms verursacht sei. Wegen der größeren Energie der kürzeren Wellen könnte hier schon ein Lichtquant zur Abtrennung des Elektrons vom Gattungsatom genügen und es wäre somit verständlich, warum sich die Ausleuchtung bei x in Tilgung bei z verwandelt. (Vgl. auch Abschnitt 1.)

7. Spektrale Ausleuchtungs- und Tilgungsverteilungen bei anderen Phosphoren

Die anderen Oxyd- und Selenidphosphore, die untersucht wurden, zeigten insofern nichts Besonderes, als bei keinem dieser Phosphore die Maxima x und y deutlich voneinander zu trennen waren. Ja es schien sogar, als ob bei den Oxydphosphoren CaOCuα und CaOSmα das Maximum z überhaupt nicht vorhanden wäre. Es zeigte sich nämlich bei längeren Wellenlängen als 800—900 μμ nicht die geringste Schwärzung. Dagegen wurde eine kontinuierliche Auslöschungsverteilung mit einem Maximum zwischen 600 und 700 μμ beobachtet. Ob dieses Maximum der Ausleuchtung oder Tilgung zugehört, konnte wegen der sehr geringen Intensität der Auslöschung nicht festgestellt werden. Es fällt jedoch ungefähr mit dem Ausleuchtungsmaximum y von CaOBiα zusammen. Aus diesem Grunde bezeichnen wir das Maximum der kontinuierlichen Auslöschungsverteilungen von CaOCuα und CaOSmα mit y und nehmen an, daß es durch die Eigenschwingungsdauer des Gattungsatoms allein verursacht sei (vgl. den vorhergehenden Abschnitt). Auch die Selenidphosphore CaSeZnα und SrSeCuβ zeigten nur eine kontinuierliche spektrale Verteilung der Auslöschung, die, wie leicht zu sehen war, größtenteils der Tilgung zugehörte (Ausl. war bei beiden Phosphoren nur sehr kurzdauernd und schwach zu sehen). Das Maximum der kontinuierlichen Tilgungsverteilungen lag etwas mehr bei längeren Wellen als bei den entsprechenden Sulfidphosphoren.

---

[1]) E. Rupp, Ann. d. Phys. 72. S. 115. 1923.

[2]) E. Rupp, Ann. d. Phys. 72. S. 105. 1923.

[3]) Ein ähnlicher Fall ist bei den Erregungsverteilungen vorhanden. Hr. F. Schmidt fand nämlich, daß sich die Konstante der Serienformel bei der fünften Bandenart von derjenigen bei der zweiten Bandenart um den Faktor 2 unterscheidet (a. a O. S. 242).

8. Einfluß der Temperatur auf die Ausleuchtungsverteilung von CaOBiα

Der Einfluß der Temperatur wurde deshalb bei CaOBiα besonders untersucht, weil dieser Phosphor bei den vorhergehenden Untersuchungen stets in seinem Verhalten bei etwa 200° C mit dem der anderen Phosphore bei Zimmertemperatur verglichen wurde. Auch konnte dieser Oxydphosphor deshalb besonderes zeigen, weil er sich bei Zimmertemperatur im unteren Momentanzustand befindet. Wurde dieser Phosphor bei 18° C 60 Sek. lang erregt und ebensolang spektral belichtet, so zeigte sich zunächst eine sehr schwache und verhältnismäßig breite kontinuierliche Schwärzungsverteilung mit einem Maximum zwischen 800 und 900 μμ. Das langwellige Ende dieser Verteilung und damit auch das Maximum verschoben sich beim Hitzeaustreiben zu kürzeren Wellen — das Maximum lag zuletzt bei etwa 660 μμ, um schließlich ganz zu verschwinden. Eine charakteristische Schwärzungsverteilung zeigte sich auf diese Weise nicht, doch könnte das sich zuletzt einstellende

Maximum, wie aus dessen Wellenlänge zu sehen ist, mit dem in Tab. 3 gezeichneten Maximum y identisch und also durch die Eigenschwingungsdauer des Gattungsatoms verursacht sein. Bei der zuerst vorhandenen *Auslöschungsverteilung kleiner Zentren*[1] wäre anzunehmen, daß die elektrischen Kräfte des Lichtes an den ganzen Zentren angreifen. Der stark veränderlichen Größe derselben würde die große Verwaschenheit dieser Auslöschungsverteilung entsprechen. Ihrem Aussehen nach ist dieselbe in gewissem Sinne der u-Erregung analog.[2] Dies zeigt sich noch deutlicher, wenn der Phosphor bei etwa 100° C erregt und spektral belichtet wird. Es erscheint hier zunächst wieder die Auslöschungsverteilung kleiner Zentren. Nach einiger Zeit, wenn dieselbe schon fast verschwunden ist, tritt beim Hitzeaustreiben des Phosphors plötzlich eine charakteristische Verteilung hervor, die sehr lange bestehen bleibt. Diese wäre also analog der d-Erregung, doch soll damit nicht gesagt sein, daß ein innerer Zusammenhang zwischen beiden Erscheinungen besteht. Wird der Phosphor bei einer höheren Temperatur (200° C und mehr) erregt und spektral belichtet, so zeigt sich nur die charakteristische Verteilung.

Bezüglich der Intensität der Ausleuchtung an der Stelle x konnte festgestellt werden, daß dieselbe am größten war, wenn der Phosphor bei etwa 180° C auslöschend belichtet wurde. Daß sie unterhalb dieser Temperatur geringer ist, kann dadurch erklärt werden, daß dann der molekulare lokale Temperaturanstieg größer sein muß, damit Aufleuchten stattfindet. Ein Abnehmen der Intensität der Ausleuchtung bei höheren Temperaturen ist in Übereinstimmung mit der Abnahme der Energieisolation, welche Hr. Lenard bei Sulfidphosphoren beobachtet hat.[3]

---

[1] Wegen der geringen Intensität dieser Auslöschung waren Ausleuchtung und Tilgung nicht voneinander zu trennen.

[2] P. Lenard, Ann. d. Phys. 31. S. 646. 1910.

[3] Vgl. P. Lenard, Ausleuchtung und Tilgung, a. a. O. III. S. 20. Da Hr. Rupp beobachtet hat, daß bei den Oxydphosphoren die in begrenzter Zeit erregte und von einer bestimmten Zeit an genommene Lichtsumme ein Maximum im Gebiete des DZ. hat und da die Ausleuchtung der Anzahl der erregt vorhandenen Zentren proportional ist, so könnte man eine Erklärung hierdurch versuchen wollen. Eine solche ist jedoch nicht möglich, da es nicht darauf ankommt, bei welcher Temperatur der

Eine Verschiebung des Maximums *x* bei Erhöhung der Temperatur von 200° C auf 400° C konnte innerhalb der Meßgenauigkeit von ± 20 $\mu\mu$ nicht gefunden werden. Dagegen zeigte sich deutlich eine Verbreiterung des Maximums *x* derart, daß dieses bei 200° C 90 $\mu\mu$ und bei 400° C etwa 180 $\mu\mu$ breit war. Diese Verbreiterung ist in Übereinstimmung damit, daß eine erhöhte Wärmebewegung mehr Unordnung in die Eigenschwingungsdauern der Atome bringt.

Zusammenstellung einiger neuer Ergebnisse

Bei den Oxydphosphoren überwiegt die Ausleuchtung stark und bei den Selenidphosphoren die Tilgung, während bei den Sulfidphosphoren die Ausleuchtung ebenso häufig und im allgemeinen ungefähr gleich stark vertreten ist wie die Tilgung.

Die Intensität der Ausleuchtung ist bei den Sulfidphosphoren viel größer als bei den Oxydphosphoren. Die Intensität der Tilgung ist bei den Selenidphosphoren viel größer als bei den Sulfidphosphoren. Diese qualitativen Beobachtungen können mit Hilfe der Lenardschen Vorstellungen über den Mechanismus der Ausleuchtung und Tilgung erklärt werden.

Die quantitativen Beobachtungen über die Intensität der Auslöschung (Summe von Ausleuchtung und Tilgung) zeigen eine starke Zunahme derselben von O, S zu Se als Gattungs- bzw. von Ca, Sr zu Ba als Erdalkaliatom.

Es wird ein Zusammenhang zwischen der Intensität der Auslöschung durch Licht und der Ausleuchtung durch hohe elektrische Felder festgestellt, derart, daß gerade diejenigen Phosphore, welche durch Licht stark ausgelöscht werden, auch die elektrische Ausleuchtung gut zeigen. Dieser Zusammenhang wird durch Auffinden einer elektrischen Ausleuchtung bei CaSeBiβ und BaSBiα bestätigt, und es wird eine Erklärung hierfür angegeben.

Die Beobachtungen über die spektrale Ausleuchtungs- und Tilgungsverteilung an Wismutphosphoren bei verschiedenem Gattungsatom zeigen keine Verschiebung des Maximums *x*,

---

Phosphor erregt wird. Man könnte aber auf einen Zusammenhang zwischen der erregenden und der auslöschenden Absorption schließen (Ann. d. Phys. 72. S. 104. 1923).

dagegen eine solche des Maximums y nach längeren Wellen beim Übergang von O zu S zu Se und führen zu der Vorstellung, *daß nicht das polarisierte Paar als Ganzes mit den Lichtwellen in Resonanz gerät, sondern daß es die einzelnen Bestandteile desselben sind, welche die charakteristischen Maxima* x *und* y *hervorbringen*, und zwar so, daß x der Eigenschwingungsdauer des positiv geladenen Metallatoms und y derjenigen des negativ geladenen Gattungsatoms zugehört.

Das von Hrn. Rupp auf ganz anderem Wege beobachtete Vorrücken der Grenzwellenlänge der kurzwelligen Tilgung zu längeren Wellen beim Übergang von O zu S zu Se kann bestätigt werden.

Bei der Beobachtung der spektralen Ausleuchtungsverteilung von CaOBiα in Abhängigkeit von der Temperatur zeigt sich eine der u-Erregung analoge Auslöschungsverteilung kleiner Zentren und eine der d-Erregung analoge charakteristische Ausleuchtungsverteilung. Ferner wird eine starke Verbreiterung des Maximums x mit zunehmender Temperatur und ein Maximum der Intensität der Ausleuchtung bei auslöschender Belichtung bei 180° C beobachtet.

Es ist mir ein besonderes Bedürfnis, Hrn. Geheimrat P. Lenard für die Anregung zu dieser Arbeit und das stets fördernde Interesse meinen innigsten Dank auszusprechen. Ebenso bin ich auch Hrn. Prof. Dr. F. Schmidt für wertvolle Ratschläge zu dauerndem Dank verpflichtet.

Heidelberg, den 9. Februar 1928.

Eingegangen 27. Februar 1928)

3. *Untersuchungen zum Problem der Quantenelektrik;*

von Gustav Mie

(Erste Mitteilung)

Einleitung

1. In dieser Abhandlung wird der Versuch unternommen, eine „Wellengleichung“ für die Elektrodynamik zu gewinnen. Zuvor sei in den beiden ersten Abschnitten an einige altbekannte Dinge erinnert.

In meinen Arbeiten zur Theorie der Materie[1]) ist gezeigt worden, daß man allgemein zwischen zwei Gruppen verschiedenartiger Zustandsgrößen unterscheiden muß, nämlich der Gruppe der sogenannten „Quantitätsgrößen“ und derjenigen der sogenannten „Intensitätsgrößen“. Um den Zustand eines physikalischen Systems vollständig zu beschreiben, braucht man entweder die Größen der einen oder die der anderen Art. Sind die Größen einer Art vollständig gegeben, beispielsweise die Intensitätsgrößen, so kann man die Größen der anderen Art, die Quantitätsgrößen, aus ihnen mit Hilfe der „Weltfunktion“ Φ durch gewisse partielle Differentiationen berechnen.[2]) Es seien beispielsweise die Intensitätsgrößen durch die Buchstaben $\mathfrak{f}_1, \mathfrak{f}_2, \mathfrak{f}_3, \varphi$ (die Potentiale) und $\mathfrak{e}_1, \mathfrak{e}_2, \mathfrak{e}_3, \mathfrak{b}_1, \mathfrak{b}_2, \mathfrak{b}_3$ (die Feldintensitäten) bezeichnet[3]), dann bedeutet Φ eine Funktion, die explizite nur von diesen Größen abhängt, und die zugleich eine Invariante für die Lorentz-Transformation (ein vierdimensionaler Skalar) ist. Es berechnen sich nun die Quantitätsgrößen $\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2, \mathfrak{v}_3, \varrho$ (Strom- und

---

[1]) G. Mie, Ann. d. Phys. 37. S. 515. 1912.

[2]) a. a. O. S. 524.

[3]) Die Größen des Gravitationsfeldes sind hier zunächst beiseite gelassen, wir werden im letzten Abschnitt sehen, daß sie ohne jede Schwierigkeit eingeführt werden können.

Ladungsdichte) und $\mathfrak{d}_1, \mathfrak{d}_2, \mathfrak{d}_3, \mathfrak{h}_1, \mathfrak{h}_2, \mathfrak{h}_3$ (die Felderregungen) nach folgenden Formeln:

$$(1)\qquad \mathfrak{v}_i = -\frac{\partial\Phi}{\partial\mathfrak{f}_i}, \quad \varrho = \frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}, \quad \mathfrak{d}_i = -\frac{\partial\Phi}{\partial\mathfrak{e}_i}, \quad \mathfrak{h}_i = \frac{\partial\Phi}{\partial\mathfrak{b}_i}.$$

Umgekehrt kann man auch eine „Weltfunktion“ der Quantitätsgrößen aufstellen, die ich mit $\Psi(\mathfrak{v}, \varrho, \mathfrak{d}, \mathfrak{h})$ bezeichnen[1]) will, aus der man durch ein ganz analoges Verfahren partieller Differentiationen die Ausdrücke gewinnen kann, welche die Intensitätsgrößen als Funktionen der Quantitätsgrößen darstellen.[2]) Zwischen den beiden Größen Φ und Ψ besteht die Beziehung[3]):

$$\Psi = \Phi + (\mathfrak{v}\cdot\mathfrak{f}) - \varphi\cdot\varrho + (\mathfrak{e}\cdot\mathfrak{d}) - (\mathfrak{b}\cdot\mathfrak{h}).$$

2. In der Mechanik diskreter Massenteilchen kann man dieselben beiden Arten von Zustandsgrößen unterscheiden. Der Freiheitsgrad des Systems sei durch die ganze Zahl f bezeichnet.

1. Die „Quantitätsgrößen“ sind die f „Koordinaten“ q_i, welche die Konfiguration des mechanischen Systems bestimmen, und die f Geschwindigkeitskomponenten, die man gewöhnlich mit $\dot{q}_i$ bezeichnet. Zwischen diesen Größen bestehen die f Differentialgleichungen:

$$(2)\qquad \frac{dq_i}{dt} = \dot{q}_i.$$

2. Die Intensitätsgrößen sind die f Kräfte P_i und die f Impulse p_i. Zwischen ihnen bestehen ebenfalls f Differentialgleichungen:

$$(3)\qquad \frac{dp_i}{dt} = P_i.$$

Die Intensitätsgrößen lassen sich als Funktionen der $2f$ Quantitätsgrößen berechnen; durch die $2f$ Differentialgleichungen (2) und (3) ist also dem Kausalitätsprinzip Genüge geleistet. Um die Ausdrücke für die Intensitätsgrößen zu gewinnen, muß man die sogenannte **Lagrangesche** Funktion $L(q_i, \dot q_i)$ des Systems haben. Aus ihr berechnen sich:

---

[1]) In meinen früheren Arbeiten (Ann. d. Phys. 37. S. 523 u. 525. 1912) habe ich statt Ψ den ziemlich unpraktischen Buchstaben H gesetzt. Wir müssen jetzt H für die Hamiltonsche Funktion reservieren, deswegen schreibe ich in dieser Arbeit Ψ.

[2]) a. a. O. S. 523. Gleichung (9).

[3]) a. a. O. S. 525. Gleichung (15).

$$p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot q_i}, \quad P_i = \frac{\partial L}{\partial q_i}. \tag{4}$$

Aus der **Lagrangeschen** Funktion L berechnet sich nun die **Hamiltonsche** Funktion H folgendermaßen:

$$H(q_i, p_i) = -L + \sum_1^f p_k \cdot \dot q_k, \tag{5}$$

wo also auf der rechten Seite die $\dot q_k$ durch Funktionen der q_i und p_i zu ersetzen sind: $\dot q_k(q_i, p_i)$, die man aus der ersten Gruppe der Gleichungen (4) gewinnen kann. Wenn man die Gleichungen (4) beachtet, so liefert (5):

$$\begin{aligned} d\,\mathrm{H}(q_i, p_i) &= -\Sigma P_i \cdot d q_i - \Sigma p_i \cdot d \dot q_i + \Sigma p_i \cdot d \dot q_i + \Sigma \dot q_i\, d p_i \\ &= -\Sigma P_i \cdot d q_i + \Sigma \dot q_i \cdot d p_i . \end{aligned}$$

Es ist also:

$$\frac{\partial H}{\partial q_i} = -P_i, \quad \frac{\partial H}{\partial p_i} = \dot q_i, \tag{6}$$

und man kann nun die Differentialgleichungen (2) und (3) auch folgendermaßen schreiben:

$$\frac{d q_i}{d t} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad \frac{d p_i}{d t} = -\frac{\partial H}{\partial q_i}. \tag{7}$$

Dies sind die **Hamiltonschen** Differentialgleichungen für ein mechanisches System diskreter Massenteilchen. Es sind $2f$ Differentialgleichungen für die $2f$ Unbekannten: p_i, q_i. Der Zahlenwert der Größe H ist im Ablauf der Zeit t invariant, er stellt die „Energie" des Systems dar.

Die Hamiltonschen Differentialgleichungen in der Physik des Äthers

3. Um die **Hamiltonsche** Funktion für das Kontinuum Äther zu gewinnen, bilden wir zunächst:

$$\mathrm{H}(\mathfrak{d}, \rho, \mathfrak{f}, \mathfrak{b}) = \Phi + (\mathfrak{e} \cdot \mathfrak{d}) - \varphi \cdot \rho, \tag{8}$$

wo auf der rechten Seite die Größen $\mathfrak{e}$ und φ durch Funktionen in $\mathfrak{d}$, ρ, $\mathfrak{f}$, $\mathfrak{b}$ auszudrücken sind, die man aus den mittleren Gleichungen (1)

$$\rho = \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}, \quad \mathfrak{d}_i = -\frac{\partial \Phi}{\partial \mathfrak{e}_i}$$

gewinnt. Unter Berücksichtigung der Gleichungen (1) ergibt sich:

$$\begin{aligned} dH &= -(\mathfrak{v}\cdot d\mathfrak{f}) + \varrho\cdot d\varphi - (\mathfrak{d}\cdot d\mathfrak{e}) + (\mathfrak{h}\cdot d\mathfrak{b}) + (\mathfrak{d}\cdot d\mathfrak{e}) + (\mathfrak{e}\cdot d\mathfrak{d}) \\ &\qquad - \varrho\cdot d\varphi - \varphi\cdot d\varrho \\ &= -(\mathfrak{v}\cdot d\mathfrak{f}) + (\mathfrak{h}\cdot d\mathfrak{b}) + (\mathfrak{e}\cdot d\mathfrak{d}) - \varphi\cdot d\varrho\,, \end{aligned}$$

also:

$$(9)\qquad \frac{\partial H}{\partial \mathfrak{f}_i} = -\mathfrak{v}_i\,,\quad \frac{\partial H}{\partial \mathfrak{b}_i} = \mathfrak{h}_i\,,\quad \frac{\partial H}{\partial \mathfrak{d}_i} = \mathfrak{e}_i\,,\quad \frac{\partial H}{\partial \varrho} = -\varphi\,.$$

Die Grundgleichungen der Elektrodynamik lassen sich nun folgendermaßen schreiben:

$$(10\text{a})\qquad \frac{\partial \mathfrak{d}_1}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial \mathfrak{f}_1} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial H}{\partial \mathfrak{b}_3}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial H}{\partial \mathfrak{b}_2}\right)$$

$$(10\text{b})\qquad \frac{\partial \mathfrak{f}_1}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial \mathfrak{b}_1} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial H}{\partial \varrho}\right).$$

Setzen wir in den rechten Seiten:

$$\varrho = \frac{\partial \mathfrak{d}_1}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{d}_2}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{d}_3}{\partial z}\,,\quad \mathfrak{b}_1 = \frac{\partial \mathfrak{f}_3}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{f}_2}{\partial z}$$

usw., so haben wir sechs partielle Differentialgleichungen für die sechs Zustandsgrößen $\mathfrak{d}_1$, $\mathfrak{d}_2$, $\mathfrak{d}_3$, $\mathfrak{f}_1$, $\mathfrak{f}_2$, $\mathfrak{f}_3$. Der Zahlenwert von H bedeutet die räumliche Dichte der Energie des elektromagnetischen Feldes.[1]

4. Um die **Hamiltonsche** Funktion selber für das elektromagnetische Feld zu berechnen, müssen wir beachten, daß der Zustand eines Kontinuums nur durch unendlich viele Variable beschrieben werden kann. Wir werden uns zunächst in einer gewissen Annäherung mit sehr vielen Variablen begnügen, es wird sich dann leicht ein Grenzübergang machen lassen. Wir denken uns den von dem Felde eingenommenen Raum G in sehr viele (unendlich viele) Parallelflache $dx\cdot dy\cdot dz = dG$ eingeteilt, indem wir die x-Achse in viele kleine *unter sich gleiche* Stücke von der Länge dx einteilen, ebenso die y- und die z-Achse in lauter gleiche Stücke dy bzw. dz. Das Koordinatentripel (x, y, z) des Mittelpunktes eines dieser Parallelflache können wir kurz *die Nummer* des betreffenden Parallelflachs nennen, und $\mathfrak{d}(x, y, z)$, $\varrho(x, y, z)$, $\mathfrak{f}(x, y, z)$, $\mathfrak{b}(x, y, z)$ sind die zu diesem Parallelflach, zu diesem „Teilchen", gehörenden Zustandsgrößen. Die Koordinaten sind hier also nicht, wie

---

[1] G. Mie, Ann. d. Phys. 37. S. 525. Gleichung (16). 1912.

in dem Falle der Mechanik diskreter Teilchen, unter die Zustandsgrößen zu rechnen, sie treten vielmehr an die Stelle der Nummern i, die den Zustandsgrößen q und p als Suffixe angehängt werden: q_i, p_i; es sind jetzt nicht mehr f Nummern, sondern entsprechend der Zahl der Teilchen im Kontinuum unendlich viele. Wir wollen der Kürze wegen das Teilchen (x, y, z) einmal vorübergehend mit 0, die Teilchen $(x + dx, y, z)$ und $(x - dx, y, z)$ mit 1 bzw. -1, $(x, y + dy, z)$ und $(x, y - dy, z)$ mit 2 bzw. -2, $(x, y, z + dz)$ und $(x, y, z - dz)$ mit 3 bzw. -3 bezeichnen (vgl. beistehende Fig. 1). Dann können wir schreiben:

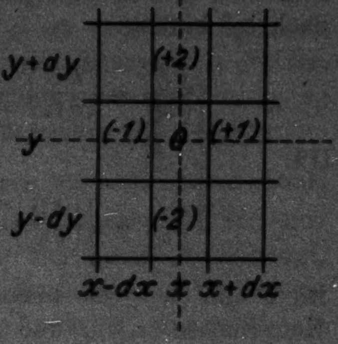


Fig. 1

$$\rho_0 = \frac{\mathfrak{d}_x^0 - \mathfrak{d}_x^{(-1)}}{dx} + \frac{\mathfrak{d}_y^0 - \mathfrak{d}_y^{(-2)}}{dy} + \frac{\mathfrak{d}_z^0 - \mathfrak{d}_z^{(-3)}}{dz}, \tag{11}$$

$$\left\{\begin{aligned} \mathfrak{h}_x^0 &= \frac{\mathfrak{f}_z^0 - \mathfrak{f}_z^{(-2)}}{dy} - \frac{\mathfrak{f}_y^0 - \mathfrak{f}_y^{(-3)}}{dz}, \\ \mathfrak{h}_y^0 &= \frac{\mathfrak{f}_x^0 - \mathfrak{f}_x^{(-3)}}{dz} - \frac{\mathfrak{f}_z^0 - \mathfrak{f}_z^{(-1)}}{dx}, \\ \mathfrak{h}_z^0 &= \frac{\mathfrak{f}_y^0 - \mathfrak{f}_y^{(-1)}}{dx} - \frac{\mathfrak{f}_x^0 - \mathfrak{f}_x^{(-2)}}{dy}, \end{aligned}\right. \tag{12}$$

und nun ist die **Hamiltonsche** Funktion $\mathfrak{H}$ des Systems definiert durch:

$$\int_G \mathrm{H}(\mathfrak{d}, \rho, \mathfrak{f}, \mathfrak{h}) \cdot dG = \mathfrak{H}(\mathfrak{d}_i^l, \mathfrak{f}_i^l), \tag{13}$$

wo $dG = dx \cdot dy \cdot dz$ ist und wo G das von dem Felde eingenommene Gebiet bedeutet. Der Index l soll die drei Zahlen 1, 2, 3, entsprechend den drei Koordinatenrichtungen x, y, z bedeuten, der Index i dagegen soll die sämtlichen „Teilchennummern" (x, y, z) durchlaufen, $\mathfrak{H}$ ist also wirklich eine Funktion von unendlich vielen Variablen. Wenn H nur von $\mathfrak{d}$ und $\mathfrak{f}$, nicht aber von ρ und $\mathfrak{h}$ abhinge, so würde sich $\mathfrak{H}$ aus unendlich vielen Summanden zusammensetzen, von denen jeder einzelne immer nur Größen mit einem einzigen Index

$i = (x, y, z)$ enthielte. Da nun aber auch ϱ als Argument auftritt, so kommt beispielsweise $\mathfrak{d}_x^0$ sowohl in H^0 als auch in $\mathrm{H}^{(+1)}$, ebenso $\mathfrak{d}_y^0$ sowohl in H^0 als auch in $\mathrm{H}^{(+2)}$ und $\mathfrak{d}_z^0$ sowohl in H^0 als auch in $\mathrm{H}^{(+3)}$ vor, ähnliches läßt sich, da auch $\mathfrak{b}_x$, $\mathfrak{b}_y$, $\mathfrak{b}_z$ als Argumente auftreten, von $\mathfrak{f}_x^0$, $\mathfrak{f}_y^0$, $\mathfrak{f}_z^0$ sagen. Wir wollen nun den partiellen Differentialquotienten von $\mathfrak{H}$ nach $\mathfrak{d}_x^0$ bilden:

$$(14)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial \mathfrak{d}_x^0} &= \left(\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathfrak{d}_x}\right)^0 \cdot d\,G + \left(\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \varrho}\right)^0 \cdot \frac{1}{d\,x} \cdot d\,G \\ &\qquad - \left(\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \varrho}\right)^{(+1)} \cdot \frac{1}{d\,x} \cdot d\,G \\ \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial \mathfrak{d}_x^0} &= \left\{\left(\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathfrak{d}_x}\right)^0 - \left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \varrho}\right)\right)^{(+1)}\right\} \cdot d\,G, \end{aligned}\right.$$

wo 0 und $(+1)$ die unendlich benachbarten Teilchen mit den Koordinaten (x, y, z) und $(x + d\,x, y, z)$ bezeichnen. Wir wollen nun statt 0 allgemeiner i setzen und i alle Werte (x, y, z) annehmen lassen, dann sieht man jetzt, daß man die Gleichungen (10b) auffassen kann als folgendes System totaler Differentialgleichungen mit unendlich vielen abhängigen Variablen:

$$(15)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{d\,\mathfrak{f}_x^i}{d\,t} = -\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial(\mathfrak{d}_x^i \cdot d\,G)}, \qquad \frac{d\,\mathfrak{f}_y^i}{d\,t} = -\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial(\mathfrak{d}_y^i \cdot d\,G)}, \\ &\frac{d\,\mathfrak{f}_z^i}{d\,t} = -\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial(\mathfrak{d}_z^i \cdot d\,G)}. \end{aligned}\right.$$

Ebenso ergibt sich:

$$(16)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial \mathfrak{f}_x^0} &= \left(\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathfrak{f}_x}\right)^0 \cdot d\,G + \left(\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathfrak{b}_y}\right)^0 \cdot \frac{1}{d\,z} \cdot d\,G \\ &\quad - \left(\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathfrak{b}_z}\right)^0 \cdot \frac{1}{d\,y} \cdot d\,G - \left(\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathfrak{b}_y}\right)^{(+3)} \cdot \frac{1}{d\,z} \cdot d\,G \\ &\qquad + \left(\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathfrak{b}_z}\right)^{(+2)} \cdot \frac{1}{d\,y} \cdot d\,G \\ \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial \mathfrak{f}_x^0} &= \left\{\left(\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathfrak{f}_x^0}\right)^0 + \left(\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathfrak{b}_z}\right)\right)^{(+2)} - \left(\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathfrak{b}_y}\right)\right)^{(+3)}\right\} \cdot d\,G. \end{aligned}\right.$$

Man kann demnach die Differentialgleichungen (10a) auch als folgendes System totaler Differentialgleichungen mit unendlich vielen abhängigen Variablen schreiben:

$$
(17)\quad \begin{cases} \dfrac{d(\mathfrak{b}_x^i \cdot d\,G)}{d\,t} = \dfrac{\partial \mathfrak{H}}{\partial \mathfrak{f}_x^i}, & \dfrac{d(\mathfrak{b}_y^i \cdot d\,G)}{d\,t} = \dfrac{\partial \mathfrak{H}}{\partial \mathfrak{f}_y^i}, \\ \dfrac{d(\mathfrak{b}_z^i \cdot d\,G)}{d\,t} = \dfrac{\partial \mathfrak{H}}{\partial \mathfrak{f}_z^i}. & \end{cases}
$$

Wir haben somit die Grundgleichungen der Elektrodynamik genau in die Form der Hamiltonschen Differentialgleichungen gebracht. Der Zahlenwert der Größe $\mathfrak{H}$ ist auch hier im Laufe der Zeit t invariant, es ist die gesamte Energie des Feldes. An die Stelle der f Paare von zugeordneten Größen (q_i, p_i) treten hier die unendlich vielen Größenpaare $(\mathfrak{b}_l^i \cdot d\,G, \mathfrak{f}_l^i)$.

Die Differentiation einer Funktion eines Variablen-Kontinuums

5. Die eben hergeleiteten Differentiationsregeln für eine Funktion, die von einem Kontinuum von Variablen abhängt, lassen sich auch nach den bekannten Methoden der Variationsrechnung gewinnen. Es sei F eine Funktion, die nicht nur von einer gewissen Anzahl von Zustandsgrößen $u, v, w, \ldots$ abhängt, sondern auch von ihren Ableitungen nach den Koordinaten x, y, z, also beispielsweise von:

$$
(18)\qquad u^{hik} = \frac{\partial^h}{\partial x^h} \cdot \frac{\partial^i}{\partial y^i} \cdot \frac{\partial^k}{\partial z^k}\, u\,.
$$

Die Funktion der unendlich vielen Variablen in allen Raumpunkten des Gebietes G ist dann:

$$
(19)\qquad \mathcal{F} = \int\limits_G \mathrm{F}(u, v, w, \ldots u^{hik}, \ldots x, y, z) \cdot d\,G\,.
$$

Um nun den Differentialquotienten von $\mathcal{F}$ nach dem Wert u_0, den u in einem bestimmten Punkte (x, y, z) hat, zu definieren, lassen wir u in einem *sehr kleinen* Gebiet $\varDelta G$, welches den Punkt (x, y, z) umgibt, variieren, in der Weise, daß δu mitsamt allen Ableitungen nach x, y, z auf dem Rande dieses Gebietes $\varDelta G$ Null ist. Als die Variation δu_0 der Variablen u^0 bezeichne ich den folgenden Mittelwert:

$$
\delta u_0 = \frac{1}{\varDelta G} \cdot \int\limits_{\varDelta G} \delta u \cdot d\,G\,.
$$

Wir berechnen nun die entsprechende Variation von $\mathcal{F}$ als:

$$
\delta \mathcal{F} = \int\limits_G \left(\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial u} \cdot \delta u + \sum_{h, i, k} \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial u^{hik}} \cdot \delta u^{hik} \right) \cdot d\,G\,.
$$

Durch das bekannte Verfahren partieller Integration ergibt sich hieraus:

$$\delta\mathcal{F} = \int\limits_{\Delta G} \left\{ \frac{\partial F}{\partial u} + \sum_{h,i,k} (-1)^{h+i+k} \cdot \frac{\partial^h}{\partial x^h} \cdot \frac{\partial^i}{\partial y^i} \cdot \frac{\partial^k}{\partial z^k} \left(\frac{\partial F}{\partial u^{hik}} \right) \right\}_0 \cdot \delta u \cdot d G .$$

Wir lassen nun das Gebiet ΔG so klein werden, daß man für den unter dem Integralzeichen in der geschweiften Klammer stehenden Ausdruck seinen Mittelwert setzen kann, den Wert in dem vom Gebiet ΔG umhüllten Punkt (x, y, z). Es ergibt sich jetzt:

$$\delta\mathcal{F} = \left\{ \frac{\partial F}{\partial u} + \sum_{h,i,k} (-1)^{h+i+k} \cdot \frac{\partial^h}{\partial x^h} \cdot \frac{\partial^i}{\partial y^i} \cdot \frac{\partial^k}{\partial z^k} \left(\frac{\partial F}{\partial u^{hik}} \right) \right\}_0 \cdot \delta u_0 \cdot \Delta G .$$

Nun ist der gesuchte Differentialquotient nach u_0 nichts anderes als der Quotient $\delta\mathcal{F}/\delta u_0$ und wir haben demnach, indem wir noch für das unendlich kleine Gebiet ΔG die Bezeichnung dG_0 einführen, also $\Delta G = d G_0$ setzen:

$$(20)\left\{ \frac{\partial F}{\partial u_0} = \left\{ \frac{\partial F}{\partial u} + \sum_{h,i,k} (-1)^{h+i+k} \cdot \frac{\partial^h}{\partial x^h} \cdot \frac{\partial^i}{\partial y^i} \cdot \frac{\partial^k}{\partial z^k} \left(\frac{\partial F}{\partial u^{hik}} \right) \right\}_0 \cdot d G_0 . \right.$$

Es ist leicht einzusehen, daß die Gleichung (20) nur die Verallgemeinerung der Formeln (14) und (16) ist.

Wir werden es im folgenden öfters mit noch allgemeineren Formen der Funktionen von unendlich vielen Variablen zu tun haben. Beispielsweise kann eine solche Funktion folgendermaßen aussehen: Es sei eine Reihe von Größen $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2, \ldots \mathcal{S}_n$ durch bestimmte Integrale definiert:

$$(21)\left\{ \begin{aligned} \mathcal{S}_1 &= \int\limits_{G} \mathrm{S}_1 (u, v, \ldots u^{hik}, \ldots x, y, z) \cdot d G \\ \mathcal{S}_2 &= \int\limits_{G} \mathrm{S}_2 (u, v, \ldots u^{hik}, \ldots x, y, z) \cdot d G \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \mathcal{S}_n &= \int\limits_{G} \mathrm{S}_n (u, v, \ldots u^{hik}, \ldots x, y, z) \cdot d G . \end{aligned} \right.$$

Dann ist die folgende Größe $\mathcal{F}$ eine Funktion der unendlich vielen, zu den einzelnen Raumelementen dG gehörenden Größen $u, v, \ldots$:

$$\mathcal{F}(u, v, \ldots) = \mathrm{F}(S_1, S_2, \ldots S_n), \tag{22}$$

wo F irgendeine Funktion einer endlichen Zahl n von Variablen bedeuten soll. Die ersten partiellen Ableitungen von $\mathcal{F}$ nach den Einzelwerten u ergeben sich nun als:

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial u} = \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial S_1} \cdot \frac{\partial S_1}{\partial u} + \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial S_2} \cdot \frac{\partial S_2}{\partial u} + \ldots + \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial S_n} \cdot \frac{\partial S_n}{\partial u}, \tag{23}$$

wo die Ausdrücke $\partial S / \partial u$ sämtlich nach Formel (20) zu berechnen sind.

Es ist hier nicht der Ort, um eine allgemeine mathematische Theorie der Funktionen eines Variabelnkontinuums zu entwickeln. Diese Theorie existiert schon, sie ist eingehend von **Vito Volterra** bearbeitet worden, auf dessen Untersuchungen[1] hier nur verwiesen sei.

Die Wirkungsfunktion

6. Wir betrachten nun wieder ein Gebiet G, welches so ausgedehnt ist, daß auf seiner Begrenzung die sämtlichen physikalischen Größen, die zur vollständigen Beschreibung eines in G umschlossenen materiellen Systems notwendig sind, in allen Rechnungen einfach gleich Null gesetzt werden können. Diese Bedingung soll im folgenden kurz „die Randbedingung“ heißen. In dem Gebiet G sei in der Zeit von t_1 bis t_2 das Potential $\mathfrak{f}_1, \mathfrak{f}_2, \mathfrak{f}_3, \varphi$ überall gegeben und zwar so, daß die **Maxwellschen** Gleichungen in allen Punkten des genannten vierdimensionalen Kontinuums erfüllt sind. Damit ist dann auch, weil $\mathfrak{b} = \operatorname{rot} \mathfrak{f}$, $\mathfrak{e} = -\dot{\mathfrak{f}} - \nabla \varphi$, die „Weltfunktion“ $\Phi(\mathfrak{f}, \operatorname{rot} \mathfrak{f}, \dot{\mathfrak{f}}, \varphi, \nabla \varphi)$ überall in dem vierdimensionalen Gebiet gegeben. Wir bezeichnen nun:

$$U = \int_{t_1}^{t_2} \int_{G} \Phi(\mathfrak{f}, \operatorname{rot} \mathfrak{f}, \dot{\mathfrak{f}}, \varphi, \nabla \varphi) \cdot dG \cdot dt \tag{24}$$

als die „Wirkungsgröße“ des Systems und berechnen ihre Änderung δU, die einer unendlich kleinen Variation der

---

[1] **Vito Volterra**, Leçons sur les Fonctions de Lignes. Paris 1913, ferner: **P. Lévy**, Leçons d'analyse fonctionelle, Paris 1922.

Größen $\mathfrak{f}$, φ in sämtlichen Punkten des betrachteten vierdimensionalen Gebietes entspricht:

$$\begin{aligned}\delta U = \int\limits_{t_1}^{t_2}\int\limits_{G} \Bigg\{ &\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mathfrak{f}} + \operatorname{rot}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial (\operatorname{rot}\mathfrak{f})}\right) - \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mathfrak{f}}\right)\right) \cdot \delta \mathfrak{f} \\ &+ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} - \operatorname{div}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial (\nabla \varphi)}\right)\right) \cdot \delta \varphi \Bigg\} \cdot dG \cdot dt \\ + \int\limits_{t_1}^{t_2}\int\limits_{G} &\left(\operatorname{div}\left[\delta \mathfrak{f} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial (\operatorname{rot}\mathfrak{f})}\right] + \operatorname{div}\left(\delta \varphi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial (\nabla \varphi)}\right)\right) \cdot dG \cdot dt \\ + \int\limits_{t_1}^{t_2}\int\limits_{G} &\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mathfrak{f}} \cdot \delta \mathfrak{f}\right) \cdot dG \cdot dt .\end{aligned}$$

Hier und im folgenden wird ein Vektor, dessen drei Komponenten durch Differentiation von Φ nach den drei Komponenten eines Vektors, z. B. $\mathfrak{f}$, $\operatorname{rot}\mathfrak{f}$ usf. gebildet sind, der Kürze halber als Differentialquotient von Φ nach dem Vektor, z. B. $\partial \Phi / \partial \mathfrak{f}$, $\partial \Phi / \partial (\operatorname{rot}\mathfrak{f})$ usf., geschrieben.

Von den drei Gliedern, aus denen sich δU zusammensetzt, verschwindet nun aber das erste, weil die Faktoren von $\delta \mathfrak{f}_1$, $\delta \mathfrak{f}_2$, $\delta \mathfrak{f}_3$, $\delta \varphi$ nichts anderes sind als die linken Seiten der ersten Gruppe der Maxwellschen Gleichungen. Ferner verschwindet das zweite Glied zufolge der Randbedingung, und in dem dritten läßt sich die Integration nach der Zeit ausführen:

$$(25)\quad \left\{\begin{aligned}\delta U &= \int\limits_{t_1}^{t_2}\int\limits_{G} \delta \Phi \cdot dG \cdot dt \\ &= \left[\int\limits_{G} \frac{\partial \Phi}{\partial \mathfrak{f}} \cdot \delta \mathfrak{f} \cdot dG\right]_{t_2} - \left[\int\limits_{G} \frac{\partial \Phi}{\partial \mathfrak{f}} \cdot \delta \mathfrak{f} \cdot dG\right]_{t_1} .\end{aligned}\right.$$

Wir denken uns nun das ganze Kontinuum der Zustandsgrößen $\mathfrak{f}_1$, $\mathfrak{f}_2$, $\mathfrak{f}_3$, φ in dem betrachteten vierdimensionalen Gebiet von einem oder von mehreren Parametern abhängend, bei deren Änderung sich die Zustandsgrößen so ändern, daß doch immer die Maxwellschen Gleichungen erfüllt bleiben. Mit $\delta \mathfrak{f}$, $\delta \varphi$, $\delta \Phi$ seien die Differentiale gemeint, die einer unendlich kleinen Änderung dieser Parameter entsprechen. Wir gehen von einem Anfangswertsystem der $\mathfrak{f}_1$, $\mathfrak{f}_2$, $\mathfrak{f}_3$, φ aus, das wir durch den Index 0 bezeichnen wollen, bis zu einem

Endwertsystem, dessen Größenbuchstaben ohne besonderen Index bleiben mögen. Durch Integration längs irgendeines vom Anfangswertsystem bis zum Endwertsystem führenden Weges ergibt sich aus (25):

$$
(26)\quad \left\{ \begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2}\int_{G} \Phi \cdot dG \cdot dt - \int_{t_1}^{t_2}\int_{G} \Phi_0 \cdot dG \cdot dt \\ & = \left[\int_{G}\int_{\mathfrak{f}_0}^{\mathfrak{f}} \frac{\partial \Phi}{\partial \mathfrak{f}} \cdot \partial \mathfrak{f} \cdot dG \right]_{t_2} - \left[\int_{G}\int_{\mathfrak{f}_0}^{\mathfrak{f}} \frac{\partial \Phi}{\partial \mathfrak{f}} \cdot \partial \mathfrak{f} \cdot dG \right]_{t_1} . \end{aligned} \right.
$$

Da die linke Seite dieser Gleichung unabhängig vom Integrationswege ist, so folgt dasselbe auch für die rechte. Die beiden Klammerausdrücke hängen also nur von dem Anfangs- und dem Endwertekontinuum der $\mathfrak{f}$, φ in dem Raum G zur Zeit t_2 bzw. t_1 ab. Demnach ist:

$$
\left[\int_{G}\int_{\mathfrak{f}_0}^{\mathfrak{f}} \frac{\partial \Phi}{\partial \mathfrak{f}} \cdot \partial \mathfrak{f} \cdot dG \right]_{t_2} = \mathcal{W}(\mathfrak{f}, \varphi, t_2) - \mathcal{W}(\mathfrak{f}_0, \varphi_0, t_2)
$$

$$
\left[\int_{G}\int_{\mathfrak{f}_0}^{\mathfrak{f}} \frac{\partial \Phi}{\partial \mathfrak{f}} \cdot \partial \mathfrak{f} \cdot dG \right]_{t_1} = \mathcal{W}(\mathfrak{f}, \varphi, t_1) - \mathcal{W}(\mathfrak{f}_0, \varphi_0, t_1),
$$

wo $\mathcal{W}$ eine Funktion des Kontinuums der $\mathfrak{f}$, φ in dem räumlichen Gebiet G in einer bestimmten Zeit (t_2 bzw. t_1) bedeutet, die außerdem noch die Zeit t explizite enthalten kann. Geht man bei konstant gehaltenem t von dem Wertekontinuum $\mathfrak{f}$, φ zu einem unendlich benachbarten $\mathfrak{f} + \delta \mathfrak{f}$, $\varphi + \delta \varphi$ über, so ergibt sich:

$$
\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \mathfrak{f}_i} = \frac{\partial \Phi}{\partial \mathfrak{f}_i} \cdot dG , \quad \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \varphi} = 0 .
$$

Hieraus folgt: Das Wertekontinuum der φ fällt aus der Funktion $\mathcal{W}$ von selber heraus.

Zusammenfassend können wir schreiben:

$$
(27)\quad \int_{t_1}^{t_2}\int_{G} \Phi \cdot dG \cdot dt = \mathcal{W}(\mathfrak{f}, t_2) - \mathcal{W}(\mathfrak{f}, t_1),
$$

$$
(28)\quad \frac{\partial \mathcal{W}(\mathfrak{f}, t)}{\partial \mathfrak{f}_i} = \frac{\partial \Phi}{\partial \mathfrak{f}_i} \cdot dG ,
$$

$$
(29)\quad \frac{d \mathcal{W}}{dt} = \int_{G} \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \mathfrak{f}} \cdot \frac{d \mathfrak{f}}{dt} + \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial t} = \int_{G} \Phi \cdot dG .
$$

Da $\mathfrak{e}_i = -\frac{\partial \mathfrak{f}_i}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial x_i}$, so folgt aus (1):

$$\mathfrak{d}_i = -\frac{\partial \Phi}{\partial \mathfrak{e}_i} = \frac{\partial \Phi}{d \mathfrak{f}_i},$$

und demnach kann man Gleichung (28) auch folgendermaßen schreiben:

$$\frac{\partial \mathcal{W}(\mathfrak{f}, t)}{\partial \mathfrak{f}_i} = \mathfrak{d}_i \cdot d G. \tag{28a}$$

$\mathcal{W}$ werden wir „die Wirkungsfunktion“ nennen.

Die Hamiltonsche partielle Differentialgleichung

7. Wir können die vier Komponenten der letzten Kolonne der Energie-Impulsmatrix[1]) der Ätherphysik folgendermaßen schreiben:

$$\left\{\begin{aligned}
T_{14} &= i \cdot (\mathfrak{h}_y \cdot \mathfrak{d}_z - \mathfrak{h}_z \cdot \mathfrak{d}_y + \mathfrak{f}_x \cdot \varrho) \\
&= i \cdot \left(\operatorname{div}(\mathfrak{f}_x \cdot \mathfrak{d}) - \sum_1^3 \frac{\partial \mathfrak{f}_\alpha}{\partial x} \cdot \mathfrak{d}_\alpha\right) \\
T_{24} &= i \cdot (\mathfrak{h}_z \cdot \mathfrak{d}_x - \mathfrak{h}_x \cdot \mathfrak{d}_z + \mathfrak{f}_y \cdot \varrho) \\
&= i \cdot \left(\operatorname{div}(\mathfrak{f}_y \cdot \mathfrak{d}) - \sum_1^3 \frac{\partial \mathfrak{f}_\alpha}{\partial y} \cdot \mathfrak{d}_\alpha\right) \\
T_{34} &= i \cdot (\mathfrak{h}_x \cdot \mathfrak{d}_y - \mathfrak{h}_y \cdot \mathfrak{d}_x + \mathfrak{f}_z \cdot \varrho) \\
&= i \cdot \left(\operatorname{div}(\mathfrak{f}_z \cdot \mathfrak{d}) - \sum_1^3 \frac{\partial \mathfrak{f}_\alpha}{\partial z} \cdot \mathfrak{d}_\alpha\right) \\
T_{44} &= \Phi + (\mathfrak{e} \cdot \mathfrak{d}) - \varphi \cdot \varrho \\
&= \Phi - \operatorname{div}(\varphi \cdot \mathfrak{d}) - \sum_1^3 \frac{\partial \mathfrak{f}_\alpha}{\partial t} \cdot \mathfrak{d}_\alpha .
\end{aligned}\right. \tag{30}$$

Bilden wir nun die Integrale über ein räumliches Gebiet G, in welchem das ganze elektromagnetische Feld als ein abgeschlossenes System enthalten ist, so bekommen wir:

---

[1]) G. Mie, Ann. d. Phys. 37. S. 525. Gleich. (16). 1912.

$$(31)\quad \begin{cases} \int\limits_G T_{14}\cdot dG = -i\cdot J_1, & \int\limits_G T_{24}\cdot dG = -i\cdot J_2, \\ \int\limits_G T_{34}\cdot dG = -i\cdot J_3, & \int\limits_G T_{44}\cdot dG = E, \end{cases}$$

wo J_1, J_2, J_3 die Komponenten des gesamten mechanischen Impulses und E die gesamte Energie des Feldes bedeuten. Wenn wir auf ein Koordinatensystem $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, i\cdot\bar{t})$ transformieren, in welchem $J_1 = J_2 = J_3 = 0$ sind, so gibt das vierte Integral die Ruhenergie E_0 des Feldes. Und nun ist nach dem Relativitätsprinzip:

$$(32)\qquad E^2 - (J_1^2 + J_2^2 + J_3^2) = E_0^2.$$

Setzen wir die Ausdrücke (30) in die Formeln (31) ein, so bekommen wir unter Benutzung der „Randbedingung“:

$$(33)\begin{cases} J_1 = \int\limits_G \sum\limits_1^3 {}_a \dfrac{\partial \mathfrak{f}_a}{\partial x}\cdot \mathfrak{b}_a \cdot dG, & J_2 = \int\limits_G \sum\limits_1^3 {}_a \dfrac{\partial \mathfrak{f}_a}{\partial y}\cdot \mathfrak{b}_a \cdot dG, \\ J_3 = \int\limits_G \sum\limits_1^3 {}_a \dfrac{\partial \mathfrak{f}_a}{\partial z}\cdot \mathfrak{b}_a \cdot dG, & E = \int\limits_G \left(\Phi - \sum\limits_1^3 {}_a \dfrac{\partial \mathfrak{f}_a}{\partial t}\cdot \mathfrak{b}_a\right)\cdot dG. \end{cases}$$

Wir setzen hier aus (28a) den Wert für $\mathfrak{b}_a \cdot dG$ ein:

$$(34)\begin{cases} J_1 = \int\limits_G \sum\limits_1^3 {}_a \dfrac{\partial \mathfrak{f}_a}{\partial x}\cdot \dfrac{\partial W}{\partial \mathfrak{f}_a}, \quad J_2 = \int\limits_G \sum\limits_1^3 {}_a \dfrac{\partial \mathfrak{f}_a}{\partial y}\cdot \dfrac{\partial W}{\partial \mathfrak{f}_a}, \\ J_3 = \int\limits_G \sum\limits_1^3 {}_a \dfrac{\partial \mathfrak{f}_a}{\partial z}\cdot \dfrac{\partial W}{\partial \mathfrak{f}_a}, \\ E = \int\limits_G \left(\Phi \cdot dG - \sum\limits_1^3 {}_a \dfrac{\partial \mathfrak{f}_a}{\partial t}\cdot \dfrac{\partial W}{\partial \mathfrak{f}_a}\right). \end{cases}$$

Hier ist zu beachten, daß die Ausdrücke für die partiellen Differentialquotienten einer Funktion eines Variablenkontinuums nach (20) und (23) stets den Faktor dG haben, die drei für J_1, J_2, J_3 gefundenen Ausdrücke sind also wieder richtige Funktionen eines Kontinuums von Variablen. Den Ausdruck für E können wir mit Hilfe der Formel (29) umrechnen, es ergibt sich:

$$E = \frac{\partial W}{\partial t}. \tag{34a}$$

Die Gleichung (32) liefert jetzt:

$$\left\{\begin{aligned} &\left(\frac{\partial W}{\partial t}\right)^2 - \left\{\int\limits_G \sum_1^3{}_\alpha \frac{\partial \mathfrak{f}_\alpha}{\partial x} \cdot \frac{\partial W}{\partial \mathfrak{f}_\alpha}\right\}^2 - \left\{\int\limits_G \sum_1^3{}_\alpha \frac{\partial \mathfrak{f}_\alpha}{\partial y} \cdot \frac{\partial W}{\partial \mathfrak{f}_\alpha}\right\}^2 \\ &\qquad - \left\{\int\limits_G \sum_1^3{}_\alpha \frac{\partial \mathfrak{f}_\alpha}{\partial z} \cdot \frac{\partial W}{\partial \mathfrak{f}_\alpha}\right\}^2 - E_0{}^2 = 0. \end{aligned}\right. \tag{35}$$

Dies ist *die Hamiltonsche partielle Differentialgleichung der Ätherphysik*, eine partielle Differentialgleichung erster Ordnung und zweiten Grades für die Wirkungsfunktion W in den unabhängigen Variabeln t und dem Kontinuum der $\mathfrak{f}_1, \mathfrak{f}_2, \mathfrak{f}_3$.

Die Schrödingersche Differentialgleichung

8. Damit ist nun auch schon die Aufgabe so gut wie gelöst, die „Wellengleichung“ der Ätherphysik zu finden, wir haben uns einfach ganz an die von Schrödinger gegebenen Vorschriften[1]) zu halten. Ohne auf die tiefere Bedeutung einzugehen, sei nur so viel gesagt, daß durch den entscheidenden Schritt, den wir jetzt tun, das Hamiltonsche Prinzip, auf dem die Theorie bisher aufgebaut war, völlig umgestürzt wird. Das neue Prinzip, welches nun an die Stelle des Hamiltonschen tritt, genau zu formulieren, soll die Aufgabe einer später folgenden Untersuchung sein.

Wir ersetzen, der Schrödingerschen Vorschrift folgend, das Zeichen $\partial W/\partial \mathfrak{f}_\alpha$ durch den Operator $h/2\pi i \cdot \partial/\partial \mathfrak{f}_\alpha$, ebenso $\partial W/\partial t$ durch $h/2\pi i \cdot \partial/\partial t$ und wenden den so aus der linken Seite von (35) entstehenden Operator auf die „Wahrscheinlichkeitsamplitude“ ψ an. Die Größe ψ ist gerade so wie W eine Funktion der Zeit t und des Variablenkontinuums der $\mathfrak{f}_1, \mathfrak{f}_2, \mathfrak{f}_3$. Wir bekommen so die folgende „Differentialgleichung“ für $\psi(\mathfrak{f}_1, \mathfrak{f}_2, \mathfrak{f}_3, t)$:

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \sum_1^3{}_\alpha \int\limits_G \sum_1^3{}_\beta \frac{\partial \mathfrak{f}_\beta}{\partial x_\alpha} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathfrak{f}_\beta} \int\limits_G \sum_1^3{}_\gamma \frac{\partial \mathfrak{f}_\gamma}{\partial x_\alpha} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \mathfrak{f}_\gamma} \\ &\qquad\qquad + \frac{4\pi^2}{h^2} \cdot E_0{}^2 \cdot \psi = 0. \end{aligned}\right. \tag{36}$$

Dies ist die Schrödingersche Differentialgleichung für die Elektrik.

---

[1]) E. Schrödinger, Ann. d. Phys. 81. S. 133. Gleich. (35). 1926.

Die Gleichung (36) ist eine richtige partielle Differentialgleichung in einem Variablenkontinuum. Denn nach (20) und (23) enthält die Größe $\partial\psi/\partial\mathfrak{f}_\gamma$ den Faktor dG, und somit ist $\int\limits_G \sum\limits_1^3 \frac{\partial\mathfrak{f}_\gamma}{\partial x_a}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial\mathfrak{f}_\gamma}$ wieder eine richtige Funktion eines Variablenkontinuums, welche sich nach $\mathfrak{f}_\beta$ partiell differenzieren läßt. Da dieser Differentialquotient wiederum den Faktor dG hat, so ist auch das ganze zweite Glied der linken Seite eine richtige Funktion eines Variablenkontinuums. Von dem ersten Glied gilt dies selbstverständlich auch. Wenn wir also nur annehmen dürfen, daß die notwendigen Konvergenzbedingungen erfüllt sind, so hat die ganze linke Seite von (36) einen vernünftigen Sinn. Man darf wohl sagen, daß (36) eine homogene lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung in den Variabeln t und dem Kontinuum der $\mathfrak{f}_1$, $\mathfrak{f}_2$, $\mathfrak{f}_3$ für ψ darstellt.

Elektrik und Mechanik

9. Falls man die durch die Wahrscheinlichkeitsamplitude ψ dargestellte Unschärfe der Feldlinien so weit eingeschränkt denkt, daß nur der Ort des felderregenden Korpuskels, sei es des Elektrons, sei es des als Dipol aufzufassenden Lichtquants, unscharf ist, daß aber im übrigen das Feld für diesen unsicheren Ausgangspunkt genau nach den Gesetzen der Maxwellschen Theorie bestimmt ist, so geht (36) in die von **Schrödinger** ausführlich behandelte mechanische „Wellengleichung“ eines einzelnen Korpuskels über. Wenn nämlich mit (ξ, η, ζ) der Ort des Korpuskels bezeichnet wird, so hängt zufolge der gemachten Einschränkung das Variablenkontinuum der $\mathfrak{f}_1$, $\mathfrak{f}_2$, $\mathfrak{f}_3$ von den Parametern ξ, η, ζ ab, in der Weise, daß jede einzelne $\mathfrak{f}$-Größe, die zu einem Raumelement dG mit den Koordinaten (x, y, z) gehört, eine Funktion der Größen $(x-\xi)$, $(y-\eta)$, $(z-\zeta)$ ist, welche die Zeit t nicht explizite enthält. Dabei ist vorausgesetzt, daß die Geschwindigkeit des Korpuskels konstant ist. Danach ist, weil auch ψ als eine Funktion der Parameter ξ, η, ζ angesehen werden kann:

$$(37)\qquad \left\{\begin{array}{l} \int\limits_G \sum\limits_1^3 \frac{\partial\mathfrak{f}_\gamma}{\partial x}\cdot\frac{\partial\psi(\mathfrak{f},t)}{\partial\mathfrak{f}_\gamma} = -\frac{\partial\psi(\xi,\eta,\zeta,t)}{\partial\xi}, \\ \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \end{array}\right.$$

Andererseits kann man, wie wir in der Erläuterung zu (36) gesehen haben, die linke Seite von (37) und demnach auch die Größe $-\partial\psi/\partial\xi$ als eine Funktion des Variablenkontinuums der $\mathfrak{f}$-Größen und der Zeit t auffassen, ich will das dadurch andeuten, daß ich schreibe:

$$\int\limits_G \sum_1^8 \frac{\partial \mathfrak{f}_\gamma}{\partial x} \cdot \frac{\partial \psi(\mathfrak{f}, t)}{\partial \mathfrak{f}_\gamma} = -\frac{\partial \psi}{\partial \xi}(\mathfrak{f}, t). \tag{38a}$$

Wir bekommen in derselben Weise weiter:

$$\left\{\begin{aligned} &\int\limits_G \sum_1^8 \frac{\partial \mathfrak{f}_\beta}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathfrak{f}_\beta}\left(-\frac{\partial \psi}{\partial \xi}(\mathfrak{f}, t)\right) \\ &\qquad = \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{\partial \psi}{\partial \xi}(\xi, \eta, \zeta, t)\right) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2}. \end{aligned}\right. \tag{38b}$$

Somit geht die Gleichung (36) in dem Falle des Feldes eines einzelnen, mit konstanter Geschwindigkeit bewegten Korpuskels in die folgende Gleichung über:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta^2}\right) + \frac{4\pi^2}{h^2} \cdot E_0{}^2 \cdot \psi = 0. \tag{39}$$

Hier ist ψ als Funktion von (ξ, η, ζ, t) aufzufassen. Setzen wir in (39) für E_0 die Ruhmasse eines Elektrons ein, so bekommen wir die Gleichung für die das Elektron begleitende „Wahrscheinlichkeitswelle“; setzen wir $E_0 = 0$, so haben wir den Fall des Lichtquants, eine Wahrscheinlichkeitswelle, die mit Lichtgeschwindigkeit fortschreitet.

Auch der Fall eines in einem Kraftfeld bewegten Elektrons läßt sich leicht behandeln. Wir müssen in diesem Falle nur die „Randbedingung“ etwas anders fassen, als wir es bei der Herleitung der Ausdrücke (33) getan haben. Wir dürfen die Zustandsgrößen $\mathfrak{f}$, φ auf dem Rande des Gebietes G, welches das Elektron mitsamt seinem ganzen Felde bis zu Entfernungen, in denen es als Null gerechnet werden darf, umschließt, hier nicht gleich Null setzen, wir müssen ihnen vielmehr auf dem Rande die Werte des „äußeren Feldes“ erteilen. Hier wird der Unschärfe der Felder eine zweite Einschränkung auferlegt, daß nämlich das *äußere* Feld scharf sei: Außerdem setzen wir, wie es die gewöhnliche Mechanik immer tut, noch zwei Annahmen ohne weiteres als zulässig voraus:

1. Das Gebiet G, welches das Korpuskel samt seinem Felde umschließt, sei so klein, daß man auf dem ganzen Rande die Potentiale des äußeren Feldes als konstant ansehen darf: $\mathfrak{f}(\xi, \eta, \zeta, t)$, $\varphi(\xi, \eta, \zeta, t)$.

2. Die Beschleunigung des Korpuskels sei unendlich klein, so daß man auch hier bei der Berechnung der Differentialquotienten von ψ die einzelnen Größen $\mathfrak{f}$ des Variablenkontinuums als reine Funktionen von $(x - \xi)$, $(y - \eta)$, $(z - \zeta)$ auffassen darf, die die Zeit t nicht explizite enthalten.

Wenn wir die Oberfläche des Gebietes G vorübergehend mit S bezeichnen, so ist danach:

$$\int_G \operatorname{div}(\mathfrak{f}_x \cdot \mathfrak{b}) \cdot dG = \mathfrak{f}_x(\xi, \eta, \zeta, t) \cdot \int_S (\mathfrak{b} \cdot d\mathfrak{S}) = \varepsilon \cdot \mathfrak{f}_x(\xi, \eta, \zeta, t),$$

wo ε die Ladung des Korpuskels und $\mathfrak{f}_x$ das Potential *des äußeren Feldes* bedeuten. Ebenso wird die Rechnung in den drei anderen Ausdrücken (30) ausgeführt, an die Stelle von $\mathfrak{f}_x$ treten einfach der Reihe nach $\mathfrak{f}_y$, $\mathfrak{f}_z$, φ. Wir bekommen so statt der Werte (33) die folgenden:

$$(40) \quad \begin{cases} J_1 = \int\limits_G \sum\limits_1^3 \dfrac{\partial \mathfrak{f}_a}{\partial x} \cdot \mathfrak{b}_a \cdot dG - \varepsilon \cdot \mathfrak{f}_x(\xi, \eta, \zeta, t) \\[2ex] J_2 = \int\limits_G \sum\limits_1^3 \dfrac{\partial \mathfrak{f}_a}{\partial y} \cdot \mathfrak{b}_a \cdot dG - \varepsilon \cdot \mathfrak{f}_y(\xi, \eta, \zeta, t) \\[2ex] J_3 = \int\limits_G \sum\limits_1^3 \dfrac{\partial \mathfrak{f}_a}{\partial z} \cdot \mathfrak{b}_a \cdot dG - \varepsilon \cdot \mathfrak{f}_z(\xi, \eta, \zeta, t) \\[2ex] E = \int\limits_G \left(\Phi - \sum\limits_1^3 \dfrac{\partial \mathfrak{f}_a}{\partial t} \cdot \mathfrak{b}_a\right) - \varepsilon \cdot \varphi(\xi, \eta, \zeta, t). \end{cases}$$

Als Wellengleichung für das Korpuskel bekommt man nun [1]:

$$(41) \quad \begin{cases} \left(\dfrac{\partial}{\partial t} - \dfrac{2\pi i}{h} \cdot \varepsilon \cdot \varphi\right)^2 \psi - \sum\limits_1^3 \left(\dfrac{\partial}{\partial \xi_a} \pm \dfrac{2\pi i}{h} \cdot \varepsilon \cdot \mathfrak{f}_a\right)^2 \psi \\[2ex] \qquad\qquad + \dfrac{4\pi^2}{h^2} \cdot E_0^2 \cdot \psi = 0, \end{cases}$$

---

[1] Man vergleiche: W. Gordon, Ztschr. f. Phys. 48. S. 119. Gleich. (8). 1927. In unserer Gleichung (41) hat die imaginäre Einheit das entgegengesetzte Vorzeichen, was natürlich ganz belanglos ist.

wo statt ξ, η, ζ gesetzt ist ξ_1, ξ_2, ξ_3. Aus der Gleichung (41) bekommt man bei Vernachlässigung der „Relativitätskorrektionen“ durch leichte Umrechnung die von Schrödinger benutzten Formen der Wellengleichung für ein einzelnes Partikelchen. Würde man im Falle eines komplizierteren Atoms für jedes einzelne der Korpuskeln, aus denen es aufgebaut ist, eine Gleichung (41) aufstellen, in welcher nun allerdings die Potentiale $\mathfrak{f}$, φ auch noch die Koordinaten der sämtlichen übrigen Korpuskeln als Parameter enthielten, so würde man durch passende Zusammensetzung aller dieser Gleichungen zu einer einzigen die Wellengleichung des komplizierteren Atoms gewinnen.

Ausblicke. Gravitationsfeld

10. Auf ein neues, besonders interessantes Problem kommt man jedoch, wenn man die Wahrscheinlichkeitsamplitude ψ wirklich als Funktion des Variablenkontinuums der $\mathfrak{f}_1, \mathfrak{f}_2, \mathfrak{f}_3$ auffaßt, und sich nun die Aufgabe stellt, die einfachsten Integrale der partiellen Differentialgleichung (36) aufzusuchen, welche bestimmten Randbedingungen genügen. Diese Bedingungen sind, daß ψ für jede Feldkonfiguration mit endlichen Werten der Feldgrößen, die im wesentlichen auf ein endliches Gebiet G beschränkt sind, endlich bleiben soll, und daß es beim Anwachsen einzelner Feldgrößen auf sehr große Werte oder bei einer Ausbreitung des Feldes auf sehr weite räumliche Gebiete sehr schnell gegen Null fallen soll. Man möchte vermuten, daß es solche Lösungen der Gleichung (36) nur für gewisse „Eigenwerte“ E_0 gibt, die zu den Lichtquanten ($E_0 = 0$), den Elektronen, den Atomkernen führen würden. So taucht hier das Problem des Elektrons und das Problem des Korpuskels überhaupt in einer neuen Form auf. Ich glaube aber nicht, daß die Mathematik ohne weiteres die Mittel an die Hand geben könnte, um eine so ungeheuer schwierige Gleichung wie (36) zu behandeln. Es wird wohl notwendig sein, dem Problem erst eine etwas übersichtlichere Form zu geben.

Vielleicht kann es zweckmäßig sein, auch die Vorstellungen der allgemeinen Relativität, die A. Einstein in seiner Gravitationstheorie entwickelt hat, einzuführen. Es sei hier deswegen noch angemerkt, daß die Ausdrücke (30) und die sich aus ihnen ergebende Gleichung (36) ohne weitere Umstände durch Hinzufügung der Größen des Gravitationsfeldes erweitert werden können. Man muß dazu als Intensitätsgrößen die zehn Komponenten des Gravitationspotentials $\omega^{\mu\nu}$ 1) einführen, und als Quantitätsgrößen die „Erregung des Gravitationsfeldes", deren vierzig Komponenten ich in meinen früheren Arbeiten mit $\mathfrak{f}^{l}_{\mu\nu}$ bezeichnet habe ($\mu, \nu, l = 1, 2, 3, 4$). Von den letzteren kommen allerdings nur diejenigen mit dem oberen Index 4 in Betracht, wir wollen setzen: $\mathfrak{f}^{4}_{\mu\nu} = i \cdot \varkappa_{\mu\nu}$. Dann ergibt sich für die vierte Kolonne der Impuls-Energiematrix:

$$(42)\quad\left\{\begin{aligned}
T_{14} &= i \cdot \left(\operatorname{div}(\mathfrak{f}_x \cdot \mathfrak{b}) - \sum_{1}^{3}{}_{\alpha} \frac{\partial \mathfrak{f}_\alpha}{\partial x} \cdot \mathfrak{b}_\alpha - \sum_{\mu,\nu} \frac{\partial \omega^{\mu\nu}}{\partial x} \cdot \varkappa_{\mu\nu}\right)\\
T_{24} &= i \cdot \left(\operatorname{div}(\mathfrak{f}_y \cdot \mathfrak{b}) - \sum_{1}^{3}{}_{\alpha} \frac{\partial \mathfrak{f}_\alpha}{\partial y} \cdot \mathfrak{b}_\alpha - \sum_{\mu,\nu} \frac{\partial \omega^{\mu\nu}}{\partial y} \cdot \varkappa_{\mu\nu}\right)\\
T_{34} &= i \cdot \left(\operatorname{div}(\mathfrak{f}_z \cdot \mathfrak{b}) - \sum_{1}^{3}{}_{\alpha} \frac{\partial \mathfrak{f}_\alpha}{\partial z} \cdot \mathfrak{b}_\alpha - \sum_{\mu,\nu} \frac{\partial \omega^{\mu\nu}}{\partial z} \cdot \varkappa_{\mu\nu}\right)\\
T_{44} &= \Phi - \operatorname{div}(\varphi \cdot \mathfrak{b}) - \sum_{1}^{3}{}_{\alpha} \frac{\partial \mathfrak{f}_\alpha}{\partial t} \cdot \mathfrak{b}_\alpha - \sum_{\mu,\nu} \frac{\partial \omega^{\mu\nu}}{\partial t} \cdot \varkappa_{\mu\nu}.
\end{aligned}\right.$$

Die Größe ψ ist nun Funktion des Kontinuums der $\mathfrak{f}_1$, $\mathfrak{f}_2$, $\mathfrak{f}_3$, des Kontinuums der $\omega^{\mu\nu}$ und außerdem der Zeit t. Ersetzt man nicht allein die $\mathfrak{b}_\alpha$ durch die Operatoren $h/2\pi i \cdot \partial/\partial \mathfrak{f}_\alpha$, sondern zugleich auch die $\varkappa_{\mu\nu}$ durch die Operatoren $h/2\pi i \cdot \partial/\partial\omega^{\mu\nu}$, so ergibt sich die durch die Gravitationsgrößen erweiterte „partielle Differentialgleichung" für ψ ganz von selber.

---

1) Die hier benutzten Bezeichnungen sind von mir gebraucht in Ann. d. Phys. 69. S. 1ff. 1922, wo man auch die genaueren Definitionen finden kann.

Freiburg i. Br., Physikalisches Institut der Universität, 22. Februar 1928.

(Eingegangen 23. Februar 1928)

4. Über die Elektrizitätsleitung in Flammen; von P. Lenard

Die Kenntnis über diesen Gegenstand kann unbefriedigend erscheinen, seit eine schon für gut begründet gehaltene Annahme, nach erneuter, umfassender Untersuchung[1]) durch eine andere ersetzt werden mußte. Indessen ergibt eingehende Betrachtung aller vorhandenen Erfahrung, daß nicht so sehr viel am bereits Erkannten zu ändern ist[2]) und daß man jetzt in der Lage ist, eine umfassendere widerspruchsfreie Darstellung der in Betracht kommenden Vorgänge zu geben, auch einen neuen Schluß aus alten Beobachtungen zu ziehen, was hier kurz dargestellt werden soll.

1. Früheres

Vor 25 Jahren habe ich gezeigt[3]): 1. daß Metallatome in der Bunsenflamme positiv geladen sind, jedoch nicht dauernd, sondern *unter fortwährendem Wechsel* von Neutralisation und Wiederladung, wobei der ungeladene Zustand der viel häufigere ist; 2. daß die beweglichen negativen Ladungen in der Flamme in Gestalt freier *Elektronen* vorhanden sind (während man bis dahin HO-Kationen annahm).[4])

Diese Ergebnisse waren erhalten einerseits durch Benutzung brauchbarer Wanderungsgeschwindigkeits-Gleichungen, die ich zuvor abgeleitet hatte[1]) und andererseits durch neue Beobachtungen an den *farbigen Streifen, welche von Salzperlen in der Flamme aufsteigen* und welche den Weg der Hauptmenge des Metalldampfes kenntlich machen. Diese Streifen stellen sich in horizontal gerichtetem elektrischen Felde schief und gestatten dadurch eine Messung der *Wanderungsgeschwindigkeit der Metallatome.* Für die Wanderungsgeschwindigkeit der *negativen* Teile wurden die damals schon vorhandenen Angaben von H. A. Wilson und G. Moreau benutzt, von welchen zwar später ersichtlich wurde, daß sie bloß untere Grenzwerte darstellen[2]), was aber für den gezogenen Schluß auf Elektronen nichts ausmacht.

---

[1]) E. Zachmann, Diss. Heidelberg April 1923, auch Ann. d. Phys. 74. S. 461. 1924.

[2]) Wesentlich zu viel ist geändert worden in E. Marx, Beitrag „Flammenleitung" im Handbuch der Radiologie 4. 1927.

[3]) P. Lenard, Über die Elektrizitätsleitung in Flammen, Ann. d. Phys. 9. S. 642. 1902.

[4]) Historisches hierzu: P. Lenard, Über Elektrizitätsleitung und Lichtemission metallhaltiger Flammen, Heidelberger Akad. (Verl. Winter) S. 4. Note 6. 1911.

Bemerkt sei, daß für die Wanderungsgeschwindigkeit der positiven Träger in Metallflammen schon frühere und auch neuere Messungen von H. A. Wilson vorliegen[3]), die viel größere Werte anzeigen als die Flammenstreifen. Es wird aber nach der von H. A. Wilson benutzten Methode gar nicht ersichtlich, welcher Art diese schnelleren positiven Träger sind, namentlich auch nicht, ob sie Metallatome sind; wohl aber ist die Methode geeignet, überhaupt die schnellsten vorhandenen Träger gesondert zu messen. Es konnte später gezeigt werden[1]), daß diese schnellsten positiven Träger in sehr geringer Zahl vorhandene, andauernd positiv geladene Metallatome sind. Wir werden im vorliegenden nur die *große Hauptmenge der Metallatome* weiter verfolgen, welche durch ihr (intermittierendes) Leuchten im Flammenstreifen sichtbar sind und welche auch die Hauptmenge der für die Elektrizitätsleitung in der Flamme maßgebenden freien Elektronen liefern.

---

[1]) P. Lenard, Ann. d. Phys. 3. S. 313. 1900. Die Gleichungen habe ich später fortschreitend verfeinert (vgl. Ann. d. Phys. 40. S. 393. 1913; 41. S. 53. 1913; 60. S. 329. 1919; 61. S. 665. 1920), was aber für die oben gedachten Schlüsse ohne Belang ist, und dabei mit Erfolg auch auf die Ionen flüssiger, genügend verdünnter Elektrolyte angewandt. Es ist jetzt in den Gleichungen alles für ihre Anwendung wesentliche vorhanden. Auch der Anschluß an die hydrodynamischen Gleichungen für größere Partikel ist gewonnen und eingehend behandelt worden (was merkwürdigerweise später Hr. Millikan für sich in Anspruch nehmen wollte; vgl. dazu W. Busse, Ann. d. Phys. 76. S. 504 u. f. 1925). Wesentlich neu hinzugekommen und über die Gleichungen hinausgehend ist seither nur die Erkenntnis des Einflusses benachbarter Ionenladungen (P. Debye, vgl. besonders Phys. Ztschr. 24. S. 185 und 305. 1923), was aber nur in den konzentrierteren Elektrolyten wesentlich wird und wofür der Nachweis des Zutreffens durch eine Experimentaluntersuchung von A. Bühl erbracht worden ist (Ann. d. Phys. 84. S. 231, 237 u. f. 1927).

[2]) E. Wilckens, Diss. Heidelberg S. 37 u. f. 1914. — P. Lenard, Über Elektronen und Metallatome in Flammen, Heidelberger Akad. (Verlag Winter) S. 1–6, 16—19. 1914.

[3]) H. A. Wilson, Phil. Trans. 192. S. 516. 1899; 216. S. 63. 1916.

2. Weitere Untersuchungen

Die Methode der Flammenstreifen schien so aussichtsreich, daß ihr noch mehrere Experimentaluntersuchungen gewidmet wurden[2]) (deren Ergebnisse im vorliegenden w. u. verwertet werden). Dabei hat es sich aber gezeigt, daß die Methode zu eingehenderen quantitativen Schlüssen schwer ausnutzbar ist, weil der Flammenstreifen das elektrische Feld in der Flamme sehr ungleichmäßig macht, und zwar am meisten gerade an der Stelle, wo die Messung am besten stattfindet [Kathodenrand des Streifens].[3])

Die dann unternommene sehr eingehende Untersuchung von E. Zachmann, welche ausschließlich die ganz andere Methode der *Leitfähigkeitsmessungen* benutzte, hat danach gezeigt, daß der aus Flammenstreifen-Beobachtungen gezogene (übrigens auf zwei verschiedenen einfachen, einwandfreien Gedankengängen beruhende) Schluß, daß die Elektronenbefreiung aus den Metallatomen in der Flamme ganz oder vorwiegend bei den Zusammenstößen der Metallatome mit Metallatomen stattfinde[4]), nicht zutrifft, sondern daß die *Elektronenbefreiung in der Hauptsache bei den Zusammenstößen der Metallatome mit den Flammenmolekülen* stattfindend anzunehmen ist.[5])

---

[1]) E. N. Andrade, Diss. Heidelberg 1911; Phil. Mag. 23. S. 865; 24. S. 15 und 309. 1912.

[2]) G. Ebert, Diss. Heidelberg, Juni 1911; E. N. Andrade, Diss. Heidelberg, November 1911; Phil. Mag. a. a. O.; E. Wilckens, a. a. O. (Diss. Heidelberg 1914).

[3]) Vgl. E. Wilckens, a. a. O. S. 15—17.

[4]) P. Lenard, a. a. O. Heidelberger Akad. S. 5—6. 1911.

[5]) E. Zachmann, a. a. O. Die gegenseitige Einwirkung von Atomen, wodurch leicht abtrennbare Elektronen aus einem oder beiden bei den Zusammenstößen befreit werden, habe ich, in Zusammenhang mit der Befreiung der Leitungselektronen in den festen Metallen betrachtet, „*Näherwirkung*“ genannt (P. Lenard, Ann. d. Phys. 17. S. 243—245. 1905).

Wir legen dieses Ergebnis dem Vorliegenden zugrunde. Die Flammenstreifen-Beobachtungen bei variiertem Metallgehalt, welche demselben allerdings weit mehr zu widersprechen scheinen, als ihrer erwähnten eingeschränkten Genauigkeit zugeschrieben werden kann, sind dann neu zu deuten, wie w. u. gezeigt wird (s. 9).

2. Gegenwärtiger Stand der Kenntnis

Es seien in den folgenden Abschnitten 3—8 die für die elektrischen Vorgänge in den Flammen maßgebenden Größen zusammengestellt, ihre Zusammenhänge, soweit bis jetzt erkannt, auf Grund des Vorbemerkten entwickelt und ihre Zahlenwerte mit derjenigen Annäherung angegeben, die der gegenwärtigen Kenntnis entspricht. Auf bereits früher genügend Veröffentlichtes wird dabei kurz hingewiesen.[1]

Es bezeichne:

n die Zahl der Metallatome (oder sonstigen elektronenliefernden Atome) im Kubikzentimeter,

Q die Zahl der wanderungsfähigen (freien oder echt absorbierten) Elektronen im Kubikzentimeter (vgl. 6),

N die Zahl der Flammenmoleküle im Kubikzentimeter (7),

φ den Bruchteil der Metallatome, die frei (nicht chemisch gebunden) sind,

β die Ladungszahl, welche den Bruchteil der gleichzeitig positiv geladenen Metallatome angibt (5),

q die Emissivitätskonstante der Metallatome, welche angibt, wieviel Elektronen durchschnittlich bei einem Zusammenstoß des Metallatoms frei werden (7),

α den Wiedervereinigungskoeffizienten für positive Metallatome und wanderungsfähige Elektronen (cm^3/sec) (7),

τ den für α mitbestimmenden Faktor, welcher die Zahl der Wiedervereinigungen (Neutralisationen) für je ein Zusammentreffen eines positiven Metallatoms mit einem Elektron angibt,

c die Einheitsstoßzahl der Metallatome, d. i. die sekundliche Zahl der Zusammenstöße eines einzelnen Metallatoms, dividiert durch die Zahl aller Moleküle im Kubikzentimeter (cm³/sec) (7),

---

[1] Eine ausführliche Darstellung der Gesamtkenntnis erfolgt in W. Wiens Handbuch der Experimentalphysik, Beitrag „Flammenleitung" von A. Becker.

w die Wanderungsgeschwindigkeit der Elektronen $\left(\frac{\text{cm/sec}}{\text{Volt/cm}}\right)$ (4),

w' die mittlere Wanderungsgeschwindigkeit der intermittierend geladenen Metallatome in der Flamme $\left(\frac{\text{cm/sec}}{\text{Volt/cm}}\right)$ (8),

w_0' die Wanderungsgeschwindigkeit dauernd positiv geladener Metallatome in der Flamme $\left(\frac{\text{cm/sec}}{\text{Volt/cm}}\right)$ (8),

e das elektrische Elementarquant.

Es sind hiernach im Kubikzentimeter gleichzeitig positiv geladen (mit je 1 Elementarquant) $n\beta$ Metallatome, und ebensoviele Elektronen sind wanderungsfähig, soweit das betrachtete Flammenvolum elektrisch neutral ist, so daß

$$Q = n\beta. \tag{1}$$

Die Zahl der Elektronenbefreiungen aus den Metallatomen (oder sonstigen wirksamen Atomen) je Kubikzentimeter und Sekunde ist nach Hrn. Zachmanns erwähntem Ergebnis

$$Z_e = c\,n(1 - \beta)\,\varphi\,q\,N. \tag{2}$$

Die Zahl der Neutralisationen der Metallatome (Wiedervereinigungen mit wanderungsfähigen Elektronen) je Kubikzentimeter und Sekunde ist

$$Z_n = \alpha\,n\,\beta\,Q = \alpha\,n^2\beta^2. \tag{3}$$

In stationären Zustande ist $Z_e = Z_n$, daher

$$c(1 - \beta)\,\varphi\,q\,N = \alpha\,n\,\beta^2,$$

oder da $\beta < 1$ gefunden wird, genügend angenähert

$$c\,\varphi\,q\,N = \alpha\,n\,\beta^2,$$

woraus

$$\beta = \sqrt{\frac{c\,\varphi\,q\,N}{\alpha\,n}}. \tag{4}$$

Ist ein elektrisches Feld an die Flamme gelegt, so wandern die positiv geladenen Metallatome sowohl als die wanderungsfähigen Elektronen, und da die Wanderungsgeschwindigkeit der letzteren sehr viel größer ist als die der ersteren, so ist bei kleinem Feld F[1]) die Stromdichte

$$J = e w F Q = e w F n \beta .$$

Die spezifische Leitfähigkeit der Flamme ist dann

$$L = \frac{J}{F} = e w n \beta . \tag{5}$$

Dies gilt, wie in den Gleichungen vorausgesetzt, im elektrisch neutralen Teil der Flamme und wenn keine äußeren elektronenbefreienden Vorgänge mitwirken, d. i. im besonderen bei kalten Elektroden[2]) und zwar fern von diesen, im Inneren der Flamme.

Hr. **Zachmann** hat Messungen ausgeführt, welche alles dies berücksichtigten, und welche überdies zum erstenmal die Schwierigkeiten einwandfreier Messung der notwendigerweise sehr kleinen elektrischen Felder überwunden haben. Er findet für die Leuchtgasflamme (2000° abs.) in runden Zahlen[3])

Beim Na-Gehalt	die Leitfähigkeit
$n = 6{,}3 \cdot 10^{12}/\mathrm{cm}^3$	$L = 12 \cdot 10^{-6}/\Omega\,\mathrm{cm}$
$n = 6{,}3 \cdot 10^{14}/\mathrm{cm}^3$	$L = 120 \cdot 10^{-6}/\Omega\,\mathrm{cm}$

Man kann aus diesen Angaben die Ladungszahl β nach Gleichung (5) berechnen, wenn w, die Wanderungsgeschwindigkeit der Elektronen in der Flamme bekannt ist, woraus dann auch die weiteren Größen folgen (s. 5—7).

4. Wanderungsgeschwindigkeit der Elektronen in der Bunsenflamme

Diese Wanderungsgeschwindigkeit ist noch niemals direkt gemessen worden; denn die ursprünglich dafür geeignet gehaltenen Methoden versagen wegen der sehr starken Diffusion der freien Elektronen, was von Hrn. E. Wilckens in überzeugenden Versuchen gezeigt worden ist.[1]) Es zeigen sich die nach solchen Methoden erhaltenen Werte auch abhängig von der Elektronenkonzentration nicht nur, sondern auch vom Atomgewicht des Metalls, aus welchem die Elektronen stammen, was allein schon anzeigt, daß es nicht zulässig sein kann, sie als Wanderungsgeschwindigkeiten der Elektronen zu deuten.[2]) Wir berechnen daher die Wanderungsgeschwindigkeit für das Vorliegende aus der Annahme, daß die Elektronen in ihrem wanderungsfähigen Zustande, d. i. vom Freiwerden bis zur nächsten Wiedervereinigung mit einem positiven Träger, überwiegend frei unter steten Reflexionen, wie Gasmoleküle ihrer kleinen Masse, in der Flamme sich bewegen.[3]) Es ist dann nach der für diesen Fall gültigen Wanderungsgeschwindigkeits-Gleichung[4]) mit den für die Moleküle der Bunsenflamme ermittelten Daten[5]) in runder Zahl

---

[1] Vgl. **E. Zachmann**, a. a. O. S. 463ff.

[2] Die für *heiße Elektroden* in Betracht kommende Gleichung für die Stromdichte J findet sich in der angegebenen Arbeit „Über die Elektrizitätsleitung in Flammen“ (**P. Lenard**, S. 14. Gleich. (8). 1911), wo nur nach **Zachmanns** Ergebnis das letzte Glied unter der Wurzel $\varphi q N$ zu heißen hat, statt $\varphi^2 q n$, was aber nicht sehr viel ausmacht, da die Hauptvorgänge hier an den Elektroden sich abspielen und diese auch nach heutiger Kenntnis dort schon zutreffend berücksichtigt waren.

[3] **E. Zachmann**, a. a. O. S. 500. Tab. 10; Bezugnahme auf frühere Beobachter ebendort, besonders auch S. 516.

$$w = 50000 \frac{\text{cm/sec}}{\text{Volt/cm}}.\ ^{6})$$

Die wirkliche Wanderungsgeschwindigkeit könnte größer sein, falls die Flammenmoleküle merkliche Durchlässigkeit für die langsamen Elektronen der Flamme zeigten. Hierüber ist Sicheres noch nicht bekannt; die bisherigen Messungen an Stickstoff (bei Zimmertemperatur) zeigen für die ungeordnete Elektronengeschwindigkeit in der Flamme (rund $^1/_4$ Volt) etwa den gaskinetischen Molekülquerschnitt an[1], mit welchem w hier gerechnet wurde. Kleiner müßte die wirkliche Wanderungsgeschwindigkeit dann sein, wenn viel echt absorbierende Moleküle in der Flamme sind (wie z. B. bei Cl-Gehalt); jedenfalls haben aber die Messungen von Hrn. E. Wilckens gezeigt, daß in der Bunsenflamme in runder Zahl

---

[1]) E. Wilckens, a. a. O. S. 37—56.

[2]) Ich habe sie zur besseren Unterscheidung „vermeintliche Wanderungsgeschwindigkeiten" genannt und zutreffend zu deuten gesucht (vgl. P. Lenard, a. a. O. S. 3—6 u. 24—28. 1914).

[3]) Diese „gastheoretische" ungeordnete Geschwindigkeit der Elektronen in der Bunsenflamme ließ sich nachweisen (vgl. P. Lenard, Ann. d. Phys. 41. S. 63ff. 1913). Daß nicht (wie ursprünglich a. a. O. angenommen) stetes schnelles Wiederfreiwerden echt absorbierter Elektronen vorliegt, sondern Reflexion der Elektronen an den Flammenmolekülen, hat sich später gezeigt (P. Lenard, „Quantitatives über Kathodenstrahlen", Neuherausgabe S. XIV. 1915); vgl. auch den Beitrag „Kathodenstrahlen" in W. Wiens Handbuch der Experimentalphysik 14. S. 386ff., wo sich zeigt, daß Elektronenreflexion an Gasmolekülen wie N_2 bei kleinen Geschwindigkeiten ein häufiger Fall ist.

[4]) Vgl. P. Lenard, Ann. d. Phys. 60. S. 349. Gleich. (21). 1919.

[5]) Meist nach den Messungen von A. Becker, Ann. d. Phys. 24. S. 823. 1907; vgl. auch P. Lenard, Ann. d. Phys. 41. S. 63ff. 1913. Die dort zusammengestellten Daten werden auch im oben weiterfolgenden für die Bunsenflamme benutzt.

[6]) Der früher angegebene Wert 74000 (P. Lenard, a. a. O. S. 19. 1914) ist mit dem damals für Elektronen noch ungenau bekannten Verteilungsfaktor $\Omega_\mu = 4$ berechnet.

$$w > 10000 \frac{\text{cm/sec}}{\text{Volt/cm}}.\ ^{2)}$$

Die Annahme von rund $50000 \frac{\text{cm/sec}}{\text{Volt/cm}}$ stellt jedenfalls die beste zurzeit vorhandene Kenntnis über die Wanderungsgeschwindigkeit der Elektronen in der Bunsenflamme dar, und wir benutzen sie im folgenden.

5. Ladungszahl β

Hiernach sind aus Hrn. Zachmanns oben angegebenen Leitfähigkeitswerten nach Gleichung (5) die folgenden Werte von β für die beiden Metallkonzentrationen berechnet:

Na-Konzentration	Ladungszahl	Elektronenkonzentration
$n = 6{,}3 \cdot 10^{12}/\text{cm}^3$ $n = 6{,}3 \cdot 10^{14}/\text{cm}^3$	$\beta = 0{,}00024$ $\beta = 0{,}000024$	$Q = 1{,}5 \cdot 10^{9}/\text{cm}^3$ $Q = 1{,}5 \cdot 10^{10}/\text{cm}^3$
metallfreie Flamme	—	$0{,}3 \cdot 10^{8}/\text{cm}^3$

---

[1] Vgl. „Kathodenstrahlen" in W. Wiens Handbuch der Experimentalphysik 14. S. 192; außerdem E. Brüche, Ann. d. Phys. 83. S. 1106. 1927.

[2] Den von Hrn. E. Marx gegen die Schlüsse aus Hrn. E. Wilckens Versuchen gemachten Einwänden vermag ich nicht zuzustimmen, was Einsichtnahme in die Dissertation (a. a. O. bes. S. 48—56) auch unmittelbar rechtfertigen dürfte. Selbstverständlich darf von weiterer Untersuchung auch weitere Aufklärung erwartet werden, jedoch nicht von Wiederholungen bereits als ungeeignet erkannter Versuche (wie die von P. Kappler und E. Marx im Handb. der Radiologie 4. 1927 beschriebenen).

Es ist also β verkehrt proportional $\sqrt{n}$, wodurch die Gleichung (4) bestätigt ist. Mit zunehmender Flammentemperatur dürfte β steigen, da das von Hrn. **Zachmann** beobachtete starke Steigen der Leitfähigkeit schwerlich w allein zuzuschreiben ist.

6. Elektronenkonzentration

Die Zahlen der wanderungsfähigen Elektronen, $Q = n\beta$ [Gleichung (1)], ergeben sich unmittelbar aus den gemessenen Leitfähigkeiten nach Gleichung (5). Man findet sie für die beiden Na-Konzentrationen und für die metallfreie Flamme[1], wie in der vorstehenden Tabelle angegeben.

7. Emissivitätskonstante q

Die Anwendung von Gleichung (4) auf die gewonnenen Werte von β ergibt für Na in der Bunsenflamme

$$\sqrt{\frac{c\varphi q N}{\alpha}} = 600\ \mathrm{cm}^{-\frac{3}{2}}. \tag{6}$$

Hierin ist die *Einheitsstoßzahl* $c = 8 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{cm}^3/\mathrm{sec}$ zu setzen, wenn man die *Radiensumme von Flammenmolekül und Metallatom* zu $4 \cdot 10^{-8}$ cm annimmt, was der durch die Diffusionsmessungen von **A. Becker** angezeigten durchschnittlichen Anlagerung einiger weniger fremder Atome an die Metallatome entspricht.[2] Der *Wiedervereinigungskoeffizient* ist nach **Langevin**[3] $\alpha = 4\pi e w r$, indem die Wanderungsgeschwindigkeit der positiven Metallatome sehr klein ist gegenüber der der Elektronen. Mit dem oben angenommenen Werte von w ist $\alpha = 0{,}09\,\mathfrak{r}\ \mathrm{cm}^3/\mathrm{sec}$. Die Molekülzahl in der Flamme ist $N = 3{,}5 \cdot 10^{18}/\mathrm{cm}^3$, entsprechend einer Temperatur von 1900° C.[1])

---

[1] Leitfähigkeitsmessung ebenfalls bei E. **Zachmann**, a. a. O. Tab. 10. S. 500.

[2] Vgl. über die Diffusionsmessungen A. **Becker**, Heidelberger Akad. (Verlag Winter) März 1911, über deren Auswertung P. **Lenard**, a. a. O. S. 41 u. f. 1914. Die Diffusionsmessungen von H. A. **Wilson** (Phil. Mag. 24. S. 118. 1912) erscheinen nicht einwandfrei (vgl. A. **Becker**, Phil. Mag. 24. S. 707. 1912). Zu bemerken ist, daß wir *große Anlagerungen („Kerne")* an die Metallatome in der Bunsenflamme, als auch nur zeitweilig vorhanden, *nicht mehr in Rechnung setzen*, da die neueren Ergebnisse alle für deren Vorhandensein früher (P. **Lenard**, a. a. O. S. 29 u. f. 1914) aufgezählten Anhaltspunkte verschwinden ließen.

[3] P. **Langevin**, Thèse, Paris 1902; Compt. rend. 137. S. 177. 1903. Die an Stelle von e früher (a. a. O. 1914) benutzte Größe $\alpha_r\, r$ berücksichtigte auch mit großen Werten von r nicht zutreffend die elektrischen Kräfte zwischen den positiven Metallatomen und den Elektronen und ist deshalb zu verlassen.

Es ergibt sich mit diesen Daten nach Gleichung (6)

$$\sqrt{\frac{\varphi\, q}{\mathfrak{r}}} = 0{,}003.$$

Da φ in der gewöhnlichen, weder stark O- noch Cl-haltigen Flamme nicht weit unter 1 anzunehmen ist (wenig chemische Bindung der Metallatome), so ist in Annäherung

$$q = 0{,}000009 \cdot \mathfrak{r},$$

und da $\mathfrak{r} < 1$ (wenn auch wohl nicht sehr klein), so bedeutet dies, *daß weniger als jeder 100000-ste Zusammenstoß eines neutralen Na-Atoms in der Bunsenflamme zum Entweichen eines Elektrons aus ihm führt.*

Für die anderen Alkalimetallatome wurde q *ungefähr proportional dem Atomgewicht* gefunden[2]); es bleibt danach auch beim Cs-Atom die Elektronenabgabe in der Bunsenflamme ein seltenes Ereignis im Verhältnis zur Häufigkeit der Zusammenstöße.

Ebenfalls selten wurde die *Lichtemission* gefunden, die auch als Zusammenstoßwirkung erkannt ist; es zeigte sich, daß nur etwa jeder millionte Zusammenstoß eines Na-Atoms in der Bunsenflamme zu D-Lichtemission führt, und dies gab Anlaß zu denken, daß es spärlich in der Flamme vertretene Atome seien (etwa freie O-Atome), die beim Stoß die Erregung zur Lichtemission (durch „Elektronenzupfung") bewirken.[3]) Ähnliches gilt vielleicht auch für die Elektronenbefreiung.

---

[1]) Vgl. die Note über die Flammenkonstanten zu Abschnitt 4.

[2]) P. Lenard, a. a. O. S. 27. 1914; auch schon Ann. d. Phys. 17. S. 231. 1905, bestätigt durch die Messungen von Zachmann, a. a. O. (Über ältere Beobachtungen, seit Arrhenius, die zu ihrer Zeit noch nicht zu deuten waren, vgl. P. Lenard, a. a. O. S. 27. Anm. 51. 1914.)

[3]) P. Lenard, a. a. O. S. 52. 1914. „Quantitatives über Kathodenstrahlen" S. 285. 1918. Es ist zu bemerken, daß das Lichtquant der D-Emission 3-fach wahrscheinlichster Molekulargeschwindigkeit der Bunsenflamme entspricht, und daß diese Geschwindigkeit nach Maxwells Verteilungsgesetz doch etwa bei jedem 5000-sten Molekül vorhanden ist oder überstiegen wird.

Die Seltenheit der Neuaufladung sowohl als der Lichtemissionserregung der Metallatome in der Flamme ergibt aber doch, bei der großen Häufigkeit der Stöße, eine sehr oft wiederholte Wiederkehr der verschiedenen Zustände der einzelnen Metallatome während ihres Verweilens in der Flamme; denn die Zeit für 10^6 Zusammenstöße beträgt nur etwa 0,001 Sek., während welcher Zeit das Atom nur um Strecken von der Größenordnung 1 mm in der Flamme aufsteigt. Doch ist das Metallatom, z. B. Na, selbst in mäßig gefärbter Flamme ($n = 10^{11}$), nach Maßgabe von β über 99,8 v. H. der Gesamtzeit elektrisch neutral, und bei mehr Metall wird der geladene Zustand noch seltener.

3. Wanderungsgeschwindigkeit der Metallatome in der Flamme

Diese wurde *nach der Methode des Flammenstreifens* für die Hauptmenge der Metallatome unmittelbar sichtbar und daher gut der Untersuchung zugänglich. Auf die Schwierigkeiten der Feldmessung ist bereits hingewiesen (2); sie fallen am ehesten weg *bei kleinsten Metallgehalten*; wir betrachten daher zunächst nur diese.[1] Es waren beim Metallgehalt

---

[1] H. A. Wilson (Phil. Trans. 216. S. 63. 1916) hat eine fein ausgedachte, veränderte Methode der Wanderungsgeschwindigkeits-Messung der (intermittierend) leuchtenden Metallatome in der Flamme durchgeführt (stoßweise Einführung von Metall und stroboskopische Beobachtung der aufsteigenden Schichten in vertikal gerichtetem elektrischen Felde). Er findet dabei die Wanderungsgeschwindigkeiten bei geringen Metallgehalten unmerklich klein. Dies ist nicht zu verwundern; die Methode erscheint doch weniger geeignet, zu zeigen, was unter verschiedenen Umständen vorgeht, als die der Flammenstreifen, welche unmittelbar zeigt, daß der Streifen stets etwas schiefer läuft als die metallfreie Flamme, ausgenommen wenn der Streifen im Saum der Flamme ist, wo die Wanderung tatsächlich fehlt (P. Lenard, a. a. O. S. 644. 1902). Da bei Hrn. Wilsons Methode der Saum notwendigerweise mitleuchten muß, auch die Flamme durch ein Netz gekühlt ist, ist es möglich, daß dadurch die Verschiedenheit der Ergebnisse mitbedingt ist. Außerdem bleibt stets zu berücksichtigen, daß die Ränder des Flammenstreifens, sowie die der metallfreien Flamme einzeln und in ihrem ganzen Verlaufe viel günstiger beobachtbar sind, als die Schichten bei Hrn. Wilsons Versuchsweise. Wie unzutreffend aber jedenfalls die Annahme ist (E. Marx, Handbuch der Radiologie, Beitrag „Flammenleitungen“ 1927), daß die elektrische Wanderung der Metallatome im Flammenstreifen bloß durch allgemeine Seitwärtsbewegung der ganzen Flamme vorgetäuscht sei, dies beweist nichts

$n = 10^{10}$—10^{12}, bei eben noch gut sichtbaren Flammenstreifen, Beobachtungen mit den im folgenden angeführten Elementen ausführbar, wobei die beigesetzten Wanderungsgeschwindigkeiten w' sich ergaben[1], die somit ungefähr für $n = 10^{11}$ gelten:

	Li	Na	Cs	Tl	Sr	
w'	0,07	0,09	0,44	0,10	0,04	$\frac{\text{cm/sec}}{\text{Volt/cm}}$
β	0,003	0,004	0,02	0,005	0,001	

Die darunter stehenden Werte von β sind berechnet nach der dem Sinn von β entsprechenden Gleichung

$$w' = \beta\, w_0', \tag{7}$$

worin w_0' die *bei dauernder positiver Ladung* (mit 1 Elementarquant) *geltende Wanderungsgeschwindigkeit des Metallatoms*, aus der für Zusammenstöße geltenden Radiensumme (Metallatom + Flammenmolekül) berechenbar ist.[2] Diese Radiensumme ist hier, wie schon oben, entsprechend den Diffusionsbeobachtungen, zu $4 \cdot 10^{-8}$ cm angenommen worden, wonach $w_0' = 20 \frac{\text{cm/sec}}{\text{Volt/cm}}$ zu setzen war.

Vergleicht man die obigen Werte von β bei den drei Alkalimetallen untereinander, so sieht man, daß sie ungefähr proportional den Quadratwurzeln aus den Atomgewichten sind (was bei Li, Na, Cs rund 3 : 5 : 12 wäre), wie es der Proportionalität von q mit dem Atomgewicht (7) und Gleichung (4) entspricht.

Vergleicht man zweitens den Absolutwert von β bei Na, wie ihn die Tabelle nach den Wanderungsgeschwindigkeits-Beobachtungen bei etwa $n = 10^{11}$ gibt, mit den in ganz andrer Weise, nämlich aus Leitfähigkeitsmessungen erhaltenen Werten von β, wie sie oben angegeben wurden (5), indem man letztere nach ihrer Abhängigkeit von n für ebenfalls $n = 10^{11}$ um-

---

besser als die einfache Beobachtung, daß man in derselben Flamme zwei verschiedene Metalle (z. B. Na und Li) an ihren gleichzeitigen, ineinandergelagerten Flammenstreifen mit augenfällig verschiedener Geschwindigkeit wandern sehen kann (P. Lenard, Ann. d. Phys. 17. S. 241 Anmerkung, 1905).

[1] Aus Tab. IV, P. Lenard, a. a. O. S. 32. 1914.

[2] Vgl. die Wanderungsgeschwindigkeits-Gleichung, P. Lenard, Ann. d. Phys. 60. S. 349. (Gleichung 21). 1919.

rechnet, was $\beta = 0{,}002$ ergibt, so sieht man Übereinstimmung der Größenordnung nach, und mehr war für die Flammenstreifenmessungen aus den schon eingangs angegebenen Gründen auch nicht zu erwarten.

Die Übereinstimmungen lassen — im Verein mit der sonstigen guten Darstellung der Wirklichkeit durch unsere Gleichungen — annehmen, daß die auseinandergesetzten und in die Gleichungen gebrachten Vorstellungen über die Vorgänge in den Flammen in der Hauptsache zutreffen.

Berechnet man aus n und β die Elektronenkonzentrationen Q, welche zu den eben verwerteten Flammenstreifenbeobachtungen gehören, so findet man sie nahe von derselben Größenordnung wie in der metallfreien Flamme (vgl. 5); nur bei Cs und Tl sind sie wesentlich höher. Dies entspricht ganz der Tatsache, daß bei Li, Na und Sr (nicht so bei Cs und Tl) in einem gewissen Bereich geringster Metallkonzentrationen, etwa um $n = 10^{10}$ bis 10^{12}, ungefähre Unabhängigkeit der Wanderungsgeschwindigkeit $w' = \beta w_0'$ von der Konzentration gefunden wurde[1]), was entgegen der Gleichung (4) zu sein scheint, aber seine Erklärung darin findet, daß n in dieser Gleichung die Gesamtzahl der elektronenliefernden Atome bedeutet und daß diese Gesamtzahl bei so geringen Metallgehalten nur wenig geändert ist gegenüber der metallfreien Flamme, wie die nahe Gleichheit der Elektronenkonzentrationen zeigt. Die elektronenliefernden Atome der metallfreien Flamme dürften C- oder H-Atome sein.

9. Zu den Flammenstreifen-Beobachtungen bei höheren Metallgehalten

Diese Beobachtungen[2]) haben eine über das bisher Erörterte hinausgehende Tatsache gezeigt, die nun gedeutet werden soll. Es zeigte sich bei steigendem Metallgehalt des Flammenstreifens (bis $n = 10^{14}$ ist messend verfolgt) stark zunehmende Ablenkung desselben, also stark zunehmende Wanderungsgeschwindigkeit der Metallatome, was [Gleichung (7)] als zunehmende Häufigkeit β des positiv geladenen Zustandes zu deuten ist. Dies widerspricht Gleichung (4), welche Abnahme von β mit zunehmendem Metallgehalt n anzeigt und kann bei so hohen Metallgehalten nicht wie oben durch die auch in der metallfreien Flamme vorhandenen Elektronenbefreiungen erklärt werden. Es muß also in den stark metallhaltigen Flammenstreifen ein in Gleichung (4) nicht enthaltener Vorgang mitwirken. Bemerkenswert ist, daß Gleichung (4) bei den Leitfähigkeitsmessungen von Hrn. Zachmann, die ebenfalls bis zu hohen Metallgehalten gehen ($n = 6 \cdot 10^{14}$), dennoch gültig sich zeigte (5). Es ist daher anzunehmen, daß der über Gleichung (4) hinausgehende Vorgang an die hohen elektrischen Felder geknüpft ist, welche bei den Beobachtungen der Flammenstreifen stets erforderlich sind (meist über 100 Volt/cm), während die Leitfähigkeitsmessungen mit sehr geringen Feldern (Bruchteile eines Volt/cm) erfolgten. Dies kann als Nachweis einer *Beeinflussung der Metallatome durch die Elektronen* gedeutet werden, welche bei hohen Metallgehalten und in starken Feldern *in großer Zahl und mit erheblichen Geschwindigkeiten* auf die Metallatome treffen. Die Beeinflussung dürfte in einer *Vorbereitung der elektrisch neutralen Metallatome zu erleichterter Elektronenabgabe* bestehen, so daß diese Abgabe *bei genügend schneller Aufeinanderfolge* der auftreffenden (primären) Elektronen auch *unterhalb der Grenzgeschwindigkeit* (*Trägerbildungsspannung*) dieser Elektronen schon erfolgt, wohl unterstützt durch die dazukommenden Molekülstöße. Die genügend schnelle Aufeinanderfolge tritt bei den für den Vorgang als nötig erkannten hohen Metallgehalten vermöge der dann ebenfalls hohen Elektronenkonzentrationen in der Flamme ein.

---

[1]) Vgl. die Zusammenstellung der Beobachtungen, P. Lenard, a. a. O. S. 32. Tab. IV. 1914.

[2]) Zusammengefaßt P. Lenard, a. a. O. S. 31, 32. 1914.

Durch solche aufhäufende Wirkung vieler Elektronenzusammentreffen findet auch eine andere an den Flammenstreifen beobachtete Erscheinung ihre Erklärung, nämlich die *gegenseitige Beeinflussung zweier gleichzeitig in der Flamme vorhandenen Metalle*) wenn eines derselben in großer Menge zugeführt ist, bei starken Feldern. So wurde die Wanderung von Li oder Sr sehr vermehrt, wenn gleichzeitig viel Na vorhanden war, wie besondere Flammenstreifen-Beobachtungen zeigten.[1])

---

[1]) P. Lenard, Ann. d. Phys. 17. S. 240. Anm. 3. 1905; G. Ebert, Diss. Heidelberg 1911. S. 44ff.

10. Sekundärstrahlung der Metallatome in der Flamme

Legt man noch höhere Felder an die metallhaltige Flamme (mehrere 1000 Volt/cm), so kann infolge starker Aufhäufung der ungeordneten Elektronengeschwindigkeiten vermöge der echten Reflexionen die Grenzgeschwindigkeit (Trägerbildungsspannung) der Elektronen erreicht werden, welche zur Elektronenabgabe aus den Metallatomen auch schon bei einem einzigen Zusammentreffen mit einem Elektron ausreicht. Es tritt dann abnorm hohe Leitfähigkeit in der Flamme auch schon bei geringen Metallgehalten ein. Dies wurde bei K, Rb, Ba in der Bunsenflamme beobachtet[1]) und auch schon wie hier angegeben gedeutet; es war dies das erste, aus besonderer, direkter Erfahrung genommene Zeichen für *niedrig gelegene Trägerbildungsspannungen* bei diesen Metallen[2]), entsprechend übrigens ihrem stark elektropositiven Charakter.

Bei hohen Metallgehalten scheint beim Übergang von schwachen zu starken elektrischen Feldern ein allmählicher Übergang stattzufinden zwischen der vorher betrachteten, aufhäufenden elektronenabtrennenden Wirkung vieler aufeinanderfolgender Elektronenzusammentreffen und der Sekundärstrahlungswirkung eines einzelnen Elektrons von genügender Geschwindigkeit in den stärksten Feldern.

Heidelberg, Radiologisches Institut, Mitte Februar 1928.

---

[1]) Vgl. P. Lenard, a. a. O. S. 56ff. 1914.

[2]) Vgl. P. Lenard, „Quantitatives über Kathodenstrahlen" S. 151 u. 168. 1918.

(Eingegangen 27. Februar 1928)

5. *Einwanderung von Ionen aus wäßriger Lösung in Glas;*
von Franz Quittner

Einleitung

Verwendet man bei der Elektrolyse des Glases als Anode eine wäßrige Lösung eines Metallsalzes, so werden durch den Strom neben den Metallkationen auch noch die in jeder wäßrigen Lösung in geringem Ausmaße dissoziierten H-Ionen an die Glasoberfläche getrieben. Während nun die *Auswanderung* von Alkaliionen aus dem Glas auch bei Zimmertemperatur immer bis zu hohen Feldstärken quantitativ dem Faradayschen Gesetz gehorcht[1]), war aus den oben angeführten Gründen von vornherein zu erwarten, daß bei der *Einwanderung* von Ionen aus wäßriger Lösung die Beschaffenheit der Anode einen wesentlichen Einfluß ausüben würde. Wirklich deuteten schon die a. a. O. angeführten Versuche darauf hin, daß sowohl Alkali- als auch H-Ionen zu gleicher Zeit einwandern können und daß das Verhältnis der beiden einwandernden Ionenarten von der Konzentration der Lösung abhängig sei. Aber auch aus einem anderen Grunde lag es nahe, zu vermuten, daß unter geeigneten Bedingungen gleichzeitig Wasserstoff- und Metallionen in Glas einwandern können: denn von K. Horovitz, H. Schiller, Horovitz und Zimmermann[2]) wurde ja festgestellt, daß sich die verschiedenen Gläser gegenüber einer wäßrigen Lösung von Metallsalzen wie eine *reversible, metallische Mischelektrode* verhalten können, wobei, wie es H. Schiller zeigte, die im Lösungsmittel vorhandenen H-Ionen neben den Metallionen (etwa durch Austauschadsorption) elektromotorisch wirksam werden. Aus den Ansätzen für eine *reversible* Elektrode folgt aber unmittelbar (worauf **K. Horovitz**, a. a. O. hingewiesen hat), daß die potentialbestimmenden Ionen bei Anlegung einer entsprechenden Spannung in die Elektrode, hier also in das Glas einwandern müssen.

---

[1]) F. Quittner, Wien. Ber. 136. S. 151. 1927; H. Schiller, Ann. d. Phys. 83. S. 137. 1927.

[2]) K. Horovitz, Zeitschr. f. Phys. 15. S. 369. 1923; H. Schiller, Ann. d. Phys. 74. S. 105. 1924; Horovitz u. Zimmermann, Wien. Ber. 134. S. 355. 1925.

Die angeführten Beobachtungen über Elektrodenfunktionen der Gläser ließen also Einwanderung sowohl von H- als auch von Metallionen (Na, K, Ag usw.) erwarten. Nun sind aber die zahlreichen Beobachtungen über Ioneneinwanderung in Glas[1]) fast durchweg bei hohen Temperaturen und bei Verwendung geschmolzener Salze als Anode durchgeführt worden.

Versuche unter Verwendung von wäßrigen Lösungen wurden bisher ausgeführt von **M. J. Mulligan**, auf Veranlassung von **K. Horovitz** über Silbereinwanderung aus Silbernitratlösung (vgl. **Horovitz** und **Zimmermann**, a. a. O.), von **Rebbeck** und **Ferguson**[2]) über H-Ioneneinwanderung aus Säurelösung und schließlich von **Hurd**, **Engel** und **Vernon**[3]) über NH_4-Einwanderung. Alle angeführten Arbeiten hatten aber nur qualitative Resultate.

Im Verlaufe der vorliegenden Arbeit wurde nun an vier **Schott**schen Gläsern bei einer Temperatur von 52° und Feldstärken von 200000 bis 600000 V/cm die Einwanderung von Metallionen aus wäßrigen Lösungen verschiedener Konzentration quantitativ untersucht und auch qualitative Experimente über H-Ioneneinwanderung angestellt. Die untersuchten Gläser von Schott, Jena, Schmelznummer 16/III, 59/III, 1447/III und 397/III sind diejenigen, die auf ihre elektromotorischen Eigenschaften von den angeführten Autoren untersucht worden sind: ihre Zusammensetzung zeigt die Tabelle.

Bei allen verwendeten Gläsern wurde vorerst auf die in den Arbeiten Anmerkung 1 beschriebene Weise die Alkaliionenauswanderung untersucht und festgestellt, daß sie quanti-

---

[1]) **F. Tegetmeier**, Wied. Ann. **41.** S. 18. 1890; **Heydweiller** und **Kopfermann**, Ann. d. Phys. **32.** S. 739. 1910; **A. Günthersohulze**, Ann. d. Phys. **37.** S. 435. 1912 und Ann. d. Phys. **40.** S. 335. 1913; **Le Blanc** und **Kerschbaum**, Zeitschr. f. phys. Chem. **72.** S. 468. 1910 **Kraus** und **Darby**, Journ. Am. Chem. Soc. **44.** S. 2783. 1922.

[2]) **I. W. Rebbeck** u. **I. B. Ferguson**, Journ. Am. Chem. Soc. **46**, S. 1991. 1924.

[3]) **Hurd**, **Engel** u. **Vernon**, Journ. Am. Chem. Soc. **49.** S. 447. 1927.

Tabelle 1

Glassorte	Über 10%	Unter 10%
1447/III	Si, B, Zn	Al, Na, (As*)
16/III	Si, Na	B, Al, Ca, Zn (Mn*)
59/III	Si, B, Na	Al (Mn*)
397/III	Si, Na	B, Al, K, (As*), (Mn*)

*) Spurenweise enthalten.

tativ entsprechend dem Faradayschen Gesetz erfolgt, also alle diese Gläser auch bei hohen Feldstärken rein elektrolytisch leiten.

A. Einwanderung von Alkali- und Erdalkali-Ionen

Experimenteller Teil

In bezug auf Anordnung und Durchführung dieser Versuche sei auf die unter Anmerkung 1 auf S. 745 zitierten Arbeiten verwiesen, woselbst sich genauere Angaben über Apparatur, Berechnung der verwendeten Feldstärken usw. finden.

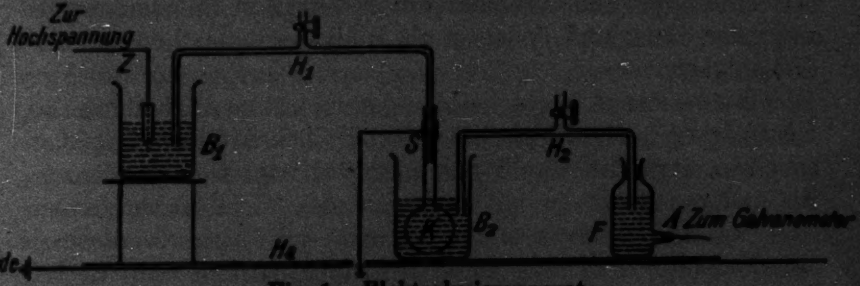


Fig. 1. Elektrolysierapparat

Z = Stromzuführende *Pt*-Spitze
B_1B_2 = Bechergläser
H_1H_2 = Heber
F = Kontrollfläschen als Coulombmeter
K = Kölbchen mit Schutzring *S*
Ha = Hartgummiplatte auf dem Zinkblech

Die Platin-Spitze *Z* führt positiven Gleichstrom mit einer Spannung bis 2000 Volt zu, der nach Passieren der dünnen Wandung (Wandstärke etwa 10^{-3}—10^{-2} cm) des Glaskölbchens *K* durch die Platinableitung *A* einem Galvanometer zugeführt wird. Die Stromstärke betrug 10^{-5} A. bis $2{,}4 \cdot 10^{-4}$ A., die Dauer eines Versuches 30—120 Minuten. Das der Elektrolyse unterworfene Glaskölbchen *K* ist, ebenso wie das Becherglas B_1 und der Heber H_1, mit der betreffenden Versuchslösung

(Na_2SO_4, K_2SO_4, Li_2SO_4, $CaCl_2$, $Ba(NO_3)_2$) gefüllt, während Becherglas B_2 und Heber H_2 sowie das Fläschchen F immer 10^{-3}-normale Na_2SO_4-Lösung enthalten.

In der Fig. 1 ist eine elektrische Heizvorrichtung der Einfachheit halber nicht gezeichnet, die es gestattet, das Becherglas B_2 auf der konstanten Temperatur von 52° C zu halten. Wird nun an Z positive Spannung angelegt, so scheidet sich an der Pt-Ableitung A in F, entsprechend dem Stromäquivalent NaOH ab und erhöht die Alkalität in dem als Coulometer dienenden Fläschchen F; dasselbe tritt im Kölbchen K ein, wenn in die Glaswandung keine Alkali- bzw. Erdalkaliionen eintreten können. Wandern diese aber quantitativ ein, so tritt keine Zunahme der Alkalität in K ein. Die Messung der Alkalitätszunahme in K gestattet also, den Prozentsatz der in das Kölbchen eingewanderten Alkali- bzw. Erdalkaliionen im Vergleich mit dem im Coulometer festgestellten Stromäquivalent zu bestimmen.

Diese Messung geschieht durch Titration mit tausendstelnormaler Säure und Jodeosin als Indikator[1]) mit hinreichender Genauigkeit.

Wie bemerkt bleibt bei der geschilderten Anordnung *„mit Überführung“* die Neutralität der Kölbchenfüllung nur dann erhalten, wenn die Alkaliionen quantitativ ins Glas einwandern; im anderen Falle (wenn also entweder H-Ionen einwandern oder wenn Elektronenleitung auftritt) tritt eine *Zunahme der Alkalität* ein. Will man diese vermeiden, so läßt man Becherglas B_1 und Heber H_1 weg und führt die Pt-Spitze Z direkt in den Kölbchenhals ein („Anordnung ohne Überführung“): nun bildet sich an der Pt-Spitze Z bei Entladung des SO_4- (NO_3- usw.) Ions die entsprechende Säure quantitativ nach. Wandern in diesem Falle *keine Alkaliionen* ins Glas ein, so bleibt die Lösung *neutral,* während bei Einwanderung die *Azidität zunimmt,* deren Messung wieder das Ausmaß der Einwanderung anzeigt. Daraus folgt, daß nur in den extremen Fällen einer 0prozentigen bzw. 100prozentigen Einwanderung die H-Ionenkonzentration der Versuchslösung durch geeignete Wahl der Anordnung konstant gehalten werden kann, während in den dazwischenliegenden Fällen eine *Veränderung der H-*

---

[1]) Vgl. **Mylius und Förster**, Berl. Ber. 24. S. 1482. 1891 sowie die oben angeführten Arbeiten.

Ionenkonzentration im Verlaufe des Versuches eintritt, als deren Endergebnis eine ursprünglich neutrale Lösung *1—2·10⁻⁴-normal sauer* bzw. alkalisch werden kann. Dabei sind die Ergebnisse bei den Versuchen „*mit Überführung*“ (Heberzuführung wie in Fig. 1) als *Durchschnittswerte* der Einwanderung aus *schwach alkalischer*, bei den Versuchen „*ohne Überführung*“ als solche *aus schwach saurer Lösung* anzusprechen.

Da das Verhältnis zwischen den Konzentrationen der H- und der Metallionen die Einwanderung stark beeinflußt, ist dies bei Beurteilung der Ergebnisse zu berücksichtigen. Um die Bedingungen für alle Versuche möglichst gleichartig zu gestalten, wurden im allgemeinen bei den einzelnen Versuchen gleich große Stromäquivalente verwendet. Als eine Fehlerquelle ist ferner der Umstand anzusehen, daß sich das destillierte Wasser als etwa hunderttausendstelnormal alkalisch erwies und mit Säure neutralisiert werden mußte. Die nicht näher bekannten alkalischen Verunreinigungen bilden also eine ständige Beimengung, die bei tieferen Konzentrationen möglicherweise eine Verfälschung hätten hervorbringen können. Deswegen wurde als tiefste Konzentrationsstufe 10^{-3}-normal gewählt, bei der also die Verunreinigungen höchstens 1 Proz. ausmachen. Die Fehlerquelle, die durch die Glaslöslichkeit entstehen könnte, wurde, wie in meiner Arbeit a. a. O. beschrieben, durch Verwendung eines nichtelektrolysierten *Vergleichskölbchens* beseitigt.

Trotz dieser Fehlerquellen ließen sich die Versuche innerhalb der durch die Methode (Titration usw.) gezogenen *Fehlergrenzen von 5 Proz.* reproduzieren. Es ergab sich, daß die verschiedenen Feldstärken keinen wesentlichen Einfluß auf die Größe der Einwanderung hatten, obwohl diese bei den einzelnen Versuchen in weiten Grenzen variiert wurden.

Versuchsergebnisse

1. Glas 1447/III von Schott & Gen. in Jena

In Tab. 2 und den folgenden Tabellen bedeutet die zweite Kolonne das der gesamten hindurchgegangenen Strommenge entsprechende chemische Äquivalent in 10^{-6} Grammäquivalenten, das durch Titration des als Coulometer verwendeten Fläschchens *F* ermittelt wurde. In der dritten Kolonne ist die Normalität der Versuchslösungen angegeben, die durch Einwägen hergestellt wurden. Zur Verwendung gelangten nur Kahlbaum- bzw. Merckpräparate „pro analysi“. Wie bemerkt, ist das Endergebnis der Versuche *„mit Überführung"* eine etwa $2 \cdot 10^{-4}$-normal *alkalische*, bei denen *„ohne Überführung"* eine etwa ebenso stark *saure Versuchslösung.*

a) *Na-Einwanderung aus schwach alkalischer Na_2SO_4-Lösung Ausgangslösung neutral. Versuche mit Überführung*

Tabelle 2

Versuch	Stromäquivalent in 10^{-6} g Äquiv.	Konzentration	Einwanderung in % des Äquiv.	Mittel
15	4,14	10^{-3}-normal	86	84%
16	4,39	„	82	
12	4,26	10^{-2}-normal	94	93%
13	4,19	„	93	
40[1]	4,43	„	92	
17	4,55	10^{-1}-normal	100	100%
18	4,87	„	100	

b) *Na-Einwanderung aus schwach saurer Na_2SO_4-Lösung Ausgangslösung neutral. Versuche ohne Überführung*

Tabelle 3

Versuch	Stromäquivalent in 10^{-6} g Äquiv.	Konzentration	Einwanderung in % des Äquiv.	Mittel
172*)	4,53	10^{-3}-normal	47,5	48,6%
173*)	4,50	„	50,5	
2	4,51	„	45	
156*)	4,36	10^{-2}-normal	61	68%
158*)	4,16	„	71	
1	4,57	„	72	
167*)	4,52	10^{-1}-normal	86	82%
168*	4,48	„	85	
3	4,34	„	79	
5	4,44	„	79	
169*)	4,42	1-normal	100	96,7
171*)	6,72	„	92	
188*)	4,47	„	97,5	

*) die so bezeichneten Versuche sind schon in meiner zitierten Arbeit veröffentlicht.

---

[1] Um zu untersuchen, wieweit die Vorbehandlung des Glases das Versuchsergebnis beeinflußt, wurde dieses Kölbchen zuerst einer länger dauernden „Ca-Einwanderung" unterworfen und erst hierauf der angeführte Versuch durchgeführt. Die Vorbehandlung scheint wie das Ergebnis zeigt, am Ausmaß der Einwanderung nicht viel zu ändern.

c) *K-Einwanderung aus K_2SO_4-Lösung „mit Überführung“*

Tabelle 4

Versuch	Stromäquivalent in 10^{-6} g Äquiv.	Konzentration	Einwanderung	Mittel
142	5,67	10^{-3}-normal	26%	31%
143	5,07	,,	36	
19	3,80	10^{-2}-normal	56	54%
20	4,86	,,	51	
23	4,49	10^{-1}-normal	60	61,5%
24	4,56	,,	61,3	
151	4,40	,,	63	

d) *Lithium-Einwanderung aus Li_2SO_4-Lösung „mit Überführung“*

Tabelle 5

Versuch	Äquivalent	Konzentration	Einwanderung	Mittel
30	5,23	10^{-3}-normal	67	65%
31	4,50	,,	64	
28	4,50	10^{-2}-normal	80	81%
29	4,80	,,	82	
26	4,40	10^{-1}-normal	85	90%
27	5,71	,,	95	
206	4,71	1-normal	100	100%

e) *Calcium- und Bariumeinwanderung*

Die ersten drei Versuche sind aus 10^{-4}-normal $Ba(OH)_2$-Lösung „ohne Überführung“, die übrigen „mit Überführung“ durchgeführt.

Tabelle 6

Versuch	Äquivalent	Lösung	Konzentration	Einwanderung	Mittel
181	4,43	$Ba(OH)_2$	2,10^{-4}-normal	2	1%
182	4,26	,,	,,	0	
11	4,96	,,	10^{-4}-normal	3	3%
43	5,23	$CaCl_2$	10^{-3}-normal	16	16%
33	4,79	,,	10^{-1} ,,	12	13%
39	4,57	,,	10^{-1} ,,	14	
42	5,35	$Ba(NO_3)_2$	10^{-1} ,,	17	17%

Zum Ergebnis ist zu bemerken, daß bei den Versuchen „mit Überführung“ die stärkste Veränderung der Alkalität auftritt, daher auch die Fehlermöglichkeiten am größten sind.

Die geringe scheinbare Einwanderung ist teilweise dadurch zu erklären, daß die im destillierten Wasser als Verunreinigungen vorhandenen Alkaliionen eingewandert sind. Wenn also überhaupt eine Einwanderung von Erdalkaliionen vorkommt, so ist sie jedenfalls minimal.

2. Glas 16/III von Schott (Rotstrichglas)

a) *Na-Einwanderung aus Na_2SO_4-Lösung „mit Überführung"*

Tabelle 7

Versuch	Äquivalent	Konzentration	Einwanderung	Mittel
59	4,61	10^{-3}-normal	34%	32%
61	4,56	„	31	
53	5,05	10^{-2}-normal	58	60%
55	4,62	„	62,5	
144	4,50	10^{-1}-normal	73	70%
145	4,80	„	67	

b) *Na-Einwanderung aus Na_2SO_4-Lösung „ohne Überführung"*

Tabelle 8

Versuch	Äquivalent	Konzentration	Einwanderung	Mittel
58	4,99	10^{-3}-normal	20	19%
60	4,66	„	17	
54	5,31	10^{-2}-normal	41	41%
56	4,44	„	42	
149	5,30	10^{-1}-normal	47	46%
150	5,30	„	45	

Es wurden auch Versuche über die Na-Einwanderung in dieses Glas ausgeführt, wenn bei den einzelnen Versuchen die Na-Ionenkonzentration konstant, die H-Ionenkonzentration aber verschieden war. Bei Verwendung einer 10^{-2}-normalen Na_2SO_4-Lösung, die etwa $2 \cdot 10^{-4}$-normal sauer war, ergab sich eine Na-Einwanderung von 22 Proz.; war dieselbe Lösung etwa $4{,}5 \cdot 10^{-4}$-normal sauer, eine solche von nur 7 Proz. (Versuche „ohne Überführung"). Nimmt man noch die Versuche 54 und 56 aus Tab. 8 dazu und zeichnet man den Prozentsatz der Na-Einwanderung als Funktion der Azidität (gerechnet aus dem Mittel derselben zu Beginn und nach Schluß des Versuches), so ergibt sich die Darstellung Fig. 2.

Daß die Na-Einwanderung aus *saurer* Na_2SO_4-Lösung wirklich linear mit der H-Ionenkonzentration abnimmt, ergibt sich auch daraus, daß man von saurer Lösung ausgehend und durch Verwendung der „Überführung“ die Versuche 54 und 56 in umgekehrter Richtung (sauer ⟶ neutral) ausführen kann und in genügender Übereinstimmung 47 Proz. erhält.

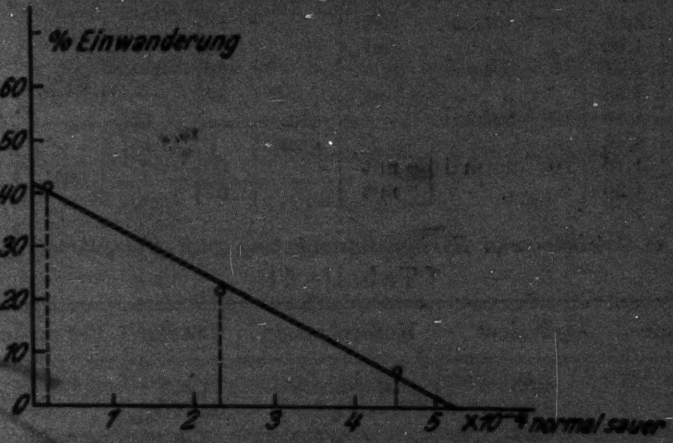


Fig. 2

Beim Übergang zum alkalischen Gebiet, wobei die H-Ionenkonzentration sprunghaft abnimmt, ist dieser lineare Zusammenhang keineswegs mehr gegeben; die Einwanderung steigt von 41 Proz. auf nur 60 Proz. an, also viel langsamer, als es der sprunghaften Abnahme der H-Ionenkonzentration in der Nähe des Neutralpunktes entsprechen würde.

c) *K-Einwanderung aus K_2SO_4-Lösung „mit Überführung“*

Tabelle 9

Versuch	Äquivalent	Konzentration	Einwanderung	Mittel
66	4,91	10^{-3}-normal	6	7%
67	4,86	„	8	
64	4,78	10^{-2}-normal	15	11%
65	4,67	„	9	
68	4,95	„	8	
62	4,53	10^{-1}-normal	15	15%
63	4,67	„	14,5	

d) *Lithium-Einwanderung aus Li_2SO_4*

Tabelle 10

Versuch	Äquivalent	Konzentration	Überführung		Einwanderung		Mittel mit Überf.	Mittel ohne Überf.
79	3,95	10^{-3}-normal	mit		13		16%	
127	4,90	„	mit		18			
75	4,21	10^{-2}-normal	mit		29		31%	
76	4,35	„	mit		34			
77	4,10	10^{-2}-normal		ohne		12		14%
78	4,10	„		ohne		15		
73	4,19	10^{-1}-normal	mit		60		59%	
74	4,20	„	mit		57			

e) *Calcium- und Bariumeinwanderung „mit Überführung“*

Tabelle 11

Versuch	Äquivalent	Konzentration	Lösung	Einwanderung
71	4,33	10^{-2}-normal	$CaCl^2$	1%
81	5,00	„	$Ba(NO_3)_2$	16%
82	4,24	„	„	2,5%

8. Glas 59/III von Schott

a) *Na-Einwanderung aus Na_2SO_4-Lösung*

Da bei diesem Glas schon in 10^{-2}-normaler Lösung quantitative Einwanderung eintritt, wurde eine höhere Konzentration nicht mehr untersucht.

Tabelle 12

Versuch	Äquivalent	Konzentration	Überführung		Einwanderung mit Überf.	Einwanderung ohne Überf.	Mittel mit Überf.	Mittel ohne Überf.
97	4,31	10^{-3}-normal	mit		93		91%	
99	4,40	„	mit		90			
98	4,50	„		ohne		52		55%
100	4,43	„		ohne		57		
93	4,62	10^{-2}-normal	mit		100		100%	
95	5,67	„	mit		100			
94	4,44	„		ohne		83		85%
96	4,33	„		ohne		88		

Auch hier wurde der Einfluß der H-Ionenkonzentration durch Versuche in saurer Lösung klargestellt. Durch den größeren Prozentsatz der Einwanderung wird es bewirkt, daß z. B. in 10^{-3}-normaler Na_2SO_4 bei den Versuchen „ohne Überführung" die Lösung etwa $3 \cdot 10^{-4}$-normal sauer wird. Von einer solchen Azidität wurde auch ausgegangen; es ergab sich „mit Überführung" 98 Proz. Einwanderung, „ohne Überführung" 70 Prozent. Eine analoge Darstellung wie in Fig. 2 ergibt, daß auch hier die *Einwanderung im sauren Gebiet mit zunehmender Azidität* linear abnimmt.

b) *K-Einwanderung aus K_2SO_4-Lösung „mit Überführung"*

Tabelle 13

Versuch	Äquivalent	Konzentration	Einwanderung	Mittel
110	4,52	10^{-3}-normal	30	32%
111	4,87	"	34	
108	4,55	10^{-2}-normal	31	33%
109	4,42	"	35	
107	4,65	10^{-1}-normal	56	57%
137	4,60	"	59	

c) *Lithium-Einwanderung aus Li_2SO_4-Lösung „mit Überführung"*

Tabelle 14

Versuch	Äquivalent	Konzentration	Einwanderung	Mittel
126	5,25	10^{-3}-normal	68	70%
123	4,30	"	72	
119	3,89	10^{-2}-normal	92	92%
112	4,00	"	92,5	
121	3,93	10^{-1}-normal	100	100%
122	4,65	"	100	

d) *Calcium- und Barium-Einwanderung „mit Überführung"*

Tabelle 15.

Versuch	Lösung	Äquivalent	Konzentration	Einwanderung	Mittel
128	$CaCl_2$	5,10	10^{-2}	1	1%
129	"	5,10	10^{-2}	1	
136	"	4,20	10^{-2}	0	
134	$Ba(NO_3)_2$	4,55	10^{-2}	7,5	6,5%
135	"	5,10	10^{-2}	6	

4. Glas 397/III von Schott

Diese Glasschmelze wird, wie uns Hr. Dr. *E. Berger* der Glaswerke Schott & Gen. freundlichst mitteilte, daselbst nicht mehr hergestellt. Deswegen und aus Materialmangel wurde nur die Na- und K-Einwanderung untersucht, letztere besonders deshalb, weil bei diesem Glas von H. Schiller[1]) das Bestehen einer Kaliumelektrode mit ziemlicher Annäherung im Intervall 0,024—0,2-normal nachgewiesen wurde.

a) *Na-Einwanderung aus Na_2SO_4-Lösung „mit Überführung"*

Tabelle 16

Versuch	Äquivalent	Konzentration	Einwanderung	Mittel
138	6,10	10^{-3}-normal	60	60%
139	5,70	„	60	
91	3,39	10^{-2}-normal	70	70%
92	4,10	„	70	
90	4,17	10^{-1}-normal	76	76%

b) *K-Einwanderung aus K_2SO_4-Lösung „mit Überführung"*

Tabelle 17

Versuch	Äquivalent	Konzentration	Einwanderung	Mittel
88	4,56	10^{-3}-normal	84	82%
89	4,41	„	81	
83	4,12	10^{-2}-normal	89	86%
84	4,33	„	83	
86	4,32	10^{-1}-normal	94	91%
87	4,62	„	88	

B. Einwanderung von Silber-, Zink- und Kupferionen

Die Anwendung der oben geschilderten Methode, die Einwanderung indirekt durch Bestimmung der H-Ionenkonzentration zu ermitteln, ist bei Metallen, die sich mit Wasser nicht zersetzen, nicht anwendbar; es könnte ja eine Einwanderung auch durch Abscheidung an der Glaswand in metallischer Form vorgetäuscht werden. Auch spielen, wie orientierende Versuche zeigten, nicht näher untersuchte Prozesse (wahrscheinlich Bildung von Komplexsalzen) eine fälschende Rolle.

Es liegt nahe, die Einwanderung direkt aus der chemischen Bestimmung der Menge der betreffenden Metallionen in einem Versuchskolben der Anordnung Fig. 1 vor und nach dem Versuche zu erschließen. Bei der geringen, durch die Elektrolyse bewegten Masse ist es aber im allgemeinen nicht möglich, mit den gebräuchlichen chemischen Methoden eine hinreichende Genauigkeit zu erzielen. Auf Rat von Hrn. Dozenten Dr. F. Feigl vom II. chem. Institut der Universität Wien wurden schließlich die von ihm mitgeteilten „Methoden zur Metallbestimmung mittels spezifischer Atomgruppen in organischen Verbindungen“ verwendet, die Hr. Dozent Dr. F. Feigl uns in liebenswürdigster Weise zur Verfügung stellte und durch seine Mitarbeiter ausführen ließ.

---

[1]) H. Schiller, Ann. d. Phys. 74 S. 121. 1924.

Die Apparatur der Versuche blieb dieselbe; es wurde ausschließlich die „Anordnung ohne Überführung“ verwendet (direkte Zuführung durch Platinspitze), da eine Heberüberführung durch Abhebern oder Diffusion leicht größere Fehler hätte verursachen können.

Das Kölbchen wurde mit einer $^1/_{100}$—$^1/_{200}$-normalen Lösung des betreffenden Metallsalzes gefüllt und zwar wurde die eingefüllte Flüssigkeit in einer geeichten Bürette genau abgemessen. Die Elektrolyse ging bei einer Temperatur von 60—70° vor sich, um bei vergrößerter Leitfähigkeit eine möglichst große Elektrizitätsmenge durchschicken zu können. Nach Beendigung des Versuches wurde das Kölbchen entleert und mehreremal mit konzentrierter und verdünnter Salpetersäure nachgespült, um auch etwa am Glase abgeschiedenes Metall zu lösen. Das Äquivalent der bei einem Versuche durch das Glas geleiteten Elektrizitätsmenge betrug $12—17 \cdot 10^{-6}$ Grammäquivalente (also 3—4mal so viel wie bisher) und wurde durch das als Coulometer dienende Fläschchen bestimmt. Die durch die Elektrolyse bewegte Masse war gewöhnlich nur etwa 10 Proz. der im Kölbchen enthaltenen; wenn also die *Fehlergrenzen* der chemischen Analysenmethoden ± 1—1,5 Proz. betrugen, so bedeutet das für die Versuche eine solche von ± *10—15 Proz. des Äquivalents*.

Bei allen Versuchen dieses Abschnittes ist zu beachten, daß die Anordnung „ohne Überführung“ verwendet wurde und daß das Stromäquivalent größer ist; so wurden ursprünglich neutrale Lösungen *nach Beendigung des Versuches fast 10^{-3}-normal sauer.*

1. Silbereinwanderungsversuche aus etwa $^1/_{200}$-normaler $AgNO_3$-Lösung

(Gemeinsam mit Hrn. A. Deutsch)

Die Silberanalyse geschah hier durch die Bestimmung als *Silberamidobenzothiazol* (vgl. A. Deutsch, Dissertation, Wien 1928), die von Hrn. Deutsch ausgeführt wurde. Der Titer der ersten $^1/_{216,3}$-normalen $AgNO_3$ ist mehrfach übereinstimmend bestimmt worden (vgl. Dissertation Deutsch) und auch die dreimalige Titerbestimmung der zweiten, etwas schwächeren Lösung ergab nur Abweichungen ± 1 Proz. Die beiden Gläser 59/III und 16/III wurden deswegen verwendet, weil die Silberelektrodenfunktion bei 59/III bis in die tiefsten Konzentrationen am ausgeprägtesten ist, während 16/III im Intervall 10^{-3}—10^{-2}-normal beträchtliche Abweichungen vom Potentialwert, den eine Silberelektrode theoretisch geben würde, zeigt (vgl. Horovitz und Zimmermann a. a. O. S. 306).

Silbereinwanderung aus Silbernitratlösung in Glas 59/III und 16/III (ohne Überführung)

Tabelle 18

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
Glas	Versuch	Konzentration	Silbergehalt der Füllung (nach Titer) in g Ag	Auswage in g Ag	Silbergehalt der Auswage in g Ag	Verlust (Einwanderung) in g Ag	Stromäquivalent in g Ag	Einwanderung in °/₀
59/III	112	n/216,8	0,010944	0,0468	0,009594	0,00135	0,00133	102°/₀
59/III	130	n/238,3	0,009963	0,0433	0,008876	$0{,}00108_7$	$0{,}00136_3$	80°/₀
59/III	131	n/238,3	0,009963	0,0431	0,008835	$0{,}00112_7$	$0{,}00156_2$	73°/₀
16/III	132	n/238,3	0,00813	0,0362	0,00740	0,00073	0,00164	45°/₀
16/III	133	n/238,3	0,00725	0,0311	0,00638	0,00087	0,00148	59°/₀
16/III	134	n/238,3	0,00725	0,0309	0,00632	0,00093	0,00148	63°/₀

Kolonne IV gibt das Gewicht derjenigen Silbermenge an, die nach der Titerbestimmung die das Kölbchen füllende Silbernitratlösung vor dem Versuche enthalten hat, Kolonne VI die Silbermenge nach dem Versuche. Kolonne V, das Gewicht des im Filtertiegel gewogenen Silberamidobenzothiazols, ist angeführt um zu zeigen, wie große Auswagen die kleinen verwendeten Silbermengen nach der erwähnten Methode ergeben: der gewogene Körper enthält nur etwa 20 Proz. Ag, so daß die Genauigkeit verhältnismäßig groß ist.

Der Mittelwert aus den 3 Versuchen an Glas 59/III ergibt *84 Proz.* Einwanderung, bei Glas 16/III aber nur 55 Proz. Zieht man in Betracht, daß beim ersten Versuch, der die größte Abweichung (17 Proz.) vom Mittelwert ergibt, eine etwas stärkere Lösung verwendet wurde, so liegt die Streuung der einzelnen Versuchswerte wirklich innerhalb der Fehlergrenze ± 15 Proz. der Methode. Sichergestellt scheint jedenfalls zu sein, daß *bei Glas 59/III fast quantitative, bei 16/III weit schwächere,* aber immerhin *sicher nachweisbare Silbereinwanderung* vorliegt.

Da, wie erwähnt, die Silberversuche aus einer weit stärker sauren Lösung vor sich gingen als die Alkaliversuche, so ergibt ein Vergleich der obigen Resultate (z. B. mit den Tabb. 8 und 12), daß in beiden Fällen *die Silbereinwanderung durch gleichzeitig vorhandene H-Ionen weniger beeinflußt wird, als die Einwanderung der Alkaliionen.*

2. Zinkeinwanderung aus 1,55·10^{-2}-normaler Zn$(NO_3)_2$ in Glas 16/III und 1447/III

(Gemeinsam mit Hrn. H. Gleich)

Bei der hier verwendeten Methode der Zinkbestimmung mit *Benzimidazol* (vgl. H. Gleich, Dissertation, Wien 1927) wird das Zink als reines ZnO gewogen. Auch hier hat H. Gleich eine Lösung verwendet, deren Titer schon öfters übereinstimmend bestimmt worden war. Da aber beide verwendeten Gläser Zink (1447/III sogar über 10 Proz.) enthalten, könnte die Glaslöslichkeit eine Vermehrung des Zinkgehaltes bewirken. Um dies festzustellen, wurde ein Vergleichskölbchen aus Glas 1447 mit der Lösung gefüllt, $2^1/_2$ Stunden im Wasserbad auf einer Temperatur von 60—70° gehalten und der Inhalt analysiert. Da der gefundene Wert (vgl. Tab. 19, Versuch 125) mit dem Titer innerhalb der Fehlergrenze übereinstimmt, sogar eine geringfügige Abweichung nach unten zeigt, so ist eine Zunahme des Zinkgehaltes durch Glaslöslichkeit nicht zu befürchten.

Zinkeinwanderung aus 1,55·10^{-2}-normaler Zn$(NO_3)_2$ ohne Überführung

Füllung in allen Fällen 16 cm³ der Lösung, entsprechend $0{,}0104_5$ g ZnO oder $0{,}00839_5$ Zn.

Tabelle 19

Versuch	Glas	Auswage ZnO	Zinkäquivalent	Verlust (Einwanderung)	Stromäquivalent in g Zn	Einwanderung in %
116	Titerstellung	0,0105	$0{,}00843_5$	0	—	—
125[1]	(Titer in Glas 1447)	0,0104	$0{,}00835_5$	0	—	—
116	16/III	0,0105	$0{,}00843_5$	0	$0{,}00084_8$	0
117	16/III	0,0106	$0{,}00851_5$	0	$0{,}00085_8$	0
124	1447/III	0,0104	$0{,}00835_5$	0,00008	$0{,}00088_1$	9

---

[1] Kontrollversuch mit Vergleichskölbchen (vgl. oben).

Die drei Versuche lassen es als sicher erscheinen, daß *eine Zinkeinwanderung*, die *über die Fehlergrenze von 15 Proz.* hinausgeht, bei beiden Gläsern *nicht* eintritt.

3. Kupfereinwanderung aus $1{,}02 \cdot 10^{-2}$-normaler $CuSO_4$-Lösung in Glas 59/III

Der Kupfergehalt wurde hier durch die Benzoinoxymmethode von Dr. F. Feigl (vgl. „Berichte d. Dtsch. Chem. Ges." Nr. 9, 10. Oktober 1923) bestimmt. Ein Titerwert, der durch diese Methode festgestellt wurde, stimmte mit einem nach der CuS-Methode gefundenen Wert sehr gut überein.

Tabelle 20

Versuch	Auswage	Kupferäquivalent v. d. Vers.	Titerwert n. d. Vers.	Verlust (Einwanderung)	Stromäquivalent	Einwanderung in %
140	0,0294	0,006474	0,006472	0	0,000958	0
141	0,0485	0,01067	0,01067	0	0,000847	0

Wie man sieht, ist auch nicht die Spur einer Kupfereinwanderung in dieses Glas festzustellen: die in Kolonne III nach dem Versuche gefundenen Werte sind dem Titerwert mit jeder erreichbaren Genauigkeit vollständig gleich. — Dies zeigt aber nur, daß die zweiwertigen *Cupriionen* nicht einwandern können; dagegen sprechen die bisherigen Versuche an *Cuproionen* aus der Schmelze *für* die Möglichkeit der Einwanderung von *einwertigen* Kupferionen. (Vgl. Heydweiller und Kopfermann, a. a. O.)

C. Wasserstoffioneneinwanderung in Thüringer Glas

Es ist leicht einzusehen, daß bei der Untersuchung der H-Ioneneinwanderung ins Glas die vorerwähnten Methoden nicht zum Ziel führen würden. Denn würden wir analog wie bisher die H-Ionenkonzentration der Kölbchenfüllung vor und nach dem Versuche vergleichen, so würde eine etwaige Abnahme derselben noch keineswegs eine H-Ioneneinwanderung beweisen; wenn nämlich die H-Ionen, die an die Glaswand getrieben werden, daselbst metallisch entladen und in feinen Gasbläschen aufsteigen würden, so wäre die Abnahme der H-Ionenkonzentration genau die gleiche wie bei einer Einwanderung ins Glas. Aus dieser Überlegung ergibt sich aber eine Methode, zwischen metallischer Gasabscheidung und Einwanderung zu unterscheiden: im ersten Falle müßte das sich entwickelnde Gas aufgefangen werden können, im anderen Falle ist keine Gasentwicklung zu erwarten. Dasselbe gilt aber auch bei Verwendung von $Ba(OH)_2$, wenn man sich vorher überzeugt hat, daß Ba nicht einwandern kann. Auch hier müßte, falls die Ba-Ionen metallisch entladen werden, unter Reaktion mit Wasser H-Entwicklung eintreten; wenn dies aber nicht der Fall ist, so müssen, da Ba nicht einwandert, nur die in der Lösung in äußerst geringer Konzentration vorhandenen H-Ionen in das Glas eingewandert sein.

Neben dieser Methode zum Nachweis der H-Ioneneinwanderung gibt es noch eine andere, die zuerst von **Rebbeck** und **Ferguson** (a. a. O.) angewendet wurde: sie ließen die H-Ionen zuerst einwandern, kehrten dann die Stromrichtung um und konnten jetzt das Entstehen von mikroskopisch kleinen Wasserstoffbläschen nachweisen. Die zweite der angeführten Methoden bedient sich ebenfalls der aus dem Glase wieder herausgewanderten H-Ionen.

1. Untersuchung der Gasentwicklung

Wenn auch bei den bisherigen Versuchen niemals Anzeichen einer Gasentwicklung während der Elektrolyse beobachtet werden konnten, so ist dies noch kein Beweis für eine H-Ioneneinwanderung; denn während das Wasserstoffäquivalent z. B. der oft gebrauchten Menge von $5 \cdot 10^{-6}$ Grammäquivalenten nur etwa 50 mm^3 H-Gas ist, können die 30 cm^3 der im Kölbchen vorhandenen wäßrigen Lösung etwa 800 mm^3 absorbieren. Der im folgenden verwendete Apparat hatte nur ein Gesamtfassungsvermögen von 10 cm^3 und es wurde getrachtet, so lange zu elektrolysieren, daß die entsprechenden Gasmengen das Absorptionsvermögen des Kölbcheninhalts um ein Mehrfaches übertreffen. Damit schließlich nicht die in der Lösung absorbierten Luftmengen eine Gasentwicklung vortäuschen können, wurde folgender Vorgang beobachtet: vor jedem Versuch wurde der gefüllte Apparat etwa 2 bis 3 Stunden auf einer konstanten Temperatur von 85° gehalten und hierauf die abgeschiedene Luftmenge von etwa 200 bis 300 mm^3 abgelassen. Erst dann begann die Elektrolyse. Trotzdem schieden sich gewöhnlich während des Versuches

Gasbläschen ab, die anscheinend aus Luft bestanden; denn die Gasentwicklung hörte mit der Elektrolyse nicht auf. Die entwickelte Luftmenge fiel aber gegenüber den großen verwendeten Stromäquivalenten nicht ins Gewicht. Der verwendete, in Fig. 3 abgebildete Apparat bestand:

1. aus dem kleinen Kölbchen *K* aus Thüringer Glas (Inhalt 7 bis 8 cm³),
2. der Kautschukschlauchverbindung *S*,
3. der Gasauffangvorrichtung *G* aus Glas,
4. der Stromzuführung durch die Platinspitze *P*.

Das Kölbchen *K* war wie üblich mit Schutzring versehen und stand wie bisher im geheizten Becherglas *B*. (Übrige Anordnung vgl. Fig. 1.) Da das Gesamtfassungsvermögen des Apparates etwa 10 cm³ betrug, könnte also durch die Flüssigkeit, falls an der Glaskathode *K* überhaupt Wasserstoffgas entsteht, auch im allerungünstigsten Falle nur eine Menge von etwa 100 mm³ absorbiert werden. Verwendet man aber, wie die untenstehende Tabelle zeigt, Stromäquivalente, die einem Mehrfachen dieser Gasmenge entsprechen, so müßte eine gasförmige Abscheidung des Wasserstoffs an der Glaskathode *K* die Ansammlung beträchtlicher Gasmengen in *G* zur Folge haben. Die Ergebnisse der Versuche zeigt die untenstehende Tabelle.

Tabelle 21

Versuch	Füllung	Stromäquivalent in mm³ Wasserstoffgas		Im Gasauffangraum *G* entwickelte Gasmenge in mm³	
170	HCl, 1-normal	570		5	
176	H_2SO_4, 10^{-1}-n.	570		30	
177	$Ba(OH)_2$, 10^{-1}-n.	280		40	
190	$Ba(OH)_2$, 1-n.	850		40	
193	H_2SO_4, 10^{-1}-n.	850	1250	60	70
193		400		10	
198	$Ba(OH)_2$, 1-n.	400	800	40	60
198		400		20	

Bei den Versuchen 193 und 198 wurde die Elektrolyse nach einiger Zeit unterbrochen, die entstandene Gasmenge abgelassen und sofort die Elektrolyse fortgesetzt. In beiden Fällen war das hierauf entwickelte Gasvolumen kleiner als im ersten Teil des Versuches, was darauf hinweist, daß Absorption durch die Flüssigkeit nicht die Ursache des Fehlens einer beträchtlichen Gasentwicklung sein kann.

Es wurden auch Kontrollversuche über die Gasentwicklung unter den geschilderten Bedingungen angestellt. In Fig. 3 wurde nämlich das Kölbchen *K* durch folgenden Apparat ersetzt: er besteht aus einem Glasgefäß, das ungefähr den gleichen Inhalt wie Kölbchen *K* in Fig. 3 hat, in dem aber ein zylinderförmig gebogenes Platinblech von gleicher Oberfläche wie *K* an einem Platindraht aufgehängt ist. Dieser Platindraht ist ins Glas eingeschmolzen und dient als Stromzuführung. Die Verhältnisse in Fig. 3 sind also möglichst getreu nachgeahmt, nur daß die Glaskathode *K* durch eine solche aus Pt ersetzt ist. Behandelt man nun diesen Apparat genau so wie in den obigen Versuchen beschrieben und elektrolysiert man mit derselben Stromstärke, so zeigt sich sofort der qualitative Unterschied: nach kurzer Zeit, in der das Platinblech den entstehenden Wasserstoff absorbiert, steigt ein ununterbrochener Strom von Gasblasen auf, der den Raum *G* in kurzer Zeit vollständig erfüllt.

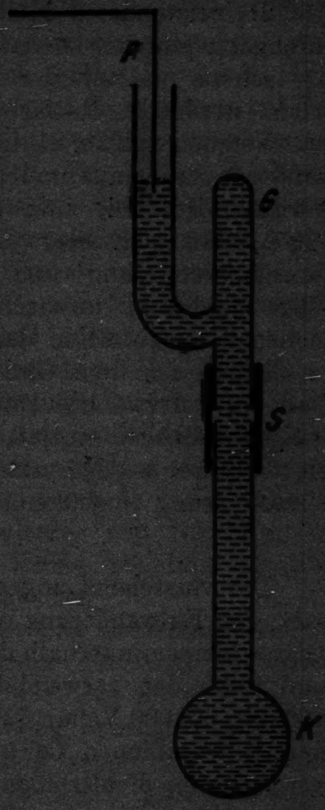


Fig. 3

2. Wiederauswanderung von H-Ionen

Nun möge noch ein qualitativer Versuch angeführt werden, der leicht zu reproduzieren ist. Man füllt den zuletzt verwendeten Apparat (mit Platinblech wie oben beschrieben, sonst wie in Fig. 3) mit neutraler NaCl-Lösung, die durch Lackmustinktur gefärbt ist. Elektrolysiert man in umgekehrter Richtung, so daß die Platinspitze *P* Kathode ist, so entfärbt sich die Lösung ziemlich rasch; das am Platinblech entladene Chlor bildet bleichendes Chlorwasser.

Wir ersetzen nun das Gefäß mit dem Platinblech durch ein *frischgeblasenes* Glaskölbchen und elektrolysieren; es zeigt sich um die Platinzuführung *Pt*, die also Kathode ist, eine Blaufärbung, während die Färbung im Kölbchen unverändert bleibt. Denn die aus dem Glas auswandernden Na-Ionen bilden mit den an die Glaswand getriebenen Cl-Ionen nun wieder neutrales NaCl.

Der eigentliche Versuch besteht nun darin, daß wir das frische Glaskölbchen ersetzen durch ein in den Versuchen Tab. 21 verwendetes Kölbchen. Wenn jetzt wieder Stromdurchgang eintritt, so daß das Glas Anode ist, so sehen wir eine schöne und mit der Dauer der Elektrolyse ständig deutlicher werdende Rotfärbung des Kölbcheninhaltes: die in den Versuchen Tab. 21 in das Glas eingewanderten H-Ionen wandern wieder aus und bilden HCl, wodurch die Rotfärbung bewirkt wird. Die zwei vorher angeführten Kontrollversuche zeigen, daß sich also die Fälle: metallische Leitung, Na-Ionenauswanderung und H-Ionenauswanderung auf diesem Wege qualitativ unterscheiden lassen und die in den Versuchen der Tab. 21 in das Glas eingewanderten H-Ionen sich tatsächlich aus dem Glas wieder herauselektrolysieren lassen. Daß der vorerwähnte Effekt in gleicher Weise auch bei denjenigen Kölbchen eintrat, die vorher mit $Ba(OH)_2$ als Füllung elektrolysiert worden waren, zeigt, daß also auch hier H-Ionen-einwanderung eingetreten ist.

Diskussion

Die vorstehend angegebenen Resultate über den Prozentsatz der Einwanderung von *Alkali*ionen in die untersuchten Gläser können innerhalb der Versuchsfehlergrenze von ±5 Proz. und unter den verwendeten Versuchsbedingungen (Feldstärke 200 bis 600000 V/cm, 52° usw.) als sichergestellt gelten. Bei den Erdalkaliionen Ca und Ba muß infolge der angeführten vergrößerten Fehlermöglichkeiten die Genauigkeit etwas geringer eingeschätzt werden, jedenfalls ist die Einwanderung, wenn überhaupt vorhanden, sehr gering und knapp an der Fehlergrenze. Diese ist bei den Versuchen über Silber, Zink und Kupfer etwa ±15 Proz., innerhalb welcher die Abweichungen liegen. Innerhalb dieser Genauigkeitsgrenzen zeigt sich, daß die *einwertigen* Metalle (Na, K, Li, Ag und H) *einwandern* können, daß dies aber bei den untersuchten *zweiwertigen* Ionen (Ca, Ba, Zn, Cu) gar *nicht* oder nur in sehr *geringem* Ausmaß der Fall ist.

Als ganz allgemeine Gesetzmäßigkeit kann festgestellt werden, daß der Prozentsatz der Einwanderung mit wachsender Konzentration der Lösung an Alkaliionen wächst und in schwach sauren Lösungen kleiner ist als in schwach alkalischen (dies ergab sich ganz allgemein auch bei einzelnen, in den Tabellen nicht angeführten Versuchen mit Li und K bei allen Gläsern).

Die Resultate, insbesondere das Verhalten der verschiedenen Glassorten gegenüber der Alkalieinwanderung, geben eine Möglichkeit der *Charakterisierung* der Gläser in dieser Hinsicht. Die Gläser 59/III und 16/III zeigen ein in bezug auf die Einwanderung von Na und Li am extremsten voneinander abweichendes Verhalten: 59/III zeigt bei denselben Konzentrationsstufen oft doppelt so starke Einwanderung wie 16/III, aber auch gegenüber den anderen einwandernden Ionen (K, Ag) ist seine Aufnahmefähigkeit überall bedeutend größer. Ebenso ist der Unterschied zwischen der Na-Einwanderung aus schwach alkalischer und schwach saurer Lösung sonst gleicher Art bei 59/III merklich kleiner als bei 16/III, welches letztere auch bei hoher Na-Ionenkonzentration diesen Unterschied sehr ausgeprägt hat. — Zwischen diesen beiden Extremen liegen die Eigenschaften von 1447/III, während das kaliumhaltige Glas 397/III gekennzeichnet ist durch die hohe Kaliumeinwanderung, die größer ist als diejenige von Natrium, sowie auch durch die verhältnismäßig kleine Abnahme der Na-Einwanderung bei tieferen Konzentrationen.

Vergleicht man das nun aber mit den elektromotorischen Eigenschaften dieser Gläser, so springt die Analogie sofort ins Auge. So können bei 59/III noch in relativ hoher H-Ionen- und kleiner Na-Ionenkonzentration noch deutlich Na-Ketten gemessen werden, während bei 16/III schon bei neutraler Lösung Abweichungen von der Na-Elektrode auftreten (vgl. Horowitz und Zimmermann, a. a. O. S. 370); dies entspricht der von uns gefundenen Tatsache, daß in Glas 59/III selbst aus saurer Lösung noch starke Na-Einwanderung eintritt, während in 16/III auch aus alkalischer Lösung und hoher Na-Konzentration keine quantitative Einwanderung möglich ist. Aber auch sonst findet man überall Analoga; so ist das Glas 397/III in seinen Elektrodenfunktionen dadurch ausgezeichnet, daß es eine ausgeprägtere K-Elektrode gibt als die übrigen (vgl. Schiller[1]). So ist auch die Silbereinwanderung, die bei 59/III stärker ist als bei 16/III, in beiden Fällen aber *größer als die entsprechenden Na-Einwanderungen*, in vollständiger Parallele zu den über die Silberelektrode an diesen Gläsern gemachten Messungen.

---

[1] H. Schiller, Ann. d. Phys. 74. S. 126. 1924.

So kann als ein Resultat der vorliegenden Arbeit festgestellt werden: *Ioneneinwanderung und elektromotorisches Verhalten der Gläser gehen parallel, so daß einer ausgeprägten Elektrodenfunktion auch ein starker Prozentsatz der Einwanderung der betreffenden Metallionen aus der wäßrigen Lösung entspricht.* Dies kann dazu dienen, aus der Einwanderung Rückschlüsse zu ziehen auf die Elektrodenfunktion; die Tatsache, daß eine Zink- und Kupfereinwanderung nicht vorhanden ist, gestattet es, die Frage nach dem Bestehen von Zink- und Kupferelektroden, die von den erwähnten Autoren offengelassen wurde, im negativen Sinne zu beantworten. Ebenso kann man mit einiger Sicherheit voraussagen, daß die Gläser 59/III und 1447/III eine Lithiumelektrode zeigen werden, obwohl Untersuchungen über Lithiumelektroden an Gläsern bisher noch nicht vorliegen.

Die vorerwähnte Analogie hat auch, wie in der Einleitung bemerkt, zu der Vermutung Anlaß gegeben, daß unter den geschilderten Versuchsbedingungen die Stromleitung an der Anodenseite des Glases durch einwandernde H- und Metallionen vor sich geht. Ein quantitativer Beweis, daß auch an der Anode unter keinen Umständen Elektronenleitung eintreten kann, wurde in der vorliegenden Arbeit nicht erbracht. Bei den Gläsern 59/III, 1447/III und 397/III läßt sich jedenfalls durch geeignete Wahl der Anode auch bei der wäßrigen Lösung quantitative Metallioneneinwanderung erreichen. Es konnte aber auch gezeigt werden, daß, wenn die Anode aus einer Säure oder (was besonders bemerkenswert ist) aus $Ba(OH)_2$ besteht, ein jedenfalls beträchtlicher Teil der Stromleitung durch einwandernde H-Ionen besorgt wird. Denn alle Versuche über Gasentwicklung (Tab. 21) zeigen, daß die Elektronenleitung, falls eine solche überhaupt vorhanden war, nicht mehr als 10 oder in einem Fall höchstens 20 Proz. der Stromleitung hätte ausmachen können. Und da die H-Ioneneinwanderung sowohl bei einer Anode aus H_2SO_4, in der nur H-Kationen vorhanden sind, als auch bei $Ba(OH)_2$-Anoden, in denen also zweierlei Kationenarten an das Glas getrieben werden, beobachtet wurde, so kann geschlossen werden, *daß* *in den wäßrigen Lösungen von Alkalisalzen der Strom, soweit er nicht durch einwandernde Alkaliionen fortgeleitet wird, mindestens zum größten Teil, wahrscheinlich aber vollständig durch einwandernde H-Ionen transportiert wird.*

Dafür sprechen auch neben der Analogie zur H- und Na-Mischelektrode die geschilderten Beobachtungen bei Lösungen wechselnder Azidität. Die Na-Ioneneinwanderung nimmt bei gleichbleibender Na- und steigender H-Ionenkonzentration mit zunehmender Azidität linear ab und wird offenbar immer mehr durch H-Ioneneinwanderung ersetzt. Aus einer 10^{-2}-normalen Na_2SO_4-Lösung, die $5 \cdot 10^{-4}$-normal sauer ist, findet praktisch keine Na-Ioneneinwanderung in Glas 16/III statt; dies steht wieder in guter Übereinstimmung mit den Beobachtungen über die H-Na-Mischelektrode. Denn säuert man eine 10^{-2}-normale $NaNO_3$-Lösung an, so findet tatsächlich im Intervall 10^{-4}- bis 10^{-3}-normal sauer zuerst die Verdrängung der Na-Elektrode durch die H-Elektrode statt. (Vgl. Horovitz und Zimmermann, a. a. O. S. 369.)

Von einer Proportionalität zwischen der Anzahl der dissoziierten Ionen und dem Anteil der betreffenden Ionenart an der Einwanderung kann in den untersuchten Fällen offenbar nur im sauren Gebiet die Rede sein. Denn geht man über den Neutralpunkt ins alkalische Gebiet, so findet bei Glas 16/III nur eine Steigerung der Einwanderung von 40 auf 60 Proz. statt, während die H-Ionenkonzentration um etwa 6 Zehnerpotenzen abnimmt. Während also im sauren Gebiet einer Zunahme der H-Ionenkonzentration um eine halbe Zehnerpotenz schon eine Abnahme der Na-Einwanderung um etwa 40 Proz. entspricht, verlangsamt sich diese Abnahme in der Nähe des Neutralpunktes ganz enorm. Die Zahl der vorhandenen Ionen kann also nicht allein maßgebend dafür sein, wieviel von den vorhandenen Ionenarten ins Glas einwandern.

Es sei noch erwähnt, daß bei gewöhnlicher Versuchsdauer keine wesentliche, durch die Einwanderung von Alkaliionen bewirkte Veränderung des Widerstandes konstatiert wurde. Doch schien, was bei der durch die Anordnung bedingten Ungenauigkeit der Messungen nur mit Vorbehalt ausgesprochen sei, sich der Widerstand des Glases bei langdauernder H-Ioneneinwanderung zu vermehren, bei Ag-Einwanderung nach anfänglicher Vermehrung wieder zu vermindern. Da auch reine

Na-Einwanderung eine Vermehrung des Widerstandes bewirkt, so kann man vielleicht annehmen, daß durch Einwanderung fremder Ionen das Glas *entspannt* werden kann, was eine Widerstandsvermehrung zur Folge hätte.[1])

Über die *Temperaturabhängigkeit der Einwanderung*, aus der sich, wie mich Hr. Prof. A. Smekal freundlich aufmerksam macht, Rückschlüsse auf die Beweglichkeit der Ionen im Glas ergeben könnten, sind bisher nur orientierende Versuche gemacht worden. Bei Na-Einwanderung „mit Überführung“ aus 10^{-2}-normaler Na_2SO_4-Lösung in das Glas 16/III (vgl. die Versuche 53 und 55 der Tab. 7) zeigte sich im Temperaturintervall 30 bis 70° C *keine merkliche Veränderung* der Na-Einwanderung.

Schließlich sei noch bemerkt, daß die Versuche auf einen bemerkenswerten Zusammenhang der Ioneneinwanderung mit der chemischen Zusammensetzung und der Leitfähigkeit der Gläser hinzudeuten scheinen; dieser Zusammenhang wäre an Gläsern von systematisch wechselnder Zusammensetzung näher zu untersuchen.

Zusammenfassung

1. Die elektrolytische Einwanderung von Kationen aus wäßrigen Lösungen von Metallsalzen, sowie von H-Ionen aus Säurelösungen in die Schottschen Gläser 1447/III, 58/III 16/III und 397/III wird bei einer Temperatur von 52° C und von Feldstärken von etwa 200000 bis 600000 V/cm untersucht.

2. Der Prozentanteil der durch in das Glas einwandernde Alkaliionen bewirkten Leitung an der Gesamtstromleitung ist charakteristisch für die verschiedenen Glassorten und wächst mit steigender Konzentration der als Anode verwendeten Lösungen; in vielen Fällen kann er 100 Proz. erreichen.

3. Silber wandert in die Gläser 59/III und 16/III stärker ein als alle übrigen untersuchten Ionenarten.

4. Die zweiwertigen Ionen Ca, Ba, Zn, Cu wandern, wenn überhaupt, nur in sehr geringem Ausmaße ein.

5. Die Na-Einwanderung aus einer 10^{-2}-normalen Na_2SO_4-Lösung nimmt, wenn die Lösung angesäuert wird, linear mit der wachsenden H-Ionenkonzentration ab.

---

1) Vgl. dazu M. Fulda, Diss. Greifswald 1927, sowie Güntherschulze, Ann. d. Phys. 40. S. 335. 1913, der bei Ag-Einwanderung aus geschmolzenem Silbernitrat nach anfänglicher Vermehrung eine beträchtliche Widerstandsverminderung fand.

6. Qualitative Versuche zeigen, daß bei Verwendung einer Säure oder auch einer $Ba(OH)_2$-Lösung als Anode die Leitung mindestens zum größten Teil durch einwandernde H-Ionen vor sich geht, auch wenn diese in alkalischer Lösung nur in äußerst geringen Mengen dissoziiert sind.

7. Elektromotorisches Verhalten und Ioneneinwanderung gehen parallel, so daß einer ausgeprägten Elektrodenfunktion auch ein starker Prozentsatz der Einwanderung der betreffenden Ionenart entspricht.

8. Die Versuche weisen darauf hin, daß bei der Elektrolyse der Gläser unter Verwendung einer wäßrigen Metallsalzlösung als Anode die Stromleitung ganz oder wenigstens zum größten Teil durch Einwanderung von H- und Metallionen bewirkt wird; das Verhältnis der beiden Ionenarten an der Stromleitung hängt von der Konzentration der Lösung und von der Glassorte ab.

Zum Schlusse danke ich noch aufs herzlichste Hrn. Prof. E. Schweidler, der als Vorstand des I. Physikalischen Institutes mir durch sein Entgegenkommen die Ausführung dieser Arbeit ermöglichte, dann Hrn. Dr. H. Schiller, Mannheim, für mannigfache Förderung und Anregung auch nach seinem Abgang vom hiesigen Institut und schließlich Hrn. Doz. Dr. F. Feigl und seinen Mitarbeitern A. Deutsch und H. Gleich für die Ausführung der Analysen.

Wien, I. Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 7. März 1928)

6. *Mechanische Einflüsse auf die elektrische Leitfähigkeit von Metallen;*

von A. Michels

Der Einfluß mechanischer Bearbeitung auf die elektrische Leitfähigkeit von Metallen hat in den letzten Jahren ziemlich viel Interesse gefunden.

Die Deutung der verschiedenen Erscheinungen gab neuerdings Anlaß zu einer lebhaften Kontroverse, ohne daß aber ein ausschlaggebendes Resultat errungen wäre. Einige Untersuchungen, die wir über den Einfluß hydrostatischer Drucke auf den elektrischen Widerstand vorgenommen haben, sind mit keiner der bisher erörterten Theorien in Einklang zu bringen.

Wir versuchen hier einen Beitrag zu liefern zur Theorie dieser Vorgänge und es dürfte zweckmäßig sein, kurz die verschiedenen experimentellen Resultate zusammenzufassen und anzugeben, woran die bisherigen Theorien scheitern.

Wir verteilen die Einflüsse in zwei Kategorien:

A. Mechanische Beanspruchung unterhalb der Elastizitätsgrenze

1. Wird ein Metalldraht (vorläufig beschränken wir uns auf Drähte kristallinischer Struktur) einem einseitigen Zug unterworfen, so sinkt die Leitfähigkeit[1]) annähernd proportional der Belastung. Über den transversalen Effekt differieren die Meinungen. So findet u. a. P. W. **Bridgman** bei Eisen auch in transversaler Richtung eine Zunahme, während **Tomlinson** eine Abnahme findet.[2]) Im großen und ganzen weisen die Daten von **Bridgman** auf einen positiven Effekt hin.

2. Hydrostatischer Druck gibt im allgemeinen eine Leitfähigkeitsvergrößerung (Untersuchungen von **Bridgman**, Lu-

---

[1]) Vgl. u. a. W. **Geiss** u. J. A. M. **von Liempt**, Ztschr. f. Metallk. 18. S. 216. 1926.

[2]) Vgl. Zusammenstellung Handb. d. Phys. 13. S. 35.

sanna, Lafay, Liseli u. a.).[1] Ausgenommen sind die Metalle Li, Sr, Cs.

Angegeben wird, daß auch hier die Änderung des Widerstandes annähernd proportional dem Drucke sein soll. Dies letzte stimmt aber nicht mit unseren Resultaten[2] überein.

Wir finden folgende Werte für Platin.

Tabelle 1

$$\beta = \frac{\Delta \varrho}{\varrho \Delta p} 10^6$$

Druck in Kilo per cm^2	0–51,5	51,5–101,5	101,5–151,5	151,5–201,5	201,5–251,5
15,57	3,68	3,11	2,50	2,05	1,86
21,95	3,705	3,20	2,67	2,25	2,03
34,75	3,805	3,37	2,92	2,37	2,20

(Wir geben die mittleren Druckkoeffizienten zwischen den oberhalb jeder Kolonne angegebenen Drucken [in Kilogrammen pro cm^2].)

Aus diesen Daten folgt auch direkt, daß unsere Resultate nicht die allgemeine Meinung bestätigen, daß der Druckkoeffizient unabhängig ist von der Temperatur.

B. Belastung oberhalb der Elastizitätsgrenze

Bei Kaltbearbeitung von Metallen oberhalb der elastischen Grenze steigt der Widerstand, und zwar unabhängig von der Art der Bearbeitung, z. B. beim Ziehen und Hämmern.[3]

Bei gewalzten Wolframstreifen erhielten Geiss und von Liempt die gleiche Widerstandssteigerung parallel wie senkrecht der Walzrichtung.[4] Gleichzeitig sinkt der Temperaturkoeffizient:

$$\alpha = \frac{d\varrho}{\varrho\, d t} \quad (\varrho = \text{Widerstand}).$$

Geiss und von Liempt bewiesen, daß hier das Gesetz von Mathiesen gilt, daß also $\alpha \times$ spez. Widerstand konstant bleibt.[5]

---

[1] Vgl. Zusammenstellung Handb. d. Phys. 13. S. 29.

[2] Proc. Roy. Acad. A'dam, The influence of pressure on the electrical conductivity of platina. May 1927.

[3] W. Geiss u. J. A. M. von Liempt, Ztschr. f. Pys. 41. S. 370. 1927; E. Grüneisen und E. Goens, Ztschr. f. Phys. 44. S. 638. 1927; K. Becker, Ztschr. f. Phys. 42. S. 226. 1927.

[4] W. Geiss u. J. A. M. von Liempt, Ztschr. f. Metallk. a. a. O.

[5] W. Geiss u. J. A. M. von Liempt, Ztschr. f. Metallk. a. a. O.

Die allgemein herrschende Meinung, daß hydrostatische Drucke keine bleibende Widerstandsänderung zur Folge haben, müssen wir wieder bestreiten. Wir fanden bei allen von uns untersuchten Metallen eine Hysteresiserscheinung und zwar, eigentümlicherweise, wo Druckerhöhung eine Widerstandserniedrigung gab, wies die Hysteresis eine bleibende Widerstandserhöhung auf.

Wie bekannt, wird diese Widerstandsänderung oberhalb der Elastizitätsgrenze von einem mechanischen Effekt begleitet, allgemein bekannt unter dem Namen „Verfestigung“.

Nicht ohne Grund hat man versucht, die zwei Erscheinungen miteinander in Zusammenhang zu bringen. Die Verfestigungserscheinungen sind die folgenden:

1. Bei mechanischer Überbeanspruchung steigt die Fließgrenze.

2. Es entstehen Gitterdeformationen, begleitet von inneren Spannungen. Die Gitterdeformationen können nach der Methode von van Arkel röntgenographisch nachgewiesen werden, sie liegen bis oberhalb 0,2 Proz.[1])

3. Beim Ziehen von Metalldrähten richten sich die Kristalliten.[2])

Wenn man nun aber nach der Beanspruchung die Drähte glüht, bekommen sie wieder allmählich ihre normalen Eigenschaften zurück, die Gitterdeformationen verschwinden und ϱ und α bekommen ihren normalen Wert.[3])

Es war hauptsächlich Becker, der versucht hat die Widerstandsänderung auf den Einfluß dieser Gitterdeformationen zurückzuführen. Es scheint uns aber, daß es Geiss und von Liempt gelungen ist, zu beweisen, daß die Erklärung von Becker jedenfalls nicht alle Schwierigkeiten lösen kann. Unter anderem ist doch bei Wolfram nach Anlassen auf 900° die röntgenographisch nachweisbare Deformation gänzlich verschwunden, also mindestens unterhalb $^1/_4$ des anfänglichen Betrages heruntergedrückt (0,05 Proz. Deformation ist nach von Arkel noch nachweisbar), während die Änderung in der

---

[1]) A. E. von Arkel, Physica 1925; K. Becker, a. a. O.

[2]) E. Schmid u. G. Wassermann, Ztschr. f. Phys. 42. S. 779. 1927.

[3]) K. Becker, a. a. O.; W. Geiss und J. A. M. von Liempt, Ztschr. f. Metallk.

Leitfähigkeit nur erst um einen Bruchteil zurückgegangen ist. Becker gibt sogar an, daß man weit über die Rekristallisationsgrenze erhitzen muß, wo doch sicher keine Spannungen in den Kristallen mehr da sind, bevor der elektrische Widerstand wieder ganz normal geworden ist. Zweitens: wenn man einen gezogenen Draht abbeißt, weist der Drahtkern keine Gitterdeformierung auf, während der elektrische Widerstand von Kern und Mantel ungefähr der gleiche ist.1) Mit der Verfestigung ist es ähnlich. Schmidt und Wassermann (a. a. O.) fanden sogar für einen Kern, der also keine röntgenographisch nachweisbare Gitterdeformation besitzt, eine größere Verfestigung wie für die Randzone.

Andererseits scheint uns aber auch die Erklärung von Geiss und von Liempt nicht ausschlaggebend. Führen sie doch den Einfluß auf eine „Elektronenbahndeformation" zurück, es ist aber nicht klar, wie man sich diese Elektronenbahndeformation denken soll. Selbstverständlich kann man nicht im voraus behaupten, daß, wenn deformierende Kräfte im Gitter wirken, die Elektronenbahnen nicht geändert werden können, aber dann kann doch nicht diese Deformation der primäre Effekt sein, sondern nur ein erzwungener, und wenn dann auch, wie Geiss und von Liempt behaupten, diese Kräfte bereits lange verschwunden sind, müssen entweder die Elektronen wieder ihre gewöhnliche Bahn beschreiben oder sich in einem metastabilen Zustand befinden, wobei es recht unwahrscheinlich ist, daß sie darin unbestimmt lange beharren können, noch dazu bei Temperaturen bis oberhalb 2500°. Auch ist es nicht klar, wie dann der negative Druckeffekt zu kombinieren ist mit der positiven Hysteresis.

Einen dritten Erklärungsversuch gab Tammann.2) Er glaubt die Ursache der Kaltbearbeitung nur in dem Richtungseffekt der Kristalliten suchen zu müssen. Auch dieser Versuch scheitert für die Erklärung des Einflusses der allseitig angreifenden Kräfte, wie der hydrostatischen Drücke.

Genau die gleichen Einwände müssen wir gegen die Meinung von Borelius erheben.3)

---

1) W. Geiss u. J. A. M. von Liempt, Ztschr. f. Phys. 45. S. 631. 1927.

2) G. Tammann, Metallographie.

3) G. Borelius, Ann. d. Phys. 84. S. 909. 1927.

Borelius meint, daß Kaltbearbeitung die freie Weglänge für ein Elektronengas herunterdrückt, wodurch eine Widerstandssteigerung erklärbar wäre. Er schließt sich dabei den älteren Theorien der Elektronengasauffassung an, wo immer der positive Druckeffekt bei der Leitfähigkeit die Schwierigkeit bildet. Auch er löst die Frage nicht. Nur **Wien** und **Grüneisen** machen dazu einen Versuch. Für eine Kritik dieser und älterer Theorien verweise ich auf **W. Hume Rothery**.[1])

Unserer Meinung nach muß man die Ursache nicht in einem einzigen Effekt suchen wollen, vielmehr gibt es hier wenigstens zwei übereinander greifende Einflüsse, sowohl zur Erklärung der mechanischen Verfestigung, wie der Widerstandsänderung.

Bereits ziemlich lange kennt man eine rein mechanische Erscheinung, die auch darauf hinweist, daß bei der Verfestigung zwei verschiedene Ursachen eine Rolle spielen, namentlich der sogenannte „Bauschinger"-Effekt.

Noch vor kurzem ist hierüber eine Mitteilung erschienen von **Sachs** und **Shoji**.[2])

Kurz zusammengefaßt, besteht dieser Effekt in folgendem: wenn man ein Material oberhalb der Elastizitätsgrenze (**Sachs** und **Soyi** nahmen hierfür Messing) auf Druck belastet, so tritt eine Verfestigung ein. Nach dieser Beanspruchung gibt das Material für Druck- und Zugbelastung keine symmetrischen Erscheinungen mehr, doch scheint es für Zug weniger verfestigt zu sein wie für Druck. Umgekehrt wird eine Zugüberbeanspruchung eine größere Zugverfestigung geben. Wenn man das Material aber bei ziemlich niedriger Temperatur anläßt, verschwindet die Unsymmetrie und stellt sich die Festigkeit für beide gleich, und zwar auf einen Zwischenwert. Diese Erscheinung weist darauf hin, daß nach der Verfestigung anfänglich Spannungen vorliegen, die beim Anlassen verschwinden. Andererseits bleibt nach Beseitigung der Spannungen eine Verfestigung bestehen. Die Verfestigung kann also nur teilweise zurückgeführt werden auf innere Spannungen, zum größten Teil aber auf eine skalare Deformation, die wir hier der Kürze halber „Verdichtung" nennen wollen.

---

[1]) **W. Hume Rothery**, „The Metallic State", Phil. Mag. (7) 4. S. 1017. 1927.

[2]) **G. Sachs** u. **H. Shoji**, Ztschr. f. Phys. 45. S. 767. 1927.

Die gleichen Ursachen scheinen auch bei den elektrischen Erscheinungen eine Rolle zu spielen. Einen Beweis hierfür geben von uns durchgeführte Untersuchungen über den Einfluß von Druck auf die elektrische Leitfähigkeit von Gold.[1] Der Golddraht jedoch, der von uns untersucht worden ist, war ein hartgezogener Draht. Beim Ziehen nun kann man verschiedene Spannungen erwarten, sowohl Zugspannungen wie Druckspannungen. Wie wir uns die Spannungen vorzustellen haben lassen wir vorläufig unbesprochen. Dies leuchtet aber ein: beim hydrostatischen Druck werden die Zugspannungen verkleinert, die Druckspannungen vergrößert.

Dieser Einfluß überlagert sich dem gewöhnlichen Druckeinfluß. Nehmen wir als festgestellt an, daß Spannungen die Temperaturkoeffizienten erniedrigen, dann wird, wo Zugspannungen überwiegen, ein hydrostatischer Druck die Spannung herunterdrücken, also den Temperaturkoeffizienten vergrößern, wenn aber die Druckspannungen überwiegen, sinkt der Temperaturkoeffizient. Welcher Fall vorliegt, ist im voraus nicht zu sagen. Wohl läßt es sich leicht denken, daß bei niedrigem Anlassen, wenn also die Spannungen anfangen zu verschwinden, diese Verringerungen von Druck- und Zugspannungen nicht proportional vor sich gehen, so daß der Temperaturkoeffizient sich ändern kann. Nun wirkt Druck widerstandserniedrigend, Temperatur widerstandserhöhend, ein größerer Temperaturkoeffizient wird sich deswegen ausdrücken in einem kleineren Druckkoeffizienten.

Unsere Tab. 2 und 3 weisen darauf hin, daß wirklich diese Erscheinung bei unserem gezogenen Golddraht vorliegt.

Tabelle 2[2]

$$\beta = -\frac{\Delta \varrho}{\varrho \Delta p} \cdot 10^6$$

Druck in Kilo per cm²	0—51,5	51,5—101,5	101,5—151,5	151,5—201,5	201,5—251,5
16,95	5,02	4,90	4,78	4,69	4,58
28,46	4,90	4,82	4,71	4,60	4,58

---

[1] A. Michels, P. Guls and Miss C. Verand, Proc. A'dam. Oct. 1926; A. Michels and P. Guls, Proc. A'dam. Oct. 1927.

[2] Maximale Abweichung der Mittelwerte ± $1,4 \cdot 10^{-6}$.

Nach Aufnahme dieser Daten haben wir den Golddraht auf eine Temperatur von 40° gebracht und wieder aufs neue den Druckkoeffizient bestimmt. Tab. 3 gibt die Resultate. Es ergibt sich, daß überall aber zwischen 200 und 250 Atmosphären der Druckkoeffizient sich merkbar geändert hat. Zumal die maximale Änderung korrespondiert mit einer Änderung in $\alpha = \frac{\Delta \varrho}{\varrho \Delta t}$ unweit von $^1/_{300}$. Es läßt sich aber im voraus sagen, daß, sobald die von dem hydrostatischen Druck erzeugten Druckspannungen größer sind wie die anfänglich vorliegende Zugspannung, und zumal wenn wir stellenweise die Fließgrenze überschreiten, dieses Bild verschwinden muß. Dies wird sich ausdrücken in einem allmählichen Konstantwerden der Druckkoeffizienten bei verschiedenen Temperaturen. Eine Serie Messungen bis 1000 Atmosphären (Tab. 4) bestätigt diese Vorhersage. Andererseits muß ein spannungsloses Material ein ganz anderes Bild geben. Hier muß das Material von Anfang der Druckanwendung an sofort den Charakter eines unreineren Materials aufweisen. Mit anderen Worten:

Tabelle 3

$$\beta = -\frac{\Delta \varrho}{\varrho \Delta p} \cdot 10^6$$

Druck in Kilo per cm²	0—51,5	51,5—101,5	101,5—151,5	151,5—201,5	201,5—251,5
18,75	4,96	4,85	4,78	4,59	4,40
28,5	4,89	4,71	4,52	4,32	4,15
40,0	4,75	4,48	4,17	4,02	3,85

Tabelle 4[1])

$$\beta = -\frac{\Delta \varrho}{\varrho \Delta p} \cdot 10^6$$

Druck in Kilo per cm²	0—209,4	209,4—408,3	408,3—607,1	607,1—806,0	806,0—1004,8
20,9	4,75	4,14	3,46	3,07	2,92
28,3	4,62	4,00	3,33	3,04	2,92
39,1	4,38	3,77	3,17	3,00	2,91

---

1) Maximale Abweichung $4 \cdot 10^{-3}$.

der Druckkoeffizient muß bei niedrigen Temperaturen kleiner sein wie bei höheren. Unsere Tab. 1 gibt dieses Bild. Der Platindraht war ein sorgfältig ausgeglühtes Material. Diese Daten beweisen also, daß wirklich die Spannungen eine Rolle spielen. Andererseits ist hiermit die Frage noch nicht ganz gelöst, denn erstens: wie muß man sich diese Spannung vorstellen und zweitens, was ist die skalare Erscheinung, die wir „Verdichtung“ genannt haben? Es scheint uns nun, daß die einzige Möglichkeit die Erscheinungen zu deuten, vorläufig in der Richtung liegt, die uns Smekal gewiesen hat.[1] Ein Versuch, die skalare Verdichtung auf eine reine Kornverkleinerung zurückzuführen, scheint uns aussichtslos. Dann müßte man sich doch denken, daß auch, wenn alle Spannungen verschwunden sind, durch entsprechendes Anlassen, eine Verkleinerung der Kristalliten, also eine Lockerung des Verbandes im Metall, eine größere Festigkeit geben würde. Selbstverständlich kann aber die Kornverkleinerung und deshalb eine Vergrößerung der totalen inneren Oberfläche eine sekundäre Erscheinung sein, die wir später auch in Betracht ziehen müssen.

Wie bekannt, nimmt Smekal an, daß zwischen den Gitterbausteinen kleine Defekte sind. Ohne daß wir auf seine Theorie zu weit zurückgreifen, können wir doch behaupten, daß zumal bei kristallitischer Struktur zwischen den Kristalliten dies leicht verständlich ist.[2] Das Material wird wahrscheinlich zwischen den Kristalliten nicht ganz regellos liegen, aber aus Kristalliten bestehen, welche zu klein sind, um sie röntgenographisch nachzuweisen. Ob dies nun Körper sind von der Größe der Gitterbausteine 10^4 bis 10^5 Gitterindividuen[3]), ist hier für die Erklärung nicht von Bedeutung. Da diese Kristallite regellos orientiert durcheinander liegen, ist es unmöglich, daß sie schön aneinander passen und es werden selbstverständlich überall submikroskopisch kleine ungefüllte

---

[1] Vgl. u. a. A. Smekal, Ztschr. f. techn. Phys. 7. S. 535. 1926.

[2] Der Hauptgedanke von Smekal ist aber, daß dies auch zutrifft innerhalb der Kristallite und sogar auch in Einkristalldrähten. Wiewohl wir uns ihm ganz gerne dabei anschließen, wollen wir dies hier nicht in Betracht ziehen, da uns zurzeit noch keine Daten vorliegen über Einkristalldrähte, wie sie von uns für kristallitische Drähte gefunden sind.

[3] Vgl. A. Smekal, a. a. O.

Räume da sein. Sobald nun das Material belastet wird, werden überall Gitterdeformationen eintreten. Die Gitterindividuen nähern sich einander, aber nicht regelmäßig, doch z. B. mehr da, wo die Kristallite einander mit Kanten und Ecken berühren. Sobald die Deformation genügend groß und also die angehäufte Energie ausreichend wird, ist die Möglichkeit da, daß irgendein Atom in die vorhandenen Räume entweicht, und eine Stelle besetzt, wie es sich am besten dem Gefüge anpassen kann; das Fließen und die Verdichtung ist eine Tatsache geworden. Beim Abschwächen der angewendeten Kräfte bleiben die Spannungen teilweise und die Verdichtung gänzlich bestehen. Wird nun das Material angelassen, dann bekommen die Atome mehr kinetische Energie, doch in dem Punkte, wo Spannungen vorliegen, war bereits potentielle Energie angehäuft. Es versteht sich, daß die Deformation, die auf die Spannungen zurückzuführen ist, eine geringere thermische Energie zum Ausgleichen bedarf wie die Verdichtungsdeformation. Deshalb wird auch die Verdichtung erst bei viel höherer Temperatur rückgängig wie der Spannungseffekt. Im Anschluß hieran ist es wohl bemerkenswert, daß wenn z. B. ein Stab kalt gezogen und und später geglüht wird, die Rekristallisation da am stärksten eingreift, wo die plastische Deformation die größte war. Läßt man das Material längere Zeit sich rekristallisieren, dann können auch die Hohlräume so stark anwachsen, daß sie mikroskopisch beobachtbar werden.

Zur Erklärung der Erscheinungen haben wir nur also zu postulieren, daß die drei Deformationen, Spannung, Verdichtung und Kornzerkleinerung, auf das elektrische Leitvermögen einwirken. Wie wir uns das denken müssen, ist selbstverständlich nicht ohne weiteres zu sagen, so lange der Mechanismus der metallischen Elektrizitätsleitung unbekannt ist. Nur scheint es nicht leicht, die Erscheinungen in Einklang zu bringen mit der Auffassung einer Elektronenatmosphäre als Ursache der elektrischen Leitung.

Die zweite übliche Auffassung, bei der man annimmt, daß ein Elektron von einer Bahn in einem Atom auf eine solche in einem zweiten übergeht, scheint eher eine Erklärung zuzulassen. Dann wäre es möglich folgenden Mechanismus sich zu denken, den wir aber nur als eine Art Arbeitshypothese aufgefaßt sehen wollen.

Wenn die Atome ordnungsgemäß ihren Platz im Gitter einnehmen und keine Wärmebewegung besitzen, wird sich unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes ein stationärer Übergang der äußeren Elektronen von Atom auf Atom einstellen können.[1]) Wie groß die Leitfähigkeit ist, hängt lediglich davon ab, ob die Distanz der Atome mehr oder weniger günstig ist.

Thermische Bewegung wird dann selbstverständlich störend wirken. Dies erklärt den positiven Temperaturkoeffizient des Widerstandes. Wenn nun das Gitter homogen zusammengepreßt wird (hydrostatischer Druck), kann dies entweder der Leitung zur Hilfe kommen oder ihr entgegenwirken. Es ist nur die Frage, inwieweit die ursprüngliche Distanz zwischen den Atomen kleiner oder größer ist als das Optimum. Ja es ist sogar möglich, daß man ein Optimum überschreitet und die Leitfähigkeit erst bis auf einen gewissen Druck steigt und danach abfällt, wie bei Cs von Bridgman gefunden ist. Es versteht sich nun aber auch, daß eine inhomogene Gitterdeformation im allgemeinen eine Widerstandsvergrößerung zur Folge hat, andererseits läßt es sich denken, daß die Temperaturerhöhung bei deformiertem Gitter weniger vergrößernd auf die Amplituden wirken wird, da die Atome sich unter dem Einfluß elastischer Kräfte befinden, und daher sinkt der Temperaturkoeffizient.

Anders liegt die Sache bei einer überelastischen Beanspruchung. Hier greifen die beiden Einflüsse, Verdichtung durch Herunterdrücken der Smekalschen Räume und Kornzerkleinerung ein. Wie bereits angegeben, muß die Verdichtung verantwortlich gemacht werden für die höhere Fließgrenze. Wenn sie auch die Ursache ist für die Widerstandsvergrößerung, dann wäre dies nur so zu deuten, daß die Hohlräume da, wo die Kristalliten einander berühren und die Gitter nicht anschließen, der größere zur Verfügung stehende Raum den Übergang der Elektronen befördert.

Uns scheint es aber eher wahrscheinlich, daß hier die Ursache in der Kornzerkleinerung zu finden ist. Wo das Gitter nicht ideal zusammenschließt, also bei der inneren Oberfläche, wird der ideale Übergang der Elektronen gestört. Überelastische Beanspruchung hat auch Bruch innerhalb der Kristallite zur Folge. Es vermehrt sich also die innere Oberfläche und dadurch der Widerstand.

---

[1]) Vgl. Kamerlingh-Onnes, Rapport sur nouvelles expériences sur les supraconducteurs. Comm. Leiden, Suppl. 50.

Daß obenstehender Mechanismus wirklich der richtige ist, ist schwer zu behaupten, solange der Mechanismus der Elektrizitätsleitung an sich nicht sichergestellt ist. Wir wollen obenstehendes nur als eine Probe betrachtet sehen, die verschiedenen Ergebnisse miteinander in Einklang zu bringen.

Wohl sind aber für die Unterteilung der Einflüsse in zwei oder drei verschiedene

Deformation mit Spannungen,
skalare Verdichtung,
eventuell mit Kornzerkleinerung

starke Gründe anzuführen.

Leider sind die Daten, die uns bis jetzt aus unseren Messungen zur Verfügung stehen, nur wenig zahlreich. Das hier Mitgeteilte gibt uns aber einen Hinweis, in welcher Richtung die Experimente weiterzuführen sind. Innerhalb kurzer Zeit hoffen wir nähere Resultate veröffentlichen zu können.

Amsterdam, 22. Mitteilung des „van der Waals-Fonds“.

(Eingegangen 13. März 1928)

Wellenlänge: 450 m
Elektrodenabstand: 10 cm
85 Milliampere

	Druck in mm Hg	Spannung in Volt
a	4,45	725
b	2,11	600
c	1,08	585
d	0,75	610
e	0,52	620
f	0,20	750
g	0,101	850
h	0,05	1060

Fig. 7

E. Hiedemann

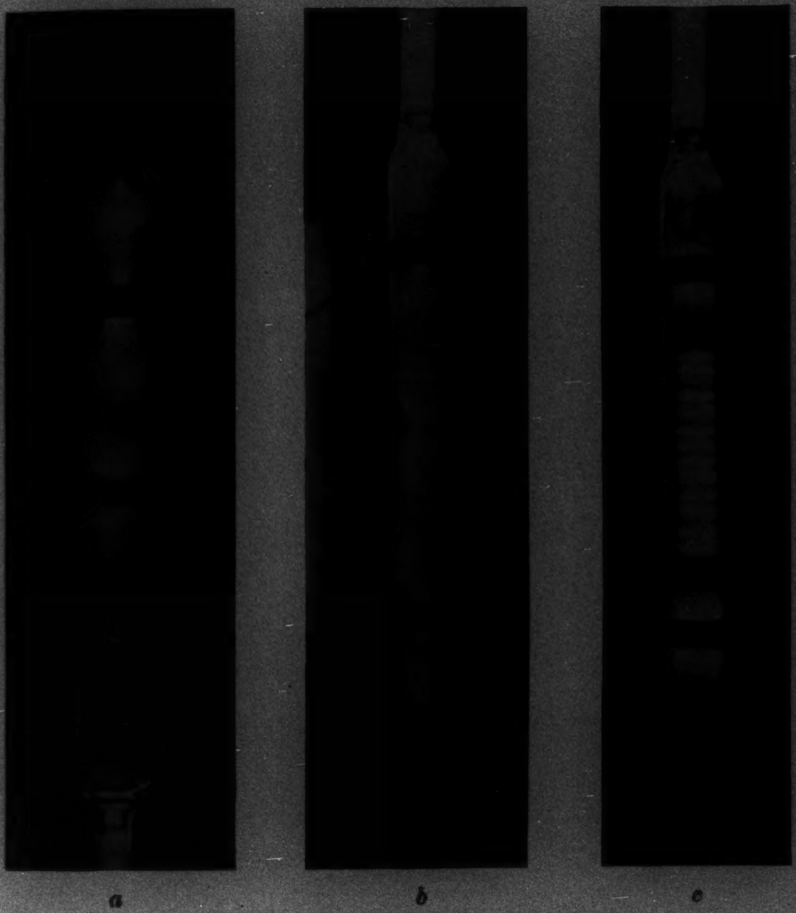


Fig. 8

E. Hiedemann

Druck: 1,08 mm Hg
Wellenlänge: 450 m
83 Milliampere

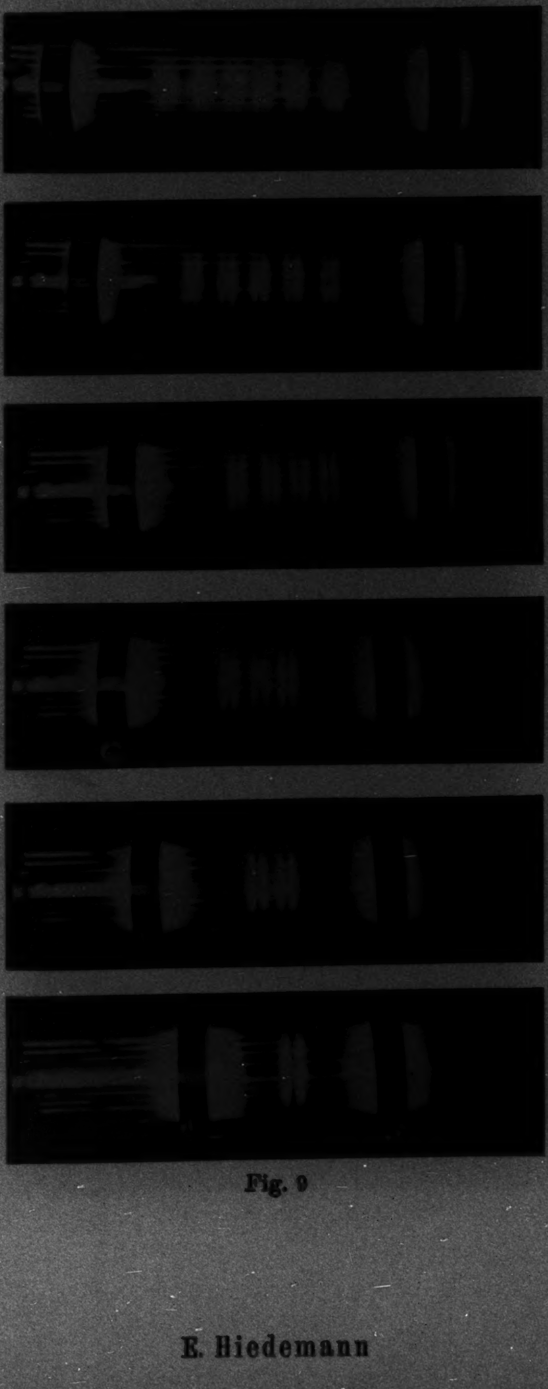


Fig. 9

E. Hiedemann

1928 № 7

ANNALEN DER PHYSIK

VIERTE FOLGE BAND 85

1. *Skineffekt in zylindrischen Leitern;*
von M. J. O. Strutt

Früher wurde gezeigt, wie man aus den Maxwellschen Gleichungen eine lineare Integralgleichung ableiten kann für die Stromverteilung in Leitern.[1] In der vorliegenden Arbeit wird auf die Lösung dieser Integralgleichung für zwei besondere Fälle eingegangen. Die Stromverteilung und somit der Widerstand bei sehr hohen Frequenzen können aus der Lösung eines elektrostatischen Problems entnommen werden. Dieses Prinzip wird angewandt auf den Skineffekt im elliptischen Zylinder und die Ergebnisse werden verglichen mit Messungen an bandförmigen Leitern.

1. Integralgleichung für die Stromverteilung

Nimmt man an, es liegen nicht-ferromagnetische Leiter vor, und definiert man das elektromagnetische Vektorpotential $\mathfrak{A}$ durch

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{B} = \operatorname{curl} \mathfrak{A},$$

wobei $\mathfrak{H}$ die magnetische Kraft und $\mathfrak{B}$ die magnetische Induktion bedeuten, so genügt die elektrische Kraft $\mathfrak{E}$ der Gleichung

$$\mathfrak{E} = -\frac{i\omega}{c} \cdot \mathfrak{A} - \operatorname{grad} \Phi,$$

wobei Φ das elektrostatische Potential bedeutet und die Gaussschen Einheiten verwendet worden sind.

---

[1] Verf., Ztschr. f. Phys. 45. S. 625. 1927; Ch. Mannebeck, Journ. Math. and Phys. 1. S. 124. 1922; Ch. Snow, Sc. Papers Bureau Standards Nr. 509. 1925; L. H. Curtis, Sc. Paper Bureau Standards Nr. 374. 1920; Phys. Rev. 18. S. 156. 1921; C. N. Hickman, Sc. Papers Bureau Standards 17. S. 73; J. R. Carson, Bell System technical Journ. 4. S. 1. 1927; H. B. Dwight, General Electric Review 1927. S. 531; F. Noether, Ann. d. Phys. 84. S. 775. 1927; Ztschr. Angew. Math. u. Mech. 7. S. 453. 1927; Handb. d. Phys. 13. S. 97. 1927.

In Leitern ist

$$\operatorname{grad}\Phi$$

überall null. Beachtet man noch, daß $\mathfrak{A}$ gegeben wird durch den Ausdruck

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{c}\cdot\iiint\frac{\mathfrak{S}}{r}\cdot d\,v,$$

wobei das Feld quasistationär gedacht ist (Strahlung vernachlässigt) und $\mathfrak{S}$ die elektrische Stromdichte bedeutet, so ergibt sich unmittelbar für $\mathfrak{S}$ die Integralgleichung:

$$\text{(1)} \qquad \mathfrak{S} = -\frac{i\,\omega}{c^2}\cdot g\cdot\iiint\frac{\mathfrak{S}}{r}\cdot d\,v + \text{const},$$

wobei g die spez. Leitfähigkeit bedeutet und die Raumintegrale über alle Leiter zu erstrecken sind. Die Integralgleichung (1) läßt sich auf anderem Wege sofort verifizieren, indem man auf beide Glieder den „Operator"

$$\triangle = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

anwendet und beachtet, daß

$$\triangle\left(\frac{1}{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2}}\right)$$

überall identisch verschwindet außer im Punkte $x = \xi$, $y = \eta$, $z = \zeta$, wo $\triangle\frac{1}{r}$ einmal unendlich wird und das Integral ergibt

$$\lim_{s\to 0}\iiint\limits_{\substack{\xi = x+s\\ \eta = y+s\\ \zeta = z+s}}\triangle\frac{\mathfrak{S}(\xi,\eta,\zeta)}{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2}}\cdot d\,\xi\cdot d\,\eta\cdot d\,\zeta,$$

wofür man durch Anwendung des Greenschen Satzes erhält:

$$-4\,\pi\cdot\mathfrak{S}(x,y,z),$$

so daß $\mathfrak{S}$ der wohlbekannten Differentialgleichung:

$$\text{(2)} \qquad \triangle\,\mathfrak{S} = \frac{i\cdot 4\,\pi\cdot\omega\cdot g}{c^2}\cdot\mathfrak{S} = \alpha^2\cdot\mathfrak{S}$$

genügt, während $\mathfrak{A}$, das sich nur durch einen Faktor von $\mathfrak{S}$ unterscheidet, an der Leiterbegrenzung der Randbedingung der Stetigkeit genügt. Hierdurch ist die Stetigkeit der tangentiellen $\mathfrak{H}$- und der normalen $\mathfrak{B}$-Komponenten an der Leiteroberfläche für den behandelten nicht-ferromagnetischen Fall versichert.

Für den uns interessierenden Fall der zylindrischen Leiter hängt $\mathfrak{S}$ nicht von z ab, so daß im rechten Gliede von (1) die Integration nach ζ sofort auszuführen ist und ergibt

$$(3)\quad \begin{cases} \mathfrak{S}(x, y) = \dfrac{\alpha^2}{2\pi} \cdot \displaystyle\iint \ln \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2} \\ \qquad\qquad \cdot\, \mathfrak{S}(\xi, \eta) \cdot d\xi \cdot d\eta + \text{const}, \end{cases}$$

welche Gleichung, wie ich nach Publikation der ersten unter 1) zitierten Arbeit bemerkte, in einer völlig äquivalenten Form bereits früher von Ch. **Manneback** (a. a. O.) auf anderem Wege erhalten war.

Man kann durch Differentiation die Gleichung (3) wieder sofort verifizieren, wenn man beachtet, daß

$$\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right\} \ln \sqrt{(x-\xi)^2 + (\eta - y)^2}$$

eine „Zackenfunktion"[1]) mit einer auf 2π normierten Unendlichkeitsstelle darstellt (überall null und ∞ im Punkte $x = \xi$, $y = \eta$).

2. Anwendung der Integralgleichung (3) auf kreisförmige und plattenförmige Einzelleiter

Im Falle eines Einzelleiters von kreisförmigem Querschnitt ist die Lösung von (3) leicht zu erhalten, wie **Manneback** (a. a. O.) gezeigt hat. Durch Einführung von Polarkoordinaten (ϱ, Φ) und (r, Θ) erhält man:

$$(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 = \varrho^2 \left\{\left(\frac{r}{\varrho}\right)^2 + 1 + 2\frac{r}{\varrho} \cdot \cos(\Phi - \Theta)\right\}$$

und

$$(4)\quad \begin{cases} \ln\{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2\} = \ln \varrho^2 + \ln \left\{\left(\dfrac{r}{\varrho}\right)^2 \right. \\ \qquad\qquad \left. + 1 + 2\dfrac{r}{\varrho} \cdot \cos(\Phi - \Theta)\right\} \cdot \end{cases}$$

Weiter läßt sich schreiben (**Manneback**, a. a. O.) für

$$0 < \varrho < r$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2} \ln \left\{\left(\dfrac{r}{\varrho}\right)^2 + 1 + 2\dfrac{r}{\varrho} \cdot \cos(\Phi - \Theta)\right\} = \dfrac{r}{\varrho} - \displaystyle\sum_1^\infty \frac{1}{n}\left(\frac{\varrho}{r}\right)^n \\ \qquad\qquad \cdot \cos n(\Phi - \Theta) \end{cases}$$

---

[1]) Vgl. z. B. P. A. M. **Dirac**, Proc. Roy. Soc. A. 113. S. 625. 1926.

für

$$0 < r < \varrho$$

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{1}{2}\ln\left\{\left(\frac{r}{\varrho}\right)^2 + 1 + 2\frac{r}{\varrho}\cdot\cos(\Phi-\Theta)\right\} = -\sum\limits_1^\infty \frac{1}{n}\left(\frac{r}{\varrho}\right)^n \\ \qquad\qquad\qquad\qquad \cdot\cos n(\Phi-\Theta). \end{array}\right.$$

Der Kern der Integralgleichung (3) besteht nach (4) aus zwei Teilen. Der erste Teil hat aber (da über ϱ integriert wird) keinen Einfluß auf die Abhängigkeit der Stromdichte von r und Θ und ändert lediglich die Konstante in Gleichung (3). Da aber diese Konstante später so bestimmt wird, daß der Gesamtstrom einen vorgegebenen Wert erhält, tut eine Änderung der Konstanten während der Lösung von (3) nichts zur Sache. Aus dieser Bemerkung ist ersichtlich, daß die Gleichung (3) mit der von Manneback (a. a. O.) angeschriebenen völlig identisch ist.

Zur Lösung bemerken wir noch, daß $\mathfrak{S}$ unabhängig von Θ ist, wie aus der Kreissymmetrie hervorgeht. Hierdurch kann man in der Gleichung

$$\left\{\begin{array}{l} \mathfrak{S}(r) = \frac{i\,\omega\,g}{c^2}\cdot\int\limits_{\Phi=0}^{\Phi=2\pi} d\,\Phi\cdot\int\limits_0^a d\,\varrho\cdot\mathfrak{S}(\varrho)\cdot\ln\left\{\left(\frac{r}{\varrho}\right)^2\right. \\ \qquad\qquad \left.+ 1 + 2\frac{r}{\varrho}\cos(\Phi-\Theta)\right\} + \text{const} \end{array}\right.$$

sofort über Φ integrieren und erhält die endgültige Gleichung

$$\mathfrak{S}(r) = \text{const} + \alpha^2\cdot\int\limits_0^r\cdot\ln\frac{r}{\varrho}\cdot\mathfrak{S}(\varrho)\cdot\varrho\cdot d\,\varrho \tag{5}$$

mit

$$\alpha^2 = \frac{4\pi\,\omega\,g\cdot i}{c^2}.$$

Hierbei ist zu beachten, daß die obere Grenze automatisch gleich r wird, da die Integration von r bis a keinen Beitrag liefert. Mit (5) haben wir aber eine Volterrasche Integralgleichung[1]) für $\mathfrak{S}$ gewonnen, deren Neumannsche[2]) Reihe bekanntlich für jedes α^2 beständig konvergiert. Die Anwendung der Neumannschen Reihe auf (5) gibt daher sofort die Lösung

---

[1]) Vgl. z. B. Courant-Hilbert, Meth. der math. Phys. 1. S. 137. 1924.

[2]) Courant-Hilbert, a. a. O. S. 123.

$$\mathfrak{S}(r) = K \cdot \sum_{0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\alpha r}{2}\right)^{2n} \cdot (-1)^n}{(n!)^2} = K \cdot J_0(\alpha r). \tag{6}$$

Unter einem plattenförmigen Leiter wollen wir einen unendlich breiten, von zwei parallelen Ebenen begrenzten Streifen verstehen, d. h. $\mathfrak{S}(x y)$ in Gleichung (3) soll z. B. nicht von y abhängen. In diesem Fall kann man in Gleichung (3) sofort von $-\infty$ bis ∞ über $d\eta$ integrieren. Die Ebene $x = 0$ legen wir in die Mitte zwischen die oben erwähnten Grenzebenen. Dann hängt aus Symmetriegründen $\mathfrak{S}$ nicht vom Vorzeichen von x ab, das heißt, wir brauchen über ξ nur von 0 bis a (halbe Dicke des Leiters) zu integrieren und können dafür einen Faktor zwei vor das Integral schreiben.

Die Durchführung der Integration unter Beachtung der letzten Bemerkung ergibt:

$$\mathfrak{S}(x) = \text{const} + \alpha^2 \int_0^a |x - \xi| \cdot \mathfrak{S}(\xi) \cdot d\xi. \tag{7}$$

Endlich kann man bemerken, daß die Stromdichte $\mathfrak{S}(\xi)$ für $\xi > x$ keinen Einfluß haben kann auf die Stromdichte $\mathfrak{S}(x)$. Hieraus ergibt sich, daß die obere Grenze in der Gleichung (7) durch x ersetzt werden darf, so daß für $\mathfrak{S}$ die Volterrasche Integralgleichung:

$$\mathfrak{S}(x) = \text{const} + \alpha^2 \cdot \int_0^x (x - \xi) \cdot \mathfrak{S}(\xi) \cdot d\xi \tag{8}$$

entsteht, deren Lösung mit der Neumannschen Reihe ergibt[1])

$$\mathfrak{S}(x) = K \cdot \left[1 + \sum_{1}^{\infty} \frac{(\alpha x)^{2n}}{(2n)!} \cdot (-1)^n\right] = K \cdot \mathfrak{Cos}\, \alpha x.$$

In der Praxis treten bandförmige Leiter auf, deren Breite groß ist, etwa das 10- bis 20-fache der Dicke beträgt. Früher

---

1) Man kann die Volterrasche Gleichung (8) auch einfach direkt aus der Differentialgleichung des $\mathfrak{Cos}\, \alpha x$ ableiten, z. B. nach Riemann-Weber I, S. 427. 1925.

hat man diese Leiter vielfach als plattenförmige Leiter im obigen Sinne behandelt.[1])

Durch ausgedehnte Meßreihen haben wohl zuerst Kennelly, Laws und Pierce[2]) nachgewiesen, daß diese Auffassung dem Experiment nicht entspricht und haben auch durch Aufnahme von magnetischen Feldbildern gezeigt, daß die beträchtlich größer gemessenen als berechneten Verluste namentlich der Induktion des Magnetfeldes in den Leiterkanten zugeschrieben werden müssen. (Bei der „Plattentheorie“ verläuft das äußere magnetische Feld ganz den Grenzebenen parallel.) H. B. Dwight hat hierauf Rechnungen angestellt[3]), wobei angenommen wurde, daß $\mathfrak{S}$ nicht von x (gelegt in Richtung der kleinsten Leiterabmessung), sondern nur von y abhängt. Die nur für niedere Frequenzen angegebenen Ergebnisse entsprechen dem Experiment. Manneback (a. a. O.) hat die obige Annahme zuerst in eine Integralgleichung übersetzt. Man erhält sie aus der Gleichung (3) durch die Überlegung, daß x von ξ sich stets verschwindend wenig unterscheiden wird, so daß die Integration über $d\xi$ einen Faktor b (Dicke des bandförmigen Leiters) vor das Integral ergibt. Es entsteht:

$$(9) \qquad \mathfrak{S}(y) = \text{const} + \frac{\alpha^2 \cdot b}{2\pi} \int_{-a}^{a} \ln \sqrt{(y-\eta)^2} \cdot \mathfrak{S}(\eta) \cdot d\eta$$

mit $2a$ die größte Abmessung (Breite) des Leiters. Auf (9) kann man die folgende Überlegung anwenden. Zunächst hängt $\mathfrak{S}$ wegen der Symmetrie nicht ab vom Vorzeichen von y, so daß man auch von 0 bis a integrieren und einen Faktor 2 vor das Integral setzen kann. Dann beeinflußt aber die Stromdichte $\mathfrak{S}(\eta)$ für $\eta > y$ die Stromdichte $\mathfrak{S}(y)$ wohl, so daß statt (9) diesmal die Gleichung entsteht:

$$(10) \qquad \mathfrak{S}(y) = \text{const} + \frac{\alpha^2 \cdot b}{\pi} \int_{0}^{a} \ln |y-\eta| \cdot \mathfrak{S}(\eta) \cdot d\eta,$$

---

1) Neuerdings hat F. Noether, Handb. d. Phys. 13. S. 96. 1927 dieser Ansicht wieder Ausdruck gegeben.

2) A. E. Kennely, F. A. Laws und P. H. Pierce, Proc. Am. Inst. El. Eng. 34. S. 1770. 1915.

3) H. B. Dwight, Proc. Am. Inst. El. Eng. 37. S. 977. 1918.

von der man weiß, daß ihre Fredholmsche Reihe für jedes $\alpha^2 b/\pi$ beständig konvergiert. Die Ausrechnung der Reihe ergibt nun aber leider keine bekannte Funktion; die ersten zwölf Glieder hat bereits H. B. Dwight (a. a. O.) angegeben.

Für allgemeinere Querschnittsformen läßt sich die Gleichung (3) nicht auf eine Volterrasche Gleichung zurückführen, so daß man hier zur Lösung etwa die Fredholmschen Formeln zu benutzen hätte. Das erste Glied der Neumannschen Reihe für einen rechteckigen Querschnitt ist berechnet worden.[1]) Auch für ein homogenes äußeres Feld wurde im letzteren Falle die Stromverteilung angegeben[2]), doch entspricht diese Annahme nicht dem allgemeinen Fall des Skineffekts[3]) nach Gleichung (3).

3. Asymptotische Stromverteilung beim Skineffekt

Bei sehr hoher Frequenz läßt sich die Stromverteilung über zylindrische Leiter aus der Lösung eines elektrostatischen Problems entnehmen. Obwohl dies eine bereits längst bekannte[4]) und sicherlich genügend begründete Tatsache ist, möchte ich ihr doch einige Worte widmen, weil erst kürzlich[5]) in der Literatur einer unrichtigen Anschauung über die asymptotische Stromverteilung Ausdruck gegeben wurde, die beruht auf einer falschen Anwendung des Faradayschen Gesetzes an der Leiteroberfläche.[6])

Weil das Innere der Leiter bei hohen Frequenzen feldfrei wird, verschwindet die normale Komponente der magnetischen Kraft, so daß diese an der Leiteroberfläche tangentiell verläuft. Hieraus folgt sofort, daß das Vektorpotential $\mathfrak{A}$ an den Leiteroberflächen einen konstanten Wert besitzt. Das Vektorpotential genügt also dem gleichen Randproblem, wie das skalare Potential Φ, und die Stromdichte an den Leiteroberflächen entspricht den elektrostatischen Ladungen, während dem Gesamtstrom durch einen Leiter die Gesamtladung entspricht.

---

[1]) Verf., Arch. f. Elektrot. 18. S. 282. 1927.

[2]) Verf., Ann. d. Phys. 83. S. 979. 1927.

[3]) Wie F. Noether an drei Stellen (a. a. O) ganz richtig bemerkt.

[4]) Lord Kelvin, Math. and Phys. Papers 5. S. 492. 1890; A. Russell, Proc. Phys. Soc. 31. S. 111. 1918; S. Butterworth, Proc. Roy. Soc. A. 107. S. 707. 1925.

[5]) F. Noether an drei Stellen a. a. O.

[6]) An der Leiteroberfläche verschwindet im vorliegenden Fall nämlich die *tangentielle* elektrische Kraft.

Man kann übrigens die obige Schlußweise übergehen mit der Bemerkung, daß der Fall hoher Frequenz ganz dem Fall unendlicher Leitfähigkeit entspricht und sodann die Folgerungen dieses letzteren Falles übernehmen.[1]

Dieses Prinzip gestattet auch leicht die Berechnung des Wechselstromwiderstandes bei hoher Frequenz.[2]

4. Anwendung auf den elliptischen Zylinder

Teils als Beispiel zum Abschnitt 3, andererseits aber auch des Vergleiches mit Meßergebnissen an dünnen bandförmigen Leitern wegen, soll der Widerstand eines zylindrischen Leiters von elliptischem Querschnitt bei hoher Frequenz berechnet werden.[3]

Das elektrostatische Problem wird bekanntlich gelöst durch Einführung elliptischer Koordinaten (Fig. 1):

$$\left\{\begin{aligned} x &= c \cdot \mathfrak{Cof}\,\xi \cdot \cos\eta \\ y &= c \cdot \mathfrak{Sin}\,\xi \cdot \sin\eta, \end{aligned}\right. \tag{11}$$

$$(c = \text{lineare Exzentrizität}).$$

Die Potentialfunktion, welche auf der Zylinderoberfläche konstant ist, lautet

$$\Phi = \xi. \tag{12}$$

Der Zylinderoberfläche soll

$$\xi = \xi_1$$

entsprechen. Dann ergibt sich die örtliche Ladung (bis auf einen gleichgültigen Faktor) aus (12) durch Differentiation[4]):

$$u = \frac{1}{c \cdot \sqrt{\mathfrak{Cof}^2\,\xi_1 - \cos^2\eta}} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \frac{1}{c \cdot \sqrt{\mathfrak{Cof}^2\,\xi_1 - \cos^2\eta}}. \tag{13}$$

---

[1] Z. B. **Abraham-Föppl**, Theorie der Elektrizität 1. S. 285 und S. 292. 6. Aufl.

[2] Vgl. z. B. S. **Butterworth**, a. a. O.

[3] Die frühere Berechnung des Skineffektes im elliptischen Zylinder, Ann. d. Phys. 84. S. 502, stützt sich auf die Annahme eines homogenen äußeren Feldes, die nicht dem allgemeinen Fall entspricht.

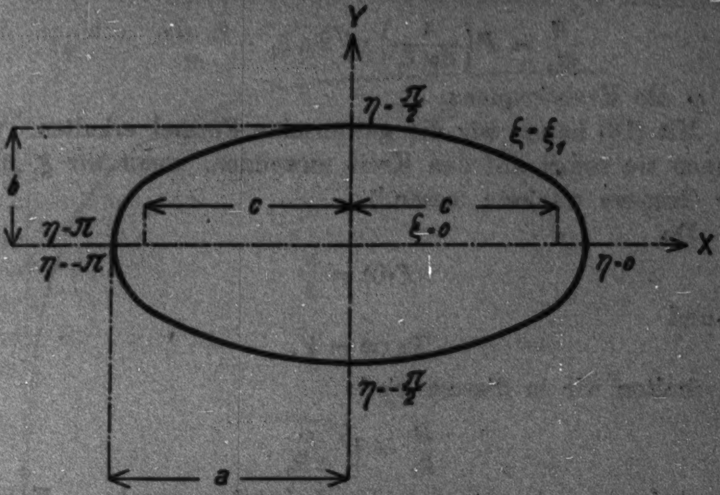
[4] Vgl. z. B. F. **Ollendorff**, Hochfrequenztechnik S. 443. 1926.

Hieraus geht unmittelbar die (tangential gerichtete) magnetische Feldstärke hervor:

(14) $$H = \frac{4\pi}{c\cdot\sqrt{\mathfrak{Cof}^2\xi_1 - \cos^2\eta}}\,.$$

Da das Element des Ellipsenumfanges lautet

$$dS = c\cdot\sqrt{\mathfrak{Cof}^2\xi_1 - \cos^2\eta}\cdot d\eta\,,$$



Elliptische Koordinaten.
Fig. 1

erhält man für die gesamte dissipierte Energie im Leiter¹):

$$W = \frac{2\pi^2}{c}\cdot\sqrt{\nu\cdot\varrho}\cdot\int\limits_{-\pi}^{\pi}\frac{d\eta}{\sqrt{\mathfrak{Cof}^2\xi_1 - \cos^2\eta}}$$

oder

(15) $$W = \frac{8\pi^2}{c\cdot\mathfrak{Cof}\,\xi_1}\cdot F\left(\frac{1}{\mathfrak{Cof}\,\xi_1}\right)\cdot\sqrt{\nu\cdot\varrho}\,,$$

mit ν die Frequenz und ϱ den spez. Widerstand, wenn F das vollständige elliptische Integral erster Gattung mit dem Modul

$$\frac{1}{\mathfrak{Cof}\,\xi_1}$$

bezeichnet.

Die gesamte Ladung und somit der gesamte Strom betragen

$$2\pi\,.$$

---

¹) Vgl. S. Butterworth, a. a. O.

Die Verlustwärme für einen Gleichstrom von dieser Stärke beträgt

$$\frac{4\pi^2\cdot\varrho}{\sigma^2\cdot\mathfrak{Cof}\,\xi_1\cdot\mathfrak{Sin}\,\xi_1}.$$

Hieraus folgt für das Verhältnis des Wechselstromwiderstandes R zum Gleichstromwiderstand R_0 die Formel:

$$(16)\qquad \frac{R}{R_0}=F\left(\frac{1}{\mathfrak{Cof}\,\xi_1}\right)\cdot\sqrt{\mathfrak{Tg}\,\xi_1}\cdot\frac{\sqrt{\frac{2\,\omega}{R_0}}}{\pi}$$

mit ω die Kreisfrequenz.

Mit (16) haben wir die gewünschte Formel erhalten. Wir können sie sofort auf den Kreis anwenden, wenn wir ξ_1 über alle Grenzen wachsen lassen.[1]

Da

$$F(0)=\frac{\pi}{2}$$

ist und

$$\mathfrak{Tg}\,\infty=1,$$

so erhalten wir in diesem Fall:

$$\frac{R}{R_0}=\sqrt{\frac{\omega}{2R_0}},$$

eine bekannte, bereits von Rayleigh[2]) angegebene Formel. Die Größe

$$\mathfrak{Tg}\,\xi_1$$

ist ein direktes Maß für das Achsenverhältnis der betrachteten Ellipse, welches zwischen eins (Kreis) und null (bandförmiger Leiter) schwankt. Im letzteren Fall wird

$$\lim_{\xi_1\to 0}F\left(\frac{1}{\mathfrak{Cof}\,\xi_1}\right)\sim\ln(4\,\mathfrak{Cotg}\,\xi_1),$$

wie man leicht findet.[3])

Faßt man

$$F\left(\frac{1}{\mathfrak{Cof}\,\xi_1}\right)\cdot\sqrt{\mathfrak{Tg}\,\xi_1}$$

zu einem einzigen Faktor

$$\psi(\mathfrak{Tg}\,\xi_1)$$

---

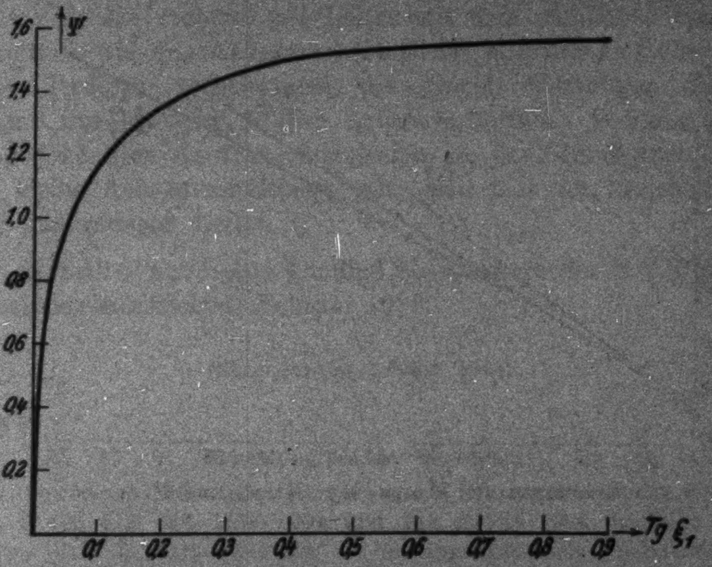
1) Verf., Ann. d. Phys. 84. S. 497. 1927.

2) Lord Rayleigh, Sc. Papers 2. S. 496.

3) E. T. Whittaker and G. N. Watson, Modern Analysis S. 421. 1920.

zusammen, so wird ψ für $\xi \rightarrow \infty$ gleich $\pi/2$ und für $\xi \rightarrow 0$ gleich null. In Fig. 2 ist ψ als Funktion von $\mathfrak{T}\mathrm{g}\,\xi_1$ gezeichnet worden. Für die Berechnung des Wechselstromwiderstandes ist somit nur die Kreisfrequenz, das Achsenverhältnis $\mathfrak{T}\mathrm{g}\,\xi_1$ und der Gleichstromwiderstand notwendig.

An bandförmigen Leitern von rechteckigem Querschnitt sind von **Kennelly, Laws** und **Pierce**[1]) Messungen ausgeführt worden. Es liegt auf der Hand, den experimentell gefundenen Wechselstromwiderstand von diesen rechteckigen bandförmigen Leitern zu vergleichen mit dem berechneten Widerstand von bandförmigen elliptischen Leitern.



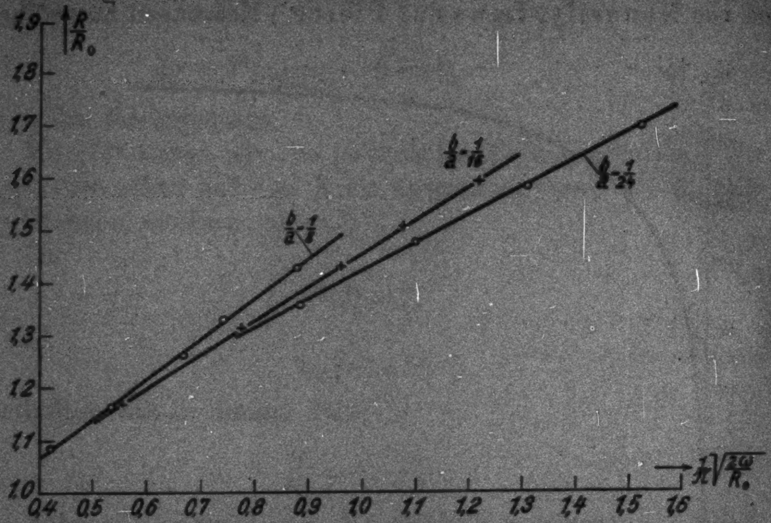
Zur Ermittlung des Wechselstromwiderstandes elliptischer Leiter.
Fig. 2

Für hohe Frequenzen zeigen die experimentellen Kurven als Funktion von $\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{2\omega}{R_0}}$ einen völlig geraden Verlauf.

In der Fig. 3 sind die Verhältnisse R/R_0 als Funktion von $\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{2\omega}{R_0}}$ für drei rechteckige Leiter mit Seitenverhältnissen $\frac{b}{a} = \frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ und $\frac{1}{24}$[1]) aus den erwähnten Messungen gezeichnet worden. Hierbei wurde, weil sich bei **Kennelly** usw. keine Angaben darüber finden, für den spez. Widerstand (Kupfer) angenommen $1{,}7 \cdot 10^{-6}\ \Omega \cdot \mathrm{cm}$. Diese Annahme wird unterstützt durch die Nachrechnung anderer Messungen derselben Verfasser. Die Formel (16) gibt uns die *Neigung* $\psi\,(\mathfrak{Tg}\,\xi_1)$ der Geraden

---

[1]) A. E. **Kennelly**, F. A. **Laws** und P. H. **Pierce**, a. a. O.



Messungen von **Kennelly, Laws** und **Pierce.**

Fig. 8

$$\frac{R}{R_0} = f\left(\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\omega \cdot 2}{R_0}}\right).$$

Diese Neigung für die rechteckigen Leiter wurde aus der Fig. 8 ermittelt zu:

$\frac{b}{a} = \frac{1}{8}$ Neigung: 0,755,

$\frac{b}{a} = \frac{1}{16}$ „ 0,640,

$\frac{b}{a} = \frac{1}{24}$ „ 0,520.

---

[1] und nicht $\frac{1}{360}$, wie **H. B. Dwight**, a. a. O. S. 998 versehentlich angibt.

Vergleicht man diese Werte mit jenen, welche aus der Fig. 2 für gleiches Achsenverhältnis $\frac{b}{a} = \mathfrak{T}\mathfrak{g}\,\xi_1$ für elliptische Leiter folgen, so ergibt sich, daß die Neigungen für die rechteckigen Leiter sämtlich niedriger liegen.

Hieraus kann man sofort schließen, daß ein Leiter von elliptischem Querschnitt bei hohen Frequenzen bei gleichem Gleichstromwiderstand einen *höheren* Wechselstromwiderstand besitzt als ein rechteckiger Leiter mit dem nämlichen Seitenverhältnis wie das Achsenverhältnis des elliptischen Leiters.

Allerdings rechtfertigen die obigen Messungen diesen Schluß nur bei sehr großem Achsenverhältnis. Weitere Messungen könnten darüber entscheiden, ob der Schluß auch noch für kleine Achsenverhältnisse gilt, also z. B. für kreisförmige und quadratische Leiter.

Eindhoven, Natuurkundig Laboratorium der N. V. Philips Gloeilampenfabrieken, Februar 1928.

(Eingegangen 7. März 1928)

Anmerkung bei der Korrektur:

Soweit ich habe finden können, war H. Poincaré, Compt. Rendus 148. S. 499, 812, 966, 1488. 1909 und 149. S. 622. 1909; Lumière électrique, 13. S. 7. 1911, der erste, der elektromagnetische Felder mit Integralgleichungen behandelt hat.

2. *Bemerkung zu der Beziehung zwischen Farbe und Magnetismus der Ionen;*

von Boris Malyscheff

Beeinflußt durch den Artikel von Hrn. G. Joos: Über die Farbe und den Magnetismus der Ionen in diesen Annalen Bd. 81. S. 1076. 1926, sowie durch die Arbeit anderer Forscher über den Zusammenhang zwischen Magnetismus und den Bau der Atome und Moleküle sowie der komplexen Ionen und Verbindungen schlage ich eine Untersuchung der magnetischen Suszeptibilität der Carbonyle der paramagnetischen Metalle in gasförmigem, flüssigem und festem Zustande vor. Das Nickel in Nickelcarbonyl ist achtwertig, die Verbindung im Gegensatz zu andern Nickelverbindungen farblos, die Bedingungen für die Edelgaskonfiguration sind also sehr günstig. Das Eisenpentacarbonyl scheint dagegen nicht so vollkommen ausgebaut zu sein wie das Nickelcarbonyl, es besitzt vielleicht freie primäre oder sekundäre Valenzen. Daher rührt die gelbe Farbe der Verbindung. Auch ist dieses Carbonyl lichtempfindlich. Die Bestimmung der magnetischen Suszeptibilität ist insofern von Bedeutung für diese Verbindungen, als sie die Auffindung ihrer Konfiguration und Struktur ermöglicht. Da diese Verbindungen leicht in Dampfform untersucht werden können, so wird es möglich sein, aus dem Zeemaneffekt ihr magnetisches Energieniveau zu berechnen. Gleiche Bedeutung wird auch die Untersuchung der flüchtigen Metallalkyle und Aryle durch die magnetischen Methoden besitzen. Für den Chemiker werden sie ein neues Feld eröffnen, um die Struktur der chemischen Verbindungen festzustellen.

Berkeley Ca., 23. Januar 1928.

(Eingegangen 11. Februar 1928)

3. *Über den Spannungseffekt der Leitfähigkeit von Elektrolyten in niedrigeren Feldern;*

von Max Wien

Vor einiger Zeit habe ich in diesen Annalen über eine Abweichung vom Ohmschen Gesetz bei elektrolytischen Widerständen berichtet, die mit kurzen Stromstößen hoher Spannung festgestellt wurde.[1]) Die Leitfähigkeit ist abhängig von der Spannung, und zwar wächst sie mit dem Felde. Dieser „Spannungseffekt" steigt schnell mit der Wertigkeit der Ionen; es wurden in hohen Feldern Änderungen der Leitfähigkeit bis über 60 Proz. beobachtet.

Die Beobachtungen ergeben, daß der Spannungseffekt zunächst annähernd linear mit dem Feld wächst, bei sehr hohen Feldern wird die Zunahme geringer und die Leitfähigkeit scheint einem konstanten Wert, dem „Grenzwert" zuzustreben. Von der Konzentration der Lösung hängt der Effekt in der Weise ab, daß der Anfangsanstieg der Leitfähigkeit um so steiler ist, je verdünnter die Lösung ist. Jedoch wird bei sehr verdünnten Lösungen schon bei verhältnismäßig niedrigen Feldern der „Grenzwert" erreicht. Bei konzentrierteren Lösungen ist der Anstieg langsamer, aber er dauert länger an, so daß der Grenzwert schließlich höher liegt als bei den verdünnten Lösungen.

Fig. 1 gibt ein schematisches Bild der Erscheinung.

Das Ganze steht im engen Zusammenhang mit der Abnahme der Äquivalentleitfähigkeit mit der Konzentration, also mit den Dingen, für die Debye und seine Mitarbeiter in den letzten Jahren eine Theorie auf elektrischer Grundlage aufgestellt haben. G. Joos und M. Blumentritt haben diese Theorie auf höhere Spannungen erweitert und auf der Physikertagung in Kissingen über ihre vorläufigen Ergebnisse berichtet.[2]) In der nachstehenden Arbeit hat M. Blumentritt diese Theorie ausführlicher gebracht und mit meinen experimentellen Ergebnissen verglichen.

---

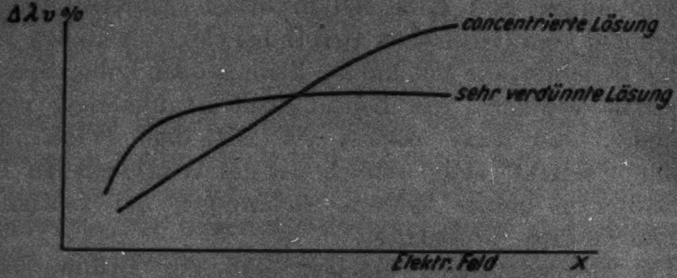
[1]) M. Wien, Ann. d. Phys. 83. S. 327. 1927.

[2]) G. Joos u. M. Blumentritt, Phys. Jahrb. 28. S. 836. 1927.

Die qualitative Übereinstimmung war im ganzen gut, jedoch ergibt die Theorie eine Zunahme der Leitfähigkeit nach quadratischen Potenzen des Feldes X[1]):

$$\Delta \lambda_v = A X^2 - B X^4 + C X^6 - + \cdots,$$

während meine Versuche für mittlere Felder eine Zunahme proportional dem Felde zeigten. Hr. Joos sprach schon im Kissinger Vortrag die Vermutung aus, daß die Funktion eine Wendetangente besäße und daher für einen mittleren Bereich der Spannung der Effekt proportional dem Felde zu wachsen schiene.



Schematische Darstellung des Spannungseffektes.

Fig. 1

Meine früheren Versuche konnten keinen Aufschluß über den Verlauf der Kurve im Anfang und ihre eventuelle Krümmung geben, weil einmal die Beobachtungen in schwachen Feldern noch zu ungenau waren und dann, weil der Nullpunkt der Kurve nicht festgestellt werden konnte. Denn es konnten wegen der Wirkung der Kapazität des Flüssigkeitswiderstandes wohl relative, nicht aber absolute Werte des Widerstandes gemessen werden, und eine Verlegung der Kurve parallel mit sich selbst war daher möglich.[2]) Aus der schematischen Darstellung in Fig. 2 ist zu entnehmen, daß, wenn nur in dem gradlinigen Teil der Kurve bei mittelstarken Feldern genauere Beobachtungen möglich waren, und der Nullpunkt nicht festgestellt werden konnte, eine Entscheidung darüber, ob die Kurve gradlinig bis

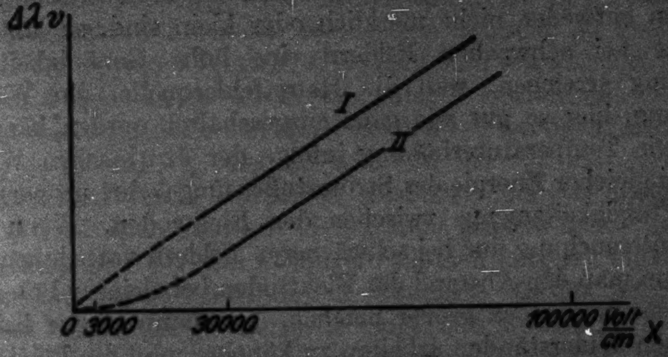
---

1) Ich schließe mich den Bezeichnungen von Debye an.

2) Vgl. M. Wien, a. a. O. S. 334. Anm.

zum Nullpunkt führt (Kurve I) oder mit einer Krümmung in schwachen Feldern (gestrichelter Teil der Kurve II) nicht getroffen werden konnte.

Es handelt sich hier nicht allein um die Frage der Krümmung, sondern es müssen vor allem auch deshalb genaue Zahlenwerte in dem ersten Teil der Kurve festgestellt werden, damit ein Vergleich der Versuche mit der Theorie möglich wird. Die Theorie kann nur das erste Glied $A \cdot X^2$ einigermaßen genau berechnen, während schon über das zweite Glied nur einige allgemeine Aussagen aus der Theorie gefolgert werden können. Es mußte daher die Untersuchung so weit als irgend möglich auf schwächere Felder ausgedehnt werden; während früher zwischen 30000 und 300000 Volt/cm gearbeitet wurde, so wurde jetzt der Effekt zwischen 3000 und 30000 Volt/cm untersucht. Über die Ergebnisse dieser Versuche soll im folgenden berichtet werden.



Schematische Darstellung der Spannungseffekte in schwächeren Feldern

Fig. 2

Versuchsanordnung

Die Schwierigkeit der zahlenmäßigen Feststellung des Spannungseffektes in schwächeren Feldern bis zu 30000 Volt/cm besteht darin, daß der Effekt selbst hier sehr gering ist; in Lösungen mit Ionen höherer Wertigkeit beläuft er sich auf einige Prozent, während er bei Lösungen mit den Wertigkeiten der Ionen 1·3, 1·4 und 2·2 unter 1 Proz. bleibt. Damit der Effekt hier noch zahlenmäßig mit genügender Genauigkeit bestimmt werden kann, muß der Widerstandsvergleich selbst auf kleine Bruchteile von 1 Promille sicher sein.

Wie in der Beschreibung der Methode[1]) bereits dargestellt wurde, reicht die Empfindlichkeit der Methode selbst völlig aus, und die Messungen sind nur deshalb schwierig, weil einmal durch die Änderung der Konstitution der Lösung während der Messung und dann vor allem durch die Wirkung der Jouleschen Wärme Unsicherheiten hineinkommen. Beschränkt man sich jedoch auf Lösungen, bei denen die Konstitutionsänderungen entweder nicht merklich oder klein sind, so läßt sich gerade bei schwachen Feldern eine hohe Genauigkeit der Messung erreichen, weil die Hauptfehlerquelle, die Wärmewirkung, hier so gut wie ganz ausgeschaltet werden kann.

Die Temperaturerhöhung infolge der Jouleschen Wärme ist bei gleicher Energie des Stromstoßes umgekehrt proportional der Flüssigkeitsmenge zwischen den Elektroden. Wenn man die Untersuchung nur bei schwächeren Feldern vornehmen will, so kann man den Abstand der Elektroden bei gleicher Potentialdifferenz wesentlich größer machen. Um dann wieder bei den gleichen Widerständen arbeiten zu können, muß die Fläche der Elektroden vergrößert werden. Beides bewirkt, daß die zwischen den Elektroden befindliche Flüssigkeitsmenge erheblich größer wird und entsprechend die Erwärmung kleiner. Bei dem zu den folgenden Versuchen benutzten Widerstandsgefäß betrug der Abstand der Elektroden 4,4 mm, ihr Durchmesser 3 cm, demnach die Flüssigkeitsmenge ungefähr 3 ccm, während bei den früheren Versuchen viel kleinere Flüssigkeitsmengen bis herab zu 0,05 ccm verwandt werden mußten. Demnach war jetzt die Masse 60 mal so groß und die Erwärmung 60 mal kleiner.

Um auch diese Erwärmung noch nach Möglichkeit in ihrer Wirkung zu verringern, wurden dem Vergleichsgefäß ungefähr die gleichen Dimensionen gegeben wie dem Gefäß, in dem die zu untersuchende Flüssigkeit sich befand, und die Lösungen im Vergleichsgefäß so gewählt, daß der Temperaturkoeffizient ungefähr der gleiche war wie derjenige der zu untersuchenden Lösung. Bei Salzlösungen wurde meist NaCl, bei Säuren HCl als Vergleichslösung verwandt.

Es hob sich daher der Wärmeeffekt bis auf eine ganz kleine Differenz heraus, die festgestellt wurde, indem in beide Gefäße eine NaCl-Lösung gebracht wurde. Der Spannungseffekt war andrerseits auch in dem Vergleichsgefäß vorhanden, jedoch war er bei den darin verwandten Lösungen mit 1·1-wertigen Ionen wesentlich geringer als bei den zu untersuchenden Lösungen, bei denen die Ionenwertigkeit mindestens 1·3 betrug. Der Effekt war nach den früheren Messungen, was jetzt auch wieder bestätigt wurde, annähernd proportional dem Quadrat des Produktes der Wertigkeiten ($z_1^2 z_2^2$), also bei den untersuchten Lösungen mindestens neunmal so groß wie bei den 1·1-wertigen Vergleichslösungen. Im schließlichen Endresultat wurde dieses durch eine kleine Korrektion berücksichtigt und die gemessenen Werte bei den 1·3-wertigen Lösungen ($z_1^2 \cdot z_2^2 = 9$) um $^1/_8$, bei $z_1^2 \cdot z_1^2 = 16$ um $^1/_{15}$ usw. erhöht. Die Messungen waren, wie gesagt, besonders bei den Lösungen, deren Konstitution konstant bleibt, recht genau. Etwas größer waren die Fehler bei den Lösungen, die sich langsam änderten, insbesondere bei sehr verdünnten Lösungen. In den folgenden Tabellen sollen einige Beispiele angeführt werden.

---

[1]) J. Malsch u. M. Wien, Ann. d. Phys. 83. S. 305. 1927.

Zunächst eine normale Versuchsreihe mit ziemlich großem Spannungseffekt und nicht merklicher zeitlicher Änderung $Ba_3(FeCy_6)_2$.

Tabelle 1 (vgl. Fig. 4, S. 804)

$Ba_3(FeCy_6)_2$, $x = 0{,}000125$, 18°, $R = 359{,}3\ \Omega$

ΔF (mm)	ΔR (Ω)	F (mm)	ΔR (Ω)	$\Delta \lambda$	$\Delta \lambda_w$	$\Delta \lambda_v$
1—4	1,72	1	0,20	0,06%	—	0,06
2—4	1,17	2	0,75	0,21	—	0,21
3—4	0,71	3	1,21	0,34	+ 0,01	0,35
4—5	0,74	4	1,92	0,54	+ 0,01	0,55
4—6	1,55	5	2,66	0,75	+ 0,02	0,77
4—8	3,15	6	3,47	0,98	+ 0,02	1,00
4—10	4,92	8	5,07	1,46	+ 0,03	1,49
4—12	6,49	10	6,84	1,98	+ 0,04	2,02
		12	8,41	2,45	+ 0,06	2,51

In der Tabelle werden zunächst die für die einzelnen Änderungen der Funkenstrecke ΔF beobachteten Widerstandsdifferenzen ΔR angegeben. Dann für die einzelnen F die aus den Beobachtungen sich ergebenden Widerstandsdifferenzen, die Erhöhung der Leitfähigkeit $\Delta \lambda$, die kleine — positive — Korrektion für den Wärmeeffekt $\Delta \lambda_w$ und schließlich der Spannungseffekt $\Delta \lambda_v$.[1])

---

[1]) Über die Berechnung vgl. M. Wien, a. a. O. S. 331.

Als zweites Beispiel eine Versuchsreihe mit einer Lösung, bei der der Effekt sehr klein ist, für die höchste verwandte Spannung ($F = 15$ mm) nur etwa 6 Promille, zum Beweis dafür, daß auch hier der Verlauf noch mit genügender Sicherheit festgestellt werden kann.

Tabelle 2 (Fig. 4, S. 804)

$Li_2(FeCy_6)$, $\varkappa = 0{,}00025$, 18,1°, $R = 177{,}2\,\Omega$

F (mm)	$\Delta R\,(\Omega)$	$\Delta \lambda\,^0/_0$	$\Delta \lambda_w\,^0/_0$	$\Delta \lambda_v$ beob.	$\Delta \lambda_v$ ber.*)
3	0,08	0,045	—	0,045	0,05
5	0,22	0,13	+ 0,01	0,14	0,12
7	0,34	0,20	+ 0,02	0,22	0,21
9	0,48	0,28	+ 0,03	0,31	0,31
11	0,65	0,38	+ 0,04	0,42	0,41
13	0,80	0,46	+ 0,05	0,51	0,56
15	0,93	0,54	+ 0,06	0,60	0,60

*) $a = 0{,}42 \cdot 10^{-11}$, $b = 6{,}3 \cdot 10^{-22}$.

Und schließlich eine Reihe, bei der eine Konstitutionsänderung der Lösung eintrat, die aber doch noch eine genügend genaue Messung erlaubte.

Tabelle 3

$Be_2(FeCy_6)$, $\varkappa = 0{,}000125$, $R = 358{,}5\,\Omega$

a)			b)				c)	
				$\Delta \lambda\,^0/_0$				
F	$\Delta R\,(\Omega)$	$\Delta \lambda\,^0/_0$	ΔF	I	II	Mittel	F	$\Delta \lambda_v\,^0/_0$
4	4,91	1,41	2—4	0,88	0,82	0,85	2	0,39
2	2,38	0,675	4—6	1,20	1,13	1,17	4	1,25
4	5,84	1,69	4—8	2,57	2,47	2,52	6	2,43
6	10,15	3,02	4—10	4,01	3,85	3,93	8	3,79
4	6,69	1,95					10	5,21
8	15,15	4,65						
4	7,51	2,21						
10	20,09	6,39						
4	8,49	2,52						

Die Lösung wurde unmittelbar nach der Herstellung untersucht. Bei jedem neuen Funkenpotential wurde vorher und nachher ΔR für $F = 4$ mm gemessen (vgl. Tab. 3a). Die Konstitutionsänderung der Lösung ist deutlich an dem Ansteigen von ΔR für $F = 4$ mm zu erkennen (4,91 bis 8,49 Ω). In Tab. 3b) ist unter I die Berechnung für die Versuchsreihe a) gegeben, unter II die Ergebnisse für eine unmittelbar danach gemachte zweite Versuchsreihe. Der Effekt ist hier etwas kleiner, vielleicht infolge der Konstitutionsänderung, jedoch geht die Differenz kaum über die Beobachtungsfehler hinaus. Unter c) ist die Berechnung für die verschiedenen Spannungen durchgeführt.

Trägt man die gefundenen Werte als Funktion der Spannung auf (vgl. Figg. 3 und 4), so erkennt man, *daß bei allen untersuchten Lösungen die Kurve zunächst gekrümmt ist und sie erst später allmählich in eine Gerade übergeht.*

Für sehr schwache Felder läßt sich der Effekt durch einen Ausdruck $a \cdot V^2$ darstellen. Früher oder später wird jedoch, je nach der Lösung, die Wirkung eines zweiten Gliedes $- b \cdot V^4$ merklich; wird dann die Spannung noch höher gemacht, so genügt auch dieses Glied nicht mehr und es müssen noch höhere Glieder von V^2 berücksichtigt werden, entsprechend der Theorie. Wir wollen nun im folgenden versuchen, die ersten beiden Glieder aus den Beobachtungen zu berechnen, dehnen jedoch die Steigerung des Potentials nicht weiter aus, als bis das dritte Glied $+ C\,V^6$ eben merklich wird. Es sollen also unsere Beobachtungen für niedrigere Felder durch die Formel

$$\Delta \lambda_v = a\,V^2 - b\,V^4 = a\,V^2 (1 - \beta\,V^2)$$

dargestellt werden.

Berechnung der Konstanten a und β

Die Schwierigkeit liegt, wie gesagt, darin, daß der Effekt in niedrigen Feldern allzu klein ist, um mit Sicherheit bestimmt werden zu können, wenn man sich auf das allererste Glied beschränkt. Nimmt man jedoch das zweite Glied hinzu, so kommt man zu höheren Spannungen und zu sichereren Beobachtungen des Effektes. Natürlich kann man dabei nur durch Näherung die berechneten Werte den Beobachtungen anpassen und darf anderseits nicht in das Gebiet kommen, in denen das dritte Glied schon merklich wird. Diese Anpassung geschieht nun in der Weise, daß man zunächst für sehr niedrige Spannungen einen angenäherten Wert von a wählt und dann aus den Abweichungen bei höheren Spannungen einen passenden Wert von β entnimmt. Dabei ist eine gewisse Willkürlichkeit in der Wahl beider Konstanten vorhanden und man kann einen etwas zu großen Wert von a durch einen größeren Wert von β für einen Teil der Kurve ausgleichen und umgekehrt einen zu kleinen Wert von a durch einen ebenfalls kleinen Wert von β korrigieren. Doch kommt man da bald zu Ergebnissen, die diesen oder jenen Teil der beobachteten Kurve nicht mehr richtig darstellen. Durch ein Beispiel wird das klar werden.

Tabelle 4

F (mm)	$\Delta\lambda_v$ beob.	$\Delta\lambda_v$ berechnet mit:				
		$a=5{,}8$ $\beta=1{,}3$	6,1 1,7	6,4 2,1	6,7 2,4	7,0 10^{-11} 2,8 10^{-11}
2	0,39‰	0,36‰	0,38‰	0,39‰	0,42‰	0,44‰
4	1,25	1,17	1,23	1,27	1,33	1,37
6	2,43	2,26	2,34	2,41	2,49	2,55
8	3,79	3,60	3,67	3,74	3,81	3,86
10	5,21	5,07	5,08	5,08	5,10	5,06

In der Tab. 4 sind zunächst die beobachteten Werte angegeben, dann für 5 Werte von a und β, die nach der Formel $a\,V^2(1-\beta\,V^2)$ berechneten $\Delta\lambda_v$. Bei höheren Spannungen als $F = 10$ mm trat hier, schnell anwachsend, die Wirkung des dritten Gliedes $(+\,C\cdot V^6)$ hervor. Bei $F = 10$ mm dürfte sie eben merklich sein. Deshalb wurde absichtlich die Berechnung so gemacht, daß für $F = 10$ mm der berechnete Spannungseffekt überall etwas niedriger wurde als der beobachtete Wert, etwa 5,08 statt 5,21. Abgesehen hiervon liegen bei den drei mittleren Reihen $a = 6{,}1$, $a = 6{,}4$ und $a = 6{,}7$ der Tab. 4 die Unterschiede zwischen Rechnung und Versuch innerhalb der Beobachtungsfehler. Hingegen ist die erste Reihe ($a = 5{,}8$) sicher zu niedrig, die letzte ($a = 7{,}0$) sicher zu hoch, so daß die Berechnung mit $a = 6{,}4$, $\beta = 2{,}1$ die Beobachtungen am besten darstellen dürfte. Fig. 3 soll die Rechnung erläutern. Die beobachteten Werte sind als Punkte eingetragen, die am besten passende berechnete Kurve ($a = 6{,}4$, $\beta = 2{,}1$) ist ausgezogen, die sicher zu niedrige Kurve ($a = 5{,}8$, $\beta = 1{,}3$) ist gestrichelt, die sicher zu hohe Kurve ($a = 7{,}0$, $\beta = 2{,}8$) ist punktiert eingezeichnet. Man sieht deutlich, daß die ausgezogene Kurve die Beobachtungen am besten wiedergibt.

Auf diese Weise gelingt es, aus den Beobachtungen die Zahlen a und β mit einiger Sicherheit festzustellen. Die Genauigkeit der Auswertung liegt für a etwa zwischen 5 und

10 Proz., für β zwischen 10 und 20 Prozent. Die Meßgenauigkeit ist naturgemäß bei den Lösungen mit Ionen kleiner Wertigkeit prozentual geringer, anderseits tritt bei den Lösungen mit hochwertigen Ionen als Fehlerquelle die zeitliche Änderung der Lösungen vielfach hervor und verringert die Sicherheit.

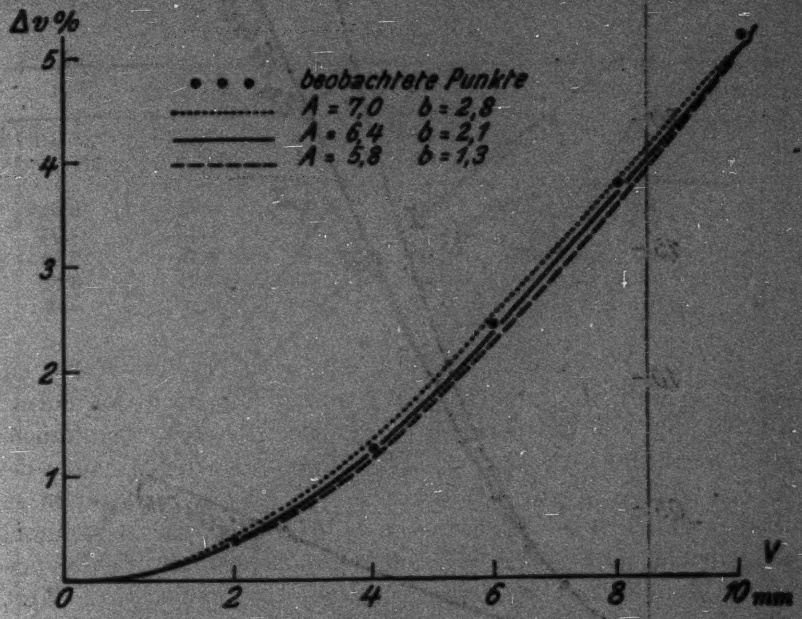


Fig. 3

Daß sich auch unter ungünstigen Bedingungen die Beobachtungen gut durch die Formel $a \cdot V^2 \cdot (1 - \beta V^2)$ wiedergeben lassen, zeigt die Tab. 2 (S. 800), in der die beobachteten Werte mit dem Ergebnis der Rechnung (letzte Vertikalreihe) trotz des geringen Effektes (bei der höchsten Spannung 0,6 Proz.) gut übereinstimmen. In der Tab. 5 und der Fig. 4 sind die Verhätnisse an einem Beispiel $Ba_3(FeCy_6)_2$ noch näher erläutert. Es ist einmal die Beobachtung durch Punkte und die ausgezogene Kurve wiedergegeben. Die gestrichelte Kurve I entspricht dem ersten Glied ($a V^2$) der Reihung. Man sieht, daß schon bei etwa 10 Kilovolt das erste Glied zur Darstellung nicht mehr genügt und die Kurve I von den Beobachtungen abzuweichen beginnt. Die punktierte Kurve II, welche mit der Gleichung $a V^2 (1 - \beta V^2)$ berechnet ist, schließt sich bis etwa

25000 Volt der beobachteten Kurve an, dann beginnt sie nach unten abzuweichen und das fehlende dritte Glied macht sich

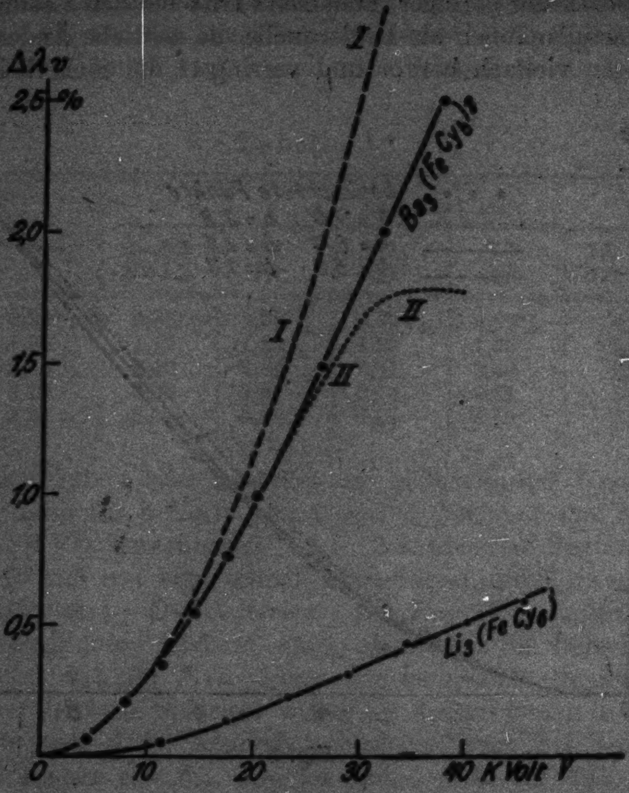


Fig. 4

Tabelle 5

$Ba_3(FeCy_6)_2$, $s = 0{,}000125$, $a = 2{,}9 \cdot 10^{-11}$, $b = 1{,}16 \cdot 10^{-21}$

F (mm)	V (KV)	V^2 $(KV)^2$	$\Delta\lambda_v$ beob.	$a V^2$	$b V^4$	$a V^2 - b V^4$
1	4,47	20,0	0,06	0,06	0,00	0,06
2	7,96	63,5	0,21	0,19	0,01	0,18
3	11,3	128	0,35	0,37	0,02	0,35
4	14,3	208	0,55	0,60	0,05	0,55
5	17,4	303	0,77	0,88	0,11	0,77
6	20,3	413	1,00	1,20	0,20	1,00
8	26,1	680	1,49	1,97	0,54	1,43
10	31,7	1000	2,02	2,91	1,17	1,74
12	37,3	1390	2,51	4,03	2,25	1,78

von da ab in steigendem Maße bemerklich. In Fig. 5 ist das Ganze nochmals als Funktion von V^2 dargestellt. Die gestrichelte Kurve I (für $a \cdot V^2$) ist hier die Tangente im Nullpunkt der Kurve. Man sieht auch hier, daß die Kurve II, mit

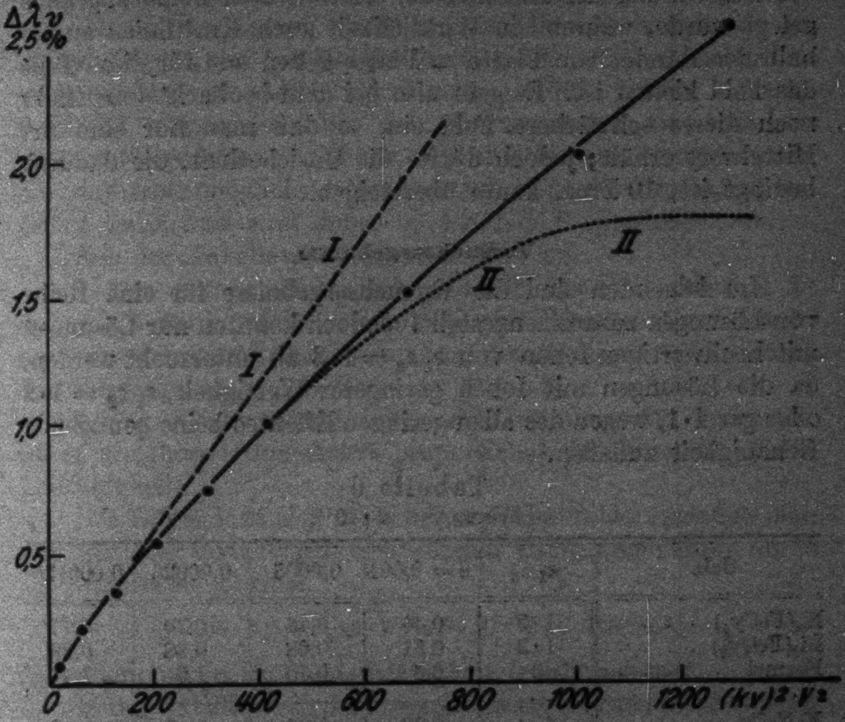


Fig. 5

$aV^2(1 - \beta V^2)$ berechnet, die Beobachtungen viel weiter darstellt, doch daß schließlich auch sie bei höheren Spannungen in steigendem Maße abweicht.

Die Darstellung ist bisher so gemacht, daß der Effekt als Funktion der Funkenspannung V gegeben wurde. Um einen Vergleich mit der Theorie zu ermöglichen, muß natürlich die Abhängigkeit vom Felde X gegeben werden. Die Art der Umrechnung ist schon früher für die verschiedenen Gefäße dargestellt worden.[1] Bei dem hier gebrauchten Gefäß X ergibt sich das mittlere Feld $\overline{X} = 0{,}73\ V/\text{cm}$ und $\overline{X^2} = 0{,}53\ V^2/\text{cm}^2$.

---

[1] M. **Wien**, a. a. O. S. 330 und J. **Malsch** und M. **Wien**, a. a. O. S. 321.

Ich weise aber auch hier nochmals darauf hin, daß in den absoluten Werten für das Feld eine Unsicherheit steckt, die einmal daher rührt, daß das berechnete „mittlere Feld“ einen zeitlichen Mittelwert darstellt, dann aber auch daher, daß bei der Berechnung der Abstand der Platten dem Felde zugrunde gelegt wurde, während in Wirklichkeit auch Kraftlinien außerhalb der Ränder von Platte zu Platte gehen und für diese Teile das Feld kleiner ist. Es geht also bei dem beobachteten Effekt noch dieses schwächere Feld ein, so daß man nur eine Art Mittelwert erhält; jedoch dürfte die Unsicherheit, die dadurch bedingt ist, 10 Proz. kaum übersteigen.

Versuchsergebnisse

Im folgenden sind die Versuchsergebnisse für eine Reihe von Lösungen zusammengestellt. Jedoch konnten nur Lösungen mit hochwertigen Ionen von $z_1 z_2 = 1 \cdot 3$ ab untersucht werden, da die Lösungen mit Ionen geringerer Wertigkeit, $z_1 z_2 = 1 \cdot 2$ oder gar $1 \cdot 1$, wegen des allzu geringen Effektes keine genügende Genauigkeit zuließen.

Tabelle 6

Werte von $A \cdot 10^{11}$.

Salz	$z_1 z_2$	$x = 0{,}001$	0,0005	0,00025	0,000125
$K_3(FeCy_6)$	$1 \cdot 3$	0,40	0,44	0,70	0,77
$Li_3(FeCy_6)$	$1 \cdot 3$	0,51	0,68	0,88	0,96
Formel	3	0,5	0,70	1,0	1,4
K_4FeCy_6	$1 \cdot 4$	0,66	0,88	1,17	(0,82)
Li_4FeCy_6	$1 \cdot 4$	0,91	1,57	2,00	(1,64)
$MgSO_4$	$2 \cdot 2$	1,11	1,49	1,96	2,5
$MgCrO_4$	$2 \cdot 2$	1,02	1,21	1,60	1,8
Formel	4	0,9	1,2	1,8	2,4
$Mg_3(FeCy_6)_2$ . . .	$2 \cdot 3$	2,3	3,3	4,6	4,6
$Ba_3(FeCy_6)_2$ . . .	$2 \cdot 3$	2,6	3,9	5,1	5,6
Formel	6	2,0	2,8	4,0	5,6
$Be_2(FeCy_6)$	$2 \cdot 4$	3,6	6,0	8,6	(12,4)
$Mg_2(FeCy_6)$ . . .	$2 \cdot 4$	3,8	5,8	9,6	(12,0)
$Ba_2(FeCy_6)$	$2 \cdot 4$	4,2	5,0	10,9	(11,6)
Formel	8	3,5	5,0	7,0	9,9

In der Tab. 6 sind zunächst die Versuchsergebnisse für das erste Glied A der Formel

$$\Delta \lambda_s = A X^2 (1 - \mathfrak{B} X^2)$$

gegeben, und zwar beginnend mit den niedrigeren Wertigkeiten $z_1 z_2 = 1 \cdot 3$ bis zu den höchsten $z_1 z_2 = 2 \cdot 4$ hinauf. Mit 10^{-11} multipliziert geben die Zahlen $\Delta \lambda_v$ für ein Feld von 1 Volt/1 cm oder sie geben ΔX^2 in Prozenten der Leitfähigkeit für $X^2 = 1000\,(\mathrm{kV/cm})^2$ oder $X = 31{,}6$ kV/cm.

Die Konzentration wurde in ziemlich weiten Grenzen geändert, so daß die Leitfähigkeiten sich wie 1:8 verhielten, und zwar wurden die Leitfähigkeiten $\varkappa = 0{,}001$, 0,0005, 0,00025, 0,000125 untersucht. Bei den Ferrocyaniden trat bei der größten Verdünnung eine so schnelle Konstitutionsänderung ein, daß trotz möglichst schnellen Arbeitens die Ergebnisse unsicher waren; sie sind daher in der Tab. 6 eingeklammert.

Aus der Tabelle geht folgendes hervor:

1. Der Anfangseffekt, wie er durch das erste Glied ΔX^2 dargestellt wird, wächst schnell mit der Wertigkeit der Ionen, und zwar annähernd proportional mit dem Quadrat des Produkts der Wertigkeiten.

2. Der Effekt nimmt mit der Verdünnung zu, und zwar ist er annähernd umgekehrt proportional der Wurzel aus der Leitfähigkeit.

Der Effekt läßt sich für sehr schwache Felder, solange man sich auf das erste Glied beschränken kann, angenähert durch die empirische Formel

$$\Delta \lambda_v = 5{,}5 \sqrt{\varkappa_0/\varkappa} \cdot z_1^2 z_2^2 \cdot 10^{-13}\,(\mathrm{Volt/cm})^2$$

darstellen, worin $\varkappa_0$ die Leitfähigkeit 0,001 bedeutet.

In der Tabelle 6 sind die nach dieser Formel berechneten Zahlen für die einzelnen Produkte der Wertigkeiten $z_1 z_2 = 3$, $z_1 z_2 = 4$, 6 und 8 jedesmal mit der Bezeichnung „Formel" unter die beobachteten Werte geschrieben. Wie man sieht, stimmen die Zahlen einigermaßen mit den beobachteten Werten überein; es treten jedoch Abweichungen in den Beobachtungen bei verschiedenen Lösungen gleicher Ionenwertigkeit hervor, die auf charakteristische Unterschiede der einzelnen Ionen hindeuten.

Insbesondere sind die Werte für Lithium als Kation durchweg höher als die für Kalium, sowohl bei den Ferrocyaniden wie bei den Ferricyaniden. Ferner ergibt Magnesiumchromat bei allen Verdünnungen kleinere Werte als Magnesiumsulfat.

Es sind hier nicht die Konzentrationen oder Verdünnungen angegeben, sondern die Leitfähigkeiten, die ihnen ja nicht genau proportional sind. Dies war in erster Linie durch die Versuchsmethode bedingt, bei der die Messungen stets mit gleichen Widerständen gemacht werden mußten. Da jedoch in manchen Fällen die Ionenkonzentration wegen des unbekannten Dissoziationsgrades nicht mit Sicherheit festzustellen ist, so ist die Angabe der Leitfähigkeit, welche ja sicher bestimmt werden kann, vielleicht gegenüber der Konzentration von Vorteil.

Die Änderung des Effektes mit der Konzentration bzw. Leitfähigkeit scheint ungefähr umgekehrt proportional der Wurzel zu sein. Jedoch ist die Sicherheit der Messung hier, wie schon früher erwähnt, nicht so groß wie bei der Abhängigkeit von der Spannung, weil, um bei demselben Gefäß verschiedene Leitfähigkeiten mit gleichem Dekrement untersuchen zu können, der Stromkreis durch Einschaltung verschiedener Selbstinduktionen verändert werden mußte, wodurch auch die Stoßdauer verändert wurde. Man hätte die Stoßdauer durch Veränderung der Kapazität wieder ausgleichen können, jedoch wäre dabei die Erwärmung verschieden groß geworden und damit wieder neue Fehlerquellen hinzugekommen. Diese Abänderung der Stoßdauer hat insofern gewisse Bedenken, als, wie früher bereits erwähnt wurde[1]), der Effekt von der Stoßdauer in gewissem Grade abhängig ist. Vielleicht spielt schon eine Anlaufwirkung hinein, wofür ja kürzlich Debye und Falkenhagen[2]) eine Theorie aufgestellt haben.

Jedoch kann der Einfluß der Stoßdauer nicht groß gewesen sein, weil absichtlich im Hinblick auf diese Fehlerquelle mit verhältnismäßig langen Stoßdauern gearbeitet wurde. Keinesfalls kann dadurch das Gesamtresultat: die Zunahme des Effektes mit der Verdünnung unsicher gemacht werden.

Das 2. Glied — $B \cdot X^4$. Wie oben auseinandergesetzt, kann aus den Beobachtungen mit einiger Sicherheit auch das 2. Glied $b\,V^4$ der Reihe:

$$\varDelta \lambda_e = a\,V^2 - b\,V^4 = a\,V^2 (1 - \beta\,V^2)$$

berechnet werden. Oder, wenn man an Stelle der Spannung V das Feld X einführt, ist

$$\varDelta \lambda_e = A\,X^2 - B\,X^4 = A\,X^2 (1 - \mathfrak{B}\,X^2)$$

---

[1]) M. Wien, a. a. O. S. 340.

[2]) P. Debye u. H. Falkenhagen, Phys. Zeitschr. 27. S. 121. 1928.

und B oder $\mathfrak{B} = \frac{B}{\Delta}$ kann den Beobachtungen entnommen werden.

In der Tab. 7 sind die Werte für $\mathfrak{B}$ zusammengestellt.

Tabelle 7

Werte von $\mathfrak{B} \cdot 10^{11}$

Salz	$z_1\, z_2$	$\varkappa = 0{,}001$	0,0005	0,00025	0,000125
K_3FeCy_6	1·3	1,7	1,1	1,5	3,4
Li_3FeCy_6	1·3	2,1	2,3	2,9	3,8
K_4FeCy_6	1·4	1,7	1,7	1,5	(3,8)
Li_4FeCy_6	1·4	1,5	2,1	2,3	(3,8)
$MgSO_4$	2·2	1,7	1,7	2,3	6,0
$MgCrO_4$	2·2	2,4	3,0	3,6	7,5
$Mg_3(FeCy_6)_2$	2·3	1,9	2,1	2,3	4,5
$Ba_3(FeCy_6)_2$	2·3	1,9	2,1	4,5	7,5
Be_2FeCy_6	2·4	2,5	3,1	3,3	(4,0)
Mg_2FeCy_6	2·4	2,1	1,7	3,4	(7,6)
Ba_2FeCy_6	2·4	1,9	3,2	3,9	(6,9)

$\mathfrak{B}$ nimmt auch mit der Wertigkeit der Ionen zu, jedoch lange nicht so schnell als Δ, am deutlichsten tritt diese Zunahme noch bei den größten Verdünnungen hervor. Stärker ist Abnahme von $\mathfrak{B}$ mit der Konzentration (Leitfähigkeit). Bei der Leitfähigkeit $\varkappa = 0{,}000125$ ist $\mathfrak{B}$ im Mittel etwa dreimal so groß als bei $\varkappa = 0{,}001$.

Aceton als Lösungsmittel

Es seien hier noch die Ergebnisse der Messungen an zwei Lösungen in Aceton angeführt, worüber Hr. stud. Bauer eingehende Versuche gemacht hat und nächstens selbst berichten wird. Die Tab. 8 gibt die Ergebnisse für $CoCl_2$ und KJ bei $\varkappa = 0{,}0002$, $0{,}0004$, $0{,}0008$, also für ein Salz mit Ionen von den Wertigkeiten 1·2 und ein Salz von der Wertigkeit 1·1. Aus den Zahlen geht hervor, daß der Effekt hier wesentlich

Tabelle 8

Aceton als Lösungsmittel

	$\varkappa = 0{,}0002$	0,0004	0,0008
$CoCl_2$	$\Delta = 1{,}1$	0,7	0,4
	$\mathfrak{B} = 0{,}6$	0,6	0,5
KJ	$\Delta = 0{,}40$	0,38	0,26
	$\mathfrak{B} = 0{,}6$	0,6	0,6

größer ist als bei Ionen gleicher Wertigkeit in den wäßrigen Lösungen, für $\varkappa = 0{,}0002$ hätte eine Lösung mit 1·1-Ionen in Wasser $A = 0{,}12$ nach unserer Formel ergeben müssen, gegenüber 0,6 bei KJ in Aceton. Bei einer Lösung mit 1·2-Ionen in Wasser $A = 0{,}5$, an Stelle von $A = 1{,}1$ bei dem $CoCl_2$ in Aceton.

Die Form der Kurven war auch hier wie in den wäßrigen Lösungen in dem ersten Teil gekrümmt, um dann erst später gradlinig zu werden. Es läßt sich auch bei diesen Lösungen der Effekt durch die obige Formel $A \cdot X^2 \cdot (1 - \mathfrak{B} \cdot X^2)$ darstellen. $\mathfrak{B}$ ist hier wesentlich kleiner als bei den wäßrigen Lösungen: 0,5—0,6 gegen etwa $2{,}0 \cdot 10^{-11}$. Es dürften diese Abweichungen der Lösungen in Aceton gegenüber den wäßrigen Lösungen auf den etwa viermal niedrigeren Wert der Dielektrizitätskonstante des Acetons zurückzuführen sein. Es müßte also bei niedrigerer Dielektrizitätskonstante A größer, $\mathfrak{B}$ kleiner werden, ein Ergebnis, welches, wie wir in der nachstehenden Arbeit sehen werden, mit der Theorie in Übereinstimmung ist.

Zusammenfassung

Meine früheren Meßergebnisse über den Spannungseffekt der elektrolytischen Leitfähigkeit bezogen sich auf mittlere und starke Felder. Die von Joos und Blumentritt erweiterte Debyesche Theorie der elektrolytischen Leitung stellte den Spannungseffekt nur für schwächere Felder dar. Um einen genaueren Vergleich von Theorie und Versuch zu ermöglichen, wurde die Meßmethode so umgearbeitet, daß der Spannungseffekt auch in schwächeren Feldern genau genug festgestellt werden konnte, und dieser Effekt bei einer Reihe von Lösungen verschiedener Konzentration gemessen. Dabei ergab sich folgendes:

1. Der Spannungseffekt in schwächeren Feldern läßt sich bei allen untersuchten Lösungen durch einen Ausdruck der Form

$$\Delta \lambda_v = A X^2 (1 - \mathfrak{B} X^2)$$

darstellen, worin A und $\mathfrak{B}$ Konstante, X das äußere Feld in Volt/cm bedeuten.

2. A ist angenähert proportional dem Quadrat des Produktes der Wertigkeiten (z) der Ionen und angenähert um-

gekehrt proportional der Wurzel aus der Leitfähigkeit. A läßt sich angenähert durch die empirische Formel:

$$A = 5{,}5 \cdot z_1^2\, z_2^2 \sqrt{\varkappa_0/\varkappa}\, 10^{-18}$$

darstellen, worin $\varkappa_0$ die Leitfähigkeit $^1/_{1000}$ bedeutet.

3. A ist außer von den Wertigkeiten und der Leitfähigkeit auch in gewissem Grade von der Natur des Ions abhängig.

4. Das zweite Glied $\mathfrak{B}$ nimmt ebenfalls mit dem Produkt der Wertigkeiten zu, jedoch viel langsamer als A. $\mathfrak{B}$ sinkt mit der Konzentration (bzw. Leitfähigkeit).

5. Bei Aceton als Lösungsmittel ist der Verlauf der Erscheinung der gleiche; jedoch ist A größer, $\mathfrak{B}$ kleiner als in wäßrigen Lösungen unter den gleichen Umständen.

Dem Elektrophysik-Ausschuß der Notgemeinschaft schulde ich für Unterstützung der Versuche Dank.

Jena, Physikalisches Institut der Universität, 10. März 1928.

(Eingegangen 12. März 1928)

---

4. *Das Verhalten verdünnter Elektrolyte bei hohen Feldstärken*[1]; *von M. Blumentritt*

1. Einleitung

Nach den M. Wienschen Versuchen[2]) an verdünnten Elektrolyten hat sich ergeben, daß bei hohen Feldstärken das Ohmsche Gesetz nicht mehr gilt, sondern ein Anwachsen der Leitfähigkeit mit dem Feld eintritt. Für diesen Effekt können verschiedene Ursachen in Frage kommen. Jedoch deuten der starke Anstieg mit der Wertigkeit der Ionen und die Abhängigkeit von der Dielektrizitätskonstante[3]) des Lösungsmittels darauf hin, daß die Leitfähigkeitsänderung in der Hauptsache auf die elektrostatischen Ionenkräfte zurückzuführen ist, deren Einfluß Debye und Hückel[4]) bei kleinen Feldern berechnet haben.

Als eine zweite Ursache kommt noch die Reibung in Frage. Denn nach Oseen[5]) ist die gewöhnliche Stokessche Reibungskraft durch ein zweites Glied vergrößert, das proportional dem Quadrat der Kraft ist. Dieses bewirkt im Gegensatz zu den Wienschen Versuchsergebnissen eine Verminderung der Leitfähigkeit proportional dem absoluten Betrag der äußeren Feldstärke. Es zeigt sich aber, daß diese Änderung nur einige Promille des beobachteten Wertes ausmacht und daher vernachlässigt werden kann, während, wie im folgenden ausgeführt wird, die Debye-Hückelsche Theorie sowohl die Größenordnung als auch die wesentlichen Züge des Wienschen Spannungseffektes wiedergibt.

---

1) Auszug aus der Jenaer Dissertation.

2) M. Wien, Ann. d. Phys. 83. S. 327. 1927.

3) Nach neueren Versuchen von F. Bauer.

4) P. Debye u. E. Hückel, Phys. Ztschr. 24. S. 305. 1923.

5) C. W. Oseen, Vortr. a. d. Geb. d. Hydro- und Aerodyn. Innsbruck 1922.

Die Debyesche Theorie der verdünnten Elektrolyte ist nur in 1. Näherung in bezug auf die Feldstärke entwickelt, was der Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes entspricht. Eine Abhängigkeit der Leitfähigkeit vom äußeren Feld muß sich aus der Nichtlinearität der Debye-Hückelschen Differentialgleichungen ergeben, wenn man auch höhere Näherungen berücksichtigt.

Die von Debye in 1. Näherung berechneten Bremskräfte sind zweierlei Art:

a) Die elektrophoretische Kraft rührt daher, daß jedes Ion eine Atmosphäre entgegengesetzter Ladung molluskenhaft gebunden mit sich führt, so daß am ganzen System Ion + Atmosphäre eine am Ion angreifende beschleunigende und eine an der Atmosphäre angreifende bremsende Kraft wirken.

b) Die andere Kraft, welche als Relaxationskraft bezeichnet wird, kommt dadurch zustande, daß die Ionenatmosphäre bei der Bewegung gegen das Ion verschoben ist im Vergleich zum statischen Fall, also keine kugelsymmetrische Ladungsverteilung herrscht.

Wie sich diese Bremskräfte und damit die Leitfähigkeit bei einem großen, äußeren Feld ändern werden, läßt sich nicht von vornherein qualitativ angeben. Man muß dazu die höheren Näherungen der Relaxations- und der elektrophoretischen Kraft berechnen. Dabei kommt man zu einer Wechselwirkung von Relaxation und Elektrophorese.

2. Die Relaxationskraft

Zuerst soll die Relaxationskraft in höherer Näherung berechnet werden. Wie Debye setzen wir dazu sehr hohe Verdünnung und vollständige Dissoziation der elektrolytischen Lösung voraus.

Es handelt sich zunächst darum, die Verteilung der Ionen zu bestimmen. Greift man ein beliebiges Ion heraus, so wird in seiner Umgebung die Verteilung der Ionen geändert werden

1. durch die Wärmebewegung,
2. durch eine Kraft $\mathfrak{K}$, die eine Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ erzeugt gemäß der Gleichung

$$\mathfrak{K} = \varrho \mathfrak{v},$$

wenn ϱ die Reibungskonstante des betreffenden Ions ist,

3. durch die Bewegung des Lösungsmittels.

Diese letzte Ursache kann wie bei Debye vernachlässigt werden, da es sich um sehr verdünnte Lösungen handelt.

Es seien in einer Lösung Ionen vorhanden der Sorten

$$1 \ldots i \ldots s$$

mit den Ladungen $e_1 \ldots e_i \ldots e_s$.

Ein Ion werde herausgegriffen und zwangsweise mit einer Geschwindigkeit v in der x-Richtung bewegt.

Wird eine äußere Feldstärke angelegt, die nur eine Komponente X in der x-Richtung besitzt, so wirkt auf das Ion eine Kraft

$$\mathfrak{K}_1 = e_i \mathfrak{E}.$$

Eine zweite Kraft wird durch die unsymmetrische Ionenverteilung hervorgerufen. Ist das Ionenpotential im Mittel ψ, so ist die entsprechende Kraft auf das betrachtete Ion

$$\mathfrak{K}_2 = - e_i \operatorname{grad} \psi.$$

Debye findet dann für die momentanen Verteilungszahlen n_i der Ionen die Differentialgleichungen

$$(1) \quad \begin{cases} -\varrho_i v \dfrac{\partial n_i}{\partial x} = \operatorname{div}(k T \operatorname{grad} n_i - n_i e_i \mathfrak{E} + n_i e_i \operatorname{grad} \psi), \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad i = 1 \ldots s \end{cases}$$

wenn man ein Koordinatensystem zugrunde legt, welches mit dem herausgegriffenen Ion mitgeführt wird.

Außerdem muß natürlich das Potential ψ der Poissonschen Gleichung gehorchen:

$$(2) \quad \varDelta \psi = - \frac{4\pi}{D} \sum_i e_i n_i .$$

Nach Debye macht man für n_i den Ansatz

$$n_i = \bar{n}_i - \frac{\bar{n}_i e_i}{k T} \psi + \mu_i,$$

wenn $\bar{n}_i$ eine mittlere Verteilung ist, die in unendlicher Entfernung vom herausgegriffenen Ion erreicht wird, μ_i mißt die Abweichung von der statischen Verteilung und ist in 1. Näherung proportional v.

Mit Debye setzt man eine hohe Verdünnung voraus und kann daher grad ψ klein annehmen. Klein wie grad ψ soll auch die äußere Feldstärke $\mathfrak{E}$ sein. Debye kann dann

$$-n_i e_i \mathfrak{E} + n_i e_i \operatorname{grad} \psi$$

ersetzen durch

$$-\bar{n}_i e_i \mathfrak{E} + \bar{n}_i e_i \operatorname{grad} \psi .$$

Man muß sich zunächst über die Größenordnung von grad ψ unter den Wienschen Versuchsbedingungen klar werden. Für ein ein-einwertiges Salz in wäßriger Lösung bei einer Konzentration $\gamma = 0{,}0001$ Mol/Liter ergibt sich grad ψ von der Größenordnung 10^3 el. st. cgs.

Die Feldstärke $\mathfrak{E}$ muß demnach kleiner sein als 30000 Volt, um n_i durch seinen Mittelwert $\bar{n}_i$ ersetzen zu können.

In höherer Näherung ist n_i in $n_i e_i \mathfrak{E}$ voll zu berücksichtigen. Man findet daher das Gleichungssystem

$$\Delta \mu_i = \frac{\bar{n}_i e_i}{k T} (\varrho_i v - e_i X) \left\{ \frac{1}{k T} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \mu_i}{\partial x} \right\}, \qquad i = 1 \ldots s \tag{3}$$

$$\Delta \psi - \varkappa^2 \psi = -\frac{4\pi}{D} \sum e_i \mu_i . \tag{4}$$

Dabei ist

$$\varkappa^2 = \frac{4\pi}{D k T} \sum \bar{n}_i e_i^2 . \tag{5}$$

Die 1. Näherungswerte für ψ hat Debye bestimmt, indem er in Gleichung (3) rechts für μ_i und ψ die nullten Näherungswerte

$$\psi_0 = \frac{e_j}{D} \frac{e^{-\varkappa r}}{r}, \quad \mu_i^{(0)} = 0 ,$$

einsetzte. Dabei bedeutet e_j die Ladung des betrachteten Ions, das sich mit der Geschwindigkeit v_j bewegt. Man findet als Zusatzpotential zu ψ_0

$$\psi_1 = -\bar{\omega}_j \frac{e_j}{D} \left[\left\{ \frac{1}{\varkappa^2 r^2} + \frac{1}{\varkappa r} + \frac{1}{2} \right\} e^{-\varkappa r} - \frac{1}{\varkappa^2 r^2} \right] \cdot \cos \vartheta \tag{6}$$

mit

$$\bar{\omega}_j = \frac{1}{k T} \frac{\sum \bar{n}_i e_i^2 (\varrho_i v_j - e_i X)}{\sum \bar{n}_i e_i^2} , \tag{7}$$

während Debye für $\bar{\omega}_j$ den Wert

$$\omega_j = \frac{\varrho v_j}{k T}, \text{ mit } \varrho = \frac{\Sigma \bar{n}_i e_i^2 \varrho_i}{\Sigma \bar{n}_i e_i^2}$$

einsetzen kann, da er n_i in $n_i e_i \mathfrak{E}$ durch $\bar{n}_i$ ersetzt. Speziell für binäre Elektrolyte ist

$$\bar{\omega}_j = \omega_j .$$

Die 2. Näherung

Die 2. Näherung für ψ erhält man durch Einsetzen der 1. Näherungswerte für ψ und μ_i in die rechte Seite der Gleichung (3). Elimination der μ_i führt auf die Differentialgleichung 6. Ordnung

$$\varDelta\,\varDelta(\varDelta\,\psi_2 - \varkappa^2\,\psi_2) = \alpha\,\varDelta\,\frac{\partial\,\psi_1}{\partial\,x} + \beta\,\frac{\partial^2\,\psi_0}{\partial\,x^2} .$$

Statt diese Gleichung zu lösen, bestimmt man zuerst aus Gleichung (3) die $\mu_i^{(2)}$ und findet dann aus (4) ψ_2. Die willkürlichen Integrationskonstanten sind durch die Grenzbedingungen festgelegt. Es muß nämlich

1. im Unendlichen das Potential ψ und die Verteilungszahlen μ_i, die die Abweichung von der statischen Verteilung angeben, verschwinden,
2. im Nullpunkt das Potential der Ionenatmosphäre $\psi' = \psi - \frac{e_j}{D\,r}$, die Feldstärke grad ψ' und die Ladungsdichte proportional $\varDelta\,\psi'$ ebenso wie μ_i endlich bleiben.

Man findet in 2. Näherung das Zusatzpotential

$$\psi_2 = \varphi_0(r) + \varphi_2(r)\cos^2\vartheta . \tag{8}$$

Aus diesem Ansatz sieht man bereits, daß ψ_2 symmetrisch ist, so daß sich die von ihm herrührenden Kräfte im Mittel aufheben.

Die 2. Näherung kann also keine Änderung der Debyeschen Bremskräfte geben. Aus demselben Grund müssen auch alle anderen geradzahligen Näherungen verschwinden, so daß man die Relaxationskraft nur nach ungeradzahligen Potenzen in bezug auf v oder die Feldstärke X entwickeln kann. Dieses Ergebnis ist deshalb wichtig, weil das Vorhandensein von geraden Potenzen von X eine Ventilwirkung bedeuten würde, die natürlich ausgeschlossen ist.

Für die Leitfähigkeit λ selbst werden wir daher eine Entwicklung nach geraden Potenzen der Feldstärke finden

$$\lambda = \lambda_0 + \alpha_1\,X^2 + \alpha_2\,X^4 + \dots$$

Die 3. Näherung

Die 3. Näherungen ergeben sich entsprechend wie die 2. aus den Gleichungen (3) und (4) durch Einsetzen der 2. Näherungswerte $\mu_i^{(2)}$ und ψ_2 in die rechte Seite der Gleichung (3). Es zeigt sich jedoch bei der Auswertung der Differentialgleichungen, daß man nicht der Grenzbedingung im Unendlichen Genüge leisten kann, eine Folge davon, daß die Debyesche Theorie eine zu einfache Annahme über die Bewegung der Ionen macht. Wie Onsager[1]) gezeigt hat, kann die Bewegung der Ionen infolge eines äußeren Feldes nicht gleichförmig sein. Greift man nämlich ein beliebiges Ion heraus, so wird es von den Ionen in seiner Umgebung, mit denen es im Kräfteaustausch steht, gemäß der Grundgleichung des elektrischen Feldes

$$\sum n_j e_j \mathfrak{E}_j = 0$$

wegen der großen Molekularbewegung in der vorausgesetzten gleichförmigen Bewegung gestört werden. Diese Ungenauigkeit in der Debyeschen Theorie wird um so mehr ins Gewicht fallen, je weiter man die Näherung treibt. Sie ist die Ursache dafür, daß die Grenzbedingung im Unendlichen bei beliebig hoher Näherung nicht erfüllt ist.

Beschränkt man sich aber auf Feldstärken, die höchstens von der Größenordnung 30000 Volt/cm sind, so kann man nach Debye in der Gleichung (3) die Glieder mit X dadurch zum Verschwinden bringen, daß man in der Ausgangsgleichung (1) $n_i e_i \mathfrak{E}$ durch den Mittelwert $\bar{n}_i e_i \mathfrak{E}$ ersetzt, ebenso wie man in $n_i e_i \operatorname{grad} \psi$ für n_i den Mittelwert $\bar{n}_i$ einführt.

Dann ist die Grenzbedingung im Unendlichen exakt erfüllt für binäre Elektrolyte mit Ionen gleicher Beweglichkeit.

Die oben erwähnte Grundgleichung des elektrischen Feldes

$$\sum n_j e_j \mathfrak{E}_j = 0,$$

wobei $\mathfrak{E}_j$ das Feld der Ionenatmosphäre ist, die sich um das Ion der Ladung e_j bildet, lautet mit dem Debyeschen Wert für $\mathfrak{E}_j$ in 1. Näherung

$$\sum n_j \frac{e_j^2}{\varrho_j} = 0 .$$

---

[1]) L. Onsager, Phys. Ztschr. 28. S. 277. 1927.

Sie ist also ebenfalls nur für binäre Elektrolyte mit Ionen gleicher Reibungskonstanten erfüllt. Die Abweichungen sind um so größer, je mehr sich die Wertigkeit der Ionen unterscheidet. Man wird daher für derartige Elektrolyte wie die 1—3- und 1—4-wertigen keine quantitative Übereinstimmung mit den Experimenten erwarten dürfen.

Das Zusatzpotential ψ_3 ergibt sich schließlich in 3. Näherung von der Form

$$\psi_3 = f_1(r)\cos\vartheta + f_3(r)\cos^3\vartheta\,. \tag{9}$$

Wir wollen nun ψ_3 in der Nähe des herausgegriffenen Ions betrachten. Entwickelt man also nach Potenzen von r, so braucht man nur das erste nicht verschwindende Glied zu berücksichtigen. Es wird

$$\tag{10} \begin{cases} f_1 = \dfrac{e_j\,\omega_j^{(3)}}{80\,D\,\varkappa}\,r + \dots \\ \text{mit} \\ \omega_j^{(3)} = \dfrac{\varrho^{(3)}\,e_j^3}{k^3\,T^3}\,,\quad \varrho^{(3)} = \dfrac{1}{4}\left\{\varrho^3 + 2\varrho\,\dfrac{\Sigma n_i e_i^2 \varrho_i^2}{\Sigma n_i e_i^2} + \dfrac{\Sigma n_i e_i \varrho_i^3}{\Sigma n_i e_i^2}\right\}. \end{cases}$$

Die Reihenentwicklung von f_3 darf erst mit r^3 beginnen, damit die Endlichkeitsbedingungen im Nullpunkt erfüllt sind. Da die Faktoren von r und r^3 in f_1 und f_3 von derselben Größenordnung sind, kann f_3 gegen f_1 vernachlässigt werden.

Dem Potential ψ_3 entspricht eine Feldstärke

$$\mathfrak{E}_3 = -\operatorname{grad}\psi_3\,,$$

sie hat nur eine x-Komponente, so daß auf das Ion mit der Ladung e_j eine Kraft wirkt

$$\mathfrak{K}_x^{(3)} = \frac{1}{80}\,\frac{e_j^2\,\omega_j^{(3)}}{D\,\varkappa}\,, \tag{11}$$

die zu der von Debye in 1. Näherung berechneten Relaxationskraft

$$\mathfrak{K}_x^{(1)} = -\,\frac{\omega_j\,\varkappa\,e_j^2}{6\,D}$$

noch hinzukommt und eine Verminderung dieser Bremskraft bewirkt, so daß man tatsächlich einen Anstieg der Leitfähigkeit mit der äußeren Feldstärke findet.

3. Die elektrophoretische Kraft

Zur Berechnung der elektrophoretischen Kraft geht man von den Stokesschen hydrodynamischen Gleichungen aus. Sie lauten, wenn man unter $\mathfrak{v}$ die Geschwindigkeit der Flüssigkeitsströmung versteht:

$$\zeta \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathfrak{v} = -\operatorname{grad} p + \mathfrak{F} \tag{12}$$

$$\operatorname{div} \mathfrak{v} = 0 . \tag{13}$$

Es ist zunächst die Strömungsgeschwindigkeit $\mathfrak{v}$ zu berechnen unter der Annahme, daß sie in unendlich großer Entfernung $-v$ und parallel zur x-Achse gerichtet sei, während das Ion ruht. Den wahren Fall erhält man dann durch Überlagerung einer konstanten Geschwindigkeit v parallel der x-Achse.

Debye konnte in 1. Näherung in der Volumkraft

$$\mathfrak{F} = -\frac{D\,\mathfrak{E}}{4\pi} \Delta \psi \tag{14}$$

das Ionenpotential ψ_0 des statischen Falles einführen. In höherer Näherung ist die Nichtlinearität bedingt durch die von der Geschwindigkeit abhängige Volumkraft. Ersetzt man also in der Volumkraft $\mathfrak{F}$ das Ionenpotential ψ durch den 1. Näherungswert $\psi_1 = \varphi_1(r) \cos \vartheta$, so findet man in 2. Näherung eine Änderung der Strömungsgeschwindigkeit $\mathfrak{v}^{(2)}$ und des Druckes $p^{(2)}$ proportional dem Quadrat der äußeren Feldstärke. Berechnet man nun die Spannungen an der Oberfläche des Ions, das als eine kleine Kugel vom Radius b aufgefaßt wird, so wird die daraus resultierende Kraft Null. Genau wie bei der Relaxation ergibt auch hier die 2. Näherung keine Zusatzkraft.

Die 3. Näherungen berechnen sich ganz entsprechend, wenn man in der Volumkraft $\mathfrak{F}$ das Ionenpotential durch die 2. Näherung ersetzt. Man findet jetzt eine elektrophoretische Zusatzkraft

$$\mathfrak{K}_x^{(3)} = \frac{1}{40} \frac{e_j X \omega_j^{(2)} \cdot b_j}{\varkappa} , \tag{15}$$

dabei ist

$$\omega_j^{(2)} = \frac{\varrho^{(2)} v_j^2}{k^2 T^2} , \quad \varrho^{(2)} = \frac{1}{2} \left\{ \varrho^2 + \frac{\Sigma \bar{n}_i e_i^2 \varrho_i^2}{\Sigma \bar{n}_i e_i^2} \right\} .$$

Diese Zusatzkraft ist der Debyeschen elektrophoretischen Bremskraft

$$\mathfrak{K}_x^{(1)} = -e_j X \varkappa \cdot b_j$$

entgegengerichtet. Sie bewirkt daher entsprechend wie die 3. Näherung der Relaxationskraft einen Anstieg der Leitfähigkeit mit der Feldstärke.

4. Die Leitfähigkeit und ihre Abhängigkeit von der äußeren Feldstärke

Auf ein Ion der Ladung e_j wirkt

1. die äußere Feldstärke mit einer Kraft

$$K_1 = e_j X;$$

2. wird durch die Feldstärke der Ionenatmosphäre eine Kraft erzeugt

$$K_2 = -\frac{e_j^2 \omega_j \varkappa}{6D} + \frac{1}{80} \frac{e_j^2 \omega_j^{(2)}}{D \varkappa}.$$

Als Reibungskräfte kommen in Frage

1. die Stokessche Reibungskraft

$$-6 \pi \zeta b_j v_j ,$$

2. die elektrophoretische Kraft

$$-b_j \varkappa e_j X + \frac{1}{40} \frac{b_j}{\varkappa} \omega_j^{(2)} e_j X.$$

Die Summe der äußeren Kräfte muß der gesamten Reibungskraft das Gleichgewicht halten. Daher wird die Bewegungsgleichung des Ions

$$(16) \quad \left\{ \begin{aligned} & e_j X - \frac{e_j^2 \omega_j \varkappa}{6D} + \frac{1}{80} \frac{e_j^2 \omega_j^{(2)}}{D \varkappa} \\ & \qquad - 6 \pi \zeta b \, v_j - b_j \varkappa e_j X + \frac{1}{40} \frac{b_j}{\varkappa} \omega_j^{(2)} e_j X = 0. \end{aligned} \right.$$

Nach dem Stokesschen Gesetz ist

$$6 \pi \zeta b_j = \varrho_j .$$

Ersetzen wir in den Korrektionsgliedern die Geschwindigkeit durch den 1. Näherungswert

$$v_j^{(1)} = \frac{e_j X}{\varrho_j} (1 - \delta_j)$$

mit

$$\delta_j = \frac{\varrho \varkappa e_j^2}{6 D k T \varrho_j} + b_j \varkappa ,$$

so ergibt sich jetzt bei Berücksichtigung der 3. Näherungen

$$(17) \quad \left\{ \begin{aligned} v_j = \frac{e_j X}{\varrho_j} \Big\{ & 1 - \frac{e_j^2 \varrho \varkappa (1 - \delta_j)}{6 \varrho_j D k T} - b_j \varkappa + \frac{e_j^2 (1 - \delta_j)^2}{40 \varkappa k^2 T^2} \\ & \cdot \left(\frac{1}{2} \frac{\varrho^{(2)}}{\varrho_j^2} \frac{e_j^2 (1 - d_j)}{D k T} + b_j \frac{\varrho^{(2)}}{\varrho_j^2} \right) X^2 \Big\} . \end{aligned} \right.$$

Die Leitfähigkeit λ ist definiert durch

$$\lambda = \frac{1}{X}\sum n_j e_j v_j \,.$$

Mit unserem Werte für v_j wird

$$(18)\quad \left\{\begin{aligned} \lambda = \sum \frac{n_j\, e_j^2}{\varrho_j}\Big\{1 - \delta_j + \frac{e_j^2\,\varrho\,\varkappa}{6\,\varrho_j\,D\,k\,T}\,\delta_j + \frac{1}{40}\,\frac{e_j^2\,(1-\delta_j)^2}{\varkappa\,k^2\,T^2} \\ \cdot\left(\frac{1}{2}\,\frac{\varrho^{(2)}}{\varrho_j^2}\,\frac{e_j^2\,(1-\delta_j)}{D\,k\,T} + b_j\,\frac{\varrho^{(2)}}{\varrho_j^2}\right) X^2\Big\} \,. \end{aligned}\right.$$

Man erkennt aus dieser Formel, daß λ von der Feldstärke selbst abhängt. Für kleine Felder kann man die mit X^2 multiplizierten Glieder gegen die anderen vernachlässigen, so daß das Ohmsche Gesetz gültig ist.

Ist λ_0 die Leitfähigkeit bei kleiner Feldstärke, die wir näherungsweise gleich

$$(19)\qquad \lambda_0 = \sum \frac{n_j\, e_j^2}{\varrho_j}\,(1-\delta_j)$$

setzen, λ diejenige bei großer Feldstärke, so ist

$$(\lambda - \lambda_0) \text{ proportional } X^2.$$

Im Anschluß an die Wienschen Beobachtungen wollen wir uns mit dem Ausdruck

$$(20)\qquad \varDelta\lambda = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}\;{}^{1)}$$

beschäftigen. Man findet

$$(21)\quad \varDelta\lambda = \frac{\sum \dfrac{n_j\, e_j^4}{\varrho_j}\left\{\dfrac{\varrho^{(2)}}{\varrho_j^2}\,\dfrac{e_j^2\,(1-\delta_j)^2}{2\,D\,k\,T} + b_j\,\dfrac{\varrho^{(2)}}{\varrho_j^2}\,(1-\delta_j)^2\right\}\cdot X^2}{40\cdot\varkappa\,k^2\,T^2 \sum n_j\, e_j^2\,\dfrac{1-\delta_j}{\varrho_j}} \,.$$

In Übereinstimmung mit der Beobachtung stellt man fest, daß $\varDelta\lambda$ stets positiv ist und mit wachsender Feldstärke zunimmt.

Wien findet bei höheren Spannungen in weitem Bereich für $\varDelta\lambda$ einen geradlinigen Anstieg mit der Feldstärke und

---

1) Um die Dimensionen zu wahren, müßte man allerdings

$$\frac{\varDelta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}$$

setzen, jedoch soll zur Vereinfachung ebenso wie bei M. Wien $\varDelta\lambda$ für die prozentuale Änderung gebraucht werden.

zwar ist $\Delta\lambda$ proportional dem absoluten Betrag der Feldstärke oder $\Delta\lambda \sim +\sqrt{X^2}$. Unsere Entwicklung kann naturgemäß nur geradzahlige Potenzen von X liefern. Wir müssen daher versuchen, diese Gerade durch Hinzunehmen höherer Glieder anzunähern.

Wie schon ein Überblick über den Bau der schrittweise fortgehenden Näherungslösung auch ohne Ausrechnung von Einzelheiten zeigt, wird $\Delta\lambda$ in eine alternierende Reihe nach Potenzen von X^2 entwickelt, so daß sich $\Delta\lambda$ darstellen läßt durch

$$\Delta\lambda = A X^2 - B X^4 + C X^6 - + \ldots \tag{22}$$

In gleicher Weise erkennt man, daß B bei Vernachlässigung des kleineren elektrophoretischen Gliedes von der Form sein muß

$$B = c \cdot \frac{\varrho^{(5)} \sum n_j e_j^6 \frac{(1-\delta_j)^3}{\varrho_j\, 6}}{\sqrt{\varkappa^3} \cdot D \sum n_j e_j^2 \frac{1-\delta_j}{\varrho_j}} \,. \tag{23}$$

Der Zahlfaktor c ist unbekannt. $\varrho^{(5)}$ kann näherungsweise ersetzt werden durch

$$\varrho^{(5)} = \frac{1}{2}\left\{\varrho^5 + \frac{\sum n_i e_i^2 \varrho_i^5}{\sum n_i e_i^2}\right\}.$$

In der Reihenentwicklung (22) bewirkt das 2. Glied $-BX^4$ mit wachsender Feldstärke ein Umbiegen der $\Delta\lambda$-Kurve. Diese besitzt daher eine Wendetangente, welche wir mit der Wienschen Geraden vergleichen können.

Neuere Messungen von M. Wien[1]) bei relativ kleinen Feldstärken zeigen in der Tat den quadratischen Anfangsanstieg, so daß Wien neuerdings seine Resultate in der Form darstellt

$$\Delta\lambda = A X^2 - B X^4 = A X^2 (1 - \mathfrak{B} X^2),$$

wobei $\mathfrak{B} = \frac{B}{A}$ ist.

Wir wollen uns jetzt auf den Fall beschränken, daß nur zwei Ionensorten in der Lösung vorhanden sind. Es zerfällt dann jedes Molekül in

ν_1-Ionen der Ladung $z_1 e$ und in
ν_2- " " " $-z_2 e$.

---

[1]) Vgl. die vorhergehende Arbeit.

Nehmen wir an, daß die Beweglichkeiten proportional z_1/ϱ_1 und z_2/ϱ_2 mit steigender Konzentration im selben Maß verkleinert werden, so kann man

$$1 - \delta_1 = 1 - \delta_2 = \frac{\varLambda}{\varLambda_\infty} = f_\lambda$$

setzen.

Da nach Onsager[1]) in der Grenze für unendlich hohe Verdünnung das Stokessche Gesetz für Ionen gültig ist, eliminieren wir b_j durch

$$b_j = \frac{\varrho_j}{6\pi\zeta}.$$

Faßt man die Konstanten zusammen, so ergibt sich schließlich für den Anfangsanstieg

$$(24)\quad \left\{\begin{aligned} \varDelta\lambda = \frac{8{,}7\cdot 10^{-19}}{\sqrt{D\eta}\sqrt{z_1+z_2}\,\varLambda_\infty}\Big\{&\varrho^{(3)}\left(\frac{z_1^5}{\varrho_1^4}+\frac{z_2^5}{\varrho_2^4}\right)f_\lambda^2 \\ &+ 1{,}73\cdot 10^6\varrho^{(2)}\cdot D\left(\frac{z_1^3}{\varrho_1^2}+\frac{z_2^3}{\varrho_2^2}\right)f_\lambda\Big\}X^2 = A X^2 \end{aligned}\right.$$

mit

$$\varrho^{(3)} = \frac{1}{4}\left(\varrho^3 + 2\varrho\,\frac{z_1\varrho_1^2+z_2\varrho_2^2}{z_1+z_2} + \frac{z_1\varrho_1^3+z_2\varrho_2^3}{z_1+z_2}\right)$$

$$\varrho^{(2)} = \frac{1}{2}\left(\varrho^2 + \frac{z_1\varrho_1^2+z_2\varrho_2^2}{z_1+z_2}\right)$$

$$\varrho = \frac{z_1\varrho_1+z_2\varrho_2}{z_1+z_2}.$$

Die Feldstärke X ist in Volt/cm anzugeben.

η ist die Äquivalentkonzentration bezogen auf einen Liter. $\varLambda_\infty$ die Äquivalentleitfähigkeit bei unendlicher Verdünnung.

In nächster Näherung würde zu $\varDelta\lambda = AX^2$ ein weiteres Glied hinzuzufügen sein

$$(25)\qquad -BX^4 = -c\,\frac{\sqrt{D}}{\eta^3}\,\frac{\varrho^{(5)}\left(\frac{z_1^7}{\varrho_1^6}+\frac{z_2^7}{\varrho_2^6}\right)f_\lambda^4}{\sqrt{z_1+z_2}^{\,3}\,\varLambda_\infty}\,X^4,$$

bei Vernachlässigung des kleineren elektrophoretischen Gliedes. Um den qualitativen Gang mit der Konzentration, der Wertigkeit und der Dielektrizitätskonstante diskutieren zu können, setzen wir mit Wien

$$(26)\qquad \varDelta\lambda = AX^2(1 - \mathfrak{B}X^2),$$

---

[1]) L. Onsager, Phys. Ztschr. 27. S. 388. 1926.

wobei näherungsweise

$$\mathfrak{B} \sim \frac{D}{\eta} f(z)$$

ist. Speziell für binäre Elektrolyte mit gleichen Ionenbeweglichkeiten wird

$$f(z) = z.$$

5. Diskussion der Leitfähigkeitsänderung

a) Abhängigkeit von der Konzentration

Aus Formel (24) ist ersichtlich, daß für den Anfangsanstieg $\Delta\lambda = A X^2$ umgekehrt proportional der Wurzel aus der Äquivalentkonzentration ist. Außerdem ist aber auch der Leitfähigkeitskoeffizient $f_\lambda = \frac{\Lambda}{\Lambda_\infty}$ konzentrationsabhängig, und zwar nimmt er mit der Verdünnung zu, um sich dem Grenzwert 1 zu nähern. Für mittlere Verdünnungen der Größenordnung 1000 gilt daher die Proportionalität mit $1/\sqrt{\eta}$ nur näherungsweise. A wächst stärker als $1/\sqrt{\eta}$.

Aus der Tab. 2 (S. 826) ist zu ersehen, daß auch die Beobachtung mit steigender Verdünnung einen Anstieg für $\Delta\lambda = A X^2$ liefert. Während jedoch für die berechneten Werte A schneller wächst als $1/\sqrt{\eta}$, gibt die Beobachtung einen langsameren Anstieg als mit $1/\sqrt{\eta}$.

Beachtung des nächsthöheren Gliedes ergab für $\Delta\lambda$ einen Ausdruck

$$\Delta\lambda = A X^2 (1 - \mathfrak{B} X^2),$$

wobei $\mathfrak{B}$ näherungsweise proportional $1/\eta$ ist. Das Glied $\mathfrak{B} X^2$ wächst daher mit steigender Verdünnung, so daß das Umbiegen der $\Delta\lambda$-Kurve bei um so kleineren Feldstärken eintritt, je verdünnter die Lösung ist, in Übereinstimmung mit den Wienschen Ergebnissen.[1]

b) Die Abhängigkeit von der Wertigkeit

Die Abhängigkeit der Leitfähigkeitsänderung $\Delta\lambda$ von der Wertigkeit der Ionen ist nicht so leicht zu übersehen, da schon für den Anfangsanstieg $\Delta\lambda = A X^2$ die beiden Glieder der Relaxation und Elektrophorese in verschiedener und komplizierter Weise mit der Wertigkeit und den Reibungskonstanten der Ionen verknüpft und durch den Leitfähigkeitskoeffizienten f_i außerdem auch konzentrationsabhängig sind.

---

[1] M. Wien, a. a. O. S. 854 und die dieser Arbeit vorhergehende Abhandlung von M. Wien.

Um einen Überblick zu gewinnen, beschäftigen wir uns wieder zuerst mit dem Anfangsanstieg und zwar für den Idealfall, daß nur Ionen gleicher Beweglichkeit vorhanden sind. Daraus folgt für die Reibungskonstanten ϱ_i Proportionalität mit der Wertigkeit. Wir setzen

$$\varrho_i = z_i \varrho_0,$$

wobei ϱ_0 eine mittlere Reibungskonstante der einwertigen Ionen ist. Setzt man so hohe Verdünnungen voraus, daß näherungsweise $f_i = 1$ wird, und vernachlässigt man das 2. Glied in $\Delta\lambda = A X^3$ [vgl. (24)], da es stets kleiner ist als das Relaxationsglied, so wird für eine wäßrige Lösung bei 18° C

$$\Delta\lambda = 3{,}2 \cdot 10^{-14} \frac{\varrho^{(3)}}{\varrho^3} \sqrt{\frac{z_1 + z_2}{\eta}} \cdot X^3 = A X^3$$

mit

$$\frac{\varrho^{(3)}}{\varrho_0^{\,3}} = \frac{z_1^{\,6} + z_1^{\,5} z_2 + 1{,}5\, z_1^{\,4} z_2^{\,2} + z_1^{\,3} z_2^{\,3} + 1{,}5\, z_1^{\,2} z_2^{\,4} + z_1 z_2^{\,5} + z_2^{\,6}}{(z_1 + z_2)^3}.$$

Speziell für binäre Elektrolyte ist

$$\frac{\varrho^{(3)}}{\varrho_0^{\,3}} = z^3$$

und

$$\Delta\lambda = 3{,}2 \cdot 10^{-14} \frac{z^3 \sqrt{2z}}{\sqrt{\eta}} \cdot X^3 = A X^3.$$

Für verschiedene Elektrolyte ist der relative Anfangsanstieg $\Delta\lambda = A X^3$ in folgender Tabelle wiedergegeben.

Tabelle 1

Wertigkeit	$\Delta\lambda = A X^3$ relativ	$z_1^{\,2} z_2^{\,2}$
1—1	1	1
1—2	6,2	4
2—2	11	16
1—3	25	9
1—4	71	16
2—3	29	36
2—4	71	64

In der letzten Spalte ist der Anstieg mit der Wertigkeit eingetragen, wie er sich aus der Wienschen empirischen Formel ergibt, nach der $\varDelta$ proportional $z_1^2 z_2^2$ ist, wenn Elektrolyte gleicher absoluter Leitfähigkeit verglichen werden. Der Zusammenhang mit der Konzentration ist durch

$$\varDelta = \frac{1000\,\varkappa^{1)}}{\eta}$$

gegeben. Unsere Voraussetzung hoher Verdünnung und gleicher Ionenbeweglichkeiten liefert bei gleicher absoluter Leitfähigkeit $\varkappa$ für verschiedene Elektrolyte gleiche Äquivalentkonzentration, so daß wir in der Tabelle die berechneten Zahlen mit denen der empirischen Formel vergleichen können.

Man findet eine verhältnismäßig gute Übereinstimmung bei den Elektrolyten mit nicht allzu verschiedener Wertigkeit der Ionen. Die falschen Werte der 1—3- und 1—4-wertigen Elektrolyte kommen durch die anfangs erwähnte Unstimmigkeit in der Debyeschen Theorie zustande, da Debye die Molekularbewegung des betrachteten Ions vernachlässigt.

Bei endlichen Konzentrationen der Größenordnung $\eta = 10^{-3}$, wie sie Wien anwendet, werden die obenstehenden Zahlen noch erniedrigt durch den Koeffizienten f_1^2, der bei 1—1-wertigen

Tabelle 2

	$\varkappa = 0{,}0005$			$\varkappa = 0{,}00025$			$\varkappa = 0{,}000125$		
	$\eta \cdot 10^3$	$\varDelta \cdot 10^{11}$		$\eta \cdot 10^3$	$\varDelta \cdot 10^{11}$		$\eta \cdot 10^3$	$\varDelta \cdot 10^{11}$	
		ber.	beob.[2]		ber.	beob.[2]		ber.	beob.[2]
NaCl	4,82	0,11	—	2,37	0,17	—	1,18	0,24	—
K_2SO_4	4,10	0,42	—	2,02	0,64	—	0,985	0,94	—
$CuSO_4$	6,36	0,49	—	2,82	0,93	—	1,29	1,6	—
$MgSO_4$	6,05	0,6	1,49	2,72	1,1	1,96	1,27	1,9	2,5
$MgCrO_4$	5,74	0,7	1,21	2,65	1,2	1,60	1,26	1,9	1,8
K_3FeCy_6	3,50	1,7	0,44	1,68	2,7	0,70	0,820	4,0	0,77
K_4FeCy_6	3,63	4,4	0,88	1,72	7,1	1,17	0,831	11	(0,82)
$Ba_3(FeCy_6)_2$	5,15	1,2	3,9	2,25	2,3	5,1	0,94	5,1	5,6
Ba_2FeCy_6	5,75	1,8	6,6	2,60	3,4	10,9	1,08	7,3	(11,6)

---

1) $\varkappa$ bedeutet die Leitfähigkeit und hat mit der im rechnerischen Teil benutzten Größe $\varkappa$ nichts zu tun.

2) Vgl. die vorhergehende Arbeit von M. Wien.

Elektrolyten, z. B. NaCl, nahezu 1 ist, bei den hochwertigen aber stark von 1 abweicht.

Die Werte $A \cdot X^2$ sind bei Konzentrationen, die der absoluten Leitfähigkeit $\varkappa = 0{,}0005$, $\varkappa = 0{,}00025$ und $\varkappa = 0{,}000125$ entsprechen, für $X^2 = 10^{11}$ (Volt/cm)^2 oder $X^2 = 10^9$ (Volt/cm)^2 in Prozenten nach Formel (24) für wäßrige Lösungen bei 18° berechnet.

Vergleicht man die berechneten Werte A mit den von Wien beobachteten, so findet man zuerst einmal größenordnungsmäßig Übereinstimmung bei den 2—2-wertigen und bei den 2—3- und 2—4-wertigen Elektrolyten, und zwar kommen die berechneten Werte den beobachteten am nächsten für die kleinste Konzentration, während sich mit wachsender Konzentration größere Differenzen ergeben. Diese dürften darauf zurückzuführen sein, daß die Debyesche Theorie nur für kleine Konzentration Gültigkeit besitzt. Ferner sieht man, daß mit steigender Wertigkeit ein starker Anstieg der $\Delta\lambda$ erfolgt. Wie bereits bei Elektrolyten mit Ionen gleicher Beweglichkeit festgestellt werden mußte, fällt auch jetzt wieder für 1—3- und 1—4-wertige Elektrolyte $\Delta\lambda$ viel zu groß aus.

Für derartige Elektrolyte müssen sich kleinere Werte ergeben, wenn man die Leitfähigkeit nach der von Onsager verbesserten Debyeschen Theorie berechnet.

Berücksichtigung des nächsthöheren Gliedes in der Reihenentwicklung lieferte

$$\Delta\lambda = A X^2 (1 - \mathfrak{B} X^2).$$

Für den einfachsten Fall binärer Elektrolyte mit Ionen gleicher Beweglichkeit ist $\mathfrak{B}$ näherungsweise proportional der Wertigkeit. Im Verhältnis zu A, das man proportional $z^{2,5}$ fand, ist $\mathfrak{B}$ nur wenig von der Wertigkeit abhängig. Ebenso ergibt sich für Elektrolyte mit Ionen verschiedener Wertigkeit nur ein geringes Ansteigen von $\mathfrak{B}$ mit der Wertigkeit.

Auch Wien findet für $\mathfrak{B}$ ein langsames Anwachsen mit der Wertigkeit der Ionen.

c) Die Abhängigkeit von der Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels

Endlich wollen wir noch den Einfluß des Lösungsmittels auf die Leitfähigkeitsänderung betrachten, der durch die Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels gegeben ist, von dessen innerer Reibung ζ dagegen $\Delta\lambda$ unabhängig ist.

Vernachlässigt man in Formel (24) den 2. Teil, der durch Elektrophorese bedingt ist und nur 10—20 Proz. des ersten ausmacht, so wird für den Anfangsanstieg $\Delta\lambda = A X^2$ umgekehrt proportional der Wurzel aus der Dielektrizitätskonstante, allerdings nur näherungsweise, denn der Leitfähigkeitskoeffizient ist auch vom Lösungsmittel abhängig.

Bei 18° C hat Wasser die Dielektrizitätskonstante

$$D_W = 81{,}3\,,$$

Aceton

$$D_A = 21{,}5\,.$$

Man berechnet daher für den Anfangsanstieg bei Aceton als Lösungsmittel rund den doppelten Wert wie für die entsprechende wäßrige Lösung.

Versuche mit Aceton, die von F. Bauer ausgeführt wurden, ergeben für $\Delta\lambda = A X^2$ einen größeren Wert als solche mit Wasser als Lösungsmittel, so daß in Aceton auch 1—1- und 1—2-wertige Elektrolyte untersucht werden können.

Für höhere Feldstärken ist in $\Delta\lambda = A X^2 (1 - \mathfrak{B} X^2)$ das Glied $\mathfrak{B} X^2$ zu berücksichtigen. Da $\mathfrak{B}$ näherungsweise proportional der Dielektrizitätskonstante ist, ist es bei Aceton als Lösungsmittel kleiner als bei Wasser wieder im Einklang mit den Bauerschen Resultaten.

Zusammenfassend kann man folgende Ergebnisse feststellen:

Die Debyesche Theorie der verdünnten Elektrolyte liefert bei Berücksichtigung höherer Näherungen ein Anwachsen der Leitfähigkeit mit der äußeren Feldstärke nach der Formel

$$\Delta\lambda = A X^2 (1 - \mathfrak{B} X^2),$$

durch das erste Glied $A X^2$ wird der Anstieg für kleine Feldstärken X wiedergegeben. Näherungsweise ist

$$A \sim \frac{1}{\sqrt{D\eta}}\, g(z),$$

wobei für binäre Elektrolyte mit Ionen gleicher Reibungskonstanten

$$g(z) = z^{2,5}$$

ist.

Es ergibt sich also für den Anfangsanstieg

$$\Delta\lambda = A X^2$$

1. ein Anwachsen mit abnehmender Konzentration und zwar näherungsweise umgekehrt proportional der Wurzel aus der Konzentration,

2. ein Anwachsen mit abnehmender Dielektrizitätskonstante und zwar wiederum näherungsweise umgekehrt proportional der Wurzel aus der Dielektrizitätskonstante,

3. ein starkes Anwachsen mit der Wertigkeit der Ionen, alles in Übereinstimmung mit den Wienschen Versuchsergebnissen.

Auch die Größenordnung des Effektes wird richtig wiedergegeben, wenn man von Elektrolyten mit sehr verschiedenwertigen Ionen, wie den 1—3- und 1—4-wertigen absieht, für die A viel zu groß ausfällt.

Das nächste Glied der Entwicklung, dessen absoluter Wert nicht berechnet wurde, ist gegeben durch $\mathfrak{B} X^3$ und bewirkt eine Verminderung des Anfangsanstieges $A \cdot X^2$. Näherungsweise ist

$$\mathfrak{B} \sim \frac{D}{\eta} f(z),$$

wobei für binäre Elektrolyte mit Ionen gleicher Reibungskonstanten

$$f(z) = z$$

ist.

$\mathfrak{B}$ wächst mit abnehmender Konzentration entsprechend den Wienschen Versuchsergebnissen.

Mit kleiner werdender Dielektrizitätskonstante nimmt $\mathfrak{B}$ ab im Einklang mit den Versuchen bei Aceton.

Ferner ergibt sich theoretisch wie experimentell für $\mathfrak{B}$ im Vergleich zu A ein langsamer Anstieg mit der Wertigkeit.

Die großen Abweichungen bei den 1—3- und 1—4-wertigen Elektrolyten sind wahrscheinlich darauf zurückzuführen, daß für sie die Debye-Hückelsche Theorie nicht mehr gültig ist.

Man darf erwarten, auch hier den Anschluß an die Erfahrung zu gewinnen, wenn man die von Onsager verbesserte Debyesche Theorie zugrunde legt. Vielleicht wird dann die jetzt noch rohe qualitative Übereinstimmung ebenfalls verfeinert, so daß auch kleinere Unterschiede, die z. B. durch die Verschiedenheit der Ionenbeweglichkeiten zustande kommen, von der Theorie richtig wiedergegeben werden. Jedoch gestaltet sich die Rechnung nach Onsager bedeutend komplizierter als nach der Debye-Hückelschen Theorie.

Vorliegende Arbeit wurde auf Anregung von Hrn. Prof. Joos ausgeführt, dem ich für seine dauernde freundliche Unterstützung und Beratung zu größtem Dank verpflichtet bin. Ebenso danke ich Hrn. Geheimrat Wien herzlich für sein stetes förderndes Interesse.

Jena, Physikalisches Institut, März 1928.

(Eingegangen 12. März 1928)

5. *Messung des kinetischen Wärmeeffektes in Luft, Wasserstoff und Argon*[1];

von K. Bücker

Der kinetische Wärmeeffekt

In seinen Untersuchungen über die Molekularluftpumpe beschreibt **Gaede**[2]) einen neuen Wärmeeffekt in hochverdünnten Gasen, den er „kinetischen Wärmeeffekt" nennt. Der genannte Effekt beruht auf folgendem Vorgang. Die Molekularluftpumpe ist eine Einrichtung, bei welcher der ungeordneten Geschwindigkeit der Moleküle eine gerichtete Geschwindigkeit mit mechanischen Mitteln überlagert wird. Diese Überlagerung einer gerichteten Geschwindigkeit bewirkt erstens einen mechanischen Effekt, das ist die Erzeugung eines hohen Vakuums, und zweitens einen thermischen Effekt, d. i. der kinetische Wärmeeffekt. In einem Raum, der mit einem so stark verdünnten Gase gefüllt ist, daß zwei Flächen A und B, Fig. 1, klein sind gegenüber der freien Weglänge der Gasmoleküle, ist der ungeordneten Geschwindigkeit der Moleküle die gerichtete Geschwindigkeit u überlagert. Dann ist die Geschwindigkeit a, mit welcher die Moleküle senkrecht auf die Fläche A auftreffen, größer als die Geschwindigkeit b, mit welcher die Moleküle auf die Fläche B auftreffen. Der kinetische Wärmeeffekt besteht nun darin, daß die Überlagerung der geordneten Bewegung u über die ungeordnete thermische Molekulargeschwindigkeit des

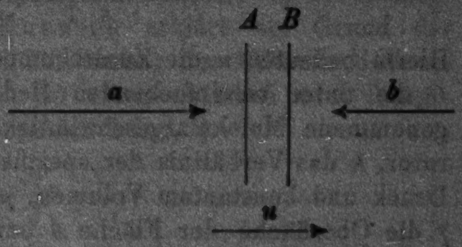


Fig. 1

---

[1] Gekürzte Karlsruher Dissertation.

[2] W. **Gaede**, Ann. d. Phys. 41. S. 369. 1913.

Gases eine Temperaturerhöhung der Fläche *A* und eine Temperaturerniedrigung der Fläche *B* erzeugt. Der kinetische Wärmeeffekt wird gemessen, indem die sich zwischen *A* und *B* einstellende Temperaturdifferenz beobachtet wird.

Die Theorie des kinetischen Wärmeeffektes von Gaede

Gaede gibt zur theoretischen Berechnung des kinetischen Wärmeeffektes zwei Gleichungen an:

$$\tau = \frac{u}{\dfrac{G + \dfrac{u}{3}}{T(k-1)} + \dfrac{2(L+S)}{p \cdot f}}, \tag{1}$$

$$\tau = \frac{u\left(1 - \dfrac{1}{3(k-1)}\right)}{\dfrac{3\,G + u}{4 \cdot T} + \dfrac{L+S}{p \cdot f}}. \tag{2}$$

Hierin bedeuten u die Zusatzkomponente der Geschwindigkeit, G die unter vereinfachenden Bedingungen als konstant angenommene Molekulargeschwindigkeit, T die absolute Temperatur, k das Verhältnis der spezifischen Wärme bei konstantem Druck und konstantem Volumen, p der Druck in Dyn pro cm^2, f die Oberfläche der Fläche A bzw. B, S die Strahlung derselben und L die Wärmeableitung durch die Thermodrähte und Aufhängung.

Da über die Beziehung der translatorischen zur rotatorischen Energie der Moleküle beim Stoß gegen eine feste Wand noch zu wenig bekannt ist, ist es Gaede nur möglich gewesen, die extremen Werte zu berechnen. Die erste Formel ist unter der Voraussetzung abgeleitet, daß das Gleichgewicht zwischen der translatorischen und rotatorischen Energie der Moleküle schon beim ersten Zusammenstoß auf die Wand erreicht ist, infolgedessen ist angenommen, daß nach der Reflexion von der Fläche f die rotatorische Energie der Moleküle nur von der Geschwindigkeit abhängt, mit welcher die Moleküle die Fläche verlassen. Die zweite Formel ist unter der Voraussetzung abgeleitet, daß die Einstellungsgeschwindigkeit zwischen translatorischer und rotatorischer Energie außerordentlich langsam erfolgt. Als extremer Fall ist angenommen, daß nach der Reflexion die rotatorische Energie nur von der Geschwindigkeit abhängt, mit welcher die Moleküle auf die Fläche aufgetroffen sind. Beide Formeln lassen erkennen, daß für kleine Werte von p die Werte von τ proportional p sind. Die Messungen haben nur Bedeutung, wenn p sehr klein ist, weil dann die freie Weglänge der Gasmoleküle im Verhältnis zur Fläche f groß ist und daher die wenigen Zusammenstöße der Gasmoleküle unter sich vernachlässigt werden können.

Bei der theoretischen Berechnung ist noch folgender Umstand zu berücksichtigen, daß die kinetische Energie der Moleküle bei der Berührung mit der festen Wand nicht vollständig den Wert annimmt, welcher der Temperatur der Wand entspricht. Die Wärmemenge, welche ein Körper durch Wärmeleitung durch das umgebende Gas abgibt, ist, wie Knudsen[1]) gefunden hat, in hohem Grade von der Oberflächenbeschaffenheit des Körpers abhängig. Diese Abhängigkeit von der Rauhigkeit der Oberfläche hat Knudsen erklärt auf Grund der kinetischen Gastheorie durch Einführung des Akkommodationskoeffizienten a, „der als das Verhältnis zwischen zwei Temperaturdifferenzen bezeichnet werden kann,

$$a = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_2},$$

wo T_1 die Temperatur der Gasmolekülgruppe, die sich einer festen Wand nähert, und T_2 die Temperatur der die Wand verlassenden Gasmolekülgruppe bezeichnet; die Temperatur der Wand ist T_2'. Unter der Temperatur einer Molekülgruppe verstehen wir hier die Temperatur, die eine aus den Molekülen der Gruppe bestehende Gasmasse haben würde, wenn sich die Geschwindigkeiten, ohne die Größe zu ändern, gleichmäßig in allen Richtungen verteilten“. Die Größe a liegt bei den Knudsenschen Messungen zwischen den Grenzen 0,26 bei glatten Oberflächen und 0,975 bei rauhen mit Platinmohr überzogenen Oberflächen. Für die absolut rauhe Oberfläche ist $a = 1$.

Knudsen unterscheidet zwischen drei Wärmeleitungskoeffizienten, die auf ebene parallele Oberflächen bezogen sind. Es wird bezeichnet als Wärmeleitungskoeffizient:

---

1) M. Knudsen, Ann. d. Phys. 34. S. 597. 1911.

1. ε, zwischen zwei vollkommen rauhen Oberflächen,
2. $\varepsilon_{1\infty}$, zwischen einer glatten und einer vollkommen rauhen Oberfläche,
3. ε_{11}, zwischen zwei glatten Oberflächen.

Die Bezeichnungen zwischen den drei Größen ε, $\varepsilon_{1\infty}$ und ε_{11} und dem Akkommodationskoeffizient sind folgende:

$$\frac{2}{\varepsilon_{1\infty}} = \frac{1}{\varepsilon_{11}} + \frac{1}{\varepsilon}$$

und

$$\varepsilon_{1\infty} = a \cdot \varepsilon .$$

Die Theorie des kinetischen Wärmeeffektes von Sophus Weber

Sophus Weber[1]) hat 1924 eine Neuberechnung des kinetischen Wärmeeffektes unternommen, in der er die Hypothese von **Knudsen** über den Zusammenhang der translatorischen und rotatorischen Energie der Moleküle, die jener in seinen Untersuchungen über die molekulare Wärmeleitung aufgestellt hat, benutzt. **Knudsen**[2]) findet es am natürlichsten, anzunehmen, daß die beiden Energieformen voneinander ganz unabhängig zwischen den verschiedenen Molekülen verteilt sind, aber doch so, daß der mittlere Wert des einen dem mittleren Wert des andern proportional ist. Unter Anwendung dieser **Knudsen**schen Hypothese findet **Sophus Weber** für die Temperaturerhöhung der Fläche A den Ausdruck

$$\tau_1 = \frac{a \cdot \frac{1}{4} \cdot p \cdot f \cdot u}{(L + S) + a \cdot p \cdot \beta \cdot f \cdot (c + u) \frac{1}{T}}$$

analog für die Temperaturerniedrigung der Fläche B

$$\tau_2 = \frac{a \cdot \frac{1}{4} \cdot p \cdot f \cdot u}{(L + S) + a \cdot p \cdot \beta \cdot f \cdot (c - u) \frac{1}{T}} .$$

Die Buchstaben bedeuten dasselbe wie in den genannten Gleichungen von **Gaede**. Es ist ferner

$$\beta = \frac{1}{4} \cdot \frac{k + 1}{k - 1} \quad \text{und} \quad c = \sqrt{\frac{8}{3\pi}} \cdot G .$$

---

[1]) **Sophus Weber**, Ztschr. f. Phys. 24. S. 267. 1924.

[2]) M. **Knudsen**, Ann. d. Phys. 34. S. 603. 1911.

Sophus Weber führt für die **Gaedesche** Bezeichnung „kinetischer Wärmeeffekt“ den Namen „Gaedeeffekt“ ein. Wir wollen hier die letztere Bezeichnung der Kürze wegen auch beibehalten.

Vergleich der beiden Theorien mit den Beobachtungen von Gaede

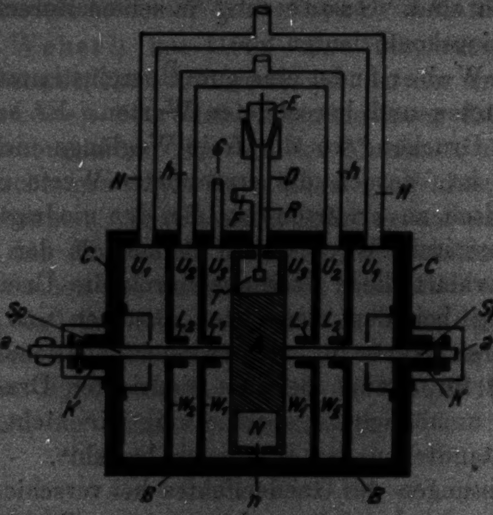
Gaede fand, daß die Werte, die bei einem Druck unterhalb 0,001 mm Quecksilbersäule beobachtet sind, in welchem Falle die freie Weglänge genügend groß ist gegenüber der Fläche *f*, stets von den beiden theoretisch errechneten Werten eingeschlossen sind. **Gaede** setzt in seinen Berechnungen den Akkommodationskoeffizienten $a = 1$.

Sophus Weber findet eine gute Übereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Werten. Er setzt $a = 0{,}9$. Bei höheren Drucken, wo die freie Weglänge nicht mehr genügend groß ist, werden die errechneten Werte zu groß, wie auch theoretisch zu erwarten ist. Bei den niedrigsten Drucken ist der theoretische Wert etwas kleiner als der beobachtete. **S. Weber** „erklärt diese Tatsache durch die Unsicherheit der Druckmessung bei den niedrigsten Drucken und auch durch den unsicheren Wert für den Akkommodationskoeffizienten. Ob der Wert für a auch bei den niedrigsten Drucken 0,9 ist, ist nämlich unmöglich zu sagen, weil wir nicht wissen, aus welchen Bestandteilen der Restdruck besteht“.

Die Messungen des Gaedeeffektes bei verschiedenen Gasen beanspruchen ein besonderes Interesse, weil die durch den Akkommodationskoeffizienten a gegebenen Bedingungen des Wärmeaustausches zwischen den Gasmolekülen und den Molekülen der festen Wand beim Gaedeeffekt prinzipiell andere sind als wie bei der Wärmeleitung. Bei der Wärmeleitung sind die translatorische und rotatorische Energie der Moleküle gleichzeitig wirksam. Bei dem Gaedeeffekt hingegen tritt allein die translatorische Energie der Gasmoleküle in Erscheinung. Durch Vergleich der Akkommodationskoeffizienten, die nach beiden Methoden erhalten werden, müßte es somit möglich sein, über den Zusammenhang der translatorischen und rotatorischen Energie der Moleküle Aufschluß zu erhalten. **Gaede** schreibt von seinen Versuchen: „Zu berücksichtigen ist, daß diese Versuche nicht leicht auszuführen sind, und daß die Durchführung nur mit Luft möglich war. Die Verwendung eines einatomigen Gases war aus technischen Gründen ausgeschlossen.“ In vorliegender Arbeit wird die Methode so ausgestaltet, daß die Genauigkeit um etwa eine Zehnerpotenz gesteigert wird, und eine Messung mit verschiedenen Gasen vor allem mit dem einatomigen Argon möglich wurde.

Der Rotationsapparat

In dem Gehäuse *B* rotiert der aus der Fig. 2 ersichtliche Körper *A* um die Welle *a*. Das zylindrische Gehäuse *B* ist durch die ebenen Wände *C* luftdicht geschlossen. Auf der Peripherie des zylinderförmigen Körpers *A* befindet sich ein ringförmiger Hohlraum *N* von quadratischem Querschnitt von 15 mm Seitenlänge. Am Umfang bei *n* mündet die Nut nach außen und endet in einem 4,8 mm breiten Spalt, durch welchen das Zuleitungsröhrchen *R* der Thermosäule *T* führt. Symmetrisch zum Rotationskörper *A* sind auf beiden Seiten zwei Wände W_1 und W_2 luftdicht in das Gehäuse *B* eingesetzt und grenzen die Räume U_1, U_2 und U_3 ab. Eine Abdichtung zwischen den Räumen U_1, U_3 und U_2 wurde erreicht, indem



Der Rotationsapparat.

Fig. 2

die Büchsen L_1 und L_2 die Welle *a* in einem Abstand von einem Bruchteil eines 0,1 mm auf einer Länge von 2 cm umschlossen. *H* sind Leitungsrohre, welche in die Räume U_1 führen, sie sind außerhalb derselben verbunden und führen zur großen Gaedeschen Diffusionspumpe. Die beiden Röhren *h* führen zu den Räumen U_2, sind ebenfalls außerhalb derselben verbunden und sind an die kleine Gaedesche Diffusionspumpe angeschlossen. Die Abdichtung der Welle *a* gegen die Atmosphäre ist durch Ölabschluß in den Lagern *K* erreicht. Das Eindringen des Öles aus den Lagern *K* in die Räume U_1 ist ebenso wie bei der Gaedeschen Molekularluftpumpe durch eine in die Welle eingeschnittene Spiralnute *Sp* verhindert, welche während der Rotation das Öl dynamisch entgegen dem äußeren atmosphärischen Überdruck zurückdrängt. Die Spiralnute *Sp* hat nur dann eine Wirkung, wenn die Welle rasch rotiert. Daraus ergibt sich, daß der Apparat zuerst in Rotation versetzt werden muß und dann evakuiert wird. *D* ist ein Messingrohr von 20 mm Ø, an dem oben ein Metallschliff *E* sitzt. Die Thermosäule *T* ist mit Hilfe eines Metallröhrchens *R* an dem Schliff befestigt. Die elektrischen Zuleitungsdrähte führen durch das Metallröhrchen und durch den Schliff nach außen. Der Schliff *E* besitzt, wie aus der Fig. 3 hervorgeht, eine Nut *M*, die mit einer Diffusionspumpe vorevakuiert wird. Oberhalb der Nut ist der Schliff mit Ramsayfett gedichtet, unterhalb der Nut befindet sich kein Fett, um Fettdämpfe zu vermeiden.

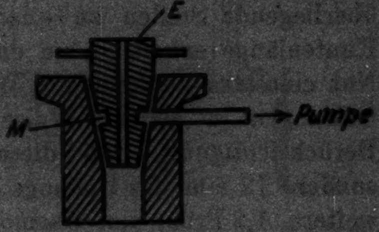


Fig. 3

Zur Berechnung der Zusatzgeschwindigkeit ist maßgebend:

1. die Tourenzahl des Rotationskörpers,
2. die Lage des Thermoelementes und
3. der Einfluß des Spaltes.

Die Tourenzahl wurde mit einem geeichten Tachometer von Wilhelm Morell, Leipzig, bestimmt. Der Eichfehler beträgt höchstens 0,1 Proz. Die Umfangsgeschwindigkeit an der Stelle der Mitte der Thermosäulenfläche ist

$$u = \frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot n}{60}.$$

Hierin ist r der Abstand der Mitte der Thermosäule von der Achse und beträgt 3,0 cm, n ist die Tourenzahl pro Minute. Es ist somit $u = 0{,}314 \cdot n$. Der Einfluß des Spaltes muß ebenfalls berechnet werden, weil die durch den Spalt eindringenden Moleküle keine Zusatzgeschwindigkeit haben. Der Spalt ist 4,8 mm breit und hat von der Mitte der Thermosäule den Abstand von 7,8 mm. Der Öffnungswinkel, unter dem die Moleküle ohne Zusatzgeschwindigkeit auf das Thermoelement fallen, beträgt 36°. Die Zahl der durch den Spalt ohne Zusatzgeschwindigkeit auf das Thermoelement fallenden Moleküle verhält sich zu der Gesamtzahl der Moleküle somit wie 10 zu 100. Außerdem sind an dem Spalt zwei gegenüberliegende Stellen zu quadratischen Öffnungen mit 12 mm Kantenlänge erweitert, um das Thermoelement bequem in die Nut einsetzen zu können. Wir berechnen den Einfluß dieser Öffnungen in gleicher Weise wie den Spalt, natürlich unter Berücksichtigung, daß diese Öffnungen nicht den ganzen, sondern 12 mm des Umfangs umfassen. Wir finden, daß noch weitere 1,2 Proz. von Gasmolekülen ohne Zusatzgeschwindigkeit auf das Thermoelement auftreffen. Die Zahl der ohne Zusatzgeschwindigkeit auftreffenden Moleküle ist somit 10 Proz. + 1,2 Proz. = 11,2 Proz. der Gesamtzahl der auftreffenden Moleküle. Wir berücksichtigen dies, indem wir für die Zusatzgeschwindigkeit u einen um 11,2 Proz. kleineren Wert einsetzen. Die korrigierte Zusatzgeschwindigkeit ist somit

$$u = 0{,}2789\, n.$$

Der mittlere Eichfehler bei der Bestimmung von u ist 2,3 Proz. Die Gasmoleküle, die von den Stellen der Nut abgeschleudert werden, die auf der senkrechten Mittellinie der Thermosäulenfläche liegen, haben sämtlich die gleiche Komponente u in Richtung der Mittellinie. Die Teilchen oberhalb der Mittellinie haben eine größere, die unterhalb eine kleinere Komponente parallel zu u, die sich aber gegenseitig kompensieren, so daß für die Geschwindigkeit u als Einheitswert die auf die Mittellinie der Thermosäulenfläche bezogene Geschwindigkeit u genommen werden kann. Das ist der Wert

$$u = 0{,}2789\, n.$$

Die Thermosäule

Die Messung der Temperaturdifferenzen wurde mit einer Thermosäule ausgeführt. Ihre Herstellung bereitete ganz außerordentliche Schwierigkeiten. An dem Messingkörper *a*, Fig. 4, sind zwei Glimmerscheibchen *b*, die auf 0,02 mm Dicke gespalten sind, mit Zaponlack angeklebt. Die Scheibchen sind 5,9 mm breit und 4,6 mm hoch, der Abstand derselben beträgt 5 mm. Auf der Innenseite sind 12 quadratische Platinplättchen mit 1 mm Seitenlänge und einer Dicke von 0,015 mm ebenfalls mit Zaponlack angeklebt. An den Platinplättchen sind die Thermodrähte angelötet. Die 12 Elemente sind hintereinander geschaltet. Die Enden führen durch das Röhrchen *R* nach außen. Um eine möglichst große Thermokraft zu bekommen, benutzte ich die häufig verwendete Metallkombination Eisen—Konstantan. Die Thermokraft beträgt $53 \cdot 10^{-6}$ Volt/Celsiusgrad. Der Konstantandraht ist 0,045 mm und der Eisendraht 0,02 mm dick. Wegen der außerordentlichen Empfindlichkeit des dünnen Eisendrahtes konnte das übliche vorzügliche Flußmittel, eine wäßrige Lösung von 40 Proz. Chlorzink und 20 Proz. Chlorammonium, nicht benutzt werden. Nach einigen Tagen war die Lötstelle des Eisendrahtes, trotz sorgfältiger Abwaschung mit Alkohol, durch Oxydation zerstört. Ich habe darauf eine Emulsion von Petroleum und Salmiak, auch Stearin oder Kolophonium als Reduzens probiert. Jedoch ist einerseits die gewünschte Wirkung dieser Substanzen lange nicht so gut wie die der Chlorzinklösung, andererseits schließen sie die nachträgliche Oxydation auch nicht mit Sicherheit aus. Nachdem mir so auf diese Weise zwei mit der größten Mühe hergestellte Thermosäulen wieder kaput gegangen waren, ersetzte ich bei der dritten den Eisendraht durch einen entsprechenden Kupferdraht, dessen Dicke nur 0,015 mm betrug. Bei diesen Metallen benutzte ich als Flußmittel eine Lösung

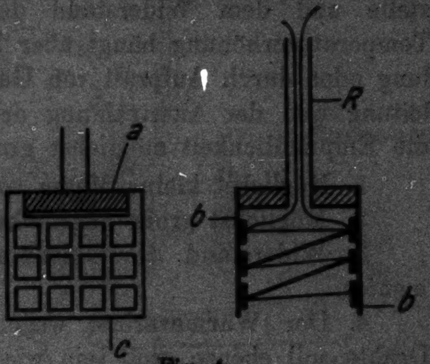


Fig. 4

von Glyzerin und Salmiak, die sich außerordentlich gut bewährte. Die Lötstellen wurden immer nach erfolgter Lötung sorgfältig mit Alkohol abgewaschen.

Für die Dimensionierung der Drähte der Thermosäule waren folgende Gesichtspunkte maßgebend.

Johansen[1]) hat experimentell und theoretisch die Bedingungen untersucht, unter denen sich für Metalle von gegebener Thermokraft, Widerstand und Wärmeleitvermögen die höchste Empfindlichkeit erreichen läßt. Die Stromstärke im Galvanometer ist nur von der Temperaturerhöhung der Lötstelle und dem Widerstand des Elementes bedingt. Die Temperaturerhöhung hängt aber bei Erwärmung durch Strahlung oder durch Aufprall von Gasmolekülen von der Wärmeleitung und der Ausstrahlung des Elementes ab. Soll daher die Empfindlichkeit möglichst groß sein, so ist anzustreben:

1. Möglichst kleine Masse von Drähten und Lötstellen.
2. Möglichst große Thermokraft der kombinierten Metalle.
3. Widerstand des Galvanometers gleich dem des Elementes.
4. Der Wärmeverlust wegen der Ableitung durch die Drähte soll ebenso groß sein wie der Wärmeverlust wegen der Ausstrahlung der Lötstelle.
5. Die Radien der beiden Drähte sollen so gewählt werden, daß das Verhältnis zwischen der Wärmeleitung und dem elektrischen Widerstand in beiden gleich groß ist.

Die Hochvakuumanordnung

Der Rotationsapparat *B*, Fig. 5, ist mit einem Motor *M* auf einer starken Steinplatte *St* aufmontiert, die ihrerseits auf einem schweren eichenen Versuchstisch steht. Die Tourenzahl des Rotationsapparates *B* kann zwischen 2500 und 6000 Touren pro Minute variiert werden. Die beiden äußeren Stufen U_1, Fig. 2, des Rotationsapparates sind durch das Rohr *H* mit der großen Gaedeschen Diffusionspumpe aus Stahl verbunden. Diese Stahlpumpe, Modell *A*, liefert bei einem Vorvakuum von 20 mm ein Hochvakuum von höher als $1 \cdot 10^{-6}$ mm Quecksilbersäule. Nur infolge der außerordentlich großen Sauggeschwindigkeit war es möglich, alle vom Lageröl abgegebene Luft so schnell wegzusaugen, daß ein Hochvakuum von $1 \cdot 10^{-5}$ mm Hg aufrechterhalten werden konnte. Die kleine Gaedesche Diffusionspumpe, die bei einem Vorvakuum von 0,1 mm Hg und bei einer Saugleistung von 2,5 Liter pro Sekunde ein Hochvakuum von höher als $1 \cdot 10^{-6}$ mm Hg erzeugt, ist mit den beiden inneren Stufen U_2 durch das Rohr h verbunden. Sie soll in dem eigentlichen Versuchsraum U_2 das Vakuum verbessern. Zur Entfernung der Öl- und Quecksilberdämpfe

---

[1]) E. S. Johansen, Ann. d. Phys. 33. S. 517. 1910.

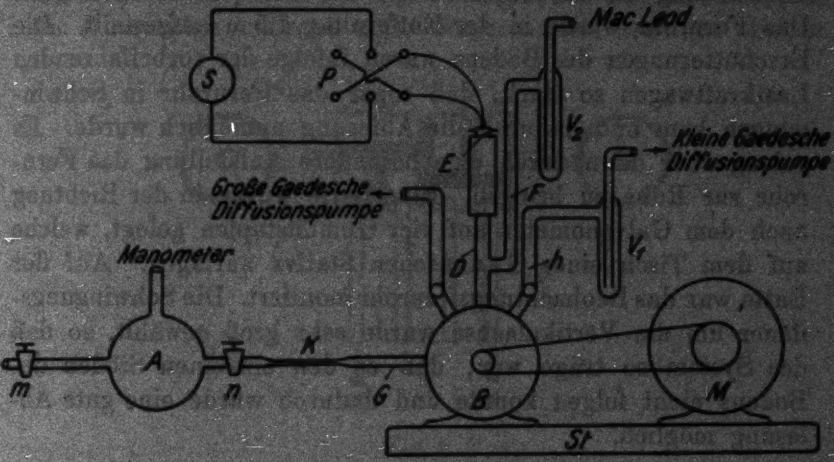

Mac Leod
S
P
V2
Kleine Gaedesche Diffusionspumpe
E
F
Große Gaedesche Diffusionspumpe
V1
Manometer
D
h
A
K
m
n
G
B
M
St

Fig. 5

ist zwischen Rotationsapparat und kleiner Diffusionspumpe ein Ausfriergefäß mit flüssiger Luft V_1 eingeschaltet. Das beste zu erreichende Hochvakuum war unablesbar. Vom Rohr D, das zum eigentlichen Meßraum U_2 mit dem Thermoelement führt, geht ein Abzweigrohr F nach dem MacLeod. Vor dem MacLeod ist ein Ausfriergefäß V_2 eingeschaltet, das die Quecksilberdämpfe des MacLeods ausfriert. G ist ein Metallrohr, das ins Innere des Versuchsraumes U_2 des Rotationsapparates führt und mit der Kugel A durch eine Kapillare K verbunden ist. Der sorgfältig evakuierte Glasballon A wird mit dem zu untersuchenden Gase durch den geöffneten Hahn m gefüllt. Der Druck kann an einem angeschlossenen Manometer abgelesen werden. Hierauf wird m geschlossen und der Hahn n geöffnet, so daß Verbindung mit dem Rotationsapparat hergestellt ist. Der Druck in A wird so eingestellt, daß soviel Gas durch die Kapillare abfließt, daß in dem, die Thermosäule enthaltenden Versuchsraum U_2 der gewünschte Gasdruck sich einstellt. Das Thermoelement T wurde über eine Pohlsche Wippe P mit einem Spiegelgalvanometer S von Siemens und Halske verbunden. Der Widerstand der Thermosäule beträgt 24,27 Ohm ± 0,1 Proz. Die Stromempfindlichkeit des Galvanometers beträgt $5{,}64 \cdot 10^{-9}$ A/mm ± 0,1 Proz. Die Empfindlichkeit des Instrumentes gegen Erschütterungen wurde durch Verwendung der bekannten Juliusschen Suspension verringert. Das Fernrohr wurde in der Entfernung 1,5 m aufgestellt. Die Erschütterungen des Bodens waren infolge der vorbeifahrenden Lastkraftwagen so stark, daß sogar das Fernrohr in Schwingungen kam und dadurch die Ablesung unmöglich wurde. Es gelang aber dann durch eine besondere Aufstellung das Fernrohr zur Ruhe zu bringen. Eine Latte wurde in der Richtung nach dem Galvanometer auf vier Gummistopfen gelegt, welche auf dem Tisch eines Gaussschen Stativs auflagen. Auf der Latte war das Beobachtungsfernrohr montiert. Die Schwingungsdauer um die Vertikalachse wurde sehr groß gewählt, so daß das System so träge war, daß es den einzelnen Stößen des Bodens nicht folgen konnte und dadurch wurde eine gute Ablesung möglich.

Eichung der Versuchsapparatur, Messung der durch den Gaedeeffekt entwickelten Wärme

Gaede bestimmte die Wärmemenge durch Berechnung der durch Strahlung S und Wärmeleitung L längs der Thermodrähte bei der Temperaturdifferenz τ gegen die Umgebung abgeführten Wärmemenge $(L + S) \cdot \tau$. Besonders bei der Berechnung von L besteht eine unvermeidliche Unsicherheit. Es wurde bei der hier mitgeteilten Messung die Berechnung von S und L aus den Materialkonstanten dadurch umgangen, daß die beim Gaedeeffekt entstehende Wärmemenge verglichen wurde mit der in der Thermosäule erzeugten Peltierwärme. Die Peltierwärme wurde durch einen Gleichstrom erzeugt und die bei dieser Wärmeentwicklung auftretende Temperaturerhöhung wurde durch die elektromotorische Kraft des Thermoelementes selbst bestimmt. Da sich diese Messungen selbstverständlich nicht gleichzeitig ausführen lassen, mußten sie in sehr kurzen Zeitintervallen hintereinander ausgeführt werden. Hierzu diente ein schnellwirkender Umschalter besonderer Art, der weiter unten beschrieben ist. Die Umschaltungen mußten so schnell erfolgen, daß erstens die Temperatur des Thermoelementes praktisch konstant blieb und zweitens bei den rasch abwechselnd aufeinanderfolgenden Stromstößen die einzelnen Stromstöße an den Meßinstrumenten nicht wahrgenommen wurden. Außerdem mußte die Schlußdauer sowohl für den Peltierstrom als auch für den Thermostrom so exakt sein, daß die Ausschläge während einer längeren Zeit konstant blieben.

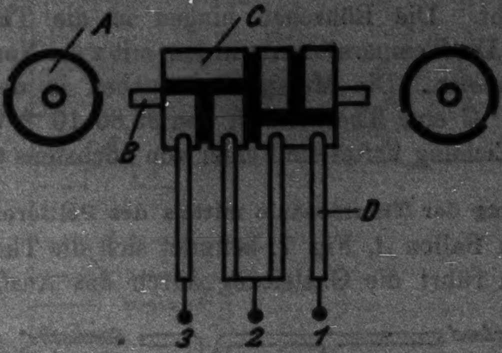


Fig. 6

Durch Wahl geeigneter Federn und Reinigen der Kontaktflächen vor jedem Versuche konnte dieser Forderung genügt werden.

Der Umschalter Fig. 6 besteht aus dem walzenförmigen Holzkörper *A*, der um die Welle *B* rotiert. Der Antrieb erfolgt durch einen kleinen Motor, der mit dem Umschalter durch einen kurzen Gummischlauch gekuppelt ist. Die Tourenzahl beträgt 600 in der Minute. Die mit *C* bezeichneten Flächen sind Messinglamellen, welche durch kleine Schräubchen mit dem Holzkörper verschraubt sind. *D* sind Messingfedern, deren Druck gegen die Lamellen vermittelst Stellschrauben reguliert werden kann. In der gezeichneten Stellung ist 1 mit 2 verbunden; 2 und 3 sind unterbrochen. Wenn der Unterbrecher um 180° gedreht wird, so sind 2 mit 3 verbunden; 1 und 2 dagegen unterbrochen. 2 ist also einmal mit 1 und dann mit 3 verbunden. Bei der Verbindung mit 1 wird der gemessene Strom in das Thermoelement geschickt (Peltierwärme), bei der Verbindung mit 3 wird die erzeugte Temperaturdifferenz durch Messen des Thermostromes ermittelt, wie weiter unten noch beschrieben wird.

Eichung der Thermosäule,
Eichung der Metallkombination: Kupfer–Konstantan

Die Thermokraft zwischen dem Kupfer- und Konstantandraht, aus denen die Thermosäule hergestellt wurde, habe ich nach dem Verfahren von Lindeck1) gemessen. Die Lötstellen wurden in kleine Röhrchen, die mit Petroleum gefüllt waren, untergebracht. Die Röhrchen hingen in die Thermostatenflüssigkeit. Die Temperaturen wurden mit zwei Normalthermometern gemessen. Die Messungen ergaben in dem Intervall von 16—22° C eine Thermokraft von $35{,}80 \cdot 10^{-6}$ Volt/Celsiusgrad. Der Eichung haftet ein Fehler von höchstens 0,4 Proz. an.

Eichung der Thermosäule mittels des Peltiereffektes

In dem Ballon *A*, Fig. 7, befindet sich die Thermosäule *T*. Vom Ballon führt die Gasleitung durch das Ausfriergefäß *B*,

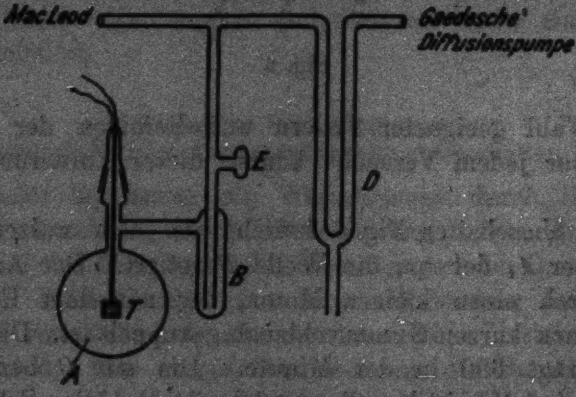


Fig. 7

das in flüssige Luft getaucht ist, zum MacLeod-Manometer, dann zum Barometerabschluß *D* und endlich zur kleinen Gaedeschen Diffusionspumpe aus Stahl, Modell *C*. *E* ist ein

---

1) F. Henning, Die Grundlagen, Methoden und Ergebnisse der Temperaturmessung. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1915.

Trockengefäß mit Phosphorpentoxyd. Das MacLeod-Manometer hat ein Kompressionsvolumen von 500 ccm. Mit diesem Manometer kann man einen Druck von $1 \cdot 10^{-5}$ mm noch exakt messen. Die Apparatur wurde stundenlang auf Klebevakuum evakuiert und dann über Nacht stehen gelassen. Am anderen Morgen war der Druck kleiner als $1 \cdot 10^{-6}$ mm Quecksilbersäule. Da die außerordentlich empfindliche Thermosäule sogar die Wärmestrahlung der Deckenbeleuchtung im Galvanometer anzeigte, wurde der Ballon *A* in eine Kiste mit Watte verpackt, um alle die Eichmessungen verfälschenden Strahlungseinflüsse fern zu halten.

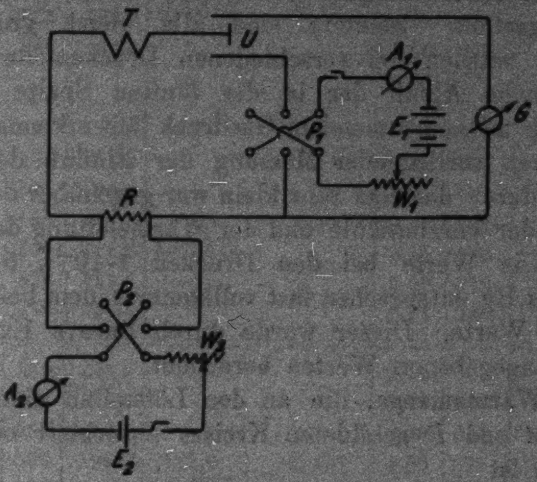


Fig. 8

Die elektrische Anordnung ist aus Fig. 8 zu ersehen. Eine Akkumulatorenbatterie E_1 von 6 Volt ist über das Milliamperemeter A_1 und den Umschalter *U* mit der Thermosäule *T* verbunden. W_1 ist ein Regulierwiderstand, P_1 eine Pohlsche Wippe. Die Thermosäule *T* ist wiederum über den Umschalter *U* an das Galvanometer *G* angelegt. Die Messung der thermoelektromotorischen Kraft der Thermosäule ist wieder nach dem Verfahren von Lindeck durchgeführt. *R* ist der geeichte Widerstand, 0,1—0,5 Ohm, an welchem der meßbare Spannungsabfall erzeugt wird, der dann die Spannung der Säule kompensiert. E_2 ist ein Akkumulator von 2 Volt, A_2

ein Milliamperemeter, W_2 ein Regulierwiderstand und P_2 eine Pohlsche Wippe.

Die Ergebnisse der Eichung der Thermosäule sind in der Tab. 1 zusammengestellt. In der zweiten Spalte stehen die verschiedenen Stromstärken von 3—6 Milliampere, die durch die Thermosäule geschickt werden. In der dritten Spalte stehen die elektromotorischen Kräfte, welche die Thermosäule durch die, durch die Peltierwärme hervorgerufenen, Temperaturdifferenzen zeigt. In der vierten Spalte sind die EMK., die einem durch ein Milliampere erzeugten Peltiereffekt entsprechen, zusammengestellt. Letztere sind alle gleich groß. Diese Messungen wurden bei verschiedenen Drucken durchgeführt. Der schwache Abfall der in der fünften Spalte stehenden Mittelwerte mit zunehmendem Gasdruck läßt erkennen, daß bei den Drucken vorliegender Messung der Einfluß der Wärmeableitung durch das Gas sehr klein war gegenüber der Wärmestrahlung der Thermosäule und der Wärmeleitung der Thermodrähte. Die Werte bei den Drucken $1 \cdot 10^{-5}$, $5 \cdot 10^{-5}$ und $9 \cdot 10^{-5}$ mm Hg entsprechen fast vollkommen dem beim Druck 0 gesuchten Werte. Dieser wurde durch lineare Extrapolation aus den angegebenen Werten berechnet.

Die Wärmemenge, die an den Lötstellen eines aus den Metallen A und B gebildeten Kreises absorbiert oder produziert wird, ist

$$Q = \frac{T}{J} \cdot \frac{d(A, B) \cdot i}{d\tau}$$

hier ist $d(A, B)$ die Zunahme der thermoelektrischen Kraft des Kreises für den Temperaturzuwachs $d\tau$, i die Stromstärke in Ampere, T die absolute Temperatur und J das mechanische Wärmeäquivalent. Bei unseren Versuchen war die absolute Temperatur $T = 293°$,

$$\frac{\partial(A, B)}{d\tau} = e = 35{,}80 \cdot 10^{-6} \text{ Volt/Celsiusgrad}.$$

104,9 Erg werden durch 1 mA. an einer Lötstelle entwickelt. Da bei der Thermosäule an jeder Glimmerscheibe 12 Lötstellen sich befinden, werden an der einen 1259 Erg produziert, an der anderen Scheibe die gleiche Energiemenge absorbiert. Aus der Tabelle 1 folgt, daß 1259 Erg bei dem Druck 0 eine thermoelektromotorische Kraft der Thermosäule von $122{,}94 \cdot 10^{-6}$ Volt

Tabelle 1

Wärmeeichung der Thermosäule

p mm	Milliampere	Mikrovolt	Mikrovolt für 1 Milliampere	Mittel
$1\cdot10^{-5}$	3,03	374	123,4	123,5 ±0,3%
	4,13	510	123,5	
	4,96	613	123,5	
	5,50	673	122,3	
	6,00	749	124,8	
$5\cdot10^{-5}$	3,10	381	122,9	122,6 ±0,27%
	3,92	478	121,9	
	4,32	534	123,6	
	4,85	598	123,3	
	5,40	660	122,2	
	5,52	670	121,3	
	6,24	770	123,4	
$9\cdot10^{-5}$	2,95	359	121,8	122,6 ±0,32%
	4,11	504	122,6	
	4,40	539	122,5	
	4,83	592	122,5	
	5,48	675	123,1	
	6,09	738	121,1	
	6,51	811	124,5	
$4,6\cdot10^{-4}$	3,10	379	122	122,8
	4,11	505	123	
	4,93	600	122	
	5,50	673	122	
	6,05	744	123	
	6,50	802	123	
$8\cdot10^{-4}$	3,22	397	123	122,4
	3,50	428	122	
	4,13	508	123	
	4,65	566	122	
	4,82	593	123	
	5,15	635	123	
	6,10	745	122	
$2\cdot10^{-3}$	2,80	342	122	122
	3,40	419	123	
	3,72	454	122	
	4,28	516	121	
	5,50	670	122	
	5,94	726	122	
$4\cdot10^{-3}$	3,00	362	120	120,7
	4,18	504	120	
	4,25	511	120	
	4,98	604	121	
	5,55	672	121	
	5,58	676	121	
	6,21	760	122	
$6\cdot10^{-3}$	3,12	374	120	120,1
	3,54	425	120	
	3,90	464	119	
	4,80	575	120	
	4,92	596	121	
	5,62	680	121	
$9,2\cdot10^{-3}$	3,06	356	116	115,6
	4,50	521	116	
	4,73	549	116	
	5,23	604	115	
	5,90	679	115	
	6,31	736	116	
$1,8\cdot10^{-2}$	3,10	339,6	109	109,7
	4,58	505	110	
	4,88	535	109	
	6,08	678	111	

hervorrufen. Die Joulesche Wärme erhöhte bei dieser Eichung die Temperatur beider Lötstellen um den gleichen Betrag von etwa 0,003° C, konnte somit das Resultat in keiner Weise beeinflussen, zumal der Peltiereffekt bei den Versuchen eine Temperaturdifferenz zwischen den beiden Platten von 0,286° C erzeugte. Der Peltiereichung haftet ein mittlerer Fehler von ±0,3 Proz. an.

Eichung des MacLeod-Manometers

Die Druckmessungen wurden mit einem MacLeod-Manometer ausgeführt. Das Kompressionsvolumen wurde durch Ausfüllen mit Quecksilber bestimmt. Es betrug 500,3 ± 0,1 Proz./cm^3. Die Kompressionskapillare wurde mit Quecksilber auskalibriert. Ihr Querschnitt war 0,014837 ± 0,2 Proz./cm^2. Mit diesem MacLeod-Manometer kann man noch $1 \cdot 10^{-5}$ mm Quecksilbersäule messen. Der Gesamteichfehler des MacLeods ist somit ±0,3 Proz.

Wird zwischen einem MacLeod-Manometer und einer Vakuumapparatur ein Ausfriergefäß mit flüssiger Luft eingeschaltet, damit die Quecksilberdämpfe des MacLeods nicht in die Apparatur eindringen, so kann nach Gaede[1]) das Manometer zu niedrige Drucke anzeigen. Es findet nämlich ein Strömen von Quecksilberdampf vom Manometer zum Ausfriergefäß hin statt, durch das die Luft infolge des Diffusionswiderstandes, den die Luft im fließenden Quecksilberdampf findet, teilweise zurückgedrängt wird. Das Druckverhältnis wäre theoretisch bei Luft, wenn der Radius des Verbindungsrohres 3 mm beträgt, 3,9 Proz. Hierbei ist vorausgesetzt, daß der Quecksilberdampfdruck unmittelbar über der Quecksilberoberfläche im Manometer gleich dem Sättigungsdruck des Quecksilbers bei dieser Temperatur ist. Nun ist aber, wie Gaede[2]) und ebenso Knudsen[3]) bei Messungen des Quecksilberdampfdruckes gefunden haben, die Verdampfungsgeschwindigkeit des Quecksilbers bei Zimmertemperatur sehr stark herabgesetzt, so daß in dem MacLeod der Dampfdruck in der

---

1) W. Gaede, Ann. d. Phys. 46. S. 370. 1915.

2) W. Gaede, Berichte der Naturf. Ges. zu Freiburg i. Br. 18. 2. Heft. 1911.

3) M. Knudsen, Ann. d. Phys. 29. S. 184. 1909.

Röhre unmittelbar oberhalb der Quecksilberkuppe im allgemeinen kleiner ist als der Sättigungsdruck; mit anderen Worten, der Dampfpruck im dynamischen Gleichgewichtszustand ist im allgemeinen wesentlich kleiner als der Dampfdruck im statischen Gleichgewichtszustande. Auf der Quecksilberkuppe befindet sich eine feine durchsichtige Haut, die dem Durchtritt des Quecksilberdampfes einen großen Widerstand entgegenstellt. Eine einfache Überschlagsrechnung zeigt, daß bei der gegebenen Versuchsapparatur in den 40 Arbeitsstunden, in welchen die Beobachtungen angestellt wurden, 0,026 g Quecksilber vom MacLeod zum Ausfriergefäß hätten überdestillieren müssen, wenn die Verdampfung nicht verzögert wäre. In diesem Falle wäre der Gasdruck im MacLeod-Manometer um 3,9 Proz. zu niedrig. Nun war indessen in dem Ausfriergefäß keine Spur von Quecksilber zu finden. Die niedergeschlagene Menge war jedenfalls kleiner als 0,0001 g. Die Korrektion wäre also höchstens

$$\frac{3,9 \cdot 0,0001}{0,026} = 0,015 \text{ Proz.}$$

Die durch den Diffusionswiderstand des Quecksilberdampfes am MacLeod verursachte Korrektion des Gasdruckes ist somit so klein, daß sie keine Berücksichtigung finden kann.

Ausführung der Versuche

Bevor die eigentlichen Messungen durchgeführt wurden, wurde der Rotationsapparat mehrere Stunden evakuiert. Dann wurde er mit dem zu untersuchenden Gase durchgespült. Die Thermosäule war so gestellt, daß die beiden Glimmerscheibchen mit den Thermoelementen senkrecht zur Rotationsrichtung standen. Die Galvanometerausschläge wurden nach beiden Seiten abgelesen. Darauf wurde die Thermosäule um 180° gedreht und die beiden Galvanometerausschläge wieder abgelesen. Die Messungen wurden in Richtung zu- und abnehmender Gasdrucke durchgeführt.

Mit Hilfe der oben genannten Messungen wurden aus den Ausschlägen des Galvanometers die Temperaturdifferenzen in Celsiusgrad bestimmt, der Druck p in Millimeter Hg-Säule berechnet und mit der Weberschen Gleichung

$$\tau = \frac{a \cdot \frac{1}{4} \cdot p \cdot f \cdot u}{q + a \cdot p \cdot f \cdot \beta \cdot (c + u) \cdot \frac{1}{T}}$$

der Akkommodationskoeffizient a bestimmt.

Tabelle 2

Gaedeeffekt in Luft, 5700 Touren

p mm Hg-Säule	τ Celsiusgrad	$34\,440 \cdot a$
$1,0 \cdot 10^{-4}$	0,001659	34 080
$1,2 \cdot 10^{-4}$	0,00200	34 194
$1,4 \cdot 10^{-4}$	0,002391	35 045
$1,9 \cdot 10^{-4}$	0,003025	32 690
$2,0 \cdot 10^{-4}$	0,003269	33 567
$2,4 \cdot 10^{-4}$	0,003757	32 160
$2,6 \cdot 10^{-4}$	0,004002	31 619
$3,0 \cdot 10^{-4}$	0,004782	32 757
$3,4 \cdot 10^{-4}$	0,005221	31 564
$3,6 \cdot 10^{-4}$	0,005709	32 610
$4,2 \cdot 10^{-4}$	0,006685	32 746
$5,0 \cdot 10^{-4}$	0,007856	32 361
$5,6 \cdot 10^{-4}$	0,008540	31 406
$6,0 \cdot 10^{-4}$	0,009614	33 020
$6,8 \cdot 10^{-4}$	0,01034	31 378
$7,2 \cdot 10^{-4}$	0,01161	33 279
$7,8 \cdot 10^{-4}$	0,01215	32 159
$8,0 \cdot 10^{-4}$	0,01239	31 991
$8,4 \cdot 10^{-4}$	0,01337	32 881
$9,0 \cdot 10^{-4}$	0,01400	32 174
$9,4 \cdot 10^{-4}$	0,01468	32 308
$1,0 \cdot 10^{-3}$	0,01552	32 103
$1,2 \cdot 10^{-3}$	0,01864	32 133

Tabelle 3

Gaedeeffekt in Wasserstoff, 5700 Touren

p mm Hg-Säule	τ Celsiusgrad	$34\,440 \cdot a$
$3,0 \cdot 10^{-4}$	0,002196	15 072
$3,6 \cdot 10^{-4}$	0,002684	14 561
$3,8 \cdot 10^{-4}$	0,002684	15 366
$5,0 \cdot 10^{-4}$	0,003660	15 120
$6,0 \cdot 10^{-4}$	0,004441	15 313
$8,7 \cdot 10^{-4}$	0,006344	15 504
$9,0 \cdot 10^{-4}$	0,006588	15 218
$1,0 \cdot 10^{-3}$	0,007271	15 140
$1,1 \cdot 10^{-3}$	0,007857	14 895
$1,3 \cdot 10^{-3}$	0,009565	15 392
$1,3 \cdot 10^{-3}$	0,009618	15 470
$1,75 \cdot 10^{-3}$	0,01195	14 395
$2,0 \cdot 10^{-3}$	0,01396	14 760
$2,0 \cdot 10^{-3}$	0,01386	14 657
$2,2 \cdot 10^{-3}$	0,01562	15 060
$2,5 \cdot 10^{-3}$	0,01737	14 812
$2,8 \cdot 10^{-3}$	0,01957	14 967
$3,1 \cdot 10^{-3}$	0,02132	14 799
$3,3 \cdot 10^{-3}$	0,02254	14 743
$3,7 \cdot 10^{-3}$	0,02537	14 892
$4,0 \cdot 10^{-3}$	0,02743	14 955

Tabelle 4

Gaedeffekt in Argon, 3000 Touren

p mm Hg-Säule	τ Celsiusgrad	$18\,116 \cdot a$	p mm Hg-Säule	τ Celsiusgrad	$18\,116 \cdot a$
$2,4 \cdot 10^{-4}$	0,00156	13 346	$1,9 \cdot 10^{-3}$	0,01258	13 685
$3,0 \cdot 10^{-4}$	0,00205	14 018	$2,1 \cdot 10^{-3}$	0,01502	14 808
$4,0 \cdot 10^{-4}$	0,00283	14 529	$2,2 \cdot 10^{-3}$	0,01540	14 508
$5,2 \cdot 10^{-4}$	0,00370	14 648	$2,5 \cdot 10^{-3}$	0,01692	14 058
$6,0 \cdot 10^{-4}$	0,00424	14 548	$2,7 \cdot 10^{-3}$	0,01784	13 718
$7,5 \cdot 10^{-4}$	0,00497	13 646	$3,0 \cdot 10^{-3}$	0,02057	14 253
$1,0 \cdot 10^{-3}$	0,00682	14 068	$3,15 \cdot 10^{-3}$	0,02135	14 095
$1,1 \cdot 10^{-3}$	0,00746	13 969	$3,3 \cdot 10^{-3}$	0,02325	14 666
$1,25 \cdot 10^{-3}$	0,00843	13 917	$3,6 \cdot 10^{-3}$	0,02486	14 395
$1,5 \cdot 10^{-3}$	0,00999	13 757	$3,75 \cdot 10^{-3}$	0,02535	14 106
$1,6 \cdot 10^{-3}$	0,01116	14 413	$4,0 \cdot 10^{-3}$	0,02735	14 270

Die Tabellen 2, 3 und 4 geben die Werte von τ, p und einem konstanten Vielfachen von a an. Die Messungen sind durchgeführt in Luft, Wasserstoff und Argon. Man erkennt aus den Tabellen, daß die Zahlen in der letzten Reihe tatsächlich eine konstante Größe darstellen, wie es die Theorie erfordert.

In obiger Gleichung bedeutet q die Summe der durch die Strahlung S und Wärmeleitung L längs der Thermodrähte bei der Temperaturdifferenz 1 gegen die Umgebung abgeführten Wärmemengen. Aus der Tab. 1 folgt, daß 1259 Ergs bei dem Druck 0 eine Thermokraft von $122{,}94 \times 10^{-6}$ Volt hervorrufen. Dieser Spannung entspricht eine Temperaturdifferenz der beiden Thermoelementflächen von

$$2\tau = \frac{122{,}94 \cdot 10^{-6}}{12 \cdot 35{,}8 \cdot 10^{-6}} = 0{,}286^{0} \text{ Cels.}$$

Die an der einen Thermoelementfläche, durch den in das Element hineingeschickten Gleichstrom von 1 Milliampere, erzeugte Energiemenge von 1259 Ergs bei einer Temperaturdifferenz τ gegen die Umgebung wird im stationären Zustand gerade durch die Wärmeleitung der Thermodrähte und der Strahlung der Thermoelementfläche wieder abgeführt. Daraus ergibt sich

$$q \cdot \tau = (L + S) \cdot \tau = Q = 1259 \text{ Ergs},$$

$$\tau = 0{,}143^{0} \text{ C.},$$

$$q = \frac{1259}{0{,}143} = 8800 \text{ Ergs/Grad}.$$

Setzt man die Zahlenwerte ein, außer für die Variabeln τ, p und n, so erhält man:

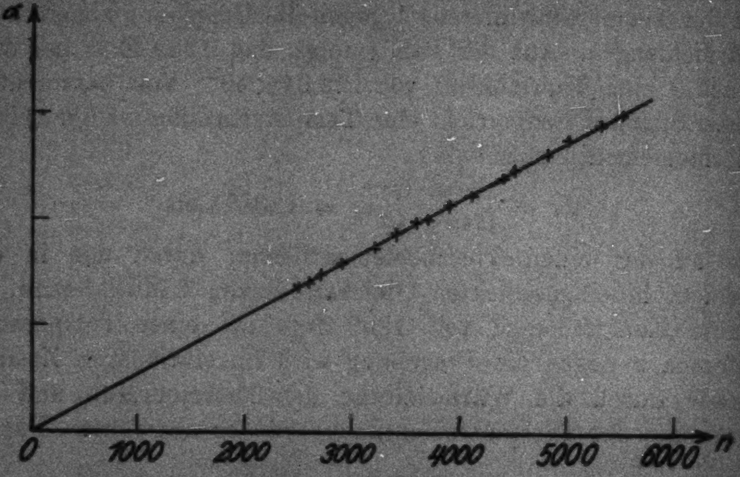
a = Akkommodationskoeffizient,
p = Druck in Dyn pro Quadratzentimeter,
$f = 0{,}271 \text{ cm}^2$,
$u = 0{,}2789 \cdot n$,
$q = 8800$ Ergs,
$\beta_{\text{Arg}} = 1; \quad \beta_{\text{H}_2} = 1{,}46; \quad \beta_{\text{Luft}} = 1{,}50,$
$c_{\text{Arg}} = 394{,}7 \text{ m}; \quad c = 1755 \text{ m}; \quad c_{\text{Luft}} = 468 \text{ m},$
$T = 293$ abs.,

$$\tau = \frac{a \cdot \frac{1}{4} \cdot p \cdot 0{,}27 \cdot n \cdot 0{,}2789}{8800 + a \cdot p \cdot 0{,}27 \cdot \beta \cdot (c + 0{,}2789 \cdot n) \frac{1}{T}}.$$

Abhängigkeit des Gaedeeffektes von der Zusatzgeschwindigkeit der Moleküle

Um die Abhängigkeit des Gaedeeffektes von der Zusatzgeschwindigkeit der Moleküle zu untersuchen, wurde der Effekt bei einem konstanten Druck und verschiedenen Tourenzahlen des Rotationsapparates gemessen.

Bei Wasserstoff wurde die Tourenzahl zwischen 2500 und 5500 variiert. Der Druck war $3{,}2 \cdot 10^{-3}$ mm Hg. Die Ta-



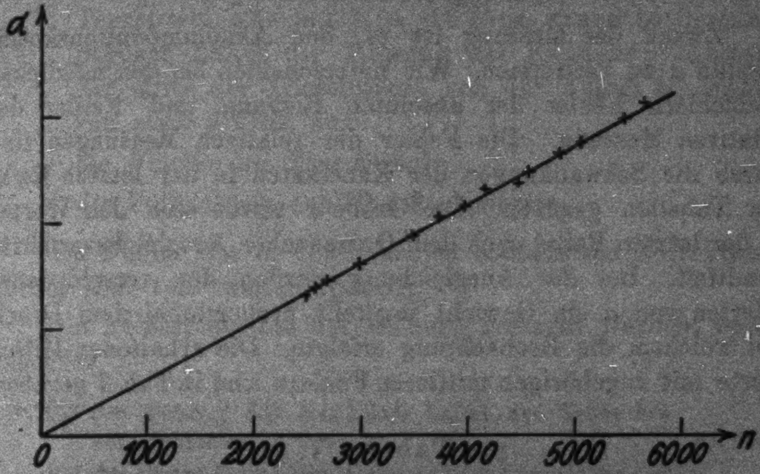
Abhängigkeit des Gaedeeffektes in Wasserstoff von der Tourenzahl. Beobachteter Galvanometerausschlag α bei der Tourenzahl n.
Fig. 9

Tabelle 5
Gaedeeffekt in Wasserstoff bei verschiedenen Tourenzahlen

p in mm	Tourenzahl n	Galv. Ausschlag α
$3{,}2 \cdot 10^{-3}$	2500	39,0
	2700	42,0
	2900	44,6
	3200	49,2
	3600	56,6
	3700	57,0
	3900	61,1
	4100	63,5
	4400	67,7
	4500	70,0
	4650	72,1
	4800	74,2
	5000	78,6
	5300	81,8
	5500	84,7

belle 5 zeigt die gemessenen Werte. In Fig. 9 sind die Beobachtungen durch eine Kurve veranschaulicht. Die Kurve ist eine Gerade, welche durch den Nullpunkt des Koordinatensystems geht. Der Gaedeeffekt steht hiermit in linearem Verhältnis zur Zusatzgeschwindigkeit der Moleküle.

Bei Argon wurde die Tourenzahl zwischen 2500 und 5700 variiert. Der Druck war $7{,}5 \cdot 10^{-3}$ mm Hg. Die Beobachtungen sind auch wieder in einer Tabelle 6 und in der Kurve Fig. 10



Abhängigkeit des Gaedeeffektes in Argon von der Tourenzahl. Beobachteter Galvanometerausschlag α bei der Tourenzahl n.
Fig. 10

Tabelle 6
Gaedeeffekt in Argon bei verschiedenen Tourenzahlen

p in mm	Tourenzahl n	Galv. Ausschlag α
$7{,}5 \cdot 10^{-3}$	2500	85,0
	2600	89,5
	2700	93,9
	3000	103,8
	3500	122,1
	3750	133,3
	4000	139,5
	4200	150,0
	4500	154,8
	4600	160,1
	4900	171,0
	5100	177,6
	5500	193,1
	5700	202,0

veranschaulicht. Die Kurve ist wie beim Wasserstoff eine Gerade, die durch den Nullpunkt des Systems geht.

Die Messungen wurden ausgeführt, um festzustellen, ob die Geschwindigkeit der Moleküle innerhalb dieses Meßbereiches Anzeichen einer Quantelung zeigt. Die Exaktheit der geraden Linie beweist die vollkommene Stetigkeit und somit das Fehlen einer Quantelung der Molekulargeschwindigkeit.

Genauigkeit der Messungen

Zweck der Messung ist es, den Akkommodationskoeffizienten a zu bestimmen. Wir unterscheiden bei den möglichen Meßfehlern Fehler der absoluten Eichung und Fehler der relativen Messung. Die Fehler der relativen Messungen sind durch die Schwankungen der Konstanten in der letzten Reihe der Tabellen gegeben. Die Größe a wurde aus den Werten in der letzten Reihe nach dem Gaussschen Ausgleichsverfahren ermittelt. Bei der Ausgleichung wurden den verschiedenen Werten von a ein Gewicht zugeteilt proportional dem Druck, bei welchem die Beobachtung erfolgte. Die erhaltenen Mittelwerte mit zugehörigen mittleren Fehlern sind in Tab. 7 gegeben.

Tabelle 7

Luft	0,938 ± 0,4 Proz.
Wasserstoff	0,434 ± 0,8 „
Argon	0,789 ± 0,8 „

Wir bestimmen den Fehler, der der absoluten Messung des Akkommodationskoeffizienten a anhaftet, indem wir die Fehler, die bei den Eichungen des Apparates gemacht wurden, addieren unter Berücksichtigung des Gewichtes, das den Fehlern bei der Berechnung entsprechend der Weberschen Gleichung zukommt. Die Webersche Gleichung geht dann in die Form über:

$$a = \frac{u}{h \cdot v}\left[3{,}6090 \cdot 10^5 \cdot \frac{C \cdot e \cdot i_0 \cdot T}{u \cdot f \cdot e_0}\right]\left(1 + \left[\frac{a \cdot \beta \cdot f(c+u)}{T \cdot q}\right] \cdot h \cdot v\right) \cdot$$

In dieser Gleichung ist:

h die Länge der am Mac Leod abgelesenen Hg-Säule in der Kapillare,

v das zugehörige Kompressionsverhältnis,

α der gemessene Galvanometerausschlag in mm der Skala,

C die Volteichung des Galvanometers für $\alpha = 1$,

i_0 der Strom 0,001 Amp., der durch den Peltiereffekt in der Thermosäule die Spannung $e_0 = 0{,}000123$ Volt hervorruft,

T die absolute Temperatur, bei der die Peltierwärme gemessen wurde,

u die Umfangsgeschwindigkeit des Rotationskörpers an dem Mittelpunkt der Fläche der Thermosäule, die Tourenzahl war auf etwa 0,3 Proz. genau bestimmbar, dagegen haftet der Messung des Radiuses r (Abstand der Mitte der Thermosäule von der Achse) ein Fehler von etwa 2 Proz. an.

f die Fläche der Thermosäule,

e die Volteichung des Thermoelementes.

Die Fehler des in der Klammer befindlichen Korrektionsgliedes sind von zweiter Ordnung.

Die Fehler, die bei der Eichung gemacht wurden, waren folgende:

Bei der Eichung des Mac Leods haftet der Größe $h \cdot v$ ein Eichfehler an von	0,3 Proz.
Bei der Eichung des Galvanometers haftet der Größe $\alpha \cdot C$ ein Eichfehler an von	0,1 „
Bei der Eichung des Thermoelementes haftet der Größe e ein Eichfehler an von	0,4 „
Bei der Peltiereichung der Thermosäule haftet der Größe $\frac{i_0}{e_0} \cdot T$ ein Eichfehler an von	0,3 „
Der Umfangsgeschwindigkeit u haftet der Eichfehler an von	2,3 „
Der Bestimmung der Fäche f des Thermoelementes haftet der größte Fehler an von	3,0 „
Die Summe der Eichfehler beträgt	6,4 Proz.

Der Bestimmung des Akkommodationskoeffizienten a haftet auch der Fehler der relativen Messung an; der absoluten Messung von a haftet somit der Fehler an bei:

Luft	$\pm(6{,}4 + 0{,}4) = \pm\, 6{,}8$ Proz.
Wasserstoff . .	$\pm(6{,}4 + 0{,}3) = \pm\, 6{,}7$ „
Argon	$\pm(6{,}4 + 0{,}3) = \pm\, 6{,}7$ „

Bestimmung der Akkommodationskoeffizienten der molekularen Wärmeleitung für die translatorische und die rotatorische Wärmebewegung zweiatomiger Gase

Knudsen[1]) hat gezeigt, daß der Wärmeübergang in sehr verdünnten Gasen durch die Rauhigkeit der Oberfläche beeinflußt wird. Die auf die Oberfläche treffenden Moleküle nehmen beim ersten Aufprall an eine glatte Oberfläche noch nicht die Temperaturbewegung derselben an. Erst an vollkommen rauhen Oberflächen nehmen die Moleküle die Körpertemperatur an. Ist E die zwischen zwei vollkommen rauhen Oberflächen durch Wärmeleitung des Gases überführte Energie, und ist $E_{1\infty}$ die zwischen einer glatten und einer vollkommen rauhen Oberfläche überführte Energie, so ist:

$$E_{1\infty} = a \cdot E,$$

a wird von Knudsen als Akkommodationskoeffizient bezeichnet. Bei mehratomigen Gasen besteht die Energie aus der translatorischen Energie E_T und der durch die Rotation der Atome verursachten atomaren Energie E_A. Zwischen diesen besteht nach Knudsen (a. a. O.) die Beziehung

$$E = E_T + E_A = \frac{1}{4} \cdot \frac{\frac{C_p}{C_v} + 1}{\frac{C_p}{C_v} - 1} \cdot E_T,$$

vorausgesetzt, daß die Rotationstemperatur sich unabhängig von der Translationstemperatur einstellt. In diesem Falle ist a_r unbestimmt und der Gaedeeffekt ist dann nur noch von dem translatorischen Akkommodationskoeffizient a_t abhängig; mit anderen Worten, der Gaedeeffekt gibt uns den translatorischen Akkommodationskoeffizienten a_t.

Wie in der Einleitung besprochen ist, hat Gaede es für möglich gehalten, daß die Temperatur $T_{r,1}$ der ankommenden Moleküle beim Auftreffen auf die Wand, trotzdem die Wandtemperatur T_2' gleich $T_{r,1}$ ist, bei der Reflexion geändert wird, so daß der Mittelwert von $T_{r,2}$ größer ist als $T_{r,1}$ und T_2'. Wenn man bedenkt, daß die Einstellung von T_r und T_t auf gleiche Mittelwerte offenbar nur bei Zusammenstößen und nicht etwa in freiem Flug erfolgen kann, ist eine Beeinflussung von

---

[1]) M. Knudsen, Ann. d. Phys. 34. S. 593. 1911.

$T_{r,2}$ durch $T_{t,1}$ sicher vorhanden. Es fragt sich nur, wie groß dieselbe ist. Da bei der Weberschen Formel, nach der die vorliegenden Beobachtungen ausgewertet sind, angenommen ist, „daß beide Energieformen ganz unabhängig voneinander zwischen den verschiedenen Molekülen verteilt sind, doch so, daß der mittlere Wert der einen dem mittleren Wert der anderen Energieart proportional ist“ (vgl. Weber, a. a. O.), so wollen wir die besprochenen Möglichkeiten einer späteren Verfeinerung der Theorie und genaueren Auswertung des Beobachtungsmaterials überlassen und uns vorläufig mit der Tatsache begnügen, daß, wie weiter unten gezeigt ist, $a_r < a_t$ ist. Wenn dies der Fall ist, kann der Fehler, wenn wir beim Gaedeeffekt die Rotationstemperatur vernachlässigen, nicht gar zu groß sein. Unter der Annahme, daß bei den die Platte verlassenden Moleküle $T_t = T_r$ ist, erhält Gaede

$$\tau = \frac{\frac{u \cdot p}{2}}{\frac{(S + L)}{f}} \quad \text{und Weber} \quad \Delta t = \frac{\frac{a \cdot u \cdot p}{4}}{\frac{(L + S)}{f}}.$$

Knudsen nimmt ferner an, daß der translatorischen und der rotatorischen Wärmebewegung derselbe Akkommodationskoeffizient zukomme, so daß

$$E_{1\infty} = a \cdot E_T + a \cdot E_A .$$

Indessen bemerkt Knudsen[1]) hierzu folgendes: „Es wurde außerdem vorausgesetzt, daß a für mehratomige Gase denselben Wert hat für die Atomenergie wie für die translatorische Energie. Diese Annahme ist wohl kaum berechtigt. Ich ziehe jedoch vor, vorläufig dabei stehen zu bleiben, anstatt neue Unbekannte oder neue Hypothesen einzuführen, welche die Hauptgesichtspunkte doch nicht ändern dürften. Überhaupt ist diese Arbeit nur zu betrachten als ein Schritt auf dem Wege, welcher hoffentlich zur Aufklärung über die Energieauswechslung bei dem Stoß jedes einzelnen Moleküls führen wird.“

In einer späteren Abhandlung über den molekularen Gaswiderstand gegen eine sich bewegende Platte hofft Knudsen[2])

---

1) M. Knudsen, a. a. O. S. 615.

2) M. Knudsen, Ann. d. Phys. 46. S. 641. 1915.

durch zusammengehörige Bestimmungen des Akkommodationskoeffizienten a der Wärmeleitung und des Akkommodationskoeffizienten a_1, der in die Theorie des Gaswiderstandes gegen einen bewegten Körper eingeführt wird, auch den Akkommodationskoeffizienten a_2 der inneren Molekularenergie allein erhalten zu können. Knudsen schreibt: „Ich habe es versucht, zusammengehörige Werte von a und a_1 zu bestimmen, wegen der Schwierigkeiten bei einer hinlänglich genauen Bestimmung von a_1, sowohl in experimenteller als auch in theoretischer Beziehung, jedoch ohne zuverlässige Resultate zu erzielen."

Viel geeigneter als die Messung des molekularen Gaswiderstandes gegen eine Platte ist die Messung des hierbei auftretenden Wärmeeffektes, des Gaedeeffektes, zur Bestimmung des translatorischen Akkommodationskoeffizienten a_1. Bei den obigen Messungen sind die Temperaturänderungen des Thermoelementes so klein gegenüber der Zunahme der translatorischen Temperatur des Gases, daß man die Temperatur der Thermoelementfläche gleich setzen kann der Temperatur des rotierenden Kanals. Ein vom Kanal abgelöstes, auf das Thermoelement zufliegendes Molekül hat somit die gleiche Rotationstemperatur wie die Thermoelementfläche. Es liegt nach den Theorien von Knudsen und Weber keine Veranlassung vor, daß das Molekül nach dem Aufprall auf die gleichtemperierte Wand des Thermoelementes seine Rotationstemperatur ändert. Nur die Translationstemperatur des Moleküls ist mechanisch durch die Bewegung des rotierenden Kanals erhöht. Beim Gaedeeffekt messen wir somit lediglich Wirkungen der Translationstemperatur und den translatorischen Akkommodationskoeffizienten a_1. Setzen wir nunmehr voraus, daß der translatorische Akkommodationskoeffizient a_1 und der rotatorische Akkommodationskoeffizient a_2 verschieden sind, so ist:

$$a \cdot E = a_1 \cdot E_T + a_2 \cdot E_A .$$

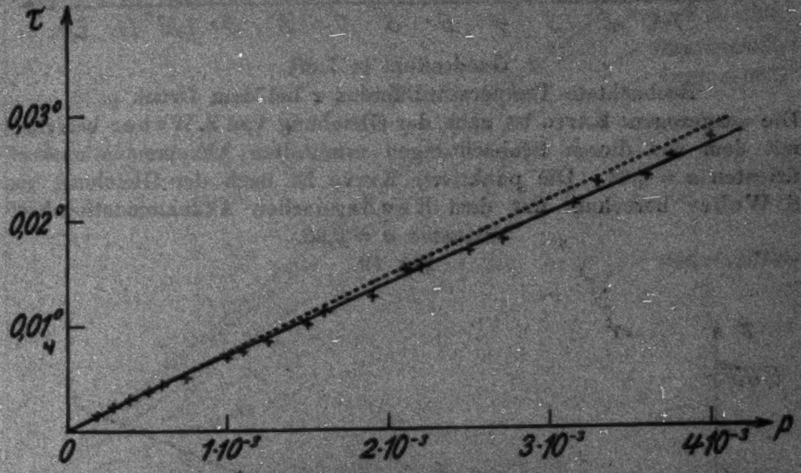
Mit Hilfe obiger Gleichungen erhalten wir zur Berechnung des rotatorischen Akkommodationskoeffizienten a_2 aus dem durch molekulare Wärmeleitung gefundenen Knudsenschen Akkommodationskoeffizienten a und dem durch den Gaedeeffekt ermittelten translatorischen Akkommodationskoeffizienten a_1 die Gleichungen:

$$a_3 = (1 + m) \cdot a - m \cdot a_1 ,$$

$$m = 4 \cdot \frac{\frac{C_p}{C_v} - 1}{5 - 3\frac{C_p}{C_v}} .$$

Für Wasserstoff ist $m = 2{,}1$; für Luft ist $m = 2{,}0$.

Um zunächst festzustellen, ob die in der Einleitung genannte Gleichung von S. Weber imstande ist, die beobachteten Werte richtig wiederzugeben, sind in den Figg. 11, 12, 13 u. 14 die Zahlenwerte der Tabb. 2, 3 und 4 als Kreuze eingetragen.



Gaedeeffekt in Argon.

Beobachtete Temperaturdifferenz τ bei dem Druck p.

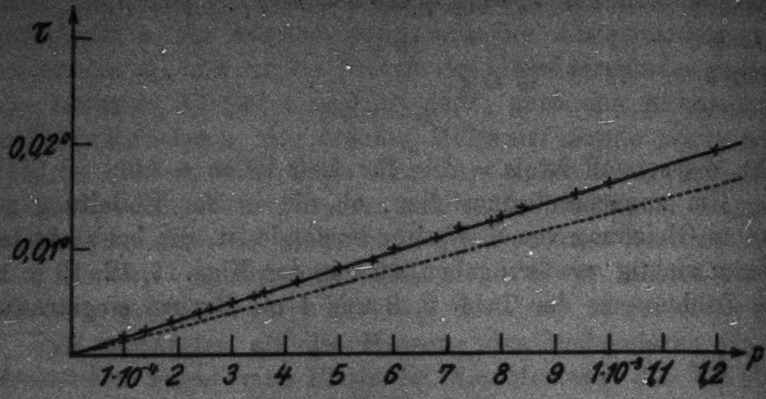
Die ausgezogene Kurve ist nach der Gleichung von S. Weber berechnet mit dem aus diesen Beobachtungen ermittelten Akkommodationskoeffizienten $a = 0{,}79$. Die punktierte Kurve ist nach der Gleichung von S. Weber berechnet mit dem Knudsenschen Akkommodationskoeffizienten $a = 0{,}85$.

Fig. 11

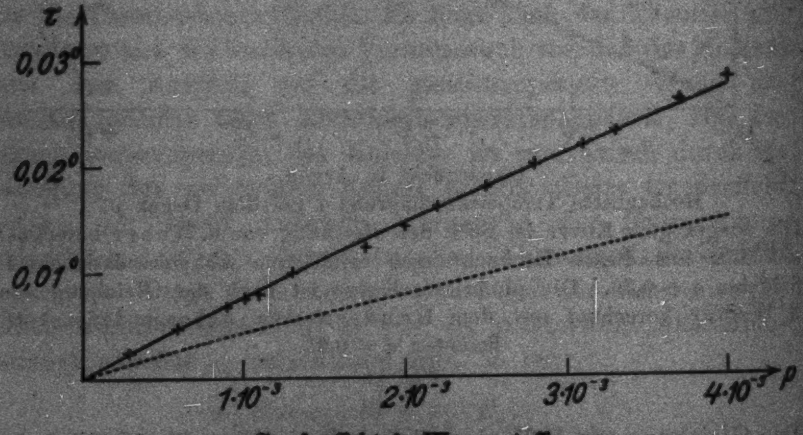
Die Gleichung von S. Weber liefert die in Figg. 11, 12, 13 u. 14 punktierten Linien, wenn man für den Akkommodationskoeffizienten folgende Werte einsetzt, die Knudsen[1]) für blankes, gewalztes Platinband angibt, für Wasserstoff $a = 0{,}278$, für Luft den für Sauerstoff gegebenen Wert $a = 0{,}80$, was in Anbetracht

---

[1]) M. Knudsen, Ann. d. Phys. 46. S. 641. 1915.

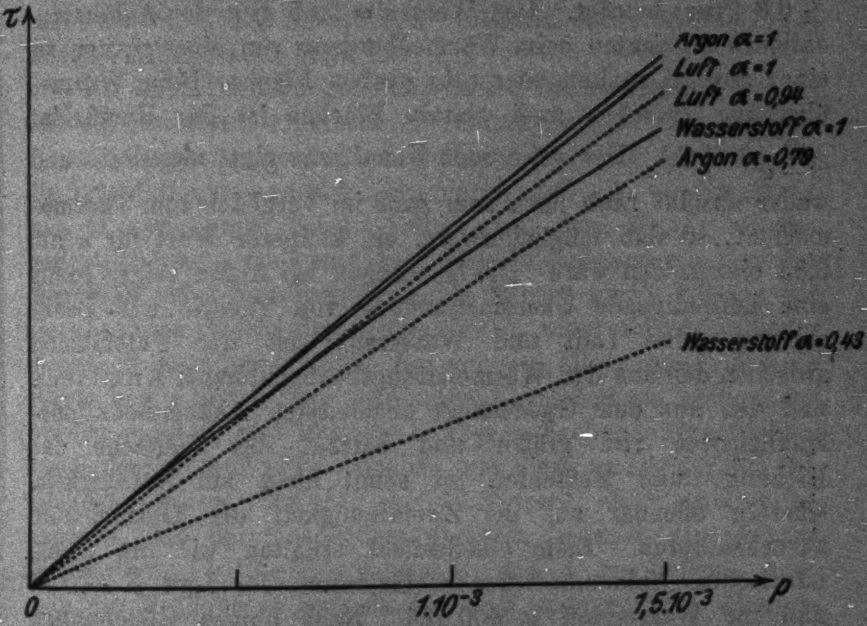


Gaedeeffekt in Luft.
Beobachtete Temperaturdifferenz τ bei dem Druck *p*.
Die ausgezogene Kurve ist nach der Gleichung von S. Weber berechnet mit dem aus diesen Beobachtungen ermittelten Akkommodationskoeffizienten $a = 0,94$. Die punktierte Kurve ist nach der Gleichung von S. Weber berechnet mit dem Knudsenschen Akkommodationskoeffizienten $a = 0,80$.
Fig. 12



Gaedeeffekt in Wasserstoff.
Beobachtete Temperaturdifferenz τ bei dem Druck *p*.
Die ausgezogene Kurve ist nach der Gleichung von S. Weber berechnet mit dem aus diesen Beobachtungen ermittelten Akkommodationskoeffizienten $a = 0,43$. Die punktierte Kurve ist nach der Gleichung von S. Weber berechnet mit dem Knudsenschen Akkommodationskoeffizienten $a = 0,28$ von glattem Platinband.
Fig. 13

des nahezu gleichen Molekulargewichtes gestattet ist, und für Argon $a = 0{,}852$. Diese Linien stimmen mit den Beobachtungen gar nicht überein. Der Fehler kann indessen nicht bestehen, daß wir den Akkommodationskoeffizienten für blankes Platin genommen haben, statt für Glimmer. Da nach den Knudsenschen Untersuchungen a nur von der Rauhigkeit der Oberfläche, nicht dagegen vom Material abhängt, dürfen wir



Ausgezogene Linien: Gaedeeffekt τ berechnet mit dem maximalen Akkommodationskoeffizienten $a = 1$.
Gestrichelte Linien: Gaedeeffekt τ berechnet mit dem maximalen Akkommodationskoeffizienten.

Fig. 14

beim glatten Glimmer denselben Akkommodationskoeffizienten wie beim glatten Platin voraussetzen. Setzen wir nunmehr in die Webersche Gleichung für a die Werte ein, wie sie sich aus den Beobachtungen nach Tab. 7 ergeben, d. i. Wasserstoff 0,434, Luft 0,94 und Argon 0,79, so erhalten wir in den Figg. 11, 12, 13 u. 14 die ausgezogenen Linien, die sich mit den Beobachtungen gut decken.

Die Abweichungen der punktierten Kurve liegt bei Argon nach der anderen Seite als bei Luft und Wasserstoff, und ist auch unbedeutender. Daraus, daß der Unterschied zwischen dem Knudsenschen Akkommodationskoeffizienten von Argon a 0,85 um 7 Proz. größer ist als der aus den Beobachtungen entnommene Wert 0,79, kann nicht geschlossen werden, daß für Argon die Webersche Gleichung falsch ist, weil der wahrscheinliche Fehler der Eichung und Messung schon ± 6,8 Proz. beträgt. Der Wert $a = 0{,}85$ gibt den Akkommodationskoeffizienten beim Wärmeübergang von einer glatten zu einer absolut rauhen oder sehr großen Fläche. Beim Wärmeübergang zwischen zwei glatten Flächen ist der Koeffizient $\frac{a}{2-a} = 0{,}74$. Der rotierende Kanal war glatt abgedreht und weder absolut rauh noch sehr groß im Vergleich zum Thermoelement, so daß möglicherweise ein kleinerer Wert für a als 0,85 einzusetzen wäre. Die Messungen bei Argon zeigen somit eine befriedigende Übereinstimmung von Theorie und Beobachtung. Bei Luft und Wasserstoff ist der Unterschied zwischen den aus den Wärmeleitungsbeobachtungen Knudsens und den aus dem Gaedeeffekt abgeleiteten Akkommodationskoeffizienten viel größer und beträgt das Vielfache der Eichungs- und Meßfehler, ist somit nicht auf Zufälligkeit, sondern offenbar auf die Zweiatomigkeit der Gasmoleküle zurückzuführen. Beim Gaedeeffekt erhalten wir die translatorischen Akkommodationskoeffizienten: für Luft $a_1 = 0{,}94$ und für Wasserstoff $a_1 = 0{,}434$. Nach obigen Gleichungen dieses Kapitels können wir aus diesen Werten von a_1 und aus den Knudsenschen Werten für Luft (= Sauerstoff) $a = 0{,}80$ und für Wasserstoff $a = 0{,}278$ den Betrag für den rotatorischen Akkommodationskoeffizienten a_2 ermitteln. Wir finden für Luft $a_2 = 0{,}52$ und für Wasserstoff $a_2 = -0{,}049$. Wir sehen, daß der rotatorische Akkommodationskoeffizient kleiner ist als der translatorische Akkommodationskoeffizient. Der negative Wert für Wasserstoff ist aber unwahrscheinlich. Er findet seine Erklärung wohl darin, daß bei Wasserstoff der Akkommodationskoeffizient sehr stark von der Art der Glätte der Oberfläche abhängt. Knudsen[1]) gibt an, daß Wollaston–

---

[1]) M. Knudsen, Ann. d. Phys. 34. S. 646. 1911.

Platindraht und Wollaston–Platinband, die mit bloßem Auge glatt und glänzend erschienen, unter dem Mikroskop Rauhigkeiten der Oberfläche zeigten und den Wert $a = 0,358$ für Wasserstoff geben. Unter dem Mikroskop erschien der Glimmer des Thermoelementes ebenfalls verkratzt. Setzen wir den Wert $a = 0,358$ ein, so erhalten wir $a_2 = +0,198$ für Wasserstoff, also einen positiven Wert. Der richtige Wert wird zwischen den beiden Werten +0,2 und −0,05 liegen, so daß bei Wasserstoff der rotatorische Akkommodationskoeffizient a_2 voraussichtlich recht klein ist.

Mit aller Evidenz geht aus diesen Beobachtungen hervor, daß die Rotationstemperatur der mehratomigen Gase sich bedeutend langsamer an einer glatten Oberfläche einstellt, als die Translationstemperatur. Hierdurch sind wir, wie Knudsen a. a. O. sagt, einen Schritt weiter „auf dem Wege, welcher hoffentlich zur Aufklärung über die Energieauswechslung bei dem Stoß jedes einzelnen Moleküls führen wird“. Wenn wir die absoluten Werte der konstanten a_2 nicht mit genügender Sicherheit angeben konnten, lag das vor allem daran, daß die Werte von a und a_1 aus getrennten Abhandlungen entnommen werden mußten, und über die hierbei maßgebende Oberflächenbeschaffenheit nur vage Angaben wie glatt und glänzend entscheidend waren. Es läßt sich jetzt schon ohne weiteres behaupten, daß der Gaedeeffekt geeignet ist auch die genauen Zahlenwerte für die Konstanten a_1 und a_2 zu liefern, wenn man die Methode so umgestaltet, daß an demselben Thermoelement nicht nur der Gaedeeffekt, sondern auch die molekulare Wärmeleitfähigkeit gemessen wird. Vorliegende Arbeit sollte hauptsächlich feststellen, ob trotz der technischen Schwierigkeiten der Gaedeeffekt so genau meßbar ist, daß eine Prüfung der hierfür aufgestellten Gleichung von S. Weber und ihrer physikalischen Voraussetzungen möglich ist.

Zusammenfassung

Überlagert man der ungeordneten Temperaturbewegung der Moleküle eines Gases eine gerichtete Bewegung, so wirken nach Gaede auf ein Thermometer beide Bewegungen in gleicher Weise als Wärmebewegung ein, vorausgesetzt, daß die freie Weglänge der Gasmoleküle größer ist als die lineare Abmessung des Thermometers. Gaede hat diese Erscheinung untersucht und „kinetischen Wärmeeffekt“ genannt. S. Weber hat eine Neuberechnung des kinetischen Wärmeeffektes durchgeführt. Um die neue Webersche Formel nachzuprüfen, war es notwendig, die Genauigkeit der Methode zur Messung des kinetischen Wärmeeffektes gegenüber der ursprünglichen Gaedeschen Messung um etwa eine Zehnerpotenz zu steigern. Dies gelang, indem als Thermoelement eine Thermosäule besonderer Bauart mit 12 Elementen verwendet und zur Wärmeeichung derselben der Peltiereffekt herangezogen wurde. Der mittlere Fehler der Eichung der Versuchsapparatur war 6,4 Proz.; der mittlere Fehler bei der Ausführung der Messung 0,8 Proz.

Die bei diesen Messungen erhaltenen Zahlenwerte werden verwendet, um mit Hilfe der Gleichung von S. Weber den Akkommodationskoeffizienten der Gase an der Oberfläche des genannten Thermoelementes zu ermitteln.

Nach Knudsen versteht man unter dem Akkommodationskoeffizienten a die Temperaturdifferenz zwischen den ankommenden und den von der Platte zurückgeworfenen Molekülen, dividiert durch die Temperaturdifferenz zwischen den ankommenden Molekülen und der Platte selbst. Der Akkommodationskoeffizient hängt vom Molekulargewicht des Gases und von der Oberflächenbeschaffenheit der Platte, nicht dagegen vom Material der Platte ab. Je rauher die Oberfläche der Platte ist, desto mehr nähert sich a dem oberen Grenzwert $a = 1$. Bei der Messung des kinetischen Wärmeeffektes bei sehr niedrigen Drucken bezieht sich der Akkommodationskoeffizient nur auf die translatorische Temperaturbewegung und wird mit a_1 bezeichnet. Bei den Knudsenschen Wärmeleitmessungen bezieht sich der Akkommodationskoeffizient a gleichzeitig auf die translatorische und die rotatorische Temperaturbewegung. Knudsen und Weber setzen hierbei zur vorläufig vereinfachten Behandlung der Vorgänge den translatorischen Akkommodationskoeffizienten a_1 und den rotatorischen Akkommodationskoeffizienten a_2 einander gleich und gleich a. Bei Argon stimmt der aus den vorliegenden Messungen des kinetischen Wärmeeffektes ermittelte Akkommodationskoeffizient a_1 mit dem aus den Knudsenschen Wärmleitmessungen entnommenen Akkommodationskoeffizienten a befriedigend überein. Dies ist damit erklärt, daß bei einatomigen Gasen a und a_1 identisch sind. Bei mehratomigen Gasen (Wasserstoff und Luft) stimmen die Werte von a_1 und a nicht überein. Dies ist darauf zurückzuführen, daß hier a und a_1 nicht identisch sind und daß a_2 offenbar einen von a_1 abweichenden Wert hat. Berechnet man aus den beobachteten Werten a bei Luft (Knudsen) und a_1 (Rücker) die Werte von a_2, so findet man $a_1 = 0{,}94$ und $a_2 = 0{,}52$ (Knudsenscher Wert $a = 0{,}80$) und bei Wasserstoff die Werte $a_1 = 0{,}43$ und $a_2 < 0{,}2$ (Knudsenscher Wert $a < 0{,}36$). Bei Wasserstoff ist a stark von der Oberflächenbeschaffenheit abhängig, so daß eine Unsicherheit besteht, welche a-Werte von Knudsen heranzuziehen sind. Die Messungen zeigen somit, daß bei mehratomigen Gasen $a_2 < a_1$ ist, oder: Beim Auftreffen der Gasmoleküle auf eine feste Wand ist der Ausgleich zwischen der Wandtemperatur und der Translationstemperatur des Gases vollkommener als der Ausgleich zwischen der Wandtemperatur und der Rotationstemperatur des Gases.

Vorliegende Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Karlsruhe ausgeführt. Es ist mir eine angenehme Pflicht, dem Direktor des Institutes, Hrn. Professor Dr. Wolfgang Gaede, für die Anregung dieser Arbeit, für die zur Durchführung der Arbeit zur Verfügung gestellten Mittel und Apparate seiner Privatsammlung und für die jederzeit erteilte Hilfe und Ratschläge meinen aufrichtigen Dank auszusprechen.

Dann darf ich noch der Gesellschaft für Lindes Eismaschinen A.-G. Höllriegelskreuth bei München für die freundliche Schenkung von 120 Liter Argon meinen besten Dank sagen.

(Eingegangen 7. März 1928)

6. *Magnetische Feldverdrängung und Eigenzeitkonstanten;*

von M. J. O. Strutt

Falls ein unendlich lang gedachter, zylindrischer Leiter sich in einem homogenen äußeren magnetischen longitudinal gerichteten Wechselfelde befindet, wird im Inneren des Leiters eine Wirbelstromverteilung auftreten, welche abhängig ist von der Querschnittsform, der Frequenz und der Amplitude des äußeren Wechselfeldes. Ein solches homogenes magnetisches Wechselfeld läßt sich näherungsweise verwirklichen durch eine lange Spule, durch die Wechselstrom fließt und deren Achse mit derjenigen des Leiters zusammenfällt. Die Berechnung des Feldes im Leiter erfordert die Lösung der Differentialgleichung

$$\Delta u = \alpha^2 u$$

mit

$$V^2 \cdot \alpha^2 \cdot \varrho = 4\pi \cdot \mu \cdot \omega \cdot j,$$

ϱ = spez. Widerstand,
μ = Permeabilität,
ω = Kreisfrequenz,
$j = \sqrt{-1}$,
V = Lichtgeschwindigkeit,

unter der Randbedingung, daß u auf dem Querschnittsumfang des Leiters einen konstanten Wert K annehme.

Diese Randaufgabe wurde behandelt für rechteckige[1]), kreisförmige[2]) und elliptische[3]) Querschnitte. Der Zweck der vorliegenden Arbeit ist, ein allgemeines Lösungsprinzip anzugeben, mit Anwendung auf einige polygonale Querschnitte.

---

[1]) Verf., Ann. d. Phys. 83. S. 979. 1927; P. Debye, Ztschr. f. Math. u. Phys. 54. S. 418. 1907.

[2]) H. Lamb, Proc. London Math. Soc. 15. S. 138. 1884.

[3]) Verf., Ann. d. Phys. 84. S. 485. 1927.

Zugleich werden die Eigenzeitkonstanten[1] einer neuen Betrachtung unterzogen.

1. Lösung der Randaufgabe durch Zurückführung auf eine Integralgleichung

Die oben formulierte Randaufgabe ist äquivalent mit der linearen Integralgleichung:

$$u(x,y) = K - \alpha^2 \iint G(x,y,\xi,\eta) \cdot u(\xi,\eta) \cdot d\xi \cdot d\eta \,, \tag{1}$$

wobei die Integration über den gesamten Leiterquerschnitt zu erstrecken ist.

Die **Greensche** Funktion G genügt den folgenden Bedingungen[2]:

a) $\Delta G = 0$, außer für $x = \xi$; $y = \eta$,

b) G ist überall stetig in beiden Argumentpunkten,

c) im Punkte ($x = \xi$; $y = \eta$) wird ΔG einmal unendlich, während die „Normalableitung", integriert entlang einem kleinen Kreise, um diesen Punkt den „Sprung" -1 macht:

$$\lim_{K \to 0} \oint \frac{\partial}{\partial r} G(x,y,\xi,\eta) \cdot dS = -1 \,,$$

d) auf dem Gebietsrand ist $G = 0$.

Der Beweis, daß die Integralgleichung (1) mit der früher genannten Randaufgabe gleichbedeutend ist, verläuft sehr einfach. Zunächst ist klar, daß $u(x,y)$ aus (1) den Randbedingungen genügt. Um zu zeigen, daß $u(x,y)$ auch der Differentialgleichung genügt, differenziere man (1) zweimal:

$$\Delta u = - \alpha^2 \iint \Delta G(x,y,\xi,\eta) \cdot u(\xi,\eta) \cdot d\xi \cdot d\eta \,,$$

und bedenke, daß ΔG eine „Zackenfunktion"[3] darstellt, deren Unendlichkeitsstelle durch die Bedingung c) für G normiert ist, so daß die Ausführung der Integration im rechten Gliede ergibt:

$$\Delta u(x,y) = \alpha^2 \cdot u(x,y) \,.$$

---

[1] H. **Lamb**, a. a. O.; J. J. **Thomson**, Recent Research. S. 352. 1893.

[2] Z. B. **Courant-Hilbert**, Meth. der Math. Physik I. S. 285.

[3] Analog mit **Diracs** δ-Funktion, vgl. Roy. Soc. Proc. A. 113. S. 621. 1926.

Bezeichnet man mit u_n die Eigenfunktionen und mit λ_n die Eigenwerte des zu (1) gehörigen „homogenen“ Problems:

$$u_n(x,y) = \lambda_n \iint G(x,y,\xi,\eta)\cdot u_n(\xi,\eta)\cdot d\xi\cdot d\eta,$$

so läßt sich bekanntermaßen die Lösung von (1) stets darstellen in der Form[1]):

$$u(x,y) = K - \alpha^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{f_i}{\lambda_i+\alpha^2}\cdot u_i(x,y), \tag{2}$$

mit:

$$f_i = \frac{2}{O}\iint K\cdot u_i(x,y)\cdot dx\cdot dy,$$

wobei O die Fläche des Leiterquerschnittes bedeutet. Nun sind aber die Eigenfunktionen und Eigenwerte u_n und λ_n für viele Querschnittsformen aus der Theorie der Membranschwingungen, sowie der Wärmeleitung bekannt. Für alle Querschnitte, deren Eigenfunktionen bekannt sind, gelingt es mit Hilfe der Formel (2) leicht, die Randaufgabe (1) zu lösen.

2. Plattenförmiger, kreisförmiger und rechteckiger Querschnitt

Plattenförmig nennen wir einen Leiter, der begrenzt wird von zwei parallelen Ebenen im Abstande 2a, gemessen in der x-Richtung, und der in der y-Richtung unendlich ausgedehnt ist. Für einen solchen Leiter schreibt sich die Integralgleichung:

$$u(x) = K - \alpha^2\int_{-a}^{a} G(x,\xi)\cdot u(\xi)\cdot d\xi.$$

Die Eigenfunktionen und Eigenwerte dieses Querschnittes lauten bekanntlich

$$\sin\frac{n\pi}{a}x \quad \text{mit} \quad \lambda_n = \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2$$

bzw.

$$\cos\frac{2n+1}{2a}\pi\cdot x \quad \text{mit} \quad \lambda_n = \left(\frac{2n+1}{2a}\pi\right)^2.$$

Die Anwendung der Formel (2) ergibt als Lösung des Randproblems:

$$u = K - \alpha^2\cdot\sum_{0}^{\infty} \frac{f_n}{\left(\frac{2n+1}{2a}\right)^2\pi^2+\alpha^2}\cdot\cos\frac{2n+1}{2a}\pi x, \tag{3}$$

---

[1]) Courant-Hilbert, a. a. O. S. 119.

mit:

$$f_n = \frac{2}{a}\int_0^a K\cdot\cos\frac{2n+1}{2a}\pi x\cdot dx = \frac{4K}{(2n+1)\cdot\pi}\cdot(-1)^n.$$

Wie zu erwarten war, liefern nur die geraden Eigenfunktionen einen Beitrag. Die erhaltene Reihe stellt die Fourierentwicklung des Ausdrucks:

$$K\cdot\frac{\mathfrak{Cof}\,\alpha x}{\mathfrak{Cof}\,\alpha a}$$

dar, der die vorliegende Randaufgabe löst. Indem man $x = 0$ setzt und $\alpha a = y$, erhält man aus den zuletzt angeschriebenen Formeln eine Reihenentwicklung für den hyperbolischen Kosinus, welche lautet:

$$\mathfrak{Cof}\,y = \frac{\frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4} - \sum\limits_0^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)\left(1+\left(\frac{2n+1}{2y}\pi\right)^2\right)}},$$

die wir bereits früher auf gänzlich anderem Wege erhielten.[1]

Die Eigenfunktionen und Eigenwerte eines kreisförmigen Querschnittes lauten:

$$J_n(\sqrt{\lambda_{nm}}\cdot r)\cdot\cos n\varphi,$$

mit λ_{nm} die Wurzeln der Gleichung:

$$J_n(\sqrt{\lambda}\,a) = 0$$

(a bezeichnet den Querschnittshalbmesser).

Die Formel (2) ergibt als Lösung der Randaufgabe (1) im Kreise:

$$u(r) = K - \alpha^2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{f_m}{\lambda_{0,m}+\alpha^2}\cdot J_0(\sqrt{\lambda_{0,m}}\cdot r), \tag{4}$$

mit:

$$f_m = \frac{4K}{a^2}\cdot\int_0^a r\cdot J_0(\sqrt{\lambda_{0,m}}\cdot r)\cdot dr = \frac{4K}{a^2\cdot\lambda_{0,m}}\cdot a\cdot J_1(\sqrt{\lambda_{0,m}}\cdot a).$$

Man beachte, daß nur die kreissymmetrischen Eigenfunktionen einen Beitrag zur Lösung liefern. Die Bedeutung dieser Tatsache wird bei der Behandlung der Eigenzeitkonstanten erörtert werden.

---

[1] Verf., Ann. d. Phys. 83. S. 989. 1927.

Für das rechteckige Gebiet $-a \leqq x \leqq a$; $-b \leqq y \leqq b$ lauten die Eigenfunktionen und Eigenwerte:

$$\sin\frac{n\pi}{a}\,x\cdot\sin\frac{m\pi}{b}\,y \quad \text{mit} \quad \lambda_{mn}=\pi^2\left(\frac{n^2}{a^2}+\frac{m^2}{b^2}\right),$$

$$\cos\frac{2n+1}{2a}\,\pi x\cdot\cos\frac{2m+1}{2b}\,\pi y \quad \text{mit} \quad \lambda_{mn}=\pi^2\left(\left(\frac{2n+1}{2a}\right)^2+\left(\frac{2m+1}{2b}\right)^2\right),$$

$$\sin\frac{n\pi}{a}\,x\cdot\cos\frac{2m+1}{2b}\,\pi y \quad \text{mit} \quad \lambda_{mn}=\pi^2\left(\frac{n^2}{a^2}+\left(\frac{2m+1}{2b}\right)^2\right),$$

$$\cos\frac{2n+1}{2a}\,\pi x\cdot\sin\frac{m}{b}\,\pi y \quad \text{mit} \quad \lambda_{mn}=\pi^2\left(\left(\frac{2n+1}{2a}\right)^2+\frac{m^2}{b^2}\right).$$

Durch Anwendung der Formel (2) erhält man die Lösung der Aufgabe (1) in der Gestalt:

$$(5)\quad \left\{\begin{aligned} u(x,y) &= K-\alpha^2\cdot\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{f_{ik}}{\pi^2\left[\left(\frac{2i+1}{2a}\right)^2+\left(\frac{2k+1}{2b}\right)^2\right]+\alpha^2}\cdot \\ &\qquad \cdot\cos\frac{2i+1}{2a}\,\pi x\cdot\cos\frac{2k+1}{2b}\,\pi y, \end{aligned}\right.$$

mit:

$$f_{ik}=\frac{2K}{ab}\int_0^a dx\int_0^b dy\cdot\cos\frac{2i+1}{2a}\,\pi x\cdot\cos\frac{2k+1}{2b}\,\pi y=$$

$$f_{ik}=\frac{(-1)^{i+k}\cdot 8K}{\pi^2(2i+1)\cdot(2k+1)};\quad i,k=0,1,2,3,\ldots$$

Wieder gehen nur die „geraden“ Eigenfunktionen und Eigenwerte in die Lösung ein.

Ein Vergleich des zuletzt gewonnenen Ergebnisses mit früheren Lösungen der Randaufgabe (1) im rechteckigen Querschnitt läßt den Vorteil der vorliegenden Methode wohl zur Genüge erkennen.

3. Der gleichseitig dreieckige Querschnitt

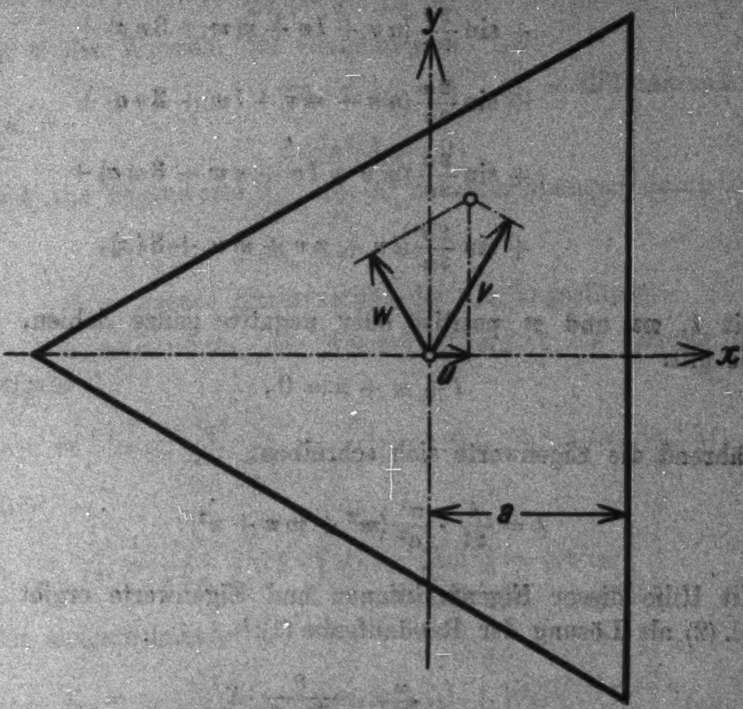
G. Lamé[1]) hat gezeigt, daß von allen regelmäßigen Polygonen das Dreieck und das Quadrat *die einzigen* sind, deren

---

[1]) G. Lamé, Leçons sur L'Elasticité, S. 182. 1866; Théorie analytique de la Chaleur, S. 190. 152. 1861.

Eigenfunktionen sich in der Form periodischer trigonometrischer Funktionen darstellen lassen.

Für das gleichseitige Dreieck benutzt Lamé ein besonderes Koordinatensystem (Fig. 1). Man ziehe durch den zu bestimmenden Punkt drei Parallele zu den drei Seiten und fälle sodann aus dem Dreiecksmittelpunkte drei Lote u, v und w auf diese drei Parallelen. Diese drei Lote bilden drei (homogene) Bestimmungsstücke des Punktes (x, y). Es gelten die Relationen:



Dreieckskoordinaten nach Lamé.

Fig. 1

$$u = x,$$

$$v = \frac{x}{2} + y\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$w = \frac{-x}{2} - y\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Die Orthogonalfunktionen lauten dann:

$$\begin{aligned} U(u,v,w) = {} & \sin\frac{2\pi}{9a}(lu+mv+nw+3la)+ \\ & +\sin\frac{2\pi}{9a}(mu+nv+lw+3ma)+ \\ & +\sin\frac{2\pi}{9a}(nu+lv+mw+3na)+ \\ & +\sin\frac{2\pi}{9a}(nu+mv+lw+3na)+ \\ & +\sin\frac{2\pi}{9a}(mu+lv+nw+3ma)+ \\ & +\sin\frac{2\pi}{9a}(lu+nv+mw+3la), \end{aligned}$$

mit l, m und n positive oder negative ganze Zahlen, für die gilt:

$$l+m+n=0,$$

während die Eigenwerte sich schreiben:

$$\lambda = \frac{4}{27}\cdot\frac{\pi^2}{a^2}(m^2+mn+n^2).$$

Mit Hilfe dieser Eigenfunktionen und Eigenwerte ergibt die Gl. (2) als Lösung der Randaufgabe (1):¹)

$$U = K - a^2\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\frac{8}{3i\cdot\pi}\cdot K}{\frac{4\pi^2}{a^2}\cdot i^2 + a^2}\cdot W_i, \tag{6}$$

mit:

$$W_i = \sin\frac{2\pi}{a}\cdot i(a-u) + \sin\frac{2\pi}{a}\cdot i(a-v) + \sin\frac{2\pi}{a}\cdot i(a-w)$$

und i eine ganze Zahl.

Man wird bemerken, daß von allen Eigenfunktionen und Eigenwerten wieder nur gewisse symmetrische einen Beitrag zur Lösung liefern.

---

1) Vgl. G. Lamé, Théorie analytique de la Chaleur, S. 179. 172. 159. 1861.

4. Der elliptische Querschnitt

Die Eigenfunktionen und Eigenwerte dieses Querschnittes lauten[1]) in Mathieuschen Funktionen ausgedrückt:

$$\mathfrak{Se}_n(h^2, \xi) \cdot Se_n(h^2, \eta)$$

bzw.

$$\mathfrak{Ce}_n(h^2, \xi) \cdot Ce_n(h^2, \eta),$$

mit h^2 die Wurzeln der Gleichungen:

$$\mathfrak{Se}_n(h^2, \xi_1) = 0 \qquad (\xi_1 = \text{Ellipsenumfang})$$

bzw.

$$\mathfrak{Ce}_n(h^2, \xi_1) = 0,$$

wobei die Eigenwerte λ_{nm} mit h^2 zusammenhängen durch:

$$\lambda_{nm} = -\frac{4 h_{nm}^2}{c^2}$$

(c = lineare Exzentrizität der Umfangsellipse).

Die Anwendung der Formel (2) ergibt als Lösung der Aufgabe (1):

$$(7) \quad U = K - \alpha^2 \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{f_{2i}}{\lambda_{2i,k} + \alpha^2} \cdot \mathfrak{Ce}_{2i}(h_k^2, \xi)\, Ce_{2i}(h_k^2, \eta),$$

mit[2]):

$$f_{2i} = \frac{2K}{a\, b\, \pi} \int\limits_0^{\xi_1} d\xi \cdot \int\limits_{-\pi}^{\pi} d\eta \cdot c^2 (\mathfrak{Cof}^2 \xi - \cos^2 \eta) \cdot \mathfrak{Ce}_{2i}(h^2, \xi) \cdot Ce_{2i}(h^2 \cdot \eta)$$

oder ausgerechnet[3]):

$$f_{2i} = \frac{-2K}{a \cdot b \cdot \pi \cdot \lambda_{2i,k}} \cdot \mathfrak{Ce}_{2i}'(h_k^2, \xi_1) \cdot \int\limits_{-\pi}^{\pi} Ce_{2i}(h_k^2, \eta) \cdot d\eta,$$

wobei der Akzent die Differentiation nach ξ andeutet. Diese letzte Lösung bringt somit die Entwicklung der einfachen Reihe, durch welche früher die Lösung für die Ellipse dargestellt wurde, in eine doppelte Reihe nach lauter *reellen* Funktionen.

Es gehen nur gerade Mathieusche Funktionen gerader Ordnung in die Lösung ein.

---

[1]) Für die Definition der elliptischen Koordinaten sowie der Mathieuschen Funktionen und weiterer Bezeichnungen dieses Abschnittes vgl. Ann. d. Phys. 84. S. 485. 1927.

[2]) a und b sind die kleine und große Halbachse.

[3]) Verf., Ann. d. Phys. 84. S. 499. 1927.

5. Eigenzeitkonstanten[1]

Wenn ein zylindrischer Leiter sich in einem homogenen stationären äußeren Magnetfeld befindet, das plötzlich aufhört oder einsetzt, so werden im Leiter Wirbelströme zirkulieren, deren Abklingungszeiten von ihrer räumlichen Verteilung abhängen.

Setzt man die Zeitabhängigkeit der magnetischen Kraft im Leiter durch

$$e^{-pt}$$

an, so genügt die „Feldamplitude" im Leiter der Differentialgleichung

$$\Delta H = -\beta^2 H,$$

mit:

$$\beta^2 = \frac{4\pi\mu}{V^2\cdot\varrho}\cdot p = \mathfrak{S}\cdot p. \tag{8}$$

Das äußere Magnetfeld soll zur Zeit $t = 0$ plötzlich aufhören; dann genügt H für $t > 0$ der Randbedingung $H = 0$.

Die so formulierte Randaufgabe besitzt bekanntlich nur Lösungen für bestimmte Werte von β^2 und somit von p. Diese ausgezeichneten p-Werte nennen wir *Eigenzeitkonstanten*. Allerdings muß die Lösung der Randaufgabe noch gewissen Symmetriebedingungen unterworfen werden, wodurch aus der Gesamtheit aller Eigenwerte der eben formulierten Aufgabe eine Anzahl herausgehoben wird, die die Eigenzeitkonstanten ergeben.

Dies läßt sich am besten einsehen, wenn man von den Überlegungen der vorigen Abschnitte Gebrauch macht.

Denken wir uns ein äußeres, räumlich homogenes und mit der Zeit wie e^{-pt} veränderliches Magnetfeld auf den Leiter einwirken, so läßt sich die „Feldamplitude" im Leiter darstellen durch die Formel:

$$u(x,y) = K + \beta^2\cdot\sum_{i=1}^{\infty}\frac{f_i}{\lambda_i - \beta^2}\cdot u_i(x,y), \tag{2*}$$

---

[1] Vgl. J. J. Thomson und H. Lamb, a. a. O.; Ch. Snow, Sc. Papers Bureau Standards Nr. 544. 1927; B. Wedensky, Ann. d. Phys. 64. S. 612. 1921; N. W. MacLachlan, Yearbook of Wireless Telegraphy S. 880. 1918, mit Literaturliste.

mit:

$$f_i = \frac{2}{0}\iint K \cdot u_i(x,y) \cdot dx \cdot dy,$$

wobei die Bezeichnungen die gleichen sind wie in der Formel (2). Aus (2*) geht nun aber hervor, daß für ganz bestimmte Werte von β^2 (und somit von p) Nenner verschwinden, d. h. eine „Resonanz“ stattfindet. Physikalisch besagt dies, daß Magnetfelder dieser Abklingungszeit gar nicht verwirklicht werden könnten, da sie im Leiter unendlich große Feldstärken und Energiedissipationen im Gefolge haben würden.

Andererseits können im Leiter bei verschwindender äußerer Feldstärke gerade nur solche Wirbelströme zirkulieren, deren Abklingungszeiten verschwindenden Nennern des Ausdrucks (2*) entsprechen und die somit gleich den reziproken Eigenzeitkonstanten sind.

Hieraus geht hervor, daß die Eigenzeitkonstanten in einfacher Weise zusammenhängen mit den im Ausdruck (2*) auftretenden Eigenwerten λ_i.

Es gilt

$$\beta_i^2 = \lambda_i$$

oder

(9) $$p_i = \frac{\lambda_i}{\mathfrak{S}}.$$

Die Eigenzeitkonstanten von Leitern sind somit bis auf einen Faktor *gleich einer Reihe von Eigenwerten einer schwingenden Membran* derselben Gestalt wie der Leiterquerschnitt. Aber bloß diejenigen Eigenwerte solcher Membranen, welche in die Formel (2) eingehen, liefern die Eingenzeitkonstanten. Es ist dies die oben angedeutete Symmetriebedingung der zu den Eigenzeitkonstanten gehörigen Lösungen. In Fig. 2 sind die Wirbelströme gezeichnet worden, welche in einem rechteckigen Leiter zirkulieren, wenn die Abklingungszeit beträgt:

$$p^{-1} = \mathfrak{S} \cdot \left[\left(\frac{3}{2a}\right)^2 + \left(\frac{1}{2b}\right)^2\right]^{-1} \cdot \pi^{-2}.$$

Für die früher behandelten Querschnittsformen lauten die Eigenzeitkonstanten somit

Platte:

$$p_i = \mathfrak{S}^{-1} \cdot \pi^2 \left(\frac{2i+1}{2a}\right)^2.$$

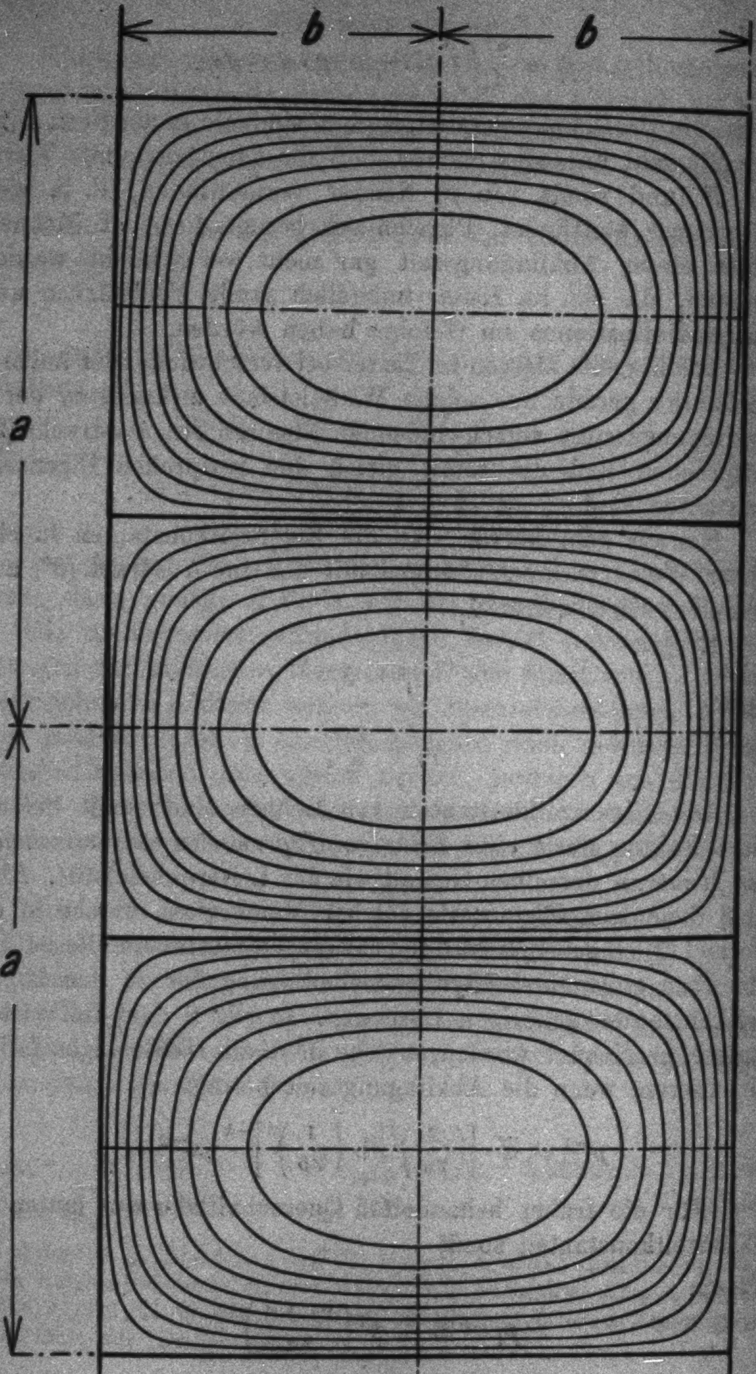


Fig. 2

Rechteck[1]):

$$p_{i,k} = \mathfrak{S}^{-1} \cdot \pi^2 \left[\left(\frac{2i+1}{2a} \right)^2 + \left(\frac{2k+1}{2b} \right)^2 \right].$$

Kreis:

$$p_i = \mathfrak{S}^{-1} \cdot \lambda_{0i}.$$

Dreieck:

$$p_i = \mathfrak{S}^{-1} \cdot \frac{4\pi^2}{a^2} i.$$

Ellipse:

$$p_{i,k} = \mathfrak{S}^{-1} \cdot \lambda_{2i,k}$$

und $\lambda_{2i,k}$ gegeben durch

$$0 = \mathfrak{C}e_{2i}\left(-\frac{c^2 \lambda_{2i,k}}{4}, \xi_1 \right).$$

6. Zusammenhang mit der Energieaufnahme bei periodischem äußeren Feld

Zur Berechnung der im Leiter enthaltenen magnetischen Energie und der im Leiter zerstreuten Wärme beschreiten wir einen Weg, der auf dem Begriff der induzierten EMK. fußt.[2])

Der Leiter befinde sich in einer Magnetisierungsspule mit W Windungen in der Längeneinheit, durch die ein Strom I fließt. Dann ist die magnetische Feldamplitude in der Luft gegeben durch (Gaussche Einheiten)

$$K = \frac{4\pi}{V} \cdot W \cdot I.$$

Wie früher bezeichnen wir mit $u(x, y)$ die Feldamplitude im Leiter. Dann ist der gesamte Fluß, der den Leiter durchsetzt:

$$F = \mu \cdot \iint u(x, y) \cdot dx \cdot dy = \mu \cdot G.$$

Dieser Fluß induziert in der Längeneinheit der Magnetisierungsspule eine Spannung:

$$E = -\frac{j\omega}{V} \cdot W \cdot \mu \cdot G.$$

Diejenige Komponente dieser Spannung, welche die entgegengesetzte Phase besitzt wie der Strom in der Magnetisierungsspule ergibt, mit eben diesem Strome multipliziert, die in dem Leiter dissipierte Joulesche Wärme:

---

[1]) Die früher (Ann. d. Phys. 83. S. 1000. Gleich. 8) angegebene Gleichung läßt sich nicht aufrechterhalten, da die Lösung S. 999 unter der Bedingung (8) versagt, wie ich erst nachträglich bemerkte.

[2]) Verf., Ann. d. Phys. 82. S. 608. 1927.

$$Q = \varrho \cdot w^2 \cdot I^2 \cdot Re \left\{ \alpha^2 \frac{G}{K} \right\},$$

wobei Re = Reeller Teil.

Führen wir für $\frac{G}{K}$ den Ausdruck ein, der aus der Gleichung (2) hervorgeht, so entsteht:

$$Q = \varrho \cdot W^2 \cdot I^2 \cdot Re \left\{ \alpha^2 \cdot O - \alpha^4 \cdot \sum_i \frac{\frac{2}{O} g_i^2}{\lambda_i + \alpha^2} \right\},$$

wobei O die Querschnittfläche des Leiters, und g_i die Ausdrücke

$$g_i = \iint u_i(x, y) \cdot dx \cdot dy$$

bezeichnen (u_i wie früher die Eigenfunktionen). Setzt man noch:

$$\alpha^2 = j \cdot m^2, \text{ mit } j = \sqrt{-1},$$

so entsteht:

$$Q = \varrho \cdot W^2 \cdot I^2 \cdot \frac{2}{O} \left\{ \sum_i \frac{g_i^2 \cdot m^4 \cdot \lambda_i}{\lambda_i^2 + m^4} \right\}. \tag{10}$$

Aus der Formel (10) kann man folgendes schließen. Für kleine Werte der Frequenz $\frac{\omega}{2\pi}$ und somit von m:

$$m = \sqrt{\frac{4\pi\mu\omega}{V^2 \cdot \varrho}}, \tag{11}$$

spielt praktisch nur das erste Glied der Reihe (10) eine Rolle, d. h. die dissipierte Wärme wächst proportional dem Quadrate der Frequenz (der vierten Potenz von m).

Bei steigendem m liefern die übrigen Glieder der Reihe immer relativ zum ersten Gliede steigende Beiträge zu Q. Und zwar fängt der relative Beitrag des i-ten Gliedes der Reihe an merkbar zu werden, sobald m^2 von der Ordnung λ_i wird. In diesem Falle wird nämlich der Bruch:

$$\frac{m^4}{\lambda_i^2 + m^4}$$

von der Ordnung eins. Aber auch bei sehr großem m nimmt der Wert der Reihenglieder mit steigendem Index ab wegen der Faktoren $g_i^2 \cdot \lambda_i$.

Wir erhalten somit vom Verlauf der Wärme Q als Funktion von m folgendes Bild. Zuerst annähernd mit m^4 ansteigend ist für m^2 von der Ordnung λ_1 das erste Glied maßgebend, für m^2 von der Ordnung λ_2 hauptsächlich das erste und zweite Glied usw.

In der Tat zeigen nun die Kurven $Q = f(m)$ in allen bekannten Fällen kleine, bei steigendem m abnehmende „Wellen“[1], welche sich dort befinden, wo m^2 zusammenfällt (ungefähr) mit λ_i, oder annähernd gilt:

$$\omega = p_i, \tag{12}$$

d. h. wo die *Kreisfrequenz ungefähr gleich einer Zeitkonstanten* wird.

Dieser Verlauf der $Q = f(m)$-Kurve läßt sich somit aus der Gleichung (10) für alle Querschnitte unmittelbar vorhersehen.

Um die in dem Leiter enthaltene magnetische Energie zu berechnen, nehmen wir den imaginären Teil der in der Magnetisierungsspule induzierten Spannung, multipliziert mit dem Magnetisierungsstrom

$$M = \varrho \cdot w^2 \cdot I^2 \cdot Jm \left\{ \alpha^2 \cdot O - \alpha^4 \sum_i \frac{\frac{2}{O} \cdot g_i^2}{\lambda_i + \alpha^2} \right\}$$

oder ausgeschrieben:

$$M = \varrho \cdot w^2 \cdot I^2 \cdot \left\{ m^2 \cdot O - \frac{2}{O} \sum_i \cdot \frac{m^6 \cdot g_i^2}{\lambda_i^2 + m^4} \right\}. \tag{13}$$

Aus (13) ergibt sich, daß M für kleine Frequenzen mit der Frequenz proportional (mit m^2) ansteigt. Weiterhin lassen sich bezüglich M aus (13) die gleichen Folgerungen ziehen wie früher aus (10) bezüglich Q. Auch bei $M = f(m)$ werden sich die Eigenzeitkonstanten bemerkbar machen durch einen „wellenartigen“ Verlauf von M.

7. Zusammenfassung

Die Aufgabe, das magnetische Feld zu berechnen in einem zylindrischen Leiter, der sich in einem annähernd homogenen äußeren Wechselfelde befindet, wird im Abschnitt I formuliert als eine lineare Integralgleichung, welche sich bei Kenntnis der Eigenfunktionen und Eigenwerte des betreffenden Querschnittes allgemein lösen läßt. Die Lösung wird in den Abschnitten 2—4 durchgeführt für den plattenförmigen, den kreisförmigen, den rechteckigen, den regulär dreieckigen und den elliptischen Querschnitt. Im Abschnitt 5 werden die Eigenzeitkonstanten definiert und für die obigen Querschnitte angegeben. Im Abschnitt 6 wird gezeigt, welchen Einfluß die Eigenzeitkonstanten eines Leiters auf den Verlauf der Jouleschen und magnetischen Energie als Funktion der Frequenz haben.

---

[1] Vgl. auch Verf., Ann. d. Phys. 83. 998. 1927.

Eindhoven, Natuurkundig Laboratorium der N. V. Philips Gloeilampenfabrieken, 8. Februar 1928.

(Eingegangen 16. März 1928)

7. *Über die von der Aufprallstelle von Wasserstoffkanalstrahlen auf Metalle ausgehenden Strahlungen;*

von Chr. Gerthsen

I. Einleitung

1. Problemstellung

Die Möglichkeit der Erzeugung von Wellenstrahlung durch den Aufprall bewegter Ionen auf Materie steht im engsten Zusammenhang mit der Art des Energieverlustes bewegter Ionen in Materie. Es kann keinem Zweifel unterliegen, daß der Energieverlust beim Durchgang von Kanalstrahlen durch Materie dem für α- und Kathodenstrahlen entspricht, bei denen eine definierte Reichweite durch Energieverluste in kleinen Stufen bedingt wird. Eine einem plötzlichen Geschwindigkeitsverlust entsprechende harte Bremsstrahlung, wie man sie bei Kathodenstrahlen beobachtet, wird für Kanalstrahlen ebenso unwahrscheinlich wie für α-Strahlen sein, bei denen man (etwa in der großen Zahl von Nebelspuraufnahmen) noch niemals ein vorzeitiges Abbrechen der Bahn vor beendeter Reichweite ohne eine direkte Energieübertragung auf ein gestoßenes Atom beobachtet hat. Jede durch den Stoß von α-Strahlen erzeugte, bisher beobachtete Wellenstrahlung hat als Eigenstrahlung der gestoßenen Atome gedeutet werden können.

Während nun für die Möglichkeit der Anregung von Eigenstrahlung durch Elektronenstoß nur die Forderung einer zur Anregung ausreichenden Energie aufzustellen ist, die die Anregungsarbeit zu leisten vermag, bringt bei dem Stoß des schweren positiven Teilchens die Forderung der Impulserhaltung eine vollkommene Veränderung der der Energie des stoßenden Teilchens aufzuerlegenden Anregungsbedingung.

In einer vorangegangenen Notiz[1]) wurde die Möglichkeit der Erregung von Eigenstrahlung durch den direkten Stoß von α- und Kanalstrahlen diskutiert. Die zu $\overset{+}{\mathrm{H}}$-Kanalstrahlen gehörende Anregungsspannung V ist durch die Beziehung

---

[1]) Chr. Gerthsen, Ztschr. f. Phys. 36. S. 540. 1926.

$$V = 450\,\Phi \tag{1}$$

mit der Elektronenanregespannung Φ verknüpft.

Versuche von J. J. Thomson[1]) schienen durch photographischen Nachweis die Existenz einer durch den Stoß von H-Kanalstrahlen von etwa 20 Kilovolt erregten Wellenstrahlung zu bestätigen, deren Härte der Anregungsbedingung (1) entsprach.

In einer inzwischen erschienenen Arbeit des gleichen Forschers[2]) wurde aus lichtelektrischer Wirkung ebenfalls auf die Existenz einer durch den Stoß positiver Ionen sowohl an einer festen Metallantianode als auch beim Durchgang durch Gase erregten Wellenstrahlung geschlossen. Während eine Härteangabe für die von der Antianode herrührende Strahlung fehlt, wird gezeigt, daß die Frequenz der im Gasraum entstehenden Strahlung der Resonanz- bzw. Ionisationsspannung der gestoßenen Atome entspricht. Diese Untersuchungen wurden mit Kanalstrahlen durchgeführt, deren Geschwindigkeit 5500 Volt in keinem Fall überschritt.

Vor kurzem teilte W. Wien eine Untersuchung mit, in der er bei H-Kanalstrahlen, die von einer Entladung von 10000 Volt herrührten, trotz Auflösung der von der Antianode kommenden Strahlung mit einem Reflexionsgitter die von J. J. Thomson gefundene Strahlung nicht beobachten konnte.

Zweifellos wird die einfache Anregungsbedingung (1) nicht dem über die Lichtanregung durch Kanalstrahlen vorliegenden Beobachtungsmaterial gerecht. Die Emission von optischen Frequenzen wird bereits durch ganz langsame Ionen (bis herunter zu 5 Volt) bewirkt. Diese Möglichkeit der Lichtanregung durch langsame Ionen steht zu ihr aber nicht in Widerspruch, da in der potentiellen Energie der angeregten stoßenden Ionen eine direkte Energiequelle zur Anregung zur Verfügung steht.[3]) Zu einer einwandfreien Prüfung der

---

[1]) J. J. Thomson, Phil. Mag. 28. S. 620. 1914.

[2]) J. J. Thomson, Phil. Mag. 2. S. 674. 1926. W. Wien, Ann. d. Phys. 83. S. 19. 1927.

[3]) Vgl. Handb. d. Phys. von Geiger u. Scheel XXIII, Kap. VII, S. 730ff.

Gleichung (1) kann man erst dann gelangen, wenn man die Anregung solcher Strahlung studiert, deren Frequenz größer ist als die der härtesten Eigenstrahlung der stoßenden Ionen, damit von vornherein die direkte Übertragung der potentiellen Energie eines angeregten stoßenden Ions auf das gestoßene Atom ausgeschlossen ist. Eine Aufklärung über den Mechanismus der Anregung von Wellenstrahlung durch den Stoß schwerer Massen außerhalb des bekannten optischen Bereichs zu gewinnen, ist zweifellos von hohem theoretischen Interesse.

In diesem Sinne sind nun aber die von W. Wien innegehaltenen Versuchsbedingungen für die Erregung der Eigenstrahlung nicht günstig. Untersuchungen von F. Holweck[1]) im Millikanultraviolett und dem Gebiet der anschließenden weichsten Röntgenstrahlung haben gezeigt, daß die bei Elektronenstoß von der Antikathode ausgesandte Strahlung unterhalb einer Spannung von 31 Volt außerordentlich schwach wird. Man wird aus diesem Grunde die Untersuchung des langwelligeren Gebietes vermeiden. Eigenstrahlungen von bequem zu handhabendem Material in einem experimentell zugänglichen Gebiet sind die *K*-Strahlung des Berylliums (116 Volt) und die *L*-Strahlung des Magnesiums (46 Volt), sowie Aluminiums (68 Volt). Die härteste von ihnen, die *K*-Strahlung des Berylliums, müßte durch $\overset{+}{H}$-Kanalstrahlen von 52 Kilovolt, die weichste, die Magnesium-*L*-Strahlung, durch solche von 21 Kilovolt angeregt werden.

Die Untersuchungen, über die im folgenden nun berichtet werden soll, wurden auf Grund dieser Überlegungen an Wasserstoffkanalstrahlen von 20 bis 60 Kilovolt durchgeführt. Es konnte gezeigt werden, daß von der Auftreffstelle der Kanalstrahlen eine Wellenstrahlung ausgesandt wird, die nicht von der Reflexion einer aus dem Entladungsrohr eingedrungenen Strahlung herrührt. Sie besitzt eine außerordentlich geringe Intensität, und es ist daher eine eindeutige Wellenlängenbestimmung noch nicht gelungen. Ihre Wirkung wird aber in hohem Maße von der am Metall gestreuten Korpuskularstrahlung überdeckt. Es unterliegt keinem Zweifel, daß die von J. J. Thomson als Wellenstrahlung gedeuteten Effekte zum

---

1) **F. Holweck, De la lumière aux rayons X. S. 69. 1927.**

überwiegenden Teil auf Reflexion von Kanalstrahlen zurückzuführen sind.

Bei dem Versuch, eine Trennung beider in Frage kommenden Effekte durchzuführen, wurden eine Reihe von neuen Ergebnissen über die Reflexion von Kanalstrahlen gewonnen, über die im folgenden ebenfalls berichtet werden soll.

2. Die Reflexion von Kanalstrahlen

Unsere Kenntnisse über die Reflexion von Kanalstrahlen sind noch sehr lückenhaft. Bei seinen Messungen über die von Kanalstrahlen ausgelösten Sekundärelektronen konnte Chr. **Füchtbauer**[1]) zeigen, daß die an Metallen höherer Ordnungszahl reflektierten Kanalstrahlen einer Geschwindigkeit von 15 bis 30 Kilovolt etwa 10 Proz. des primären Stromes betragen, die Methode gestattete jedoch keine Geschwindigkeitsangabe. An leichteren Elementen konnte keine Reflexion nachgewiesen werden. Aus kalorimetrischen Messungen der Energie der an einer Antianode auftreffenden H-Kanalstrahlen folgert M. **Saxén**[2]), daß bei Spannungen über 1000 Volt durch Reflexion, Sekundärstrahlung und Zerstäubung keine merkliche Energie verloren geht. Dabei liegen die bei seinen Messungen zu berücksichtigenden Versuchsfehler unter 5 Proz. Diese zunächst verschieden erscheinenden Resultate der beiden Forscher sind aber durchaus miteinander verträglich. Die von **Füchtbauer** gemessenen 10 Proz. beziehen sich lediglich auf den Transport positiver Ladung durch reflektierte Strahlen, deren Geschwindigkeit so gering sein kann, daß die von ihnen transportierte Energie sich in der Energiebilanz nicht bemerkbar zu machen braucht. Andererseits reicht die Empfindlichkeit der Messungen von **Saxén** nicht aus, um den Energietransport der an den Atomkernen unter großen Winkeln gestreuten H-Strahlen hoher Geschwindigkeit zu messen, der, wie eine weiter unten durchgeführte Rechnung zeigen wird, selbst im günstigsten Falle 1 Proz. der primären Gesamtenergie nicht überschreiten wird.

Zu einer Beurteilung der Intensität und Geschwindigkeit der reflektierten Kanalstrahlen gelangte man[3]) aus der Beobachtung der Dopplerverschiebung des von ihnen ausgesandten Lichtes.

---

1) Chr. **Füchtbauer**, Phys. Zeitschr. 7. S. 153. 1906.

2) M. **Saxén**, Ann. d. Phys. 38. S. 319. 1912.

3) W. **Herrmann** u. S. **Kinoshita**, Phys. Ztschr. 7. S. 564. 1906.

Die Messungen von J. Stark und W. Steubing[1]) deuten auf eine mit wachsender Primärstrahlengeschwindigkeit im Verhältnis zu dieser rasch abnehmende Geschwindigkeit der reflektierten Teilchen. Bei 7000 Volt Primärgeschwindigkeit ist die Energie des einzelnen reflektierten Teilchens bereits auf 10 Proz. zurückgegangen. E. Wagner[2]), dessen Versuchsanordnung mit besonderer Vorsicht optische Fehlerquellen vermeidet, hat bei einer Entladungsspannung von 2000 Volt Aluminium und Gold unter gleichen Bedingungen untersucht. Er mißt für das Verhältnis der Reflexionsvermögen dieser beiden Metalle für H-Kanalstrahlen den Wert 1:1,1. In Anbetracht des großen Abstandes dieser beiden Metalle im periodischen System der Elemente war dies ein besonders auffälliges Resultat, das den theoretischen Erwartungen in hohem Maße widersprach und die weitere Untersuchung der Streuung von H-Kanalstrahlen an verschiedenen Metallen zwecklos erscheinen ließ.

Zu ganz anderen Resultaten gelangten wir in der vorliegenden Untersuchung. Es ergab sich bei Wasserstoffkanalstrahlen zwischen 30 und 50 Kilovolt für die Intensität der mit nahezu unveränderter Geschwindigkeit unter einem Winkel von 90 Grad gegen den primären Strahl gestreuter Strahlung eine Proportionalität mit dem Produkt aus der Zahl der im Kubikzentimeter enthaltenen Atome und dem Quadrate der Ordnungszahl des Antianodenmaterials.

Bevor auf das Prinzip der in dieser Untersuchung angewandten Methoden eingegangen wird, möge eine allgemeine Bemerkung stattfinden, die für die Beurteilung aller über den Stoß von Kanalstrahlen an verschiedenen Materialien gewonnenen Resultate von prinzipieller Bedeutung ist. In einer großen Zahl von Untersuchungen, besonders über die Erregung weicher Röntgenstrahlung in metallischen Antikathoden durch langsame Elektronen, deren Eindringtiefe sehr gering ist, hat sich gezeigt, daß die Reinheit der Metalloberflächen von ausschlaggebender Bedeutung für die Eindeutigkeit und Echtheit der gewonnenen Resultate ist. Besonders von A. Dauvillier[3]) und später von H. Kurtz[4]) ist darauf hingewiesen, daß die Antikathode eines Glühkathodenrohres sich nach kurzem Betriebe mit einer Schicht von organischen Resten überzieht, so daß in erster Linie die spezifischen Eigenschaften der Kohle sich in der von der Antikathode ausgesandten Strahlung geltend machen. Ganz ähnliche Verhältnisse wird man in einem Kanalstrahlenrohr vorfinden, in dem bekanntlich selbst bei größter Sorgfalt Kohlenwasserstoffe, die von den unvermeidlichen Dichtungsmitteln herrühren, stets im Kanalstrahlenbündel nachzuweisen sind. Bei dem außerordentlich geringen Durchdringsvermögen der Kanalstrahlen können dünnste Schichten, die Interferenzfarben dritter bis vierter Ordnung zeigen, die spezifischen Eigenschaften des darunter liegenden Metalls vollständig verschleiern. Solche Verunreinigungen der Oberflächen, deren Existenz auch von E. Wagner bei seinen Versuchen festgestellt worden sind, werden in den älteren Versuchen zu einem großen Teil dazu beigetragen haben, den Unterschied im Reflexionsvermögen von Aluminium und Gold auszugleichen.

---

[1] J. Stark u. W. Steubing, Ann. d. Phys. 28. S. 995. 1909.

[2] E. Wagner, Ann. d. Phys. 41. S. 214. 1913.

[3] A. Dauvillier, Journ. d. Phys. et le Radium 7. S. 369. 1926.

[4] H. Kurtz, Dissertation Kiel, Ann. d. Phys. 85. S. 529. 1928.

8. Die Methoden zur Trennung von Wellenstrahlung und reflektierter Kanalstrahlung

Die Existenz einer von der Antianode ausgesandten Wellenstrahlung zu zeigen, ist deswegen besonders schwierig, weil alle Wirkungen, die zu ihrem Nachweis dienen können, nämlich Auslösung von Sekundärelektronenemission, photographische Wirkung und Ionisation von Gasen, in ähnlicher Weise auch von reflektierten Kanalstrahlen ausgeübt werden können. Nun gelingt aber eine Abtrennung der reflektierten Kanalstrahlen nur, solange sie geladen sind. Es zeigt sich jedoch, daß die reflektierten Kanalstrahlen nach der Reflexion, auch wenn sie von geladenen Kanalstrahlen herrühren, Umladungen erfahren und zwar zum größeren Teil ihre Ladung verlieren. Diese neutralen Teilchen kann man natürlich weder durch elektrische noch magnetische Felder aus dem Beobachtungsraum absperren.

Zwei Wege scheinen nur Aussicht auf Erfolg zu bieten: Auf dem ersten sucht man optische Eigenschaften der Wellenstrahlung zu deren Nachweis aufzufinden. Hierher gehören Spiegelungsversuche und Analysierung der von der Antianode herrührenden Strahlung mit Hilfe eines Beugungsgitters.

Durch Spiegelversuche mit einem Hohlspiegel wurde der bereits oben mitgeteilte Nachweis einer von der Antianode ausgesandten Wellenstrahlung erbracht, Aufklärung über deren Wellenlänge kann aber, wie sich gezeigt hat, nur die Anwendung eines Beugungsgitters geben, etwa in der Anordnung, die neuerdings in der Hand von J. Thibaud[1]) so schöne Resultate gezeitigt hat. Versuche dieser Art, die aber wegen der außerordentlich geringen zur Verfügung stehenden Intensität keinen sicheren Erfolg versprechen, konnten bisher nicht angestellt werden, sollen aber demnächst in Angriff genommen werden.

Ein zweiter Weg zur Abtrennung der reflektierten neutralen Kanalstrahlen wurde durch Einschaltung von Absorptionsfolien in den Weg der Strahlung beschritten. Dieser verspricht nur dann Aussicht auf Erfolg, wenn der Schwächungskoeffizient der gestreuten Korpuskularstrahlung erheblich größer ist, als der Schwächungskoeffizient der erwarteten Wellenstrahlung. Als Absorptionsfolien wurden dünnste Häutchen aus Zelluloid gewählt, die man äußerst bequem in jeder Dicke von 50 $\mu\mu$ aufwärts nach einem im Kieler Institut von W. Trenktrog[2]) ausgearbeiteten Verfahren herzustellen vermag. Das Zelluloid hat außerdem den Vorteil, daß seine Absorptionskoeffizienten für den ganzen in Frage kommenden Wellenlängenbereich von 18 bis 120 Volt durch F. Holweck[3]) gemessen worden sind. Die Schwächungskoeffizienten für Kanalstrahlen waren nicht bekannt und mußten daher durch gesonderte Untersuchungen bestimmt werden. Es zeigte sich, daß die Schwächungskoeffizienten der reflektierten Kanalstrahlen in einer überraschend guten numerischen Übereinstimmung mit den von Holweck gemessenen Absorptionskoeffizienten für das Maximum der Absorption des Zelluloids für Wellenstrahlung waren, ein Umstand, der der sicheren Deutung der beobachteten Effekte lange Zeit hindernd im Wege stand.

II. Die Anordnung zur Erzeugung der Kanalstrahlen

1. Die Apparatur

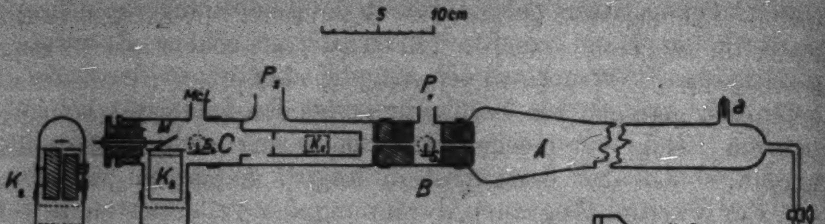
Die Methode zur Erzeugung der Kanalstrahlen wurde im wesentlichen der von W. Wien und seiner Schule ausgearbeiteten nachgebildet. Fig. 1 gibt eine Zeichnung der Apparatur, Fig. 2 die dazugehörige Schaltung. Um möglichst hohe Konstanz des Kanalstrahlenstromes und eine schnelle und bequeme Regulierbarkeit seiner Härte bis zu sehr hohen Spannungen zu erreichen, wurde die **Wiensche** Durchströmungsmethode mit der von F. **Hoffmann**[1]) ausgebildeten Methode zur nachträglichen Beschleunigung der Kanalstrahlen im Hochvakuum vereinigt. Diese Anordnung bietet zudem den Vorteil, die bekannte Geschwindigkeitsstreuung der erzeugten Kanalstrahlen zu reduzieren. Diese hängt nur von der Spannung am eigentlichen Entladungsrohr ab, welche — freilich auf Kosten der Intensität — sehr klein gemacht werden kann. Die Methode ist also für Anregungsversuche, bei denen eine von der Geschwindigkeit abhängende Anregungsgrenze gesucht wird, gut geeignet, gestattet aber nicht eine Trennung von Teilchen gleicher Energie, wie den Atom- und Molekül-

---

[1]) J. Thibaud, Journ. de Phys. et le Radium 8. S. 13. 1927.

[2]) W. Trenktrog, Dissertation Kiel, 1923; v. Angerer, Technische Kunstgriffe, S. 61.

[3]) F. Holweck, a. a. O. S. 68; Compt. rend. 172. I. S. 439. 1921.



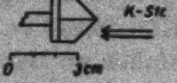


Fig. 1 Fig. 1b

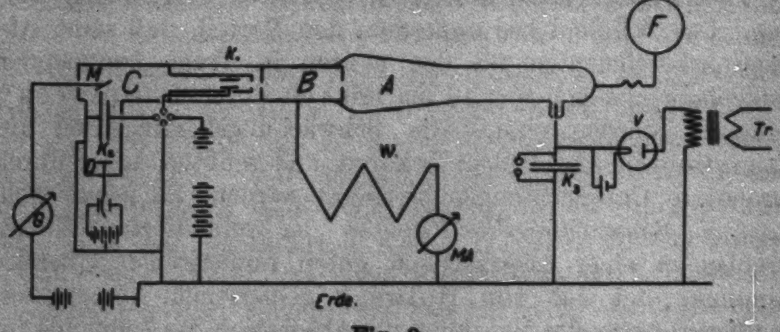


Fig. 2

---

[1]) F. **Hoffmann**, Ann. d. Phys. 77. S. 302. 1925.

ionen, ohne die komplizierende Anwendung von ablenkenden Magnetfeldern, auf welche bei der vorliegenden Untersuchung verzichtet wurde. Die Hauptteile der Apparatur sind das Entladungsrohr *A*, die Kathode *B*, das Beschleunigungsrohr *C* und der Beobachtungsansatz *D*. Die birnenförmige Form des Entladungsrohres erwies sich als besonders geeignet, ein intensives, schmales Kanalstrahlenbündel bei nicht zu hoher Entladungsspannung zu erhalten. Der Kathodenkörper *B* war ganz dem von E. Rüchardt[1]) beschriebenen nachgebildet, er besaß eine zentrische Bohrung von 4 mm Weite. Die Pumpleitung P_1 führte über einen Hahn von 20 mm Öffnung zu einer zweistufigen stählernen Diffusionspumpe nach Gaede.

Der Abstand der Stirnfläche des ganz aus Messing gefertigten Rohres *C* von der Rückseite der Kathode betrug 12 mm. Sie enthielt, dem Kathodenkanal gegenüber, eine Bohrung von 3 mm, welche mit einem dünndrahtigen Netz bedeckt war. Im vorderen, engen Teil von *C* befand sich ein Kondensator K_1 von 20 mm Länge und 5 mm Plattenabstand, durch den der Kanalstrahl abgelenkt werden konnte. Das Rohr *C* wurde durch ein Glasrohr gegen den Kathodenkörper abgestützt, dessen Enden zur sicheren Justierung genau senkrecht zur Achse geschliffen waren. Von ihm führte die 25 mm weite Pumpleitung P_2 über einen Hahn von 25 mm Öffnung zu einer dreistufigen, stählernen Diffusionspumpe nach Gaede. Den Abschluß von *C* bildete ein Metallschliff, durch den die isolierte Antianode *M* bequem eingeführt bzw. ausgewechselt werden konnte.

Die Verbindung zum Beobachtungsraum *D* wurde durch das der Antianode gegenüberstehende, *T*-förmig angesetzte Rohr *R* hergestellt. Dieses trug einen Kondensator K_2, dessen eine 45 mm lange Platte, die mit *R* in leitender Verbindung stand, 13 mm in das Rohr *C* hineinragte. Zur Abschirmung des Kondensatorfeldes von der Antianode *M* trug sie eine senkrecht zu ihr angebrachte kreisförmige Platte von 37 mm Durchmesser, welche die von der Antianode ausgehende Strahlung durch einen mit einem Drahtnetz bedeckten Schlitz von 2 × 15 mm Öffnung treten ließ. Die 40 mm lange, Spannung tragende Platte war 5 mm zurückversetzt, der Plattenabstand konnte verändert werden.

---

[1]) E. Rüchardt, Ann. d. Phys. 71. S. 394. 1923.

2. Die Vakuumverhältnisse

Nach F. W. Aston[1]) wächst die Kanalstrahlenintensität hinter der Kathode mit der vierten Potenz des Kapillarendurchmessers an. Da aber ein Vakuum von wenigstens $5 \cdot 10^{-5}$ mm Hg gehalten werden muß, um bei wirkenden Pumpen eine Spannung bis zu 60 Kilovolt zwischen B und C aufrechterhalten zu können, ist der Größe der Kapillarendurchmesser eine von der Saugleistung der Pumpen abhängige Grenze gesetzt. Die kapillaren Kanäle waren in Messingstäbe von 4 mm Durchmesser und der Länge der Kathodenkerne B_1 und B_2 gebohrt, die an einem Ende ein Gewinde trugen, um nach Entfernung des Entladungsrohres A von der Vorderseite der Kathode aus in die zentrische Bohrung der beiden Kerne eingeführt oder dort ausgewechselt werden zu können. Die unten beschriebenen Spiegelversuche wurden mit Kapillarendurchmessern von 1,2 mm vorn und 0,9 mm hinten durchgeführt. Trotzdem bei ihnen an der Pumpleitung I nur eine gläserne Diffusionspumpe nach Volmer wirkte, war der Druck im Beschleunigungsraum kleiner als 10^{-6} mm. Die Absorptionsmessungen wurden mit Kapillaren von 1,8 und 2 mm Durchmesser gemacht. Arbeitete an P_1 die Stahlpumpe, so konnte bei dieser Kombination gegen einen Druck von $5 \cdot 10^{-2}$ mm in A in C ein Druck von 10^{-5} mm aufrechterhalten werden.

Während des Versuches wurden sämtliche Pumpleitungen und die Verbindung zum McLeodschen Manometer mit flüssiger Luft[2]) gekühlt. Die Härte des Entladungsrohres wurde durch den Druck in die Vorratsflasche F, mit dem es durch eine Glaskapillare verbunden war, reguliert. Der Wasserstoff war aus chemisch reinem Zink und reiner verdünnter Salzsäure gewonnen, durch destilliertes Wasser gewaschen und über Phosphorsäureanhydrid getrocknet.

3. Die Schaltung

Als Hochspannungsquelle diente ein „Reformapparat" der Veifawerke[3]), der bei einseitiger Erdung des Transformators die Erzeugung einer Wechselspannung bis 100 Kilovolt gestattete, welche in Stufen von 1 bis 2 Kilovolt zu regulieren war. Die für diesen Apparat vorgesehene mechanische Gleichrichtung wurde nicht benutzt, sondern die Spannung über ein Ventilrohr einem Kondensator von $^1/_{100}\,\mu$F und 120 Kilovolt Durchschlagsfestigkeit zugeführt, dessen andere Belegung geerdet war. Der durch ihn bewirkte Ausgleich der zwischen Null und der Scheitelspannung oszillierenden Wechselspannung ist befriedigend; wie eine einfache Rechnung zeigt, drückt er bei einer Stromentnahme von 1 MA. und 40 Kilovolt die zeitlichen Schwankungen der Spannung auf weniger als 5 Proz. herab.

---

[1]) F. W. Aston, Isotope, Kap. V. S. 45.

[2]) Die flüssige Luft wurde von der Direktion der Germania-Werft in Kiel kostenlos zur Verfügung gestellt, wofür ich ihr an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank aussprechen möchte.

[3]) Dieser Apparat war dem Institut für theoretische Physik in dankenswerter Weise von der chirurgischen Klinik überlassen worden.

Nachdem Versuche, eine Potentiometerschaltung an einem Holzstab in der von F. **Hoffmann** beschriebenen Art zu benutzen, bei der erforderlichen Intensität keine ausreichende Konstanz des Kanalstrahlenstromes ergaben, wurde die in Fig. 2 skizzierte einfache Schaltung gewählt. Die Anode wurde direkt an den Kondensator gelegt, die Kathode wurde über einen hohen Jodcadmiumwiderstand von etwa $5 \cdot 10^7$ Ohm zur Erde abgeleitet, der in weiten Grenzen durch Verschieben der Cadmiumelektroden verändert werden konnte. Die an den Enden des Widerstandes herrschende Potentialdifferenz besteht also zwischen der Kathode B und dem Beschleunigungsrohr C und erzeugt das die Kanalstrahlen beschleunigende Feld. Dieser Widerstand gestattete den Kanalstrahlenstrom über viele Stunden so konstant zu halten, daß Schwankungen der Intensität am Galvanometer G nicht mehr zu beobachten waren.

III. Bericht über die Beobachtung der Wellenstrahlung

1. Messungen an der direkt von der Antianode ausgehenden Strahlung

Bei den ersten Versuchen wurde eine Anordnung gewählt, welche der von J. J. **Thomson**[1]) im Jahre 1926 veröffentlichten entsprach. Im Beobachtungsraum D hinter dem Sperrkondensator war der Antianode, durch mehrere Drahtnetze geschützt, eine Zinkplatte gegenübergestellt, die mit einem Elektrometer nach **Lutz-Edelmann** verbunden war. Die von J. J. **Thomson** beschriebenen Erscheinungen wurden in

---

1) J. J. Thomson, Phil. Mag. 2. S. 674. 1926.

qualitativer Übereinstimmung beobachtet, freilich wurden niemals negative Aufladungen festgestellt. Die Höhe der positiven Aufladungen war jedoch von der Art der Anbrigung der Netze abhängig, auch der in der Apparatur herrschende Druck war von merklichem Einfluß, das Ausfrieren des Quecksilberdampfes verursachte eine Erhöhung der maximalen Aufladung um mehrere Volt. Auch bei ausreichender Abschirmung der auf die Platte durchgreifenden Felder von der Antianode, die zur Zurückhaltung von Sekundärelektronen auf 50 Volt positiv aufgeladen wurde, bzw. vom Sperrkondensator, wurden Aufladungen bis über 11 Volt beobachtet. Man gewann jedoch bald die Überzeugung, daß diese Höchstspannung in keiner direkten Beziehung zu der maximalen Geschwindigkeit der austretenden Elektronen stand, sie entsprach vielmehr einem Gleichgewicht, das sich zwischen der Menge der austretenden und der durch die positive Aufladung der Zinkplatte auf diese gezogenen Sekundärelektronen bildete, die an den Netzen bzw. in den Gasresten ausgelöst wurden. Diese Annahme wurde dadurch bewiesen, daß jede der Platte mitgeteilte höhere positive Aufladung sehr schnell auf die beobachtete Gleichgewichtsspannung reduziert wurde.

Bemerkenswert war aber, daß das Anlegen des Sperrfeldes stets die Aufladungsgeschwindigkeit der Zinkplatte um etwa 30 Proz. herabsetzte. Seine Wirksamkeit besteht also weniger darin, in den Beobachtungsraum hineindiffundierende Ionen zurückzuhalten — das müßte sich durch eine Erhöhung der Aufladungsgeschwindigkeit zeigen — als in einer Verringerung der Elektronen auslösenden Wirkung.

Es lag nahe zu untersuchen, wieweit an der Elektronenauslösung überhaupt reflektierte Kanalstrahlen beteiligt seien, die entweder von den neutralen Kanalstrahlen oder von den positiven herrührten, die bei der Reflexion ihre Ladung durch Umladung verloren haben könnten. Dazu wurden zunächst die primären Wirkungen an der Antianode mit den sekundären Wirkungen an der Zinkplatte verglichen.

An der direkt an Erde gelegten Antianode wurde ein Strom von $3{,}8 \cdot 10^{-7}$ Amp. bei einer Gesamtspannung von 34 Kilovolt und einer Entladungsstromstärke von 0,72 MA. gemessen. Er setzte sich aus dem positiven Kanalstrahlenstrom und dem Sekundärelektronenstrom zusammen. Durch ein Rohr von 3,1 cm Länge und 1 mm innerem Durchmesser wurde ein Bündel ausgeblendet, welches den $1,7\cdot 10^{-5}$ten Teil des Raumwinkels 2π umfaßte und auf der Zinkplatte eine Aufladung von einem Volt in 40 Sek. verursachte. Bei einer Kapazität des aufgeladenen Systems von 10 cm ist demnach der beobachtete Strom $2,8\cdot 10^{-13}$ Amp. oder, auf den Raumwinkel 2π umgerechnet, $4,9\cdot 10^{-8}$ Amp. Nach vorsichtiger Schätzung betrug der von der Aufprallfläche der Kanalstrahlen zum Durchstrahlen der Blende befähigte Anteil 0,7 der Gesamtfläche, so daß einer primären Wirkung von $2,7\cdot 10^{-7}$ Amp. die sekundäre von $4,9\cdot 10^{-8}$ Amp. gegenübersteht. Liegt auch in der Annahme gleicher Intensität nach allen Richtungen des Raumes eine Willkür, die das Resultat vielleicht um eine Zehnerpotenz zu fälschen vermag, so kann man doch den beobachteten Effekt ganz auf Reflexion an der Antianode zurückführen, wenn man annimmt, daß die Sekundärstrahlung der reflektierten Strahlen die gleiche ist wie die der an der Antianode auftreffenden. In Übereinstimmung mit den Füchtbauerschen Messungen wäre dann der Reflexionskoeffizient von der Größenordnung 0,1.

2a. Spiegelungsversuche unter kleinem Einfallswinkel

Da nach dem Vorhergehenden ernstlich mit der Mitwirkung reflektierter neutraler Kanalstrahlen gerechnet werden mußte, wurde nun versucht, durch optische Spiegelung eine Trennung zwischen der Wellenstrahlung und der Korpuskularstrahlung zu erreichen. Zwar ist von Königsberger gefunden worden, daß streifend einfallende Kanalstrahlen unter dem Reflexionswinkel zurückgeworfen werden; unter kleinerem Einfallswinkel findet jedoch zweifellos eine diffuse Streuung statt.

Über die optische Reflexion liegt für den Bereich der Strahlung von 20 bis 200 Volt noch sehr wenig Material vor. F. Holweck[1]) stellt fest, daß das optische Reflexionsvermögen eines Bronzespiegels für Strahlung von 120 Volt bei einem Einfallswinkel von 78,3 Grad etwa 35 Proz. beträgt, daß aber bei Unterschreiten des Einfallswinkels von 74 Grad das Reflexionsvermögen rasch abnimmt. Möglicherweise befindet

---

1) F. Holweck, a. a. O. Compt. rend. 76. S. 570. 1923.

man sich bei den großen Einfallswinkeln innerhalb der Grenze der Totalreflexion.

Es wurden nun Messungen für Einfallswinkel von 27,5 Grad und 80 Grad angestellt. Bei dem kleinen Einfallswinkel wurde, um möglichst viel Intensität zusammenzuholen, ein Hohlspiegel benutzt. Die Anordnung für die Hohlspiegelversuche ist in Fig. 3 dargestellt. Es wurden hochglänzende Spiegel aus Nickel, Silber und Platin benutzt, die durch Kathodenzerstäubung auf Zeissschen Punktalgläsern, —0,75, von 38 mm Durchmesser erzeugt wurden. Die Brennweite dieser Spiegel betrug 2,3 cm. Als Auffänger diente wieder eine Zinkplatte, die sich in einem geerdeten Gehäuse befand und mit dem Elektrometer verbunden war. Dieses Gehäuse trug an seiner Stirnwand eine kreisförmige Öffnung von 3 mm Durchmesser. Der Spiegel, der um eine zur Zeichenebene der Fig. 3 und eine senkrechte Achse über einen in halbe Grade geteilten Teilkreis drehbar war, wurde 50 Volt positiv gegen Erde aufgeladen, um die an ihm ausgelösten Sekundärelektronen zurückzuhalten. Die Apparatur wurde optisch justiert, indem an Stelle der Antianode eine kleine Glühbirne mit kurzem Faden angebracht wurde. Der Abstand der Stirnfläche des Gehäuses vom Spiegel wurde so gewählt, daß der Faden der Lampe durch den Hohlspiegel auf sie abgebildet wurde, und bei geeigneter Winkelstellung des Spiegels, dem „Reflexionswinkel“, das Bild des Fadens durch die Öffnung der Stirnfläche auf die Zinkplatte fiel. Der Winkelbereich, innerhalb dessen noch Teile des Bildes in die Kammer fielen, betrug etwa 6 Grad. Um bei diesen Spiegelversuchen möglichst viel Intensität zu gewinnen, wurde der Plattenabstand des Sperrkondensators auf 5 mm erhöht. Vor den Spiegel wurde in den Strahlengang eine Blende *Bl* von der Öffnung 14 × 10 mm etwas exzentrisch zur Achse des

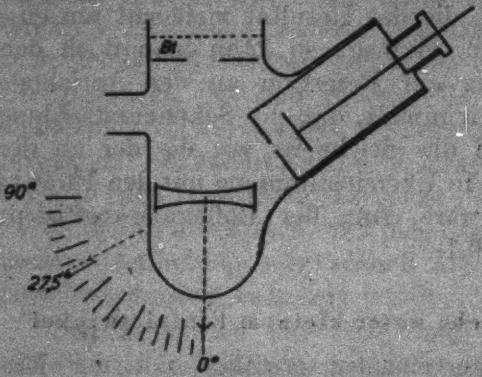


Fig. 3

Rohres *D* gebracht, die aus der von der Antianode kommenden Strahlung ein Bündel ausblendete, das auch beim größten Einfallswinkel noch voll vom Spiegel aufgenommen wurde.

Es wurden die Strahlungen aus einer Magnesium- und Beryllium-Antianode[1]) untersucht. Bei der benutzten Spannung von 34 Kilovolt sollte die Magnesium-*L*-*R*-Strahlung anregbar sein, die *K*-Strahlung des Berylliums jedoch nicht.

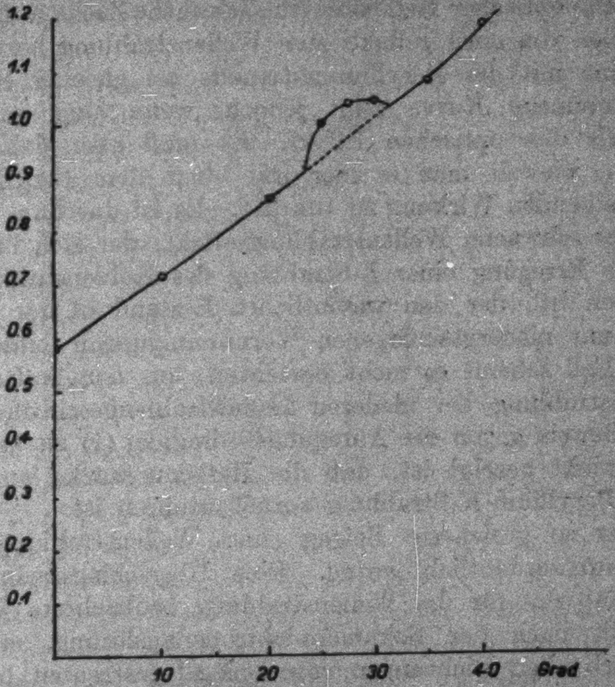


Fig. 4

Die gewonnenen Resultate entstammen sehr lang andauernden Beobachtungsreihen. Die Kurven wurden aus den Aufladungszeiten des Elektrometers für eine bestimmte Zahl von Skalenteilen bei von 5 zu 5 Grad variierten Winkelstellungen des Spiegels gemessen. Da aber auch bei vollständig konstantem Kanalstrahlenstrom und festgehaltener Winkelstellung infolge der langsamen Veränderung der Oberflächen diese Zeiten für Magnesium langsam und stetig zu-

---

1) Das Beryllium wurde in Gestalt einer kreisförmigen Platte von 25 mm Durchmesser und 1,5 mm Dicke von der Firma Siemens & Halske kostenlos zur Verfügung gestellt, wofür ich ihr auch an dieser Stelle danke.

nahmen, für Beryllium dagegen abnahmen, so mußte jede einzelne Winkelstellung gegen eine willkürlich herausgegriffene stets wieder zurückgemessen werden.[1]) Von den zahlreichen so gewonnenen Kurven ist eine in Fig. 4 dargestellt. Sie wurde mit einer Magnesiumantianode an einem Nickelspiegel für Wasserstoffkanalstrahlen von 34 Kilovolt gewonnen. Man erkennt, wie sich auf die kontinuierlich durchlaufende Kurve gerade an der Stelle optischer Reflexion eine schwache Zacke aufsetzt, die zweifellos von einer reflektierten Wellenstrahlung herrührt.[2])

Eine mit der Berylliumantianode bei gleicher Spannung aufgenommene Kurve zeigt jedoch, wenn auch schwächer, ebenfalls den optischen Effekt. Es muß aber dahingestellt bleiben, wieweit man es hier mit einer dem Beryllium zuzuschreibenden Wirkung zu tun hat. Es ist durchaus möglich, daß der schwache Wellenstrahlungseffekt, der sich hier zeigt, auf die Erregung einer L-Strahlung des Kohlenstoffs zurückzuführen ist, der den wesentlichen Bestandteil der auf dem Beryllium niedergeschlagenen Verunreinigungen bildet. Auf jeden Fall scheint es nicht berechtigt, aus dem Auftreten der Wellenstrahlung bei niederen Kanalstrahlengeschwindigkeiten einen Beweis gegen die Anregungsbedingung (1) zu sehen, solange nicht gezeigt ist, daß die Reflexionszacke auf reflektierte Beryllium-K-Strahlung zurückzuführen ist.

Der so gesicherte Betrag einer Wellenstrahlung ist jedoch außerordentlich gering. Eine Überschlagsrechnung ergibt, daß die für die Wellenstrahlung beobachtete Wirkung, beurteilt nach der Sekundärelektronenauslösung, etwa 10^{-4} der nach allen Richtungen vom Spiegel gestreuten Intensität beträgt. Diesen Zahlen ist eine absolute Bedeutung nicht zuzuerkennen, da nichts über die photoelektrische Wirksamkeit und den Reflexionskoeffizienten der Strahlung bekannt ist. Absorptionsmessungen, über die weiter unten berichtet wird, haben gezeigt, daß die kontinuierlich ansteigende Kurve auf reflektierte Korpuskularstrahlung zurückzuführen ist.

Um über den Charakter der Wellenstrahlung näheres zu erfahren, wurden nun entsprechende Reflexionsmessungen durchgeführt, bei denen die beschleunigten positiven Strahlen am Kondensator K_1 abgelenkt wurden, so daß die Antianode nur noch von den langsamen neutralen Kanalstrahlen getroffen wurde. Das Resultat ist in Fig. 5 dargestellt. Die Kurve, auf deren Reproduzierbarkeit in voneinander unabhängigen Meßreihen großer Wert gelegt wurde, zeigt das Verschwinden der Reflexionszacke. Die reflektierte Wellenstrahlung muß daher an der Antianode entstehen. Sie kann nicht auf ultraviolettes Licht zurückzuführen sein, welches dem Abklingleuchten des Kanalstrahles entstammt oder durch die Kathodenbohrung aus dem Entladungsraum auf die Antianode gedrungen sein könnte, um von dort diffus in den Beobachtungsraum gestreut zu werden.

---

[1]) Diese Bezugspunkte sind in den Figg. 4, 5 und 8 durch schraffierte Kreise bezeichnet.

[2]) Die Breite der Zacke ist aus der Größe des Kanalstrahlenbrennflecks auf der Antianode und der Geometrie der Anordnung errechnet.

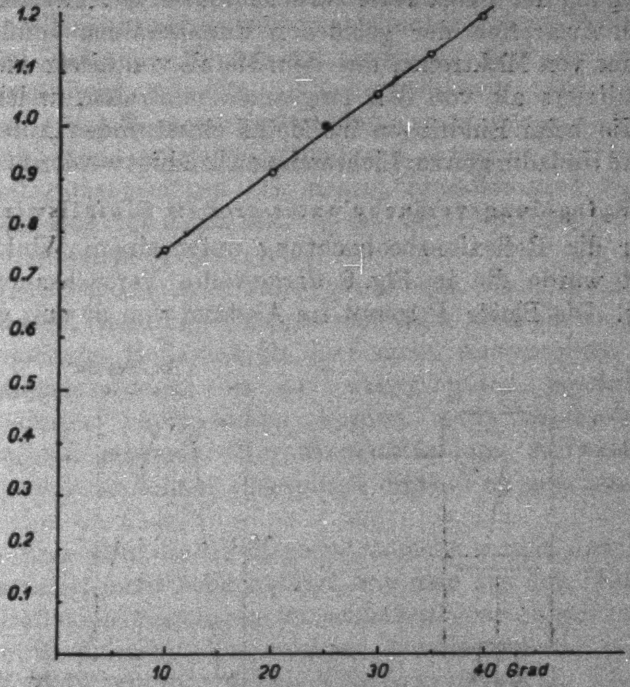


Fig. 5

Die Wellenstrahlung wird also durch die geladenen Kanalstrahlen von hoher Geschwindigkeit erregt. Die Geschwindigkeit der neutralen Kanalstrahlen lag unter 10 Kilovolt; daß diese keine Wellenstrahlung erregen, steht mit den Beobachtungen von W. Wien in Einklang. Nach der Bedingung (1) dürfte eine Anregung der *L*-Strahlung des Magnesiums erst bei 21 Kilovolt stattfinden. So bemerkenswert dieser Befund auch immer ist, so ist es auf jeden Fall doch voreilig, aus ihm einen Beweis für den angenommenen Anregungsmechanismus herleiten zu wollen. Dazu wäre noch der Nachweis zu liefern, daß die beobachtete Wellenstrahlung der *L*-Strahlung des Magnesiums entspricht und nicht auf die Erregung der Lymanserie zurückzuführen ist. Letztere wird bei dem Auftreffen der geladenen Kanalstrahlen infolge der Aufnahme von Elektronen aus dem Metall von diesen vielleicht eher emittiert als von den langsamen neutralen, welche erst durch die beim Eindringen ins Metall einsetzenden Anregungsstöße und Umladungen zur Lichtemission befähigt werden könnte.[1])

2b. Spiegelungsversuche unter großem Einfallswinkel

Für die Reflexionsbeobachtung unter einem Winkel von 80 Grad wurde die in Fig. 6 dargestellte Versuchsanordnung gewählt. Die Platte *P* trennt im Abstand von 25 mm von der Achse des Spiegels den Beobachtungsraum vom Spiegelraum. 10 mm von der Mitte entfernt, trägt sie einen der Spiegelachse parallelen, langen, 2 mm schmalen Schlitz. Durch einen 25 mm vor dem Spiegel befindlichen Spalt wird ein 1,5 mm

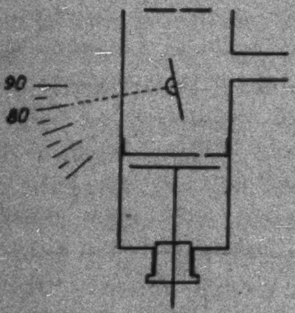


Fig. 6

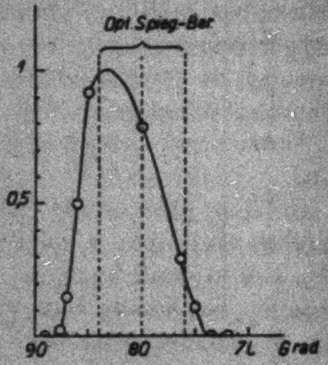


Fig. 7

---

[1]) In den Strahlengang vor dem Spiegel wurde eine Flußspatplatte geschaltet, die nach älteren Angaben in der Literatur wenigstens für die erste Linie der Lymanserie durchlässig sein sollte. Sie unterdrückt jede beobachtbare Wirkung, doch ist dieses Resultat nicht mehr beweisend, seitdem W. Wien berichtet hat, daß es ihm nicht gelungen sei, eine für die Linien der Lymanserie durchlässige Flußspatplatte ausfindig zu machen. (Ann. d. Phys. 83. S. 1. 1927.)

breites Bündel ausgeblendet. Es wird durch optische Justierung erreicht, daß bei einem Einfallswinkel von 80 ± 4 Grad das gespiegelte Bündel durch den Schlitz auf die dahinter befindliche Zinkplatte fällt. Infolge der erheblich geringeren Öffnung des primären Bündels, dem Mangel einer Abbildung der Strahlenquelle durch den verwendeten Planspiegel, der Größe des Spaltes und der zweifellos stark bevorzugten Streuung der Korpuskularstreuung unter einem Winkel von 20 Grad zur Einfallsrichtung gegenüber der unter einem Winkel von 135 Grad bei den Hohlspiegelversuchen, wird die von der Wellenstrahlung erzeugte „Flächenhelligkeit“ im Vergleich zur Dichte der Korpuskularstrahlung stark benachteiligt sein. Man wird einen optischen Effekt nur erwarten dürfen, wenn das Reflexionsvermögen bei diesem Einfallswinkel gegenüber dem Reflexionsvermögen, wie es bei den Hohlspiegelversuchen vorlag, erheblich bevorzugt ist.

Eine an dieser Anordnung gewonnene Messung mit einem Nickelspiegel ist in Fig. 7 dargestellt. Eine zusätzliche Wirkung durch optische Reflexion ist hier nicht festzustellen. Durch Absorptionsmessungen in der weiter unten beschriebenen Weise konnte nachgewiesen werden, daß die beobachtete Wirkung auf gestreute Korpuskularstrahlung zurückzuführen ist. Versuche an einem Glasspiegel führten zu gleichen Resultaten.

Es sind also die Hohlspiegelversuche durch den kleinen Einfallswinkel nicht benachteiligt, wie man aus den Holweckschen Reflexionsmessungen zu schließen geneigt sein möchte. Sie liefern vielmehr den einzigen Beweis für die Erregung einer Wellenstrahlung, deren Existenz von J. J. Thomson behauptet war, sie zeigen aber gleichzeitig, welch einen kleinen Anteil wirkliche Wellenstrahlung an der von ihm zu ihrem Nachweis benutzten Elektronenauslösung hat.

3. Absorptionsmessungen an der gespiegelten Strahlung

Da die Absorptionskoeffizienten für das ganze Spektrum von 1657 bis 10 ÅE. in Zelluloid bekannt sind, liegt es nahe, eine Wellenlängenbestimmung der gefundenen Strahlung durch die Messung ihrer Absorbierbarkeit vorzunehmen. Eine solche Messung, die direkt an der Reflexionszacke durchgeführt wird, bietet aber infolge des komplizierten Weges, auf dem diese festgestellt wird, große Schwierigkeiten. Trotzdem sie von vornherein auf Grund unzureichender Meßgenauigkeit keine sichere Entscheidung zu geben vermochte, soll hier doch über eine solche Messung berichtet werden, weil sie im Zusammenhang mit den weiter unten beschriebenen Versuchen deutlich demonstriert, warum auch durch Filterung im direkten Strahl eine Isolierung der Wellenstrahlung nicht erreichbar ist.

Bei Reflexionsmessungen an der von einer Mg-Antianode herrührenden Strahlung mittels des Hohlspiegels, für welche die gleichen Versuchsbedingungen, wie unter II 2a beschrieben, innegehalten wurden, war ein Zelluloidhäutchen von etwa 100 $\mu\mu$ Dicke vor der Blende *Bl* angebracht. Fig. 8 stellt das gewonnene Resultat dar.¹) Die Aufladungszeiten, die die Punkte der Grundkurve ergaben, stehen zu denen der Kurve in Fig. 4 im Verhältnis 10:1. Man sieht aber, daß die Absorption der Reflexionszacke geringer ist; sie ist nur im Ver-

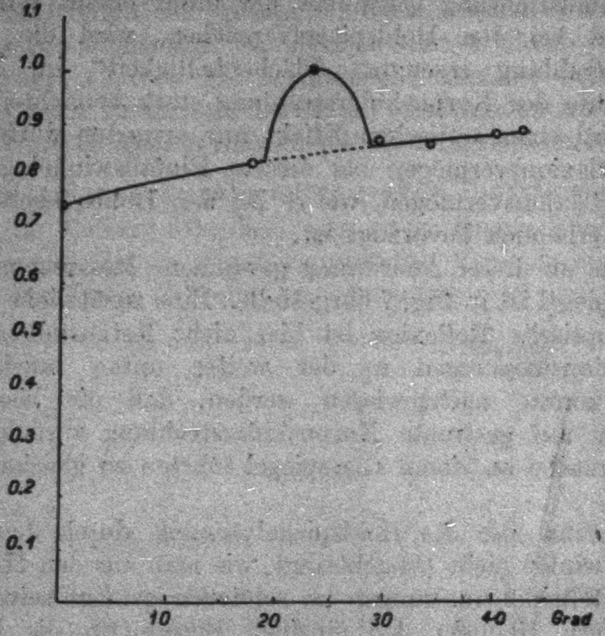


Fig. 8

---

1) Da es sich lediglich darum handelte, die Höhe des Maximums der Reflexionszacke über der Grundkurve festzustellen, begnügte man sich mit der genauen Ausmessung der Punkte der Grundkurve, dessen Lage durch die optische Justierung festgelegt wurde.

hältnis 1:3 geschwächt. Der diesem Schwächungsverhältnis entsprechende Absorptionskoeffizient ist $1,1 \cdot 10^5\,\mathrm{cm}^{-1}$. Die von F. **Holweck** gemessenen Koeffizienten betragen für eine Strahlung von 13,5 Volt $0,75 \cdot 10^5\,\mathrm{cm}^{-1}$ und für 47 Volt (Mg-*L*) $1,2 \cdot 10^5\,\mathrm{cm}^{-1}$. Die Größe der beobachteten Schwächung entspricht also durchaus der für die Mg-*L*-Strahlung zu erwartenden. Die Bestimmung des Absorptionskoeffizienten aus der Messung mit einer einzigen Absorptionsfolie ist jedoch durch die Ungenauigkeit der Dickenbestimmung einer solchen Schicht, deren Interferenzfarben im Bereich des Grau erster Ordnung liegen, stark beeinträchtigt. Die Wahrscheinlichkeit ist freilich größer, daß die Dicke zu hoch eingeschätzt wurde, so daß der berechnete Absorptionskoeffizient eher zu klein als zu groß ist.

Von größerer Bedeutung ist zweifellos das Resultat, daß trotz der Filterung die Intensität der optischen Strahlung sich noch nicht einmal im Verhältnis zu der diffus gestreuten Strahlung um den Faktor 10 gebessert hat.

Messungen mit dickeren Absorptionsfolien mußten infolge der geringen Intensität aufgegeben werden.

Es wurde nun unternommen, unter Ausschaltung des Spiegels Absorptionsmessungen an der von der Antianode ausgehenden Strahlung auszuführen, um die Natur der die Grundkurve erzeugenden Strahlung zu klären. Sie haben gezeigt, daß diese lediglich aus reflektierter Kanalstrahlung besteht.

IV. Messungen an den die Absorptionsfolien durchsetzenden schnellen gestreuten Kanalstrahlen

1. Theoretische Abschätzung der Menge der gestreuten Strahlen

Es wurde bereits in der Einleitung darauf hingewiesen, daß keine der über die Reflexion von Kanalstrahlen vorliegenden Beobachtungen einen Anhalt dafür geben, daß diese auf die Streuung der positiven Strahlen im Felde des Atomkerns zurückzuführen sei. Besonders die Messungen von **Stark** und **Steubing** — die starke Abnahme der Geschwindigkeit der reflektierten Teilchen bei zunehmender Primärstrahlgeschwindigkeit — scheinen die Möglichkeit der Anwendung der Gesetze der Streuung an den Atomkernen auszuschließen. Denn kennzeichnend für den Einzelstoß eines Wasserstoffteilchens an einem Atomkern ist die Geringfügigkeit des von ihm an das gestoßene Atom abgegebenen Impulses. Für zentralen Stoß ist die Geschwindigkeit des reflektierten Teilchens im Verhältnis $M - m/M + m$, bei einer Ablenkung von 90°, wie bei unseren Versuchen nur im Verhältnis $\sqrt{M - m}/\sqrt{M + m}$ vermindert. Bei Aluminium beträgt also die Geschwindigkeit des unter 90° gestreuten Teilchens noch 96 Proz. der ursprünglichen. Nun sind freilich die Verhältnisse beim Stoß der Kanalstrahlen gegen eine unendlich dicke Schicht nicht ohne weiteres unter den vereinfachenden Annahmen der Einzelstreuung zu behandeln. Saubere Versuchsbedingungen kann man nur bei Schichtdicken herstellen, die so dünn sind, daß die Wahrscheinlichkeit für eine nochmalige merkliche Ablenkung eines an einem Atomkern unter dem untersuchten Ablenkungswinkel gestreuten Teilchens sehr gering ist.[1])

Doch hat gerade die Einführung von Absorptionsschichten die Möglichkeit gegeben, aus der großen Zahl von reflektierten Teilchen, über deren Geschwindigkeitsverteilung keine Untersuchung angestellt worden ist, gerade diejenigen herauszugreifen, die die Antianode mit praktisch unveränderter Geschwindigkeit verlassen. Für diese nun müssen aber, wenigstens in den wesentlichen Zügen, die Gesetze der Einzelstreuung gelten. Nach E. Rutherford ist die Zahl der in den Raumwinkel $d\,\Omega$ gestreuten Teilchen der vierten Potenz der Geschwindigkeit der Teilchen, dem Quadrat der Kernladungszahl der streuenden Atome und der im Kubikzentimeter enthaltenen Anzahl proportional.

Betrachte man etwa den Zusammenstoß eines $\overset{+}{\mathrm{H}}$-Teilchens von 30 Kilovolt mit einem Aluminiumatom: Die größte Annäherung an den Kern bei zentralem Stoß beträgt $5{,}7 \cdot 10^{-11}$ cm. Für eine Ablenkung um 90 Grad muß der Zielabstand vom Kern $2{,}8 \cdot 10^{-11}$ cm betragen. Da die Radien der Al-Atome etwa $2{,}0 \cdot 10^{-8}$ cm sind, so ist die Wahrscheinlichkeit für eine Begegnung, die Ablenkungswinkel zwischen 80 und 100 Grad hervorruft, $1 : 0{,}5 \cdot 10^{-6}$. Rechnet man, daß nach 1000 Atomdurchquerungen die Geschwindigkeit und Richtung der einfallenden Strahlung noch hinreichend erhalten ist, so würden etwa von je 1000 H-Teilchen zwei in den angegebenen Winkelbereich gestreut werden. Die Zahl der in den Raumwinkel von 100 bis 180 Grad gestreuten Teilchen ist noch kleiner. Diese Überschlagsrechnung zeigt, wie außerordentlich gering die Wahrscheinlichkeit für die Reflexion eines Kanalstrahles mit nahezu unveränderter Energie ist. Ein solcher Betrag konnte sich natürlich nicht bei den Saxénschen Energiemessungen bemerkbar machen.

---

[1]) Versuche dieser Art, verbunden mit der Möglichkeit, die Streuung wirklich im Einzelprozeß in ihrer Abhängigkeit von Ordnungszahl, Ablenkungswinkel und Geschwindigkeit des stoßenden Teilchens zu beobachten, sind bereits erfolgreich in Angriff genommen.

2. Die Schwächungskoeffizienten der hindurchtretenden Strahlung

Die Messungen wurden mit der unter Ziffer III, 1 beschriebenen Anordnung durchgeführt, die in folgender Weise abgeändert wurde: Hinter den beiden geerdeten Netzen wurde eine Kassette angebracht, in der eine drei Öffnungen von 26 mm Durchmesser tragende Blende durch einen Schliff von außen bewegt werden konnte. Die Öffnungen wurden mit Zelluloidhäutchen verschiedener Dicke bedeckt, so daß die Absorption in verschiedenen Foliendicken während einer Meßreihe bestimmt werden konnte. Die Zinkplatte, an der die Sekundärelektronenemission untersucht wurde, war von den Absorptionsfolien durch eine mit einem Drahtnetz bedeckte Blende von 7×25 mm Öffnung getrennt.

Die Einschaltung von Zelluloidhäutchen verursachte eine starke Reduktion der Intensität. Für Beryllium als Antianode ergab eine Folie von etwa 80 $\mu\mu$ Stärke bei einer Kanalstrahlengeschwindigkeit von 35 Kilovolt eine Intensitätsschwächung im Verhältnis 1:60. Diese Restwirkung verschwand jedoch vollkommen, wenn man die beschleunigten positiven Kanalstralen am Kondensator K_1 ablenkte. Das beobachtete Schwächungsverhältnis würde einem Absorptionskoeffizienten von etwa $5 \cdot 10^5\ \mathrm{cm}^{-1}$ entsprechen, rund dem 3,5 fachen des von Holweck bestimmten maximalen Wellenstrahlungsabsorptionskoeffizienten. Dieser große Zahlenunterschied verbietet, die ungefilterte Strahlung als Wellenstrahlung aufzufassen. Sie ist zweifellos eine langsame, reflektierte Kanalstrahlung, zumal die Einwirkung des Sperrkondensators stets eine Abnahme der Aufladungsgeschwindigkeit der Auffangeplatte verursacht.

Es konnte aber vermutet werden, daß nach der Filterung die größenordnungsmäßig geänderte Wirkung von einer Wellenstrahlung herrühre. Eine solche Vermutung schien zunächst dadurch unterstützt zu werden, daß nun nach Einschalten weiterer Absorptionsdicken sich eine gänzlich veränderte Absorbierbarkeit zeigte. Die Einführung eines zweiten Häutchens von 80 $\mu\mu$ Stärke schwächte nur auf den 2,5ten Teil, was einem Absorptionskoeffizienten von 120000 cm^{-1} entspricht. Die Verwendung dickerer Folien führte auf gleiche Absorptionskoeffizienten. Es bestand also eine auffällige Übereinstimmung mit den von **Holweck** an Wellenstrahlung gemessenen Werten.

Über die zahlreichen Absorptionsmessungen soll hier kein weiteres Zahlenmaterial angegeben werden, da sich bei direkten Absorptionsmessungen im primären Kanalstrahl zeigte, daß infolge der Streuung in der Folie, die Schwächungsverhältnisse von der Geometrie der Auffängeranordnung abhängen. — Bemerkenswert ist jedoch, daß mit zunehmenden Absorptionsdicken entgegen dem für Wellenstrahlung zu erwartenden Härtungseffekt eine zunehmende Absorbierbarkeit einsetzte.

Das Schwächungsverhältnis ist von der Geschwindigkeit der auftreffenden Kanalstrahlen abhängig, und zwar um so kleiner, je größer die primäre Kanalstrahlengeschwindigkeit ist. Dagegen ist es vom Material der Antianode nahezu unabhängig. Die Tab. 1 zeigt für die beiden extremen Metalle Beryllium und Platin die Verhältnisse der Intensitäten J_1/J_2, die durch zwei Folien von der Dicke 70 $\mu\mu$ und 190 $\mu\mu$ hindurchtreten, in ihrer Abhängigkeit von der Geschwindigkeit der primären Kanalstrahlen.

Tabelle 1

Geschwind.	Be		Pt	
	ohne Feld	mit Feld an K_2	ohne Feld	mit Feld an K_2
25 KV	—	—	4	4
34 KV	3,0	3,2	3,1	3,2
41 KV	2,8	2,7	2,5	2,6
49 KV	2,5	2,6	—	2,4
54 KV	—	—	2,1	2,1

3. Der Einfluß des elektrischen Feldes auf die hindurchtretende Intensität und die von ihr erzeugte Ionisation

Aber auch für diese gefilterte Strahlung bewirkt das Anlegen eines Feldes an den Sperrkondensator eine Verringerung der Intensität auf etwa $^2/_3$. Um dieses Schwächungsverhältnis von dem Vorzeichen der Kondensatorspannung unabhängig zu machen, mußten zwischen Kondensator und Absorptionsfolie die beiden geerdeten Netze gelegt werden, damit die vom Kondensator auf die Folie durchgreifenden Kraftlinien abgeschirmt wurden. Die die Folie durchsetzenden Strahlen lösen auf ihrer Rückseite ebenfalls Elektronen aus, die zum Teil auf den Auffänger gelangen. Bei unzureichendem Schutz der Zelluloidhäutchen konnte die Anlegung einer positiven Spannung an den Kondensator sogar eine Intensitätszunahme vortäuschen, während negative Spannung die positive Aufladung des Auffängers in eine negative umzuwandeln vermochte.

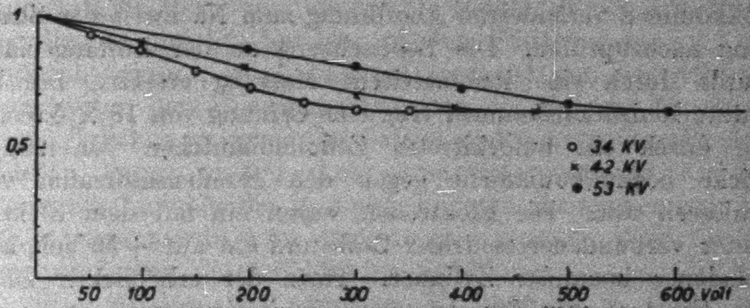


Fig. 9

Fig. 9 zeigt für drei verschiedene Kanalstrahlgeschwindigkeiten die Intensitätsabnahme als Funktion der an den Kondensator gelegten Spannung. Man erkennt, wie mit zunehmender Feldstärke die Intensität abnimmt und in einen konstanten Grenzwert hineinmündet. Dieser wird bei der höheren Kanalstrahlgeschwindigkeit auch bei der höheren Spannung erreicht. Spannungssteigerung bis über 4000 Volt am Kondensator verändert diesen Grenzwert nicht.

Erzeugt man am Auffänger ein Magnetfeld, welches hinreichend stark ist, um alle Sekundärelektronen zurückzuhalten, so lädt er sich auch bei Wirkung des Sperrfeldes positiv etwa mit dem dritten Teil der Geschwindigkeit auf.

Diese Tatsachen beweisen, daß die am Auffänger beobachteten Effekte auf reflektierte Kanalstrahlen zurückzuführen sind. Die Kanalstrahlen setzen sich bei der Streuung an den Atomen des Antianodenmaterials ins Gleichgewicht der Umladungen, womit, wie bekannt, noch keine Geschwindigkeitsabnahme verbunden zu sein braucht. Die nach Anlegen des Sperrfeldes isolierten neutralen Kanalstrahlen erfahren, wie der Magnetfeldversuch zeigt, beim Durchqueren der Folie ebenfalls Umladungen, so daß nach dem Durchtritt ein Teil wieder geladen ist. Umladungen dieser Art von gleichem Betrage wurden bei Versuchen im direkten Kanalstrahl nachgewiesen.

Da der Einfluß des Sperrfeldes am Kondensator von ausschlaggebender Bedeutung für die richtige Deutung der beobachteten Wirkung war, wurde unternommen, ihn bei einer vollkommen veränderten Anordnung zum Nachweis der Strahlung nachzuprüfen. Die Beobachtung an der Auffangeplatte wurde durch eine ionometrische Messung ersetzt. Die benutzte Ionisationskammer trug eine Öffnung von 18 × 6,5 mm, die durch ein aufgekittetes Zelluloidhäutchen von 280 $\mu\mu$ Dicke hochvakuumdicht gegen den Kondensatorraum verschlossen war. Die Elektroden waren ein mit dem Elektrometer verbundener zentraler Stab und ein auf +50 Volt aufgeladener koaxialer Zylinder. Trotz der erheblichen Dicke des Fensters war der gemessene Ionisationsstrom um mehr als eine Zehnerpotenz stärker, als die bei den dünnen Absorptionsfolien an der Zinkplatte gemessenen Aufladeströme. Die Ionisationsströme wuchsen dem Druck in der Ionisationskammer proportional an, bis sie von einem bestimmten Druck ab konstant blieben. Dieser schob sich mit zunehmender Primärstrahlgeschwindigkeit zu höheren Werten. (Bei einer solchen von 40 Kilovolt und einer Kammerlänge von 8 cm lag er bei 1,3 mm Druck in Luft.) Es unterliegt keinem Zweifel, daß wir hier eine typische Ionisationskurve von Kanalstrahlen besitzen, die ihrem Wesen nach der von H. Geiger und J. M. Nuttall[1]) beobachteten Ionisationskurve für α-Strahlen entspricht. Bei sachgemäßer Anordnung wird man auf diese Weise zu einer einfachen Messung der Reichweite und Gesamtionisation von Kanalstrahlen gelangen. Messungen dieser Art werden im Kieler Institut in Angriff genommen.

In diesem Zusammenhang ist von besonderer Bedeutung, daß die Anwendung des Sperrfeldes genau die gleiche Schwächung verursachte wie bei der Beobachtung an der Zinkplatte. Hierdurch ist bewiesen, daß diese also durchaus reell ist und nicht auf die Wirksamkeit von durchgreifenden Feldern zurückzuführen ist.

---

[1]) H. Geiger u. J. M. Nuttall, Phil. Mag. (6) 22. S. 613. 1911.

4. Die Geschwindigkeit der gestreuten Teilchen

Die durch Fig. 9 dargestellten Ablenkungsmessungen geben nun einen Aufschluß über die Geschwindigkeit der gestreuten Teilchen. Entgegen den Erwartungen, die man nach den Beobachtungen von **Stark** und **Steubing** hegen sollte, zeigt sich eine angenähert proportionale Zunahme der Energie der reflektierten Teilchen mit derjenigen der primären Kanalstrahlen. Eine einfache Rechnung, die auf die Geometrie der Anordnung von Blenden und Kondensator mit dem Plattenabstand 2,2 mm Rücksicht nimmt, zeigt, daß entsprechend den beobachteten Grenzwerten der Ablenkungsspannung die Energie der reflektierten Teilchen zwischen der halben und ganzen der primären Teilchen liegen muß.[1]) Aus Absorptionsmessungen am primären Strahl, über die in einem anderen Zusammenhang berichtet werden soll, kam man zu dem gleichen Wert für die Geschwindigkeit der reflektierten Strahlung.

Eine Analyse des primären Kanalstrahls in bezug auf seine Zusammensetzung aus Atom- und Molekülionen konnte nicht durchgeführt werden. Die Angaben in der Literatur[2]) über die Zusammensetzung von Wasserstoffkanalstrahlen gehen auseinander. Sie wird von den speziellen Versuchsbedingungen abhängig sein. Da die Atome der H_2-Moleküle für die Streuung unter großen Winkeln, zu denen enge Begegnungen mit dem streuenden Atomkern gehören, natürlich unabhängig funktionieren, so stehen neben den raschen Atomen doppelt so viele langsame Atome der halben Energie zur Verfügung, als dem Bruchteil an Molekülionen entspricht. Da die Menge der gestreuten Atome dem Quadrate der Energie umgekehrt proportional sein soll, so überschlägt man leicht, daß, selbst wenn die Zahl der Molekülionen nur den 8. Teil von der Zahl der Atomionen im primären Strahl beträgt, doch gleichviel Ionen der halben und der vollen Energie im reflektierten Bündel vorkommen müssen.

---

[1]) Die untere Grenze für die Geschwindigkeit der durch den Kondensator durchtretenden Strahlung von $^1/_2$ der primären kommt infolge der Blendenanordnung nicht in Frage.

[2]) R. **Döpel**, Ann. d. Phys. **76**. S. 1. 1925; R. **Retschinsky**, Ann. d. Phys. **47**. S. 525. 1915.

5. Die Zahl der gestreuten Teilchen

Eine Abschätzung der Zahl der in den Winkelbereich von 80 bis 100° gestreuten Teilchen ergab für Magnesium den erwarteten Wert zwischen einem und fünf Promille der Zahl der primären.

Komplizierter und an der Hand des Beobachtungsmaterials noch nicht anzugeben ist die Abhängigkeit der Zahl der gestreuten Teilchen von der primären Geschwindigkeit. Mit Sicherheit konnte jedoch bei Geschwindigkeiten über 45 Kilovolt eine Abnahme der Zahl mit zunehmender Geschwindigkeit festgestellt werden. Diese Frage wird aber bei der Untersuchung der Einzelstreuung weiter verfolgt.

Messungen der Intensität an der Auffangeplatte als Funktion der primären Kanalstrahlengeschwindigkeit wurden besonders durchgeführt, um zu untersuchen, ob sich bei den kritischen Anregungsspannungen Unstetigkeiten im Kurvenverlauf zeigen, der die gemessene Intensität als Funktion der Spannung darstellt. Solche Kurvenknicke, welche bei merklichem Auftreten der Eigenstrahlung einsetzen müßten, wurden nicht beobachtet.

6. Die Abhängigkeit der Zahl der gestreuten Teilchen vom Material der Antianode

Um nun die Abhängigkeit der Streuung vom Material der Antianode festzustellen, wurde dieser die in Fig. 1b dargestellte Form gegeben. Der Antianodenkörper bestand aus zwei massiven Stücken aus Aluminium und Magnesium, die unter einem Winkel von 45 Grad gegen die Achse abgeschrägt waren. Durch Drehen eines Schliffes, der in den Verschlußstopfen exzentrisch eingeführt war, konnten beide Flächen nacheinander unter genau den gleichen Bedingungen in das Kanalstrahlenbündel gestellt werden. Beim Vergleich anderer Metalle wurden dünne Bleche auf der Antianodenfläche befestigt. Stets wurde größter Wert darauf gelegt, den Metallen gleiche spiegelnde Politur zu geben. Bevor die Messungen durchgeführt wurden, mußte die Entladung über eine Stunde im Betrieb sein, um höchste Konstanz zu erreichen. Während dieser Vorbereitungszeit wurden die Kanalstrahlen durch die Verschlußklappe S_1 bzw. S_2 gehindert, auf die Antianode zu treffen, um diese vor Veränderung ihrer Oberfläche zu schützen.

Auf diese Weise konnten sehr gut reproduzierbare Werte erhalten werden.

Die für die untersuchten Metalle Be, Mg, Al, Ni, Cu, Ag und Pt gefundenen Werte sind, bezogen auf die Intensität 1 für Al, in der Kurve Fig. 10 und der Tab. 2 eingetragen. Die leeren Kreise geben die relativen Werte der gemessenen Intensitäten, die schraffierten Kreise gehen aus ihnen durch Multiplikation mit dem Verhältnis der in 1 ccm Aluminium zu 1 ccm des betreffenden Metalls enthaltenen Atomzahlen hervor. Die Genauigkeit wird für die leichteren Elemente, bis Cu einschließlich, auf 10 Proz. geschätzt, für Ag und Pt wird der Fehler nicht mehr als 15 Proz. betragen. Man sieht, daß diese Punkte mit guter Annäherung auf einer Parabel liegen. Es zeigt sich also hier die für die Streuung am Atomkern geforderte Proportionalität der Intensität mit dem Produkt aus der Zahl der Atome im Kubikzentimeter und dem Quadrate der Ordnungszahl. Das Verhältnis ändert sich nicht wesentlich mit Änderung der Kanalstrahlgeschwindigkeit. Genaue Messungen werden hierüber noch fortgesetzt, da zu hoffen ist, auf diesem Wege einen Aufschluß über die Abschirmumg der Kernfelder in größerem Abstand vom Kern zu gewinnen.

Tabelle 2

Element	Ordnungszahl Z	Zahl der Atome/ccm, bezogen auf Al $\frac{n}{n_{Al}}$	beobacht. Int. der gestreut. Str., bezog. auf Al $\frac{J}{J_{Al}}$	$\frac{n_{Al}}{n} \cdot \frac{J}{J_{Al}}$	$\frac{n_{Al}}{n} \cdot \frac{J}{J_{Al}} \cdot \frac{Z^2_{Al}}{Z^2}$
Be	4	2,18	~ 0,3*	0,137	1,45
Mg	12	0,75	0,71	0,945	1,11
Ni	28	1,59	7,9	4,96	1,08
Cu	29	1,46	8,0	5,48	1,09
Ag	47	1,01	14,5	14,4	1,11
Pt	78	1,18	34	30,1	0,84

*) Der Wert für Beryllium konnte nicht durch direkten Vergleich gegen Aluminium während einer Meßreihe gewonnen werden.

Besonders interessant ist der Vergleich der Ergebnisse, die an der Magnesium- und Aluminumantianode gewonnen wurden. Bei einigen Messungen wurde die Geschwindigkeit der Kanalstrahlen so gewählt, daß nach der Anregungsbedingung (1) die L-Strahlung des Magnesiums hätte angeregt werden können, dagegen nicht die des Aluminiums. Da die Ordnungszahlen dieser beiden Elemente sich nur um eine Einheit unterscheiden, so war für die Streuung der Kanalstrahlen am Atomkern kein wesentlicher Unterschied zu erwarten. Es hätte dann bei Erregung einer Wellenstrahlung, deren lichtelektrische Wirkung von gleicher Größenordnung wie die durch die Korpuskularstrahlung ausgelöste Sekundärelektronenemission wäre, eine Umkehrung in der Abhängigkeit von der Ordnungszahl beobachtet werden müssen. Wie aus Fig. 10 hervorgeht, ordnet sich jedoch das Mg durchaus der gefundenen Gesetzmäßigkeit unter.

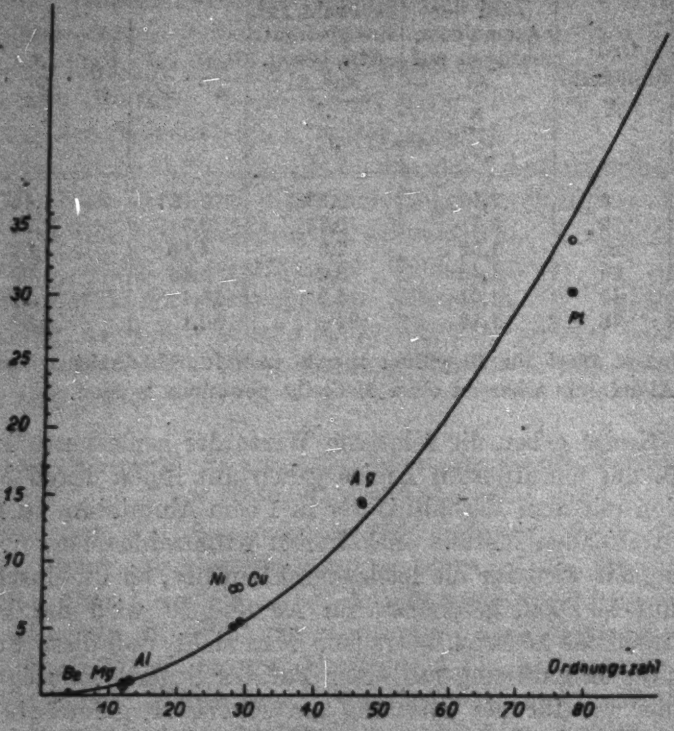


Fig. 10

Um nun den großen Unterschied der gefundenen Reflexionsvermögen gegenüber den von **Wagner** angegebenen zu klären, wurden einige Messungen über die Reflexion langsamer Kanalstrahlen von 2000 Volt am Aluminium und Platin durchgeführt. Hier mußte natürlich das Zelluloidfilter entfernt werden. Es zeigte sich ein Intensitätenverhältnis 1:2,8, also ein erheblich kleineres, als das für schnelle Strahlen gefundene, aber doch sehr viel größer, als das von Wagner angegebene. Dieser Unterschied der langsamen gegenüber den schnellen Strahlen ist verständlich, wenn man bedenkt, daß infolge der geringen Energie die Eindringtiefe der H-Teilchen in das Platinatom erheblich kleiner sein muß und auf Grund der Schirmwirkung der kernnahen Elektronen nicht das volle mit Z proportionale Kernfeld bei der Streuung wirksam ist.

Zusammenfassung

Es wird die Anregungsmöglichkeit der Eigenstrahlung von Metallen durch den Stoß von Kanalstrahlen diskutiert. In dem Geschwindigkeitsbereich der Kanalstrahlen, in dem man Aussicht hat, solche Anregung mit Erfolg zu suchen, lagen noch keine Beobachtungen vor.

Durch optische Spiegelung an einem Hohlspiegel gelingt der Nachweis einer schwachen Wellenstrahlung, die ihren Ursprung an der Auftreffstelle der Kanalstrahlen hat. Es kann aber nicht mit Sicherheit entschieden werden, ob es sich um die Eigenstrahlung der gestoßenen Atome, oder eine Erregung der Lymanserie handelt.

Die von J. J. Thomson beobachteten Effekte sind auf reflektierte Kanalstrahlen zurückzuführen. Bei dem Versuch, den Wellenstrahlungseffekt von reflektierten Kanalstrahlen zu trennen, zeigt sich, daß — entgegen den bisherigen Beobachtungen — ein Teil von ihnen mit angenähert unveränderter Geschwindigkeit gestreut wird. Diese reflektierten Strahlen erfahren Umladungen von gleichem Betrage wie die durch Materie hindurchtretenden. Mit zunehmender Primärstrahlgeschwindigkeit wächst die Geschwindigkeit der gestreuten Strahlen.

Für die Menge der an verschiedenen Materialien in einen Winkelbereich von 80 bis 100 Grad gestreuten Strahlen hoher Geschwindigkeit finden sich in den wesentlichen Zügen die Gesetze der Streuung von α-Strahlen am Atomkern wieder: Proportionalität mit der Zahl der Atome im Kubikzentimeter und dem Quadrate der Ordnungszahl.

Dem Direktor des Instituts für theoretische Physik, Hrn. Prof. **Kossel**, möchte ich an dieser Stelle für das stete Interesse, das er dieser Arbeit entgegengebracht hat, herzlich danken. Ebenso danke ich dem Direktor des Instituts für Experimentalphysik, Hrn. Prof. **Geiger**, für die Unterstützung durch wertvolle Ratschläge und reiche Mittel. Ich konnte eine Reihe von Apparaten benutzen, die aus Mitteln der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft stammten. Der Notgemeinschaft sage ich für die Bewilligung dieser Mittel meinen herzlichen Dank.

Kiel, Physikalisches Institut der Universität,
12. März 1928.

(Eingegangen 15. März 1928)

---

8. *Beiträge zur Kenntnis der Sulfidphosphore;*

von Ilsemarie Schaper[1])

(Aus dem Radiologischen Institut der Universität Heidelberg)

1. Die Kenntnis vom Bau des Phosphoreszenzzentrums ist heute eine eingehende.[2]) Viele der grundlegenden Untersuchungen Hrn. Lenards gingen von dem gut leuchtenden CaBiα-Phosphor aus, dessen benutzte Hauptbande α in die einem dreiwertigen Metallatom entsprechende[3]) Serienart I gehört, die sonst bei keiner Bande beobachtet wurde. Die sich auf eine Berechnung[4]) stützende Einreihung von CaNi β und CaMn β in die Serienart I harrt noch ihrer Bestätigung durch genaue Messung. Da Sb das dem Bi chemisch verwandteste Element, mußte es gelingen, mit gutleuchtenden Sb-Phosphoren alle am Bi-Phosphor gewonnenen Erkenntnisse zu bestätigen. Es wird deshalb hier eine möglichst eingehende Untersuchung der bisher verhältnismäßig wenig erforschten Erdalkalisulfid-Antimonphosphore erstrebt.

Es wird ferner die Kenntnis der von Hrn. Tiede[5]) erstmalig hergestellten MgS-Phosphore erweitert und untersucht, ob diese mehr den Erdalkaliphosphoren oder den von Hrn. Tomaschek[6]) zuerst rein hergestellten ZnS-Phosphoren ähneln, da das Mg von den Erdalkalien chemisch in mancher Beziehung abweicht.

I. Antimon-Phosphore

2. Die *Herstellung des Grundmaterials* der Erdalkaliphosphore folgte den Vorschriften der Herren Lenard und

---

1) Heidelberger Dissertation, der naturwissenschaftlich-mathematischen Fakultät vorgelegt am 3. Juli 1927.

2) Wien-Harms, Handbuch der Experimentalphysik 23. 1927.

3) R. Tomaschek, Ann. d. Phys. 75. S. 593. 1924.

4) F. Schmidt, Ann. d. Phys. 83. S. 238. 1927.

5) E. Tiede u. F. Richter, Ber. d. Dtsch. Chem. Ges. LV, Heft 1. S. 69ff. 1922.

6) R. Tomaschek, Ann. d. Phys. 65. S. 189. 1921.

Klatt.[1]) Von ihnen sind auch die ersten reinen Sb-Phosphore[2]) hergestellt und ihre Eigenschaften untersucht worden, doch konnte die Bandentrennung nicht bis zu erschöpfender Kenntnis geführt werden. Das hier verwendete Grundmaterial war nach Prüfung mit Samarium oxydfrei[3]) und enthielt infolge Anwendung des elektrolytischen Reinigungsverfahrens[4]) und Umkristallisation als $Ca(NO_3)_2$ keine merklichen Cu-Spuren.

3. *Glühtemperatur und Glühdauer.* Die Präparation der benutzten Phosphore erfolgte meist im Hempelofen. Das bei Glühdauern unterhalb 10 Minuten notwendige Vorheizen des Ofens erschien bei längeren Glühdauern nicht notwendig, da stets kleine Tiegel verwendet wurden (Inhalt bis 2 g Carbonat). Die Präparationszeit schwankte zwischen 4 und 45 Minuten, die Glühtemperatur zwischen dunkelster Rotglut und nahezu Weißglut; durch so große Variation der Herstellungsbedingungen wurde erstrebt, Phosphore mit möglichst nur einer Bande zu erhalten. Die bei dunkler bis mittlerer Rotglut hergestellten Phosphore enthielten vorwiegend oder allein die δ-Bande[5]), insbesondere erwiesen sich zur Erzeugung von δ Zeiten von 20 Minuten und weniger günstig. Längere Glühzeiten als 20 Minuten bewirkten neben δ wachsendes Auftreten von α, bereits bei 30 Minuten langer Glühzeit war α allein vorhanden. Es erwies sich, daß höhere Temperatur und längere Glühzeit gleichsinnig wirken; helle Rotglut lieferte schon nach 10 Minuten nur α enthaltende Phosphore; bei Gelbglut konnte die Intensität 8 erreicht werden.[6]) Bemerkenswert war das gute Momentanleuchten von Phosphoren, die bei höchsten Temperaturen 20 bis 40 Minuten geglüht waren; es trat dabei meist α, nur vereinzelt auch δ und β auf. β war als Hitzebande in vielen Phosphoren angedeutet, gut ausgebildet war sie bei 20 Minuten mittlerer Rotglut und deutlich auch noch bei 5 Minuten Gelbglut. Bei 7 Minuten Gelbglut fehlte sie jedoch bereits ganz. Die Herstellungsbedingungen von β

---

[1]) P. Lenard u. V. Klatt, Ann. d. Phys. 15. S. 225ff., 633ff. 1904. Im folgenden als „1904“ zitiert.

[2]) Sb-haltige Phosphore werden erstmalig erwähnt von E. Becquerel: La lumière I. S. 226.

[3]) R. Tomaschek, Ann. d. Phys. 75. S. 561ff. 1924.

[4]) „1904“ S. 640.

[5]) Die Benennung der Banden erfolgt nach „1904“ S. 261.

[6]) „1904“ S. 230.

wurden außerdem im eleketrischen Ofen mit Temperaturregler untersucht. Die Einführung des Phosphorgrundmaterials in den Ofen erfolgte dabei erst nach Erreichen der gewünschten Temperatur. Bei 750° C und 20 Minuten Glühdauer hergestellte Phosphore zeigten am besten β; es genügte gelindes Erwärmen, um β überwiegend in der Emission zu erhalten. Einige so hergestellte Phosphore hatten β bereits bei Zimmertemperatur im Dauerzustand mit Intensität 6 bis 7. Glühzeiten von 7 bis 15 Minuten und mittlere Rotglut lieferten stets Phosphore, die γ enthielten; höhere Temperaturen verhinderten das Auftreten. Auffällig bei allen Sb-Phosphoren war die geringe Sinterung, auch bei den bei höchsten Temperaturen und langen Glühzeiten hergestellten Präparaten.

4. *Die Sb-Menge* wurde anfangs nach den Angaben Hrn. Lenards als Tartratlösung zugegeben; später wurde wegen der Schwierigkeit, hierbei zu mehr als 10 fach normalen Phosphoren nach den Angaben von „1904"[1]) zu kommen, der Brechweinstein kristallisiert mit dem Grundmaterial verrieben, ein Verfahren, das wegen der großen Flüchtigkeit das Sb zu gleichmäßig leuchtenden Phosphoren führte. Der Brechweinstein wurde dann durch Antimonoxyd ersetzt, nachdem sich das Chlorid als zu flüchtig erwiesen hatte.

Die Konzentration wurde so weit gesteigert, daß am Tiegelboden Sb-Kriställchen zurückblieben und am Deckel des Tiegels sich ein Sb-Beschlag bildete. So metallreiche Phosphore emittierten besonders α, geringere Metallmengen δ. Für β sind besonders kleine Konzentrationen günstig; bei Schichtung des Gemisches Grundmaterial + Zusatz über das Sb-Oxyd leuchteten die obersten Schichten blau, die wohl am leichtesten das aufgenommene Metall wieder abgaben. Zusammenfassend ergeben sich folgende Konzentrationseinflüsse: 0,0004 g Sb bis 0,009 g Sb auf 1 g Grundmaterial ergeben bei Zimmertemperatur δ emittierende Phosphore; am günstigsten für einen solchen ist: 0,004 bis 0,007 g Sb. α wird emittiert bei Konzentrationen über diesen von δ, am besten erwiesen sich 0,07 g Sb. Gelegentlich trat α auch gut bei bedeutend geringeren Konzentrationen auf; hier schien die Emission allein bedingt durch die angewandte hohe Präparations-

---

1) „1904" S. 659.

temperatur. Für γ und β konnten keine Grenzkonzentrationen, bei deren Überschreitung beide nicht mehr auftreten, gefunden werden. Auffällig war, daß auch bei höchsten Konzentrationen das Leuchten der Phosphore nicht ausfiel. Es erscheint bemerkenswert, daß noch Konzentrationen von 0,1 g Sb auf 1 g Grundmaterial gut leuchtende Phosphore ergeben.[1]) Zieht man freilich die hohe Flüchtigkeit des Sb in Betracht, so erscheint der Wert der Konzentrationsangaben fraglich, besonders bei hohen Temperaturen werden die Verdampfungsverluste groß sein. Wichtig ist in diesem Zusammenhang die Beobachtung, daß bei ungleichmäßiger Erwärmung der am meisten beheizte Teil des Tiegels keine leuchtenden Teile enthielt. Die Deutung dieser Beobachtung führt zu der Annahme, daß alles Metall von hier in kältere Schichten entwich. Zersprang der Tiegeldeckel bei der Präparation, so war die oberste Schicht des Tiegelinhaltes nichtleuchtend, wohl auch infolge Metallverlusts. Versuche in einer mit Sb-Dampf gesättigten Atmosphäre könnten hier wohl Aufschluß bringen.

5. Die Beobachtung Hrn. Lenards, daß ein starker *Einfluß der Zusätze* auf die Phosphoreszenzfarbe des Sb in CaS nicht festzustellen ist, wurde durch diese Untersuchung bestätigt; jedoch wurden einige wertvolle Anhaltspunkte zur Bevorzugung bestimmter Banden erhalten. Zur Anwendung kamen die Zusätze: Na_2SO_4, NaCl, NaF, $Na_2B_4O_7$, Na_3PO_4; K_2SO_4, KCl, $K_2B_4O_7$, KNO_3; Li_2SO_4, Li_3PO_4; CaF_2. Die Zusätze waren analytisch mit H_2S gereinigt, die heißen Lösungen filtriert und mehrmals umkristallisiert. Versucht wurde auch die Herstellung von Phosphoren ohne Zusatz. Daß es möglich ist, auf diesem Wege Phosphore zu erhalten, erklärt Hr. Lenard mit der Fähigkeit des Antimons, schmelzbare Sulfide zu bilden[2]), die die sonst vom Schmelzzusatz bewirkte Annäherung der Moleküle übernehmen. Es gelang so, Phosphore herzustellen, die auch nicht andeutungsweise eine andere als die gelbgrüne Hauptbande α enthielten. Diese Phosphore

---

[1]) „1904“ S. 651 wird als höchste überhaupt beobachtete Konzentration 0,002 g Mn auf 1 g CaS angegeben. Sowohl Mn- wie Sb-Sulfide haben nur geringe Eigenfarbe und verderben deshalb nicht so leicht die eigene Phosphoreszenz. Phosphore mit hohem Sb-Gehalt stellte bereits E. Becquerel her a. a. O.

[2]) „1904“ S. 648.

leuchteten mit Intensität 6 bis 8, obgleich sie so gut wie gar nicht gesintert waren und ein loses Pulver darstellten. Fluoridzusatz lieferte stets hauptsächlich δ emittierende Phosphore. Sulfate, Borate, Nitrate und Chloride bevorzugten keine Bande. Eine deutliche Wirkung hatten Phosphate auf das Erscheinen der blauen Bande β. In der Reihe von Phosphoren, die Li_3PO_4, das sich als besonders geeignet erwiesen hatte, als Zusatz enthielten, befanden sich einige, die bei Zimmertemperatur in einem an CaBiα erinnernden Lichte leuchteten. Reinheitsproben zeigten, daß weder das Sulfid, noch das Li_3PO_4 Wismutverunreinigungen enthielten. Es ist also möglich, durch Li_3PO_4 die Hitzebande β so zu bevorzugen, daß sie sogar bei Zimmertemperatur zu starkem Erscheinen kommt. Um dem Einfluß unbekannter Verunreinigungen (durch die Tiegelglasuren) zu entgehen, wurden die benutzten Phosphore in unglasierten Roseschen Tiegeln hergestellt.

6. Besondere Schwierigkeit machte der Versuch der *Trennung der α- und δ-Bande,* deren Maxima nach den Angaben von „1904“ nur 20 bis 30 μμ auseinanderliegen. Zur Verwendung kamen besonders aus Gelatine und Farblösungen zusammengestellte Farbfilter, die nach den Emissionsangaben von „1904“ entweder nur α oder nur δ hindurchließen. Es konnte nach genauer Prüfung festgestellt werden, daß bei den CaSSb-Phosphoren ein ganz ähnlicher Fall vorzuliegen scheint wie bei CaMnα[1]) und ZnCu α.[2]) Das Maximum der Hauptblende lag bei einigen Phosphoren im Gelbgrün, bei anderen im Blaugrün, mit einer Schwankung zwischen 530 und 510 μμ.[3]) Es sind daher nicht 2 Banden, α und δ, zu unterscheiden, sondern es gelang nur, die eine Bande α in wechselnder Lage festzustellen.[4]) Sofern in folgendem noch α und

---

[1]) „1904“ S. 259; vgl. auch **Hirsch**, Dissert. Heidelberg 1912, S. 14.

[2]) **R. Tomaschek**, Ann. d. Phys. 65. S. 199. 1921.

[3]) Hr. **Hirsch**, a. a. O. hat bei CaSMn beobachtet, daß bei höheren Konzentrationen das längerwellige Maximum der Hauptbande auftritt. Entsprechend scheinen die hier gemachten Beobachtungen, vgl. diese in 4.

[4]) Dies stimmt insofern mit „1904“ überein, als auch dort wesentlich unterscheidende Eigenschaften der beiden Banden nicht angegeben sind (vgl. die Tab. IIf und IIIf dort). Auch in oben weiter folgendem wurden keine solchen Eigenschaften aufgefunden (vgl. hier 11, 16, 20, 22, 23).

δ benannt sind, sollen damit nur die zwei verschiedenen spektralen Lagen des Schwerpunktes der Hauptbande bezeichnet werden. Die Vermutung, daß diese Veränderung der Emission durch Cu-Spuren hervorgerufen sei, mußte fallen gelassen werden, da das blaugrüne Leuchten in reproduzierbarer Weise in zweifelfrei nicht Cu-haltigen Phosphoren auftrat. Es wurden außerdem Versuche mit Mischphosphoren (Cu + Sb) unternommen, deren Emission sich ganz anders verhielt als die blaugrün leuchtender Sb-Phosphore.

7. Die *Emissionsmessungen* bei verschiedenen Temperaturen erfolgten mit den bekannten Hilfsmitteln.[1] Es ergaben sich drei Hauptbanden des Sb in CaS: bei gewöhnlicher Temperatur α, grün, von 480 bis 560 $\mu\mu$, das Maximum in einigen Phosphoren bei 530 $\mu\mu$ (α), in anderen 510 $\mu\mu$ (δ). Bei Hitze tritt β auf, lavendelblau, 420 bis 510 $\mu\mu$, Maximum 450 $\mu\mu$. Die rotgelbe Kälteblende γ ist in einigen Phosphoren gut beobachtet worden von 580 bis 650 $\mu\mu$, Maximum 600 $\mu\mu$.

8. *Temperaturverhalten.* Die *α-Bande* hat ihre größte Dauer bei Zimmertemperatur, doch ist ihr Erscheinungsgebiet darüber und darunter groß. Bis etwa +150° C noch von guter Dauer, nehmen bei weiterer Temperatursteigerung Intensität und Dauer sehr schnell ab, nachdem zuvor eine geringe Verschiebung nach Blaugrün beobachtbar ist, die aber mit dem Auftauchen der β-Bande erklärt werden kann. In der Kälte überwiegt die α-Bande bis etwa −150° C, darunter ist sie von keiner bemerkenswerten Dauer, doch als kurzes Leuchten noch in flüssiger Luft zu beobachten und deutlich auch in Phosphoren, die γ enthalten, dem Momentanleuchten dieser Bande beigemischt. Die *γ-Bande* erschien als schönes hellrotes Aufleuchten mancher Phosphore in flüssiger Luft. Beim Erwärmen nahm ihre Intensität sehr plötzlich ab und ihre Dauer wurde phosphoroskopisch kurz. Dem Momentanleuchten war sie noch bei +180° C beigemischt und bewirkte, daß beim Erlöschen der Erregung die Emission von Gelbgrün nach Blaugrün umschlug. *β, eigentlich Hitzebande*, zeigte sich bei einigen Phosphoren bereits bei Zimmertemperatur im Dauerzustand. Von −80° C ab war sie im Momentanleuchten mancher Phosphore enthalten, von −40° C ab bereits von kurzer Dauer.

---

[1] Zusammenstellung in **Wien-Harms**, Handbuch der Experimentalphysik a. a. O.

Bei etwa +100° C begann sie vorherrschend in der Emission zu werden und hatte zwischen +200 und +300° C ihre größte Dauer. Sie erinnerte dann stark an die CaBi α-Bande. Unter günstigen Verhältnissen konnte sie noch matt beim Übergang von Grauglut zu Rotglut beobachtet werden. Auffallend war, daß die Momentanintensität von β in keinem Fall annähernd die von α und δ erreichte; selbst bei +200° C, bei welcher Temperatur β allein im Dauerzustand war, überwog im Momentanleuchten α.

9. Die *Messung der Erregungsverteilung* wurde mit dem von Hrn. Schmidt eingeführten Unterwasserspektrum durchgeführt.[1]) Zum Aufsuchen von Erregungsstellen im sichtbaren Gebiet diente das Spektrum eines Nernststiftes, die Eichung geschah durch Reflexion von Quecksilberlinien an der Vorderseite des Stiftes.

10. Allgemein zeigten die Phosphore bei Zimmertemperatur eine im kurzwelligen Ultraviolett beginnende *Momentanerregung* von α (und δ), die bis etwa 200 μμ messend zu verfolgen war. Sie reichte bis ins sichtbare Spektralgebiet und hatte ihr Ende zwischen 400 und 450 μμ. Auch bei +200° C war noch die Momentanverteilung von α (und δ) gut beobachtbar. Merkwürdig war, daß bei einigen Phosphoren in der α-Momentanverteilung ein Minimum bei 370 μμ angedeutet war von etwa 10 μμ Breite, das beim Erwärmen verschwommen, dagegen in flüssiger Luft deutlicher wurde.[2]) Der Intensitätsabfall, zum Minimum hin, war auf beiden Seiten sehr steil. Phosphore, die neben α auch γ enthielten, zeigten bei Zimmertemperatur gemischtes Momentanleuchten, da im Gebiet 290 bis 380 μμ die Momentanerregung der γ-Bande auftrat. Sie war noch bei + 180° C zu beobachten, bei welcher Temperatur alle Banden außer β bereits im oberen Momentanzustand. Die Momentanerregung der β-Bande war gut von 300 μμ bis ins Sichtbare hinein. Auftretende Maxima fielen mit den *d*-Maxima zusammen. Die β-Bande scheint wenig Neigung zum Ausbilden von *m*-Zentren zu haben.

11. *Für die Banden α und δ* zeigte sich gleiche *Dauererregungsverteilung*. Abweichungen blieben innerhalb der Meß-

---

[1]) F. Schmidt, Ann. d. Phys. 63. S. 272ff. 1920.

[2]) Bariumplatincyanür leuchtete in flüssiger Luft kontinuierlich; es handelt sich also um kein Absorptionsgebiet der flüssigen Luft.

genauigkeit. Phosphore, die rein gelbgrün oder rein blaugrün leuchteten, ergaben für ihre Banden die gleichen absoluten Dauererregungsstellen.1) Bei Phosphoren, die beide Formen der α-Bande enthielten, zeigte sich nach dem Mischen kein Farbunterschied der einzelnen d-Maxima. Täuschungen, die Intensitätsunterschiede einzelner d-Stellen hervorriefen, konnten als solche nachgewiesen werden.2) Die Dauererregungsverteilung von α (und δ) bildete meist mehrere Maxima gut aus. Beim Austreiben war ein geringes Verschieben der Maxima nach längeren Wellen zu beobachten, bei tieferen Temperaturen entsprechend nach kürzeren Wellen. Es handelte sich dabei um Verschiebungen von 8 bis 5 $\mu\mu$ gegenüber dem Wert bei Zimmertemperatur. Folgende Tabelle zeigt eine Anzahl von bei Zimmertemperatur gemessenen Maxima für α und δ:

Nr.	d_0	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5 $\mu\mu$	Bande
71	—	358	—	277	—	—	α
76	—	358	—	285	—	239	δ
96	414	356	—	286	257	242	δ
98	—	358	—	—	—	—	α
99	—	359	—	279	—	—	α
104	—	355	—	278	250	—	α
110	—	356	—	281	256	239	δ
114	422	362	—	287	—	—	δ
115	426	356	—	285	—	—	α
118	—	357	—	286	—	—	δ
121	—	359	—	276	—	—	δ
127	—	366	—	286	—	—	δ
130	—	368	—	287	—	—	α
131	—	252	—	285	—	—	α

Deutlich ist die Übereinstimmung der Erregungsverteilungen von α und δ.3) Aus sämtlichen gemessenen Phosphoren ergeben sich folgende Mittelwerte:

d_0	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5
420	358	—	283	254	240 $\mu\mu$4)

---

1) Vgl. 16.

2) Mit Hilfe der Quecksilberlampe, die den Vorzug größerer Intensität gegenüber dem Unterwasserfunken hat. Der Nachteil ihrer Linienemission fiel hier nicht ins Gewicht.

3) Mit Ausnahme von d_5, das nur für δ festgestellt werden konnte.

4) d_0, d_1, d_3 sind in ganz ähnlicher Lage schon von Hrn. Lenard beobachtet worden („1904“, Tab. II, 18). d_2 fehlte auch dort.

Die Abstände aufeinanderfolgender *d*-Stellen nehmen dauernd ab, mit Ausnahme von der zweiten zur dritten beobachteten *d*-Stelle. Es ist anzunehmen, daß in keinem der gemessenen Phosphore das hier fehlende Maximum zur Ausbildung gekommen ist. Über die Häufigkeit des Auftretens der verschiedenen *d*-Maxima ist zu sagen: d_1 enthielten sämtliche Phosphore, d_3 nahezu alle, d_0 und d_4 enthielten etwa 20 vom Hundert, d_5 erschien wenig häufiger. Die Temperatur der Herstellung hat den Einfluß, daß d_0 sich besonders bei tiefer Temperatur (dunkler Rotglut) gut ausbildet; d_1 und d_3 werden von der Präparation nicht beeinflußt, d_4 entsteht bei heller Rotglut und nicht zu langen Glühdauern (20 Minuten sind günstig), d_5 zeigt keine einfache Abhängigkeit von der Herstellung. Einfluß von Zusatz und Metallgehalt konnte nicht festgestellt werden.

12. *Die Dauererregungsverteilung der β-Bande* war zwischen + 200 und + 300° C gut meßbar, in einigen Phosphoren bereits bei Zimmertemperatur (vgl. 5). Bei Rotglut des Heizbleches konnte eine geringe Verschiebung der *d*-Maxima nach längeren Wellen beobachtet werden.

In folgender Tabelle ist eine Zusammenstellung einiger gemessener β-Erregungsverteilungen gegeben:

Nr.	d_0	d_1	d_2 $\mu\mu$
76	417	326	—
96	421	341	271
98	436	315	280
99	436	315	—
104	413	335	—
108	435	319	—
110	427	322	277
114	422	319	—
115	439	342	290
121	442	322	—
127	443	331	—
131	420	321	—

Hiernach gelten folgende Mittelwerte für die *d*-Maxima:

d_0	d_1	d_2
430	325¹)	279 $\mu\mu$

---

1) Andeutungsweise schon von Hrn. Lenard beobachtet. „1904", Tab. 2, Nr. 19.

Diese Aufeinanderfolge ist ganz ähnlich der der CaBi α-Bande; es ist hier der erste Hinweis auf eine Analogie zwischen CaBi α und CaSb β. Eine weitere Ähnlichkeit beider Banden ist das Hineinreichen des d_0 in die Bande selbst. Die Stokessche Regel ist für CaSSb β gewahrt; das Maximum der Dauererregungsstelle ist in jedem Falle kurzwelliger als das Maximum der Emissionsbande. d_0 und d_1 waren in allen Phosphoren sehr gut ausgebildet, nur die bei schwächster Rotglut hergestellten Phosphore entbehrten d_1. d_2 brachten besonders helle Rotglut und Glühzeiten von 15 bis 20 Minuten hervor. Ein Einfluß anderer Faktoren auf die Dauererregungsverteilung der β-Bande konnte nicht festgestellt werden.

13. Die *Dauererregungsverteilung der γ-Bande* konnte nur bei wenigen Phosphoren gemessen werden. Ausgeführt wurden die Beobachtungen in flüssiger Luft. Es ergaben sich Maxima

d_0	d_1	d_2
410	340	266 $\mu\mu$[1])

Am häufigsten trat d_2 auf, d_1 war sehr selten, aber deutlich in Phosphoren, die bei hellster Rotglut hergestellt waren.

14. Bei Messung der Erregungsverteilung zeigte sich ein auffallender, bisher nicht beobachteter *Zusammenhang zwischen dem Auftreten der d-Maxima und der Temperatur des Phosphors.* Bei Steigerung der Temperatur von der des unteren Momentanzustandes einer Bande in die des Dauerzustandes trat in der Erregungsverteilung als erstes das Maximum größter Wellenlänge auf, die kurzwelligen Glieder erschienen oft erst in der Nähe des oberen Momentanzustandes. Besonders auffällig war diese Erscheinung beim rückwärtigen Durchlaufen der Temperaturzustände. Vom oberen Momentanzustand herkommend, bildete sich bei Annäherung an den Dauerzustand zuerst das kurzwelligste d-Maximum aus. Die Beobachtung war deshalb besonders auffällig, weil die Intensität des benutzten Al-Unterwasserfunkenspektrums im kurzwelligen Ultraviolett geringer ist als im langwelligen Gebiet. Bei genügender Sorg-

---

1) Die von Hrn. Lenard für γ gemessenen d-Maxima („1904", Tab. II, Nr. 17) zeigen gegenüber diesen Werten Verschiebung nach kürzeren Wellen. Dasselbe trifft in geringerem Maße auch bei den α- und δ—d-Maxima zu und kann von Dielektrizitätskonstanten-Unterschieden herrühren (vgl. 15).

falt in der Temperatursteigerung war die Erscheinung besonders bei Phosphoren mit gut ausgebildeten kurzwelligen *d*-Maxima sehr deutlich.

Eine Erklärung dieses Verhaltens ermöglicht die Kenntnis der nach dem Ultraviolett stark ansteigenden Tilgung¹), die im kurzwelligsten Ultraviolett als leuchtende Tilgung²) wirkt. Sobald also beim Temperaturabfall der obere Momentanzustand unterschritten wird und erregende Absorption einsetzt, werden mit Unterstützung der leuchtenden Tilgung die kurzwelligsten *d*-Maxima deutlich werden, während die langwelligen ohne diese noch unsichtbar sind. Wichtig ist ferner, daß der Tilgung besonders die kleinen Zentren unterliegen¹), so daß bei tiefen Temperaturen, bei denen die Emission besonders von kleinen Zentren getragen wird, die weniger getilgten längstwelligen *d*-Stellen deutlicher sein müssen, als die benachbarten, lichtlos getilgten, kürzerwelligen *d*-Stellen. Ihre Emission wird so überwiegend sein, daß dagegen die der leuchtend getilgten kurzwelligsten *d*-Stellen verschwindet.

Inwieweit außerdem die erregende Absorption der größeren Zentren bei den kurzwelligen *d*-Maxima stärker ist als bei den langwelligen, soll hier noch offen gelassen werden. Bekannt ist, daß der Dauerzustand von Zentren großer Dauer stets höher liegt, als der von Zentren kleiner Dauer.³)

15. Die Messung der *Dielektrizitätskonstanten* benutzte das von Hrn. Schmidt bereits mit Erfolg für Phosphore angewendete Verfahren.⁴) Für die oft kleinen Phosphormengen mußte der Kondensator abgeändert werden, seine endgültige Form, die sich gut bewährte, zeigt Fig. 1.

Um mit kleinsten Mengen auszukommen, wurde der Gang der Messung etwas abgeändert, nachdem Prüfungen die Erlaubtheit solcher Änderung erwiesen hatten. Die benutzte

---

1) P. Lenard, „Über Ausleuchtung und Tilgung der Phosphore durch Licht“ II. Heidelb. Akad. A 7. S. 25. 1917.

2) Dasselbe III. 1918, S. 78, Note 324; ferner R. Stadler, Heidelberger Dissertation 1926.

3) P. Lenard, „Ausl. u. Tilg.“ III. Heidelb. Akad. A 8. S. 8, Note 201. 1918. Der obere Momentanzustand der benutzten Phosphore wurde um ±70° C schwankend gefunden.

4) F. Schmidt, Ann. d. Phys. 64. S. 713ff. 1921.

Vergleichsflüssigkeit wurde durch vorsichtiges Verdampfen aus dem Phosphorpulver entfernt, so daß immer wieder dieselbe Menge benutzt werden konnte. Die Ergebnisse waren gut reproduzierbar.

Für eine ganze Reihe von Phosphoren waren die gefundenen Dielektrizitätskonstanten auffallend klein. Die Annahme, daß dieses Ergebnis eine Folge von Luftgehalt wegen der Feinpulvrigkeit der Phosphore sei, konnte nicht aufrechterhalten werden. Vorsichtiges Erhitzen der Phosphore in Benzol lieferte keine Gasentwicklung. Aus einer ganzen Reihe von Messungen ergab sich vielmehr, daß diejenigen Phosphore kleine Dielektrizitätskonstanten aufwiesen, die bei höchster Temperatur und langer Glühzeit hergestellt waren.[1] Der kleine Wert der Dielektrizitätskonstante steht ferner im Zusammenhang mit der geringen Sinterung und damit kleiner Dichte[2] dieser Phosphore. Antimon als wirksames Metall konnte nicht die Ursache sein, da es gelang, auch Wismutphosphore mit viel kleinerer Dielektrizitätskonstante, als bisher bekannt, herzustellen, sofern nur die stark sinternd wirkenden Fluoride als Zusatz vermieden wurden. Z. B.:

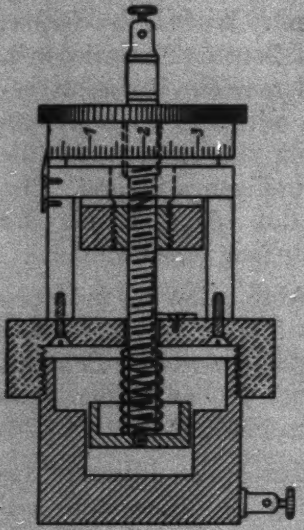


Fig. 1

CaBi normal alle Zusätze, 20 Min., mittl. Rotglut, Diel.-Konst. . .	7,4
CaBi normal ohne CaF_2, 20 Min., hellste Gelbglut, Diel.-Konst. . .	4,1
CaBi normal, nur Li_3PO_4[3]), 20 Min., hellste Gelbglut, Diel.-Konst. .	5,8

---

1) Ähnliche, allen Erwartungen widersprechende Ergebnisse sind inzwischen auch von Hrn. F. Schmidt veröffentlicht worden. Ann. d. Phys. 83. S. 230. 1927.

2) B. Winawer, Diss. Heidelberg 1909.

3) Hier angewendet, da ein großer Teil der Phosphore mit kleiner Dielektr.-Konst. diesen Zusatz enthielt. Dieser CaBi-Phosphor war besser gesintert, als der ohne CaF_2 mit allen anderen „1904", S. 659 angegebenen Zusätzen hergestellte.

Ganz besonders kleine Dielektrizitätskonstanten hatten die ohne Zusatz hergestellten Phosphore. Folgende Tabelle zeigt eine Zusammenstellung einiger Ergebnisse:

Nr.	Glühbedingungen: Min.	Glühbedingungen: Temperatur	Zusätze	Sinterung	Diel.-Konst.
70	15	Gelbglut	ohne	keine	3,94
71	15	helle Rotglut	ohne	keine	4,3
74	7	helle Rotglut	Na_2SO_4, CaF_2	deutliche	6,65
86	15	mittlere Rotglut	$Na_2B_4O_7$	schwache	6,25
87	15	Gelbglut	$Na_2B_4O_7$	starke	7,5
108	20	mittlere Rotglut	Li_3PO_4	schwache	4,1
111	20	schwache Rotglut	Li_3PO_4	deutliche	7,0
114	20	schwache Rotglut	Li_3PO_4	deutliche	7,57
117	20	mittlere Rotglut	Li_3PO_4	schwache	4,3
127	20	750° C	Li_3PO_4	schwache	4,36
131	26	750° C	Li_3PO_4	schwache	4,1

In der Tabelle steigen die Temperaturen von schwacher Rotglut über mittlere und helle Rotglut zu Gelbglut. 750° C entsprechen mittlerer bis heller Rotglut. Schwache Sinterung hat ein kaum zusammenbackendes Pulver, das beim Ausschütten lose zerfällt; deutliche Sinterung zeigt im Phosphor eine merkliche Volumabnahme, starke Sinterung macht kräftiges Zerschlagen der Masse mit dem Pistill nötig. Die Tabelle macht den Gang der Dielektrizitätskonstanten mit Temperatur und Sinterung ersichtlich. Einige Mängel in der Parallelität von Sinterung und Dielektrizitätskonstante (besonders fällt der Wert für Phosphor 86 heraus) erklären sich vielleicht durch Zusatzeinflüsse; die Zusätze waren oft in großen Mengen zugegeben bis zu 30 vom Hundert der Gesamtmenge; Nr. 86 enthielt etwa 0,1 g $Na_2B_4O_7$ auf 1 g Sulfid.

16. *Absolute Dauererregungsverteilungen für* α *(und* δ*).* Die Division der Wellenlängenwerte der gemessenen *d*-Maxima mit der Wurzel aus der Dielektrizitätskonstanten des betreffenden Phosphors ergab für α und δ die folgenden absoluten *d*-Maxima:

Nr.	d_0	d_1	d_2	d_3	d_4	Bande[1]
71	174	—	135	—	—	α
87	—	—	133	—	101	α
111	—	—	134	120	98	δ
114	—	153	132	—	104	δ
127	176	—	137	—	—	δ
131	175	—	141	—	—	α

Die aus dieser Tabelle sich ergebenden Mittelwerte

d_0	d_1	d_2	d_3	d_4
175	153	135	120	101

zeigen gute Übereinstimmung mit den von Hrn. Schmidt[2] für eine Absorptionskantenserie 5. Art angegebenen Werten:

d_0	d_1	d_2	d_3	d_4
—	154	137	118	99

17. Für die *β-Bande* ergaben sich folgende *absolute Dauererregungsstellen*:

Nr.	d_0	d_1	d_2
87	—	154	—
108	226	165	—
111	—	153	114
114	—	156	115
127	223	158	—
131	208	158	—

Die hieraus sich ergebenden Mittelwerte:

d_0	d_1	d_2
219	157	114

stimmen recht gut mit den nach CaBiα für eine Absorptionskantenserie 1. Art angegebenen Werten.[3] Hiernach besteht also Analogie zwischen Biα und Sbβ und für die 1. Art ist ein neuer Vertreter gefunden.

---

1) Hiernach zeigen α und δ also gleiches Verhalten. Messungen der D.K. für Nr. 76, 96, 110, die das nur für δ beobachtete d_3 enthielten, gelangen nicht.

2) F. Schmidt, Ann. d. Phys. 74. S. 377. 1924; 83. S. 241. 1927 trennt die fünfte Bandenart in zwei neue Arten. Nach den bisherigen Messungen ist eine solche Trennung bei CaSSbα nicht möglich, obgleich viele in diese Richtung zielende Versuche unternommen wurden.

3) Die Abweichung in $\beta\, d_1$ erklärt sich leicht aus der Breite des Maximums. Tabelle bei F. Schmidt, Ann. d. Phys. 83. S. 237. 1927.

18. Für die *γ-Bande* ergaben sich die *Dauererregungsstellen:*

Nr.	d_0	d_1	d_2	d_3
70	206	—	133	—
71	—	—	129	—
74	—	159	—	102

Welche Absorptionskantenserie vorliegt, läßt sich hiernach nicht mit Sicherheit sagen. Wahrscheinlich ist zwischen dem beobachteten d_2 und d_3 ein Maximum zu ergänzen.

19. Die verschiedenen *Arten der Absorptionskantenserien* entsprechen verschiedenen *Wertigkeiten des Schwermetalls* im Zentrum. Und zwar ist festgestellt[1]) die Zugehörigkeit einer Serie 1. Art zu einem dreiwertigen Metallatom, die einer Serie 2. Art zu einem zweiwertigen, die einer Serie 4. Art zu einem einwertigen Schwermetallatom.[2]) Hiernach enthält das Sbβ-Zentrum Sb_3S_3 wegen seiner Erregungsverteilung.[3]) Die für die Ausbildung von β-Zentren günstigste Temperatur lag bei 750° C; höhere Temperaturen hatten deutlich ungünstigen Einfluß und bei den höchsten erreichten Temperaturen[4]) bildete sich die α-Bande gut aus, die mittlere Temperaturen in ihrer Form δ erscheinen machten. Das System Sb + S ist bisher nur bis 700° C untersucht[5]), bis zu welcher Temperatur nur Sb_2S_3 nachweisbar war. Über die Gleichgewichte der Sulfide bei höheren Temperaturen können nur Vermutungen geäußert werden; es scheint hohe Temperatur die Bildung eines höheren Sulfids zu fördern, besonders bei S-Überschuß, der als Schutz gegen Oxydation in den Phosphoren vorhanden war. Auch spricht das Verhalten der im Gegensatz zu den Sulfiden besser

---

[1]) Zusammengestellt bei F. Schmidt, Ann. d. Phys. **83**. S. 218. 1927.

[2]) Die bestuntersuchte Bande 4. Art ist Cuβ. Wie von Hrn. Lenard „1904" mitgeteilt, ist langes Glühen zu ihrer Bildung notwendig. Cu^1 bildet sich nicht nur als beständigste Wertigkeitsstufe bei höchsten Temperaturen aus (E. Posnjak, E. T. Allen u. H. E. Merwin, Zeitschr. anorg. Chem. **94**. S. 135. 1916), sondern in gleiche Richtung weist auch die Tatsache, daß Cu in allen seinen primären Erzen einwertig ist, deren Ursprung und Entstehung bei hoher Temperatur zu denken ist.

[3]) Vgl. Abschnitt 17.

[4]) Etwa Eisenschmelztemperatur, nahe 1500° C.

[5]) F. M. Jaeger u. H. S. van Klooster, Zeitschr. anorg. Chem. **78**. S. 246. 1912.

untersuchten Oxyde[1]) für die Möglichkeit höherer Wertigkeitsstufen bei Temperatursteigerung. Man könnte danach die Absorptionskantenserie 5. Art einem 4- (oder allenfalls 5-) wertigen Metallatom zusprechen.

Eine Aussage darüber, in welchem Wertigkeitszustand das Sb im γ-Zentrum vorliegt, ist nach den bisherigen Messungen nicht möglich. Die Seltenheit guter Ausbildung der γ-Zentren scheint anzudeuten, daß hier eine wenig wahrscheinliche Konfiguration besteht. Chemische Verbindungen des ein- und zweiwertigen Sb sind zwar beschrieben, doch wird ihre Existenz bezweifelt.[2])

20. Die *Messung von Ausleuchtung und Tilgung* der Phosphore erfolgte in der von Hrn. **Lenard**[3]) eingeführten Weise; die Beobachtungen wurden nur qualitativ durchgeführt. Zur Wellenlängeneichung wurden benutzt die sichtbaren und ultraroten Linien des Li, Na, Al, Zn, Hg.

Die Beobachtung wurde durch Gelatine- und Flüssigkeitsfilter unterstützt, die nur das Licht einer einzigen Bande zur Beobachtung kommen ließen. So konnte etwa ungleiches Verhalten der 2 Formen der Hauptbande (α und δ) der Beobachtung nicht entgehen; beide Formen verhielten sich jedoch gleich. Sie zeigten eine im langwelligen Ultrarot beginnende Tilgung ab 1700 $\mu\mu$, die ein schwaches Maximum zwischen 1100 und 1200 $\mu\mu$ andeutete. Steigend setzte sich die Tilgung bis gegen 600 $\mu\mu$ fort. Die Beobachtung der Tilgung war erschwert durch Überwiegen der Ausleuchtung in fast allen Phosphoren. Die Ausleuchtung begann bei 1500 $\mu\mu$ und war bis gegen 650 $\mu\mu$ gut zu verfolgen. Diese Grenzwerte lagen von Phosphor zu Phosphor etwas verschieden. Alle Phosphore zeigten ein deutliches, helles Ausleuchtungsmaximum bei 800 $\mu\mu$; die hierfür gemessenen Werte schwankten in den verschiedenen Phosphoren zwischen 750 und 950 $\mu\mu$. Ein zweites Ausleuchtungsmaximum zeigte sich vereinzelt bei 1250 $\mu\mu$. Durch Grüngelatine betrachtet, erschien im ersten Augenblick spektraler Belichtung an dieser Stelle in manchen Phosphoren kurz helles Aufleuchten, das besonders deutlich war, wenn bei gelinder Temperaturerhöhung beobachtet wurde.

---

[1]) Beim Glühen gehen sowohl Sb_2O_3 (**Liebig**, Handwörterbuch der reinen u. angewandten Chemie; **Berzelius**, **Schweigg.** Journ. XXII. 1818; **Carnelley** u. **Walker**, Journ. Chem. Soc. 53. S. 86. 1888) wie Sb_2O_5 (**Baubigny**, Compt. rend. 124. S. 560. 1897) in Sb_2O_4 über, das zwischen 600° und 1000° (**Baubigny** a. a. O.; **Dexter**, Pogg. Ann. 100. 1857; **Brunck**, Zeitschr. anal. Chem. 34. 171. 1895), nach anderen sogar bis 1750° C (**Read**, Journ. chem. Soc. 65. S. 313. 1894) nicht zersetzt wird. Man neigt heute dazu, wegen seiner Ungefärbtheit, Sb_2O_4 als ein Gemisch aus Sb_2O_5 mit Sb_2O_3 anzusehen (**Gmelin-Kraut**, Handbuch d. anorg. Chem., 7. Aufl. 3,$_2$ S. 662), doch spricht wohl die Beständigkeit von Sb_2O_4 innerhalb eines großen Temperaturbereiches dagegen, auf die sich sogar eine quantitative Bestimmung des Sb (als Sb_2O_4) stützt. (**Gmelin-Kraut**, S. 665.) Es könnte wohl die Wasserfreiheit von Sb_2O_4 Ursache des Ungefärbtseins sein.

[2]) **Gmelin-Kraut** a. a. O.

[3]) P. **Lenard**, Heidelb. Akad. A 7. Note 110. 1917; A 8. S. 7. 1918. Ebendort werden auch die ersten Beobachtungen über das Verhalten von CaS Sb-Phosphoren mitgeteilt: S. 65.

Die Ausleuchtungsverteilung der β-Bande zeigte ein schwaches Maximum bei 760 $\mu\mu$, bei einigen Phosphoren mehr nach längeren Wellen verschoben; der Beginn der Ausleuchtung lag bei 1300 $\mu\mu$ und sie war bis ins Sichtbare verfolgbar. Die Tilgung der β-Bande hatte zwei gute Maxima, ganz ähnlich wie bei CaBiα beobachtet. In allen Phosphoren bildete sich sofort bei Einwirkung des Nernstfadenspektrums ein Schwärzungsstreifen bei 980 $\mu\mu$ aus, er sei in Anlehnung an die Bezeichnungsweise Hrn. Lenards x genannt. Phosphore, die sowohl α wie β im Dauerzustand enthielten, zeigten nach schnellem Eintritt der Schwärzung des in der Hauptsache blau leuchtenden Phosphors ebendort Ausleuchtung von α, bzw. δ. In einigen Phosphoren erschien bei langer Einwirkung des Spektrums ein zweites Maximum, y, bei 760 $\mu\mu$. Beide Maxima waren getrennt durch ein schmales Minimum, in dem der Phosphor ungeschwächt β aussandte, bei 800 $\mu\mu$. Eine Zusammenstellung der Beobachtungen zeigt Fig. 2.

Über das Verhalten der γ-Bande sind keine Beobachtungen gemacht worden.

Bemerkenswert ist, daß die gewöhnlich erscheinende, also Hauptbande des Sb (α bzw. δ) sich wie die Hitzebanden anderer Metalle verhält, da sie deutliche Ausleuchtungsmaxima zeigt.[1]) Es ist möglich, daß diese Eigenschaft mit der Tatsache in Verbindung zu bringen ist, daß das Sbα-Zentrum das Metall nicht in dem Zustand enthält, der chemisch als der seiner

---

[1]) P. Lenard, Heidelb. Akad. A. 8. S. 54. 1918.

Hauptwertigkeit gilt, während bei den bisher bestuntersuchten Phosphoren dieser Zustand der Hauptbande gehört.[1])

21. Die *Herstellung einiger SrSSb-Phosphore*, zum Vergleich mit CaSSb, wurde in Anlehnung an die von Hrn. Lenard mitgeteilten Beobachtungen[2]) unternommen. Die Herstellung des Grundmaterials erfolgte nach den Angaben von „1904“; durch mehrmalige Elektrolyse wurde Cu-Freiheit erreicht.

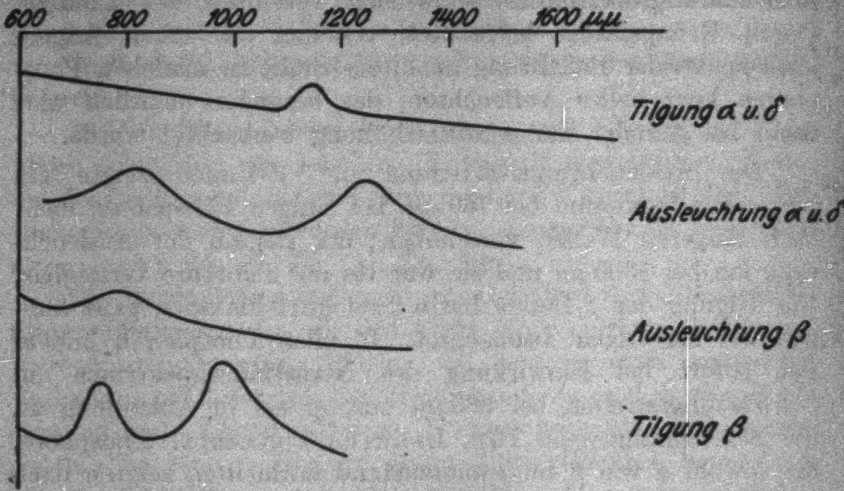


Fig. 2. CaSSb

Es wurden die von Hrn. Lenard versuchten Zusätze angewandt, deren Menge zwischen 0,1 und 0,01 g auf 1 g Grundmaterial variiert wurde. Die Metallmenge schwankte zwischen 0,01 g und 0,0001 g Sb/1 g SrS. Die Zugabe erfolgte als festes Sb_2O_3. Einige Phosphore wurden ohne Zusatz hergestellt. Ein Phosphor wurde durch Schichtung von Sulfid über Sb_2O_3 erhalten.[3]) Die besten Phosphore lieferte mittlere Rotglut des Hempelofens, zu hohe Temperatur war durchaus ungünstig. Im Nachleuchten konnte die Intensität 6 fast durchweg erreicht werden, bisweilen wurde sie überschritten. Über die Leuchtfarben gibt die folgende Tabelle einen Überblick.

---

1) Z. B. $Bi\alpha^{III}$, $Cu\alpha^{II}$, $Zn\alpha^{II}$, $Mn\alpha^{II}$, ($Ni\alpha^{II}$).

2) „1904“, S. 663.

3) Vgl. auch Absch. 4.

Nr.	Zusatz	g Sb/1 g SrS	„1904“	Momentanleuchten	Dauerleuchten bei	
					Zimmertemp.	Erwärmen
156	Na_2SO_4	0,01	goldgelb	rotgelb	hellgelb	hellgrün
157/159	„	0,001/0,0001				hellgelb
160/162	Li_2SO_4	0,01/0,0001	rotgelb		rotgelb	von Gelb nach Mattblau
152/155	K_2SO_4	0,01/0,0001	gelblich lachsrot			hellgelb
163/165 und 167	NaCl	0,001/0,0001	rotgelb und grün gemischt	gelb	goldgelb	bei Rotglut matt (blau? wie bei Zimmertemp.
166	„	0,01			oben blau, unten gelb	
168 u. 171	KCl	0,01	rotgelb und bläulich gemischt	—	hellblau	blau
169	„	0,001		blau und gelb	wie Momentanleuchten	hellgelb
170	„	0,0001		hellgrün	hellgrün	dunkelgelb[1])
172/174	ohne	0,01/0,0001	—		gelb und grün	grün
175	„	Sb von unten durch eigne Flüchtigkeit eingedrungen	—	unten hellgrün, oben blau dabei	gelb, oben mehr blau	—

22. *Spektrale Messungen der Emission* ergaben das Folgende: Die Hauptbande α von 515 bis 590 *μμ* bewirkt das helle, gelbe Nachleuchten der meisten SrSSb-Phosphore; ihr Maximum lag bei 545 *μμ*. Mit steigender Temperatur trat eine geringe Verschiebung nach längeren Wellen ein. Die Bande war in allen Phosphoren gut ausgebildet. Die benutzten Kaliumzusätze bevorzugten sie deutlich, ebenso waren mittlere bis große Metallkonzentrationen günstig. In diesem Zusammenhang zeigt die Bande eine gewisse Ähnlichkeit mit CaSbα, für deren Erscheinen auch große Konzentrationen günstig waren.

Die Hitzebande *β* war blau; sie war nur in einigen Phosphoren deutlich, meist nur als eine Verwaschung der Grenze der α-Bande nach kurzen Wellen kenntlich, die bis nahe 460 *μμ* reichte. Ihr Maximum kann auf 480 *μμ* geschätzt werden. Mit der *β*-Bande des CaSSb hat sie gemeinsam, daß mittlere Kon-

---

1) Infolge Oxydgehalts.

zentrationen für ihr Erscheinen günstig sind (0,001 g Sb/1 g SrS), daß aber ein eindeutiger Zusammenhang mit der Metallmenge nicht besteht.

Die Kältebande γ zeigte sich in flüssiger Luft als tief gelbrotes Momentan- und Dauerleuchten, ähnlich CaSSbγ. Bei Zimmertemperatur erschien sie im Momentanleuchten als Verbreiterung der α-Bande nach langen Wellenlängen; einige Phosphore zeigten sie auch im Dauerleuchten als Anhang von α bis 660 $\mu\mu$. Ihr Beginn liegt bei 580 $\mu\mu$ und ihr Maximum zwischen 610 und 620 $\mu\mu$.

Auf eine zweite Form von α hinweisende Andeutungen sind insofern vorhanden, als das Maximum zwischen 535 und 555 $\mu\mu$ schwankend gefunden wurde.[1] Rein hellgrün (im Gegensatz zu den anderen hellgelb leuchtenden Phosphoren) leuchtende Phosphore, wie sie vereinzelt mit KCl und ohne Zusatz erhalten wurden, zeigten ein Maximum bei 535 $\mu\mu$. Ähnlichkeit mit der δ-Form des CaSSb besteht insofern, als geringe Konzentrationen (0,0001 g Sb/1 g SrS) auch hier günstig sind. Ihr Erscheinen in den ohne Zusatz hergestellten Phosphoren beweist, daß die Bande tatsächlich dem Sb zugehört und sie nicht etwa auf Kupferverunreinigungen zurückzuführen ist.

Die Temperaturlagen der SrSSb-Phosphore scheinen tiefer zu sein als für CaSSb; insbesondere fehlte den SrSSb-Phosphoren das langdauernde Nachleuchten in der Hitze, das CaSSb auszeichnet.

28. *Messungen der Erregungsverteilung* wurden mit derselben Anordnung wie bei den CaSSb-Phosphoren durchgeführt. Sie ergaben keine so starke Abweichung der Werte der einzelnen *d*-Maxima untereinander, entsprechend der Tatsache, daß die Herstellungsbedingungen (Temperatur und Glühdauer) für alle Phosphore ziemlich die gleichen waren und auch die Zusatzmengen nur in engen Grenzen variierten. Die *Banden α und δ* zeigten keinen Unterschied in der Erregungsverteilung[2] und ergaben folgenden Aufbau ihrer Absorptionskantenserien:

---

[1] Schwankung, nicht Erscheinen des einen oder anderen (das Maximum von α oder δ bedeutenden) Grenzwertes wird wegen des Überwiegens der einen oder anderen Ausbildung der Bande beobachtet.

[2] Nach bisherigen Messungen, δ-Maxima waren selten.

Nr.	d_0	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5 $\mu\mu$	Bande	
153	—	443	—	345	282	—	α	
155	—	—	—	332	285	—	α	
156	—	439	—	332	—	246	α	[1]
157	—	—	—	335	—	—	α	etwas δ dabei
158	510	429	—	335	—	—	α	
159	—	439	—	330	286	—	α	etwas δ dabei
160	—	—	373	335	290	—	α	
161	—	426	—	335	—	—	α	
162	—	—	—	343	—	—	α	
163	—	—	—	330	283	—	α	
164	—	—	373	—	286	—	α	
170	—	—	384	331	287	—	δ	
171	—	—	—	338	287	—	δ	sehr matt
172	—	—	—	338	291	—	δ	etwas α dabei
173	—	—	—	345	287	242	α	
174	—	—	375	—	285	—	α	etwas δ dabei
	510	435	377	336	286	244 $\mu\mu$	Mittelwerte	

α und δ verteilten sich auf die Maxima gleichmäßig, scheinbare Emissionsunterschiede der einzelnen d-Maxima waren durch Intensitätsverschiedenheiten erklärlich. Gegenüber CaSSb zeigten sämtliche Glieder, mit Ausnahme von d_5, eine Verschiebung nach längeren Wellen; eine solche ist aber wegen Vergrößerung der Dielektrizitätskonstanten beim Übergang von CaS zu SrS durchaus zu erwarten.[2] Die Tabelle gibt außerdem sofort einen Überblick über die Häufigkeit des Auftretens der einzelnen d-Stellen.

Für die *Hitzebande* β ergab sich das Folgende:

Nr.	d_0	d_1	d_2 $\mu\mu$
156	437	320	—
157	435	—	—
160	—	—	225
169	—	335	—
172	443	335	—
173	430	—	221
Mittelwerte	436	330	223 $\mu\mu$

---

[1] Der in der Tabelle des Abschnitts 21 bemerkte Farbenumschlag beim Erwärmen (nach Grün) erklärt sich aus dem Auftreten der β-Bande.

[2] Und zwar ist der Einfluß in diesem Fall besonders merklich, da die SrSSb-Phosphore bei tieferen Temperaturen hergestellt wurden als die CaSSb, und also ausnahmsweise kleine Dielektrizitätskonstanten wohl nicht entstanden.

Die Anordnung entspricht vollkommen der für CaSbβ gefundenen; der Einfluß der Dielektrizitätskonstante auf die Lage von d_0 und d_1 ist wiederum merklich.

Erregungsverteilungsmessungen bei tiefen Temperaturen sind nicht durchgeführt worden, so daß über γ keine Aussagen gemacht werden können. Bei Zimmertemperatur zeigte ein einzelner Phosphor ein γ-Maximum bei 327 $\mu\mu$.

24. Die *Momentanerregungsverteilung* zeigte für α (und δ) gleichmäßige Helligkeit von 520 bis 220 $\mu\mu$; die Momentanverteilung der γ-Bande ging von kürzesten Wellenlängen bis zu 380 $\mu\mu$. Für β konnte eine solche nicht festgestellt werden.

25. Die bei den CaSSb-Phosphoren gemachten Bemerkungen über das *Auftreten der d-Maxima bei Temperaturänderung* ließen sich bei den SrSSb-Phosphoren wiederholen. Z. B. war von der β-Bande das d_0-Maximum bei einigen Phosphoren bei Zimmertemperatur bereits angedeutet und bei Erwärmen trat das kürzerwellige Glied hinzu.

Ferner war eine Verschiebung der Maxima nach längeren Wellenlängen bei Temperatursteigerung deutlich.

Einige der SrSSb-Phosphore waren durch besonders guten *Ultraviolettprozeß* ausgezeichnet.

26. Dielektrizitätskonstantenmessung der SrSSb-Phosphore wurde in größerem Umfang nicht vorgenommen. Bei den Versuchen machte sich das Auftreten von Leitfähigkeit störend bemerkbar. Dieses ist wohl auf die leichte Verderblichkeit der SrSSb-Phosphore zurückzuführen, die bereits beim Liegen an der Luft gelbliche bis bräunliche Verfärbungen annahmen, deren Wesen nicht näher untersucht wurde. Zur *Berechnung der absoluten Wellenlängen* der Dauererregungsstellen wird hier die von Hrn. Schmidt an Phosphoren der Herren Lenard und Klatt für SrSBi gefundene Dielektrizitätskonstante[1]) Verwendung finden. Es ergaben sich damit die folgenden Werte *für* α (*und* δ):

d_0	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5
176	150	130	116	99	84

Diese Werte zeigen (wie bei CaSbα und δ) gute Übereinstimmung mit der Schmidtschen Serie 5. Art:

—	154	137	118	99	86

---

[1]) Ann. d. Phys. 64. S. 722. 1921 ist 8,38 als Mittelwert angegeben; die Berechnung ist hier mit 8,4 ausgeführt.

Demnach ist wohl gleiche Einlagerung der Sb-Verbindung im Zentrum CaSbα (δ) und SrSbα (δ) anzunehmen.

Für β ergibt sich:

d_0	d_1	d_2
150	114	77

Die Übereinstimmung dieser Werte mit der Schmidtschen Serie 1. Art ist sehr gut:

147	113	77

Die Banden SrSbβ und CaSbβ werden also beide von gleichartigen Zentren emittiert, d. h. auch SrSbβ kommt aus einem Zentrum, das dreiwertiges Sb-Sulfid enthält.

Das *für* γ gefundene Maximum hat den absoluten Wert 113; ein Vergleich mit CaSbγ kann danach nicht durchgeführt werden.

27. Wegen des Auftretens mancher nicht ohne weiteres erklärlicher Emissionen in den bisher untersuchten Phosphoren, die vermuten ließen, daß sie durch Oxydation des Sulfids entstanden seien, wurden *einige CaOSb und SrOSb-Phosphore* hergestellt und untersucht. Am günstigsten erwiesen sich zur Bereitung 30 Minuten helle Rotglut. Als Zusätze wurden verwendet: NaCl, $Na_2B_4O_7$; KCl, $K_2B_4O_7$, KNO_3, KH_2PO_4; NH_4Cl; CaF_2. Auch die Herstellung von Phosphoren ohne Zusatz wurde versucht. Am besten leuchteten Phosphore von 0,0001 g Sb auf 1 g Grundmaterial; 0,1 g gab verfärbte, nichtleuchtende Massen. Bei Zimmertemperatur war die Intensität bei SrOSb 2 bis 3, bei CaOSb 1 bis 2. Doch beim Erwärmen stieg bereits zwischen 50 bis 100° C die Intensität auf 3 bis 5. Der Farbenumschlag ging bei Temperatursteigerung von Grün nach Goldgelb bis Gelbrot. Einige Phosphore zeigten nach dem Aufhören aller anderen Emission bei Rotglut helles, blaues Leuchten; bisweilen war das Blau schon bei Zimmertemperatur im Gemisch mit Grün vorhanden. In flüssiger Luft war kein Nachleuchten, nur schwache Momentanerregung beobachtbar. Die Phosphore ohne Zusatz zeigten gutes Leuchten, besonders der blauen Hitzebande.

Emissionsmessungen wurden bei CaOSb vorgenommen. Die bei Zimmertemperatur sichtbare grüne Bande γ reichte von 460 bis 560 $\mu\mu$, mit einem Maximum bei 510 $\mu\mu$. Beim Erhitzen trat Verschiebung nach 520 $\mu\mu$ ein. Bei 100° C war die

γ-Bande vollkommen verschwunden und abgelöst durch α von 520 bis 620 $\mu\mu$, Maximum 570 $\mu\mu$. Bei dieser Temperatur und darüber zeigten die Phosphore Intensitäten von 6 und mehr. Die α-Bande scheint die Hauptbande zu sein und war immer gut ausgebildet. Die β-Bande konnte im Momentanleuchten bestimmt werden zu 430 bis 490 $\mu\mu$, Maximum 460 $\mu\mu$.

Wegen der großen *Verderblichkeit* dieser Phosphore gelangen keine brauchbaren Erregungsverteilungsmessungen. Die beobachteten *d*-Stellen lagen zwischen 200 und 300 $\mu\mu$[1]), nur ein deutliches α-Maximum bei 354 $\mu\mu$.

28. Gemeinsam ist allen Sb-Phosphoren die *Flammenerregbarkeit*[2]) ihrer β-Banden. Von CaSSb zeigten alle Phosphore, die β enthielten, sofort bei Anlegen an den Flammenrand blaue Emission. SrSSb mußte erst längere Zeit in die Flamme gehalten werden, bis Emission eintrat. Möglicherweise ist nicht SrSSb flammenerregbar, sondern erst der in der Flamme durch Verflüchtigung des Schwefels sich bildende Oxydphosphor. CaOSb und SrOSb gaben die blaue Flammenerregung sofort, auch dann, wenn die β-Bande bei Erregung mit Licht nur im Momentanleuchten erschien.[3])

Eine *Besonderheit* zeigte ein SrSSb-Phosphor, der durch Hineinhalten in die Flamme zwar nicht zu blauer Emission angeregt werden konnte, aber kurz nach dem Herausnehmen aus der Flamme bei beginnendem Erkalten hellgrüne Emission gab.[4]) Der Versuch ließ sich beliebig oft wiederholen. Die Beobachtung scheint dafür zu sprechen, daß nicht allein Hitzebanden, sondern auch unter Umständen die Hauptbanden durch die Flamme erregt werden können. Es scheinen also auch die Zentren der Hauptbanden im oberen Momentanzustand nicht zu zerfallen[5]), sondern noch erregbar zu sein.

---

[1]) So kurzwellige Lage ist schon bei früheren Messungen von Oxydphosphoren aufgefallen. Vgl. F. Schmidt, Ann. d. Phys. 63. S. 264. 1920.

[2]) P. Lenard, H. Kamerlingh-Onnes u. W. E. Pauli, Comm. from the physic. labor. of Univ. of Leiden 1909, Nr. III.

[3]) Vgl. den Nachweis von Spuren Mn, Sb, Bi nach Paneth, Ber. d. Dtsch. Chem. Ges. 51. S. 1739. 1918 und Donau, Monatshefte f. Chem. 34. S. 952. 1913.

[4]) Na_2SO_4 war Zusatz, β nicht ausgebildet.

[5]) R. Stadler, Diss. Heidelberg 1926, beobachtet Ähnliches für Kältebanden.

29. Verwandt ist der Flammenerregbarkeit nach Ansicht Hrn. **Lenards** das *Aufleuchten heißer Phosphore beim Zerdrücken* nach ihrer Präparation, wobei die Schwefelflamme an Stelle der Bunsenflamme tritt. Hierbei zeigten die CaSSb-Phosphore helles, rein weißes Aufleuchten; sie scheinen also alle ihre Banden zu emittieren, deren Gesamtheit das ganze sichtbare Spektrum von Blau bis Rot füllt. Bei den SrSSb-Phosphoren konnte Emission beim Zerdrücken seltener beobachtet werden; sie war ein gelbliches Hellgrün.

30. Einen *Vergleich der Sb-Phosphore mit den bekannten Bi-Phosphoren* zeigen die folgenden Tabellen:

CaBi-Phosphore			Bande		CaSb-Phosphore		
Farbe	$\lambda^{\mu\mu}_{\text{Max.}}$	Temp.-Bereich			Farbe	$\lambda^{\mu\mu}_{\text{Max.}}$	Temp.-Bereich
rot	595	gut bei − 45° und − 180° C	γ		rot	600	gut bei − 180° C
grün	522	zwischen + 200 und + 400° C	β		blau	465	zwischen + 200 und + 400° C
blau	470 450	größte Dauer + 20° C, noch bei − 180° merklich α_2	α_1 α_2	α	gelbgrün	530	Größte Dauer + 20° C, noch bei − 180° merklich α
blauviolett	443		α_3	δ	blaugrün	510	

Daß die Ausbildung von Sbα auch in der Form δ möglich ist, findet vielleicht seine Erklärung in einer Auflösung der Hauptbande in Teilbanden, wie bei Biα; insbesondere erlauben Biα_2 und Sbδ einen Vergleich wegen ihres Zurücktretens in der Kälte. Andererseits ist es nicht möglich, bei den Bi-Phosphoren durch geeignete Präparation eine der Teilbanden überwiegend zu erhalten, was bei den Sb-Phosphoren vorzüglich gelang. Entsprechendes gilt für die Strontiumphosphore:

SrBi-Phosphore			Bande		SrSb-Phosphore		
Farbe	$\lambda^{\mu\mu}_{\text{Max}}$	Temp.-Bereich			Farbe	$\lambda^{\mu\mu}_{\text{Max.}}$	Temp.-Bereich
tiefrot	630	bei − 180° C größte Dauer	γ		tiefrot	620	bei − 180° C größte Dauer
grün	535	zwischen + 200 und + 400° C	β		blau	480	größte Dauer etwa bei + 200° C
blaugrün	520	Größte Dauer bei + 20° C	α_2	α	goldgelb	555	größte Dauer bei + 20° C
	470		α_3	δ	hellgrün	535	

Gemeinsam ist den α-Gruppen beider Schwermetalle in CaS und SrS ihre gute Erregbarkeit auch durch Glas. Beim Übergang von CaS zu SrS verschieben sich für Sb wie für Bi die Maxima aller Banden nach längeren Wellen; bei Bi geht die Emissionsfarbe der Hauptbanden von Blau nach Grün, bei Sb von Grün nach Gelb. Ein deutlicher Einfluß der Zusätze auf das Nachleuchten bei Zimmertemperatur fehlt bei allen diesen Phosphoren.1)

Die α-Gruppen genannten Hauptbanden entsprechen einander nach den Erregungsverteilungen nicht.2) Bei den Bi-Phosphoren deutet die Bandenart 1 der α-Gruppe auf Bi_2S_3 im Zentrum, bei Sb gehören die α-Banden in die fünfte Bandenart, für die aus chemischen Beobachtungen 4- oder 5-Wertigkeit anzunehmen erlaubt schien.3)

Ebensowenig wie die α-Banden, entsprechen die β-Banden einander. Bi β gehört dem 2-wertigen Bi_2S_2 zu (bzw. BiS).4) Sbβ enthält unzweifelhaft Sb_2S_3, da seine Erregungsverteilung der ersten Art entspricht.

Es entsprechen sich also Biα und Sbβ nach der Erregungsverteilung. Außerdem ist die Emissionsfarbe beider sehr ähnlich. Abweichend dagegen ist das Temperaturverhalten Biα ist bei Zimmertemperatur von größter Dauer, Sbβ erst zwischen +200 und +300° C überwiegend.

---

1) Das auffallende, überwiegende Erscheinen von β auch bei Zimmertemperatur in einigen Phosphoren war selbst mit Li_3PO_4 nicht unbedingt zuverlässig reproduzierbar.

2) Daß die natürlich vorkommenden Sulfide beider Schwermetalle stöchiometrisch gleich sind, scheint kein Widerspruch hierzu, da insbesondere ihre Bildungstemperaturen verschieden sind. Es gehört Bi_2S_3 der pneumatolytisch-perimagnetischen Phase an, Sb_2S_3 dagegen der hydrothermalen-apomagnetischen Phase, also tieferer Temperatur an. (P. Niggli, Lehrbuch d. Mineralogie 1920. S. 533. 542; C. Doelter, Handbuch d. Mineralchemie IV. 1. S. 61. 66. 1926.) Auffällig ist, daß in den zahlreichen Grauspießglanzanalysen Bi_2S_3 ganz selten und dann nur spurenweise vorhanden ist, im Gegensatz zu As_2S_3 (vgl. bei C. Doelter, a. a. O.).

3) Vgl. Abschnitt 19. Auf Neigung zu höherer Valenzbetätigung des Sb, im Gegensatz zum Bi, deutet auch die bei Sb_2S_3 mögliche Verbindung mit H_2S, die bei Bi_2S_3 nicht beobachtet ist. Fünfwertiges Bi ist aus anorganischen Verbindungen nicht mit Sicherheit bekannt. (Gmelins Handb. d. anorg. Chem. 1927, System Nr. 19.)

4) Chemisch ist $Bi^{\cdot\cdot}$ wohlbekannt; BiO ist nach Bi_2O_3 das beständigste Oxyd des Bi.

Die γ-Banden lassen nach den bisherigen Messungen keinen Vergleich zu. Die Emissionsfarbe ist für Sb und Bi sehr ähnlich; für beide Schwermetalle ist die langwelligste Emission im sichtbaren Spektralbereich.

Mit Bezug auf *Ausleuchtung und Tilgung* verhalten sich ähnlich Sbα und Biβ einerseits, Sbβ und Bi α andererseits. Die zwei ersteren haben deutliche Maxima ihrer Ausleuchtungsverteilung, die zwei letzteren einander weitgehend ähnliche Tilgungsverteilungen. Möglicherweise fallen bei Messung mit der lichtelektrischen Zelle die Tilgungsverteilungen beider Banden vollkommen zusammen, da sich die Abweichungen aus Beobachtungsfehlern erklären lassen. Jedenfalls würde Zusammenfallen der Tilgungsverteilungen der Vorstellung Hrn. Lenards nicht widersprechen, daß die Tilgung im Innern des Zentrums selbst angreift[1]); aus der Beobachtung der Erregungsverteilung hatte sich gleicher Aufbau beider Zentren ergeben.

Eigentümlich ist sowohl den CaSBi-, wie den SrSSb-Phosphoren gelbliche Eigenfärbung, die sich bei CaBi aus dem Hineinreichen der Dauererregungsverteilung der α-Bande ins Blau erklärt, bei CaSb nicht so verstanden werden kann, da sie auch bei Phosphoren auftrat, die das im Blau gelegene Sbβ-d-Maximum nicht enthielten.

II. Magnesiumsulfidphosphore

31. Die Reihe der seit den Untersuchungen der Herren Tiede und Richter[2]) bekannten MgS-Phosphore wurde durch Herstellung neuer Phosphore nach dem bewährten, von Hrn. Tiede ausgearbeiteten CS_2-Verfahren erweitert. Ferner wurde die *Herstellung* der bereits bekannten Phosphore näher untersucht und ihr physikalisches Verhalten eingehender erforscht. Die Präparationszeit wurde zwischen 7 und 30 Minuten variiert, die Temperatur zwischen 700 bis 1100° C, von Hrn. Tiede waren durchweg Zeiten von 15 Minuten und 700 bis 900° C angewendet worden.

---

[1]) Es scheint hiernach die Untersuchung der Tilgungsverteilungen zu ähnlichem Einblick in den Aufbau des Zentrums geeignet zu sein wie die der Erregungsverteilung.

[2]) **E. Tiede** u. **F. Richter** a. a. O. Es standen mir zu Beginn dieser Untersuchung einige von Hrn. **Tiede** hergestellte Phosphore zur Verfügung, wofür auch an dieser Stelle gedankt sei.

Versuche, statt des N_2 einen *Leuchtgasstrom* mit CS_2 zu verwenden, hatten keinen Erfolg. Durch Vorerwärmen des Gases, in einem mit Gebläseheizung auf Rotglut erhitzten Eisenrohr, ließ sich graue bis schwarze Färbung der Phosphore nicht ganz vermeiden, so daß ihr Leuchten sehr matt war.

32. Es wurde die *Phosphoreszenz folgender Metalle* im MgS untersucht: Mn; Sb, Bi; Cu, Ag; Pb; Sm, Pr, Nd. Hellste Phosphore ergaben die drei erstgenannten Metalle[1]); die von den anderen erreichten Phosphoreszenzen blieben auch bei weitgehender Variation der Herstellungsbedingungen stark zurück. Am günstigsten waren die Konzentrationen: für Sb 0,0001 g bis 0,0003 g[2]), für Bi ganz ähnlich, für Mn 0,00001g. Geeignet war für diese drei Metalle eine Glühzeit von 15 bis 20 Minuten bei 1000 bis 1100° C. — Der am besten leuchtende Cu-Phosphor hatte eine Konzentration von 0,000008 g Cu, Glühzeit 10 Minuten bei 1000° C; größere Konzentrationen sowie tiefere Temperaturen wirkten weniger gut. Auffallend war die geringe Sinterung der MgSCu-Phosphore. Bemerkenswert ist, daß Cu in allen bisher untersuchten Sulfiden der zweiten Gruppe des periodischen Systems im Gegensatz zum MgS beste Wirkung hatte. — MgSAg zeigte gutes Leuchten bei einer Konzentration von 0,0003 g Ag und 20 Minuten Glühzeit bei 1100° C. — MgSPb hatte bei Konzentrationen um 0,001 g herum deutliche, doch schwache Phosphoreszenz. — MgSSm geriet besonders gut bei 0,0005 g Sm, 30 Minuten, 1000° C, — MgSPr und Nd bei 0,00005 g, 10 Minuten, 1000° C.

MgSAg wurde auch mit einem *Zusatz* von CaF_2 hergestellt[3]), wobei nicht die von den Herren Tiede und Richter angegebene Phosphoreszenz-zerstörende Wirkung eintrat[4]), sondern vielmehr Besserung der Phosphoreszenz; es scheint demnach die Einführung geeigneter Zusätze zu weiteren Aufschlüssen auch im MgS nicht aussichtslos. Alle in folgendem beschriebenen Phosphore sind jedoch ohne Zusätze hergestellt.

---

1) Über diese ist bereits von Hrn. Tiede veröffentlicht, a. a. O.

2) Die Konzentrationsangaben beziehen sich hier stets auf 1 g $MgSO_4$. Im Gegensatz zu den Phosphoren Hrn. Tiedes (z. B. für Mn, Sb, Bi etwa 0,001 g) bleiben hier alle Konzentrationen hinter jenen zurück.

3) Beabsichtigt war, ein für Untersuchung der Druckzerstörung geeignetes Präparat zu erhalten, doch reichte hierfür die Sinterung nicht.

4) Es waren dort Alkalisalze als Zusätze verwendet worden.

33. Am hellsten ist die Emission von *MgSSb*, die Intensität aller hergestellten Phosphore war 6 bis 8 und das Leuchten von großer Dauer. Es kam nur eine Bande zur Ausbildung, wie auch in allen anderen MgS-Phosphoren die Emission nur einer einzigen Bande beobachtet werden konnte.1) MgSSbα ist hellgrün, 470 bis 630 μμ, Maximum 531 μμ.2) In flüssiger Luft ist gute Momentanerregung der Bande, ihre größte Dauer liegt zwischen —100° und +220° C. Noch bei beginnender Rotglut ist mattes Leuchten, Intensität = 1, also die Farbe nicht mehr kenntlich.

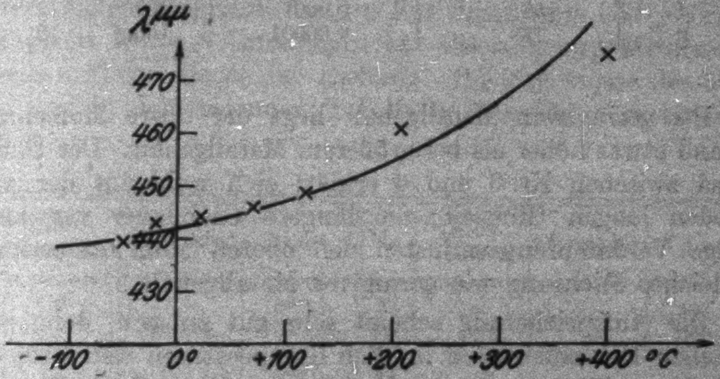


Fig. 3

MgSBi hat zunächst MgSSb hellste Emission, doch bleibt die Dauer hinter CaSBiNa zurück. Die Bande 415 bis 485 μμ hat ihr Maximum bei 443 μμ.2) Bei Temperaturerhöhung bewegt sich das Maximum nach längeren Wellen, die okularen Beobachtungen zeigt Fig. 3. Die Bande war zwischen der Temperatur der flüssigen Luft und +500° C gut beobachtbar, in einigen Phosphoren nur bis +400° C, in flüssiger Luft erschien sie violetter als bei Zimmertemperatur. Ihre Intensität war am größten bei +20° C und nahm dann stark ab; ihre Dauer blieb ziemlich lange erhalten.

---

1) Auch ultraviolette Banden fehlen nach bisherigen photographischen Aufnahmen, die mir Hr. Schellenberg im hiesigen Institut ausführte, wofür ich ihm hier danken möchte.

2) Die hier gefundenen Werte für die Banden von MgSMn, Sb, Bi liegen im Vergleich mit den von Hrn. Tiede angegebenen sämtlich nach kürzeren Wellen.

MgSMn zeigte tiefrote Emission von 600—700 $\mu\mu$, mit einem Maximum bei 665 $\mu\mu$. Der untere Momentanzustand dieser Bande lag bei —50° C, in flüssiger Luft war kein Momentanleuchten mehr beobachtbar; die Festlegung des oberen Momentanzustandes zeigte einen Zusammenhang mit der Metallkonzentration, der in folgender Tabelle zusammengestellt ist.

Nr.	Oberer Momentanzustand	Konzentration g Mn	Herstellung	
			Temp.	Zeit
3	62° C	0,0001	1000°	20′
4	58	0,0001	1000°	12′
6	78°	0,00001	1000°	12′

Bei geringerem Metallgehalt liegt der obere Momentanzustand etwas höher als bei größerem Metallgehalt. Der Unterschied zwischen Nr. 3 und 4 erklärt sich wohl aus der verschieden langen Glühzeit; die längere Glühdauer verschiebt infolge Verdampfungsverlusten den oberen Momentanzustand in gleicher Richtung wie geringerer Metallgehalt.

Die Aufspeicherung scheint sehr gut zu sein, denn zum schnellen Hitzeaustreiben mußten Temperaturen weit über der des oberen Momentanzustandes angewandt werden. Einzelne Phosphore zeigten nach dem Aufhören der roten Emission, bei +100° C etwa beginnend, ein weißes Leuchten.¹) Dieses blieb auch erhalten, wenn durch Verderben an der Luft die Emission im Rot merklich nachließ, und war im Gegensatz zum Rot durch Glas erregbar.

Die *MgSCu*-Phosphore hatten schwache grünliche oder rötliche Eigenfarben. Sie zeigten sehr matte Emission zwischen 470 und 560 $\mu\mu$, mit einem Maximum bei 535 $\mu\mu$. Beobachtungen über ihr Temperaturverhalten konnten wegen der geringen Intensität nicht durchgeführt werden. *MgSAg* zeigte hellblaue Emission, Maximum bei 460 $\mu\mu$.

Zusammenfassend zeigten alle MgS Phosphore nur je eine Bande bis auf das bei MgSMn Bemerkte. Inwieweit diese Merkwürdigkeit durch den Fortfall der Zusätze bedingt ist, bleibt weiteren Untersuchungen vorbehalten.

---

1) Bereits von Hrn. Tiede beobachtet.

Erregung mit mittelschnellen *Kathodenstrahlen* brachte keine neuen Erkenntnisse. Die Banden erschienen verbreitert, das Maximum änderte seine Lage nicht.

34. Die *MgSNd*-Phosphore hatten schwache Emission von violett bis grünblau, die aus breiten, gegeneinander verwaschenen Banden zusammengesetzt war und nur wenig Struktur zeigte. Das Leuchten der *MgSPr*-Phosphore wurde photographiert.[1]) Sie erschienen ohne spektrale Zerlegung grün. Zur Aufnahme wurde ein Spektralapparat großer Dispersion verwendet; erregt wurde der Phosphor mit kondensiertem Kohlebogenlicht, das im Rot durch eine CSO_4-Lösung geschwächt wurde. Aufnahme eines Eisenbogenspektrums auf derselben Platte diente zur Eichung. Die Ergebnisse der Messung sind in der folgenden Tabelle und in Fig. 4 zusammengestellt.

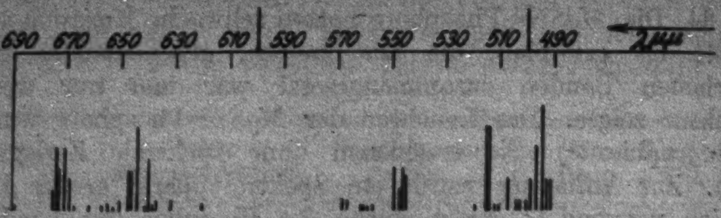
Nr.	Intensitäten	Charakter	λ $\mu\mu$	Nr.	Intensitäten	Charakter	λ $\mu\mu$
1	0	—	689,7	24	0	—	561,4
2	2	scharf	675,5	25	0	—	560,2
3	6	„	674,4	26	0	—	558,2
4	4	„	673,1	27	0	—	556,8
5	6	„	671,0	28	4	scharf	549,2
6	3	„	669,3	29	2	„	547,3
7	0	—	667,4	30	4	„	546,4
8	0	—	661,8	31	3	„	545,2
9	0	—	657,2	32	0	—	518,9
10	0	—	655,3	33	8	scharf	515,4
11	0	—	653,2	34	8	„	514,7
12	1	scharf	650,4	35	0	—	512,0
13	4	„	647,9	36	0	—	510,3
14	4	„	646,4	37	3	scharf	507,2
15	8	„	644,0	38	1	„	504,1
16	0	—	641,2	39	1	„	503,3
17	5	scharf	640,2	40	1	diffus	500,4
18	0	—	638,5	41	3	„	499,2
19	1	scharf	637,1	42	6	„	497,2
20	1	„	631,8	43	10	„	494,4
21	0	—	615,1	44	3	scharf	493,6
22	1	„	568,4	45	3	diffus	491,6
23	1	„	566,4				

---

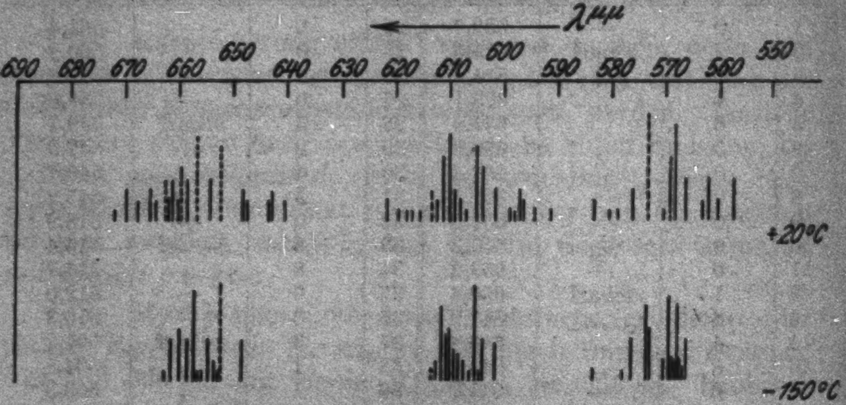
[1]) Hr. Dr. **Tomaschek** führte in dankenswerter Weise die Aufnahmen von MgSPr und MgSSm mit ihm zur Verfügung gestellten Phosphoren aus. Über die Ergebnisse der Messungen an MgSSm vgl. Ann. d. Phys. 84. S. 329. 1927.

62*

Die Intensitäten sind relativ, ausgehend von 0, die gerade als Trübung auf der Platte sichtbar, Intensität 1 braucht wie 2 noch Vergrößerung, ab 3 und 4 sind die Linien bereits mit bloßem Auge auf der Platte sichtbar, ohne Zuhilfenahme einer Lupe. Fig. 4 veranschaulicht den Inhalt der Tabelle. Die Aufnahme wurde im Momentanleuchten ausgeführt; über das Abklingen der MgSPr-Phosphore liegen keine Beobachtungen vor. Ebenso ist das Temperaturverhalten nicht untersucht.



MgSPr, als Ordinate relative Intensitäten
Fig. 4



MgSSm, als Ordinate relative Intensitäten.
Fig. 5

Die Emission der *MgSSm*-Phosphore beschränkte sich auf den langwelligsten Teil des sichtbaren Spektrums. Das Nachleuchten war hellgelbrot. Über die Messungsresultate ist bereits eingehend berichtet worden.[1]) Auf Wiedergabe durch Tabellen soll deshalb hier verzichtet werden. Fig. 5 zeigt das bereits Bekannte. Zusammen-

---

1) R. Tomaschek, Ann. d. Phys. 84. S. 329ff. 1927.

fassend hat bei den MgSSm-Phosphoren Temperaturerniedrigung die Wirkung, die Emissionen eines Gruppenschwerpunktes zu erhöhen und durch Verschwindenlassen der Ausläufer die Gruppe zu verschmälern. Diese Gesamtwirkung ist gleichsinnig mit der bei den Banden der Erdalkalisulfidphosphore bemerkten Verschmälerung in der Kälte. Im Gegensatz zu den bisher bekannten Phosphoren tritt jedoch keine Verschiebung der Emission im Spektrum auf. Ferner werden mehrere Linien bei tiefer Temperatur gespalten. Zur Deutung kann wohl die Kenntnis der Aufspaltung von Spektrallinien im elektrischen und magnetischen Feld beigezogen werden, obgleich die Symmetrie hier nur unvollkommen ist. Die Wirkung der Temperaturerniedrigung wäre dann die, daß durch Verkleinerung des Abstandes der Zentrenmoleküle vom Schwermetallatom auf dieses emittierende Sm-Atom eine stärkere Feldwirkung ausgeübt wird, die zur Aufspaltung führt.

35. Die *Erregungsverteilungen* einer ganzen Anzahl von MgS-Phosphoren waren gut meßbar. Für die einzelnen Gruppen ergaben sich die folgenden Mittelwerte ihrer d-Stellen:

MgSBi

d_0 μμ	d_1	d_2
415	320	248

d_0 war in allen Phosphoren als helles, wohlausgebildetes Maximum sichtbar. d_1 erschien immer so breit und verwaschen, daß nur Hitzeaustreiben über die Lage des Schwerpunktes entscheiden konnte. Die Momentanverteilung zeigte gute Intensität bei etwa 410 μμ beginnend, bis zur kürzesten benutzten Wellenlänge 200 μμ.

MgSSb hatte die Maxima:

d_0 μμ	d_1	d_2	d_3	d_4
410	350	294	265	235

Das Maximum d_0 zeigte nur einer der untersuchten Phosphore, d_1 war bei einer Anzahl von Phosphoren sehr schwach, d_2 und d_3 erschienen stets und von großer Helligkeit, d_4 war erst nach langer Erregung und bei Temperatursteigerung in etwa 50 vom Hundert der Phosphore meßbar. Die Momentanverteilung war sehr stark zwischen 400 und 300 μμ, nach kürzeren Wellen war nur ganz schwache Momentanverteilung der Dauererregungsverteilung überlagert.

MgSMn war durch guten Ultraviolettprozeß ausgezeichnet. Gut war in den untersuchten Phosphoren nur ein Maximum d_1 ausgebildet, d_0 trat andeutungsweise in wenigen Phosphoren auf:

d_0 $\mu\mu$	d_1
340	265

Für d_1 war beim Erwärmen deutlich ein Vorrücken nach längeren Wellenlängen um einige (etwa 6) $\mu\mu$. Die Momentanverteilung war am stärksten zwischen 270 und 235 $\mu\mu$; nach längeren Wellenlängen war gar keine m-Erregung, nach kürzeren Wellenlängen sehr schwache.

MgSAg hatte deutlich ein Maximum d_1, d_0 und d_2 waren sehr schwach:

d_0 $\mu\mu$	d_1	d_2
430	350	300

Die Momentanverteilung erstreckte sich gleichmäßig gut über das ganze Ultraviolett.

MgSPb hatte nur ein meßbares Maximum:

d_0 $\mu\mu$
290

Momentanverteilung wurde nicht beobachtet.

MgSPr hatte zwei sehr schwache Maxima:

d_0 $\mu\mu$	d_1
440	345

MgSSm zeigte nur eine d-Stelle:

d_0 $\mu\mu$
315

Die Momentanverteilung war über das ganze Ultraviolett (400 bis 200 $\mu\mu$) gleichmäßig gut.

36. Zahlreiche Versuche, die *Dielektrizitätskonstanten* der MgS-Phosphore zu messen, blieben ohne jeden Erfolg. Es trat immer der für Leitfähigkeit typische Verlauf der Messung ein. Dies Ergebnis ist wohl eine Folge der großen chemischen Zersetzlichkeit des MgS. Von den nahezu 20 Versuchen lieferte nur einer einen Wert für die Dielektrizitätskonstante in Höhe von 9,18, doch war auch die Messung dieses Wertes nicht ein zweites Mal wegen Leitfähigkeit durchführbar.[1] Es war daher

---

[1] Die Bemerkung in Wien-Harms, Handbuch d. Experimentalphysik 23. I. S. 401 ist danach abzuändern.

die Berechnung absoluter Dauererregungsverteilungen unmöglich.

37. Die *Einordnung in die einzelnen Bandenarten* ist hier auf einem Umweg versucht werden, wie er bereits von Hrn. **Schmidt** mit Erfolg begangen wurde.[1] Durch Bildung des Verhältnisses zweier aufeinanderfolgender d-Stellen und Vergleich dieses Verhältnisses mit dem der Absolutwerte der verschiedenen Serienarten, läßt sich eine mittlere $\sqrt{\text{D.K.}}$, also eine Dielektrizitätskonstante berechnen. Der so erhaltene Mittelwert aus MgSBi war für $\sqrt{\text{D.K.}} = 2{,}97$, also für D.K. = 8,82. Wegen der guten Übereinstimmung dieses Wertes mit dem einzigen gemessenen Wert 9,18 wurde mit diesem die Einordnung in Bandenarten unternommen. Es ergab sich so das Folgende.

MgSBi:

d_0	d_1	d_2
139	107	82

Ein Vergleich mit den Werten der ersten Art ist recht wohl möglich:

147	113	77

Es scheint danach auch im MgSBi das Bi als Bi_2S_3 im Zentrum eingebaut zu sein.

MgSSb:

d_0	d_1	d_2	d_3	d_4
137	117	98	88	78

Versucht man in Analogie mit CaSbα[2] einen Vergleich mit der Serie fünfter Art durchzuführen:

136	118	100	87,

so scheint auch das MgSSb-Zentrum gleich dem CaSSbα-Zentrum gebaut zu sein. Die Abweichung liegt gleichsinnig mit MgSBi.

MgSMn:

d_0	d_1
115	90

Möglich erscheint Zugehörigkeit zur zweiten Serienart, wenn man Abweichung wie bei den bisher behandelten Phosphoren annehmen darf:

121	99

Doch ist die Übereinstimmung hier weniger gut.

---

[1] F. **Schmidt**, Ann. d. Phys. 83. S. 238. 1927.

[2] Vgl. Abschnitt 16.

MgSAg:

d_0	d_1	d_2
143	117	100

Da in allen anderen Fällen die Emissionsfarben der MgS-Phosphore[1]) denen gleicher Metalle im CaS sehr ähnlich sind, erscheint ein Vergleich mit den Werten der dritten Art, der die Agα-Bande zugehört, berechtigt. Also etwa

147	124	104

Die Abweichung liegt gleichsinning mit der der anderen MgS-Phosphore.

MgSPb:

d_0
97

und *MgSSm*

d_0
105

lassen keine Schlüsse zu.

Bei *MgSPr*:

d_0	d_1
147	115

scheint ein Vergleich mit den Werten der ersten Art

147	113

berechtigt. Dreiwertigkeit ist bei Pr chemisch meist beobachtet.

88. Die Erscheinungen *der Ausleuchtung und Tilgung* sind bei den MgS-Phosphoren weniger ausgeprägt als bei den Erdalkaliphosphoren. *MgSSb* hatte ein deutliches Ausleuchtungsmaximum bei 790 $\mu\mu$, das von 600 bis 1000 $\mu\mu$ reichte und zwischen 700 und 900 $\mu\mu$ am stärksten war. Tilgung war bei diesen Phosphoren kaum beobachtbar. Bei sehr langer Einwirkung des Spektrums mit folgendem Hitzeaustreiben trat zwischen 1000 und 1100 $\mu\mu$ eine Stelle auf, die ein wenig schwächer leuchtete als die Umgebung. Ob hier ein schwach entwickeltes Tilgungsmaximum vorliegt, ist nicht mit Sicherheit zu entscheiden.

MgSAg zeigte ein deutliches Ausleuchtungsmaximum bei 850 $\mu\mu$, das sich um etwa 100 $\mu\mu$ nach längeren Wellen verschob, wenn die Ausleuchtung während des Erwärmens geschah. Ein sehr schwaches Tilgungsmaximum trat bei 1100 $\mu\mu$ auf.

---

1) Vgl. Abschnitt 39.

MgSBi zeigte Ausleuchtung ohne ein deutliches Maximum, dagegen sehr ausgeprägte Tilgungsverteilung mit den Maxima 760 μμ und 980 μμ, also in ganz ähnlicher Anordnung wie das x und y bei CaSBiα.

Bei allen anderen Phosphoren waren die Erscheinungen zu lichtschwach.

89. Die hier untersuchten MgS-Phosphore zeigen große *Ähnlichkeit mit den Erdalkaliphosphoren*, insbesondere den CaS-Phosphoren.

Die Banden der MgS-Phosphore scheinen den Hauptbanden der gleichen Metalle in den Erdalkalisulfiden zu entsprechen. Die folgende Tabelle zeigt diese Zusammenstellung:

Metall	MgS	CaS		SrS	
Bi	443 μμ	($\alpha_{2,3}$)	448 μμ		490 μμ
Sb	531	(α)	530		555
Mn	665	(α)	590		560
Cu	535	(α_2)	515		537
Ag	460	(α ?)	495[1]	(α_2)	550
Pb	530	(α_1) (α_2)	553 531	(α)	550

Im allgemeinen nimmt beim Übergang MgS → CaS → SrS die Wellenlänge der Hauptbande des betreffenden Schwermetalles zu, doch ist die Zunahme von MgS zu CaS bei einigen so gering, daß die Emissionsfarbe gleich erscheint. Mn macht von allen untersuchten Metallen eine Ausnahme; es tritt Verschiebung nach kürzeren Wellen ein. Die Abweichung des Cu ist vielleicht nur scheinbar und durch die große Lichtschwäche der Phosphore und das Empfindlichkeitsmaximum des Auges bedingt.

Vergleicht man die Spektren der Sm-Phosphore untereinander, so findet man den Grundtypus erhalten[2]): es sind drei Teilgruppen auch im MgS, deren Abstand nach kürzeren Wellen abnimmt.[3]) Innerhalb der einzelnen Teilgruppen (α_a,

---

[1] Nach okularen Messungen von Hrn. **Schellenberg** im hiesigen Institut, noch unveröffentlicht.

[2] Bereits mitgeteilt: R. **Tomaschek**, Ann. d. Phys. 75. S. 563. 1924.

[3] Die Abstände ergeben sich aus den stärksten Linien der Teilgruppen zu: $\alpha_a - \alpha_b = 46{,}9$ μμ, $\alpha_b - \alpha_c = 36{,}6$ μμ. Übrigens spricht für die Auffassung der Teilbanden als aufgespaltene Multiplette (R. **Tomaschek**, Ann. d. Phys. 75. S. 579. 1924) auch die Tatsache, daß in α_b *beide* Paare stärkster Linien symmetrisch um die Mitte 607,6 μμ liegen.

α_b, α_c) sind beim Übergang von MgS → CaS → SrS die Hauptlinien sämtlich nach kürzeren Wellen verschoben, wie die folgende Tabelle zeigt[1]):

Grundmaterial	α_a		α_b		α_c	
MgS	656,9	652,2	610,1	605,1	573,4	568,6
CaS	—	—	608	601,5	570	566
SrS	—	—	605	600,0	568	564,5
BaS	—	—	603,5	599,5	568	564

Die Änderung des Abstandes der Hauptlinien innerhalb jeder Teilgruppe mit dem Grundmaterial zeigt die folgende Tabelle[1]), die sich aus der vorangehenden ergibt:

Grundmaterial	α_a	α_b	α_c	Mittel
MgS	(4,7) $\mu\mu$	6,1 $\mu\mu$	4,8 $\mu\mu$	5,45 $\mu\mu$
CaS	—	6,5	4,0	5,25
SrS	—	5,0	3,5	4,25
BaS	—	4,0	4,0	4,00

Ein Vergleich der *Pr-Phosphore* erscheint nach den bisherigen Kenntnissen nicht möglich.

Die *Temperaturlagen* der Banden der MgS-Phosphore entsprechen (soweit sie bisher untersucht werden konnten) ziemlich genau den Temperaturlagen der CaS-Phosphore, so für Bi und Sb. Für Mn ist das Erscheinungsgebiet der Bande ein wesentlich engeres im MgS als im CaS; der obere Momentanzustand liegt im MgS wenige Grade unter dem im CaS, der untere Momentanzustand liegt dagegen im MgS bedeutend höher als im CaS. Die *Absorptionskantenserien* der Erregungsverteilungen der MgS-Phosphore scheinen den Absorptionskantenserien der Erdalkalisulfide zu entsprechen.

Mit Bezug auf *Ausleuchtung und Tilgung* konnte Ähnlichkeit der Ausleuchtungsverteilungen von Sb in CaS und MgS, sowie der Tilgungsverteilungen von Bi in CaS, SrS und MgS bemerkt werden. Die MgS-Phosphore zeigen also in den untersuchten Eigenschaften größte Ähnlichkeit mit den Erdalkali-, insbesondere den CaS-Phosphoren. Selbst Eigentümlichkeiten, wie der den anderen Banden entgegengesetzte Gang von Mn α, zeigen sich beim Übergang erhalten.

---

[1] Zum Teil nach **R. Tomaschek**, Ann. d. Phys. 75. S. 564. 1924.

III. Zusammenfassung

Die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung, die von Winter 1922/23 bis Winter 1925/26 durchgeführt wurde, sind die folgenden:

1. Es wurden die Eigenschaften der CaSSb-Phosphore eingehend untersucht und verglichen mit den CaSBi-Phosphoren. (I, 2—20; 30.)

2. SrSSb Phosphore wurden untersucht und mit SrSBi-Phosphoren verglichen. (I, 21—26; 30.)

3. Einige Erdalkali-Oxyd-Sb-Phosphore wurden erstmalig hergestellt und ihre Banden gemessen (I, 27).

4. Die Kenntnis der Flammenerregbarkeit der Sb-Phosphore wurde erweitert, wobei sich ein Beispiel dafür fand, daß auch Dauerzentren im oberen Momentanzustand nicht zerfallen sind. (I, 28, 29.)

5. Die Reihe der MgS-Phosphore wurde vervollständigt und die Eigenschaften derselben wurden so weit untersucht, daß ein Vergleich mit den Erdalkalisulfidphosphoren durchgeführt werden konnte. (II, 31—39.)

6. Es konnte ein bisher nicht beobachtetes Minimum in der Momentanerregungsverteilung einiger Phosphore bemerkt werden. (I, 10.)

7. Es wurde ein Zusammenhang zwischen dem Auftreten der *d*-Maxima und der Temperatur beobachtet und nach vorhandener Kenntnis gedeutet. (I, 14, 25.)

8. Es konnte eine auffällige Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstante der Phosphore von ihrer Herstellungstemperatur bemerkt werden. (I, 15.)

9. Es wurde versucht, von chemischen Kenntnissen ausgehend, für die fünfte Art der Absorptionskantenserien 4- (oder 5-)Wertigkeit nachzuweisen. (I, 19.)

10. Bei Ausleuchtungs- und Tilgungsmessungen zeigte sich bei CaSSb ein Verhalten von Haupt- und Hitzebande, das dem sonst beobachteten nicht entspricht. (I, 20.)

11. Analoge Tilgungsverteilung wurde beobachtet bei den Banden der ersten Art: CaSbβ, Biα im CaS und MgS. (I, 20; II, 38.)

12. Es konnte ein Zusammenhang zwischen Metallgehalt der Phosphore und Lage des oberen Momentanzustandes ihrer Bande bemerkt werden. (Beispiel MgSMn II, 38.)

Die vorliegende Untersuchung wurde auf Anregung von Hrn. Geheimrat Lenard im Physikalisch-radiologischen Institut der Universität Heidelberg ausgeführt. Es ist mir ein Bedürfnis, meinem hochverehrten Lehrer an dieser Stelle für stete Förderung und viele Anregungen und Ratschläge herzlich zu danken.

(Eingegangen 16. März 1928.)

9. *Absolute Intensitätsmessungen an einer Natriumflamme und Verweilzeiten;*

von L. S. Ornstein und E. F. M. van der Held

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Universität Utrecht)

Zur Bestimmung der Zahl pro Atom und Zeiteinheit aus einer Natriumflamme ausgesandten Quanten sind wir folgendermaßen verfahren. Zunächst wird die Absolutintensität einer Quarzquecksilberlampe für die grüne Linie geeicht. Nun wird photographisch die Natriumflamme verglichen mit dem gelben Lichte einer nach der Methode von Ornstein relativ geeichten Nitralampe und diese (gleichzeitig) für das Grün mit der grünen Linie der Quecksilberlampe.

Messung der Zahl der Atome in der Flamme und ihrer Temperatur ermöglichen die Bestimmung der Verweilzeit, vorausgesetzt, daß die Flamme nach den von Einstein aufgestellten Beziehungen strahlt.

1. Die Eichung der Quecksilberlampe

Als Ausgangspunkt unserer Energiemessungen gebrauchten wir eine Thermosäule, welche nach dem von Dr. W. J. D. van Dijck angegebenen Verfahren geeicht war.[1]) Hiermit bestimmten wir sodann die ausgestrahlte Lichtintensität einer Quarzquecksilberlampe in einer Richtung senkrecht zur Röhre. Weil wir auf spektrographischem Wege die Natriumlinien mit der grünen Quecksilberlinie vergleichen wollten, war es notwendig, durch Filtern diese Linie zu isolieren und einzeln zu messen. Als Filter gebrauchten wir:

a) Kupfersulfat und Chininsulfat, um die ultravioletten und infraroten Strahlen wegzunehmen.

---

[1]) W. J. D. van Dijck, Handelingen van het 19de Nederlandsch Natuur-en Geneeskundig Congres, als auch Ztschr. f. phys. Chem. 127. S. 127—295 1927.

b) Chrysoidin zur Absorption des sichtbaren Spektrums, ausgenommen Gelb und Grün.

c) Didymnitrat zur Elimination der gelben Linie.

Ein zweiter Satz von Filtern, identisch mit dem gebrauchten, diente, um eine Korrektion für die Absorption der zu prüfenden Linie in Glas und Flüssigkeiten und für die verschiedenen Reflexionen anbringen zu können.

Da der erste Filtersatz alles Licht wegnimmt, ausgenommen die genannte Linie und von dieser letzten überdies noch einen kleinen Bruchteil, wird der zweite Satz nur noch vom übriggebliebenen Lichte denselben Bruchteil absorbieren und reflektieren können, welchen wir auf diese Weise auch für den ersten Satz erhalten. Wir eliminieren hiermit zugleich die scheinbare Verkleinerung der Entfernung zwischen Lichtquelle und Thermosäule. Diese Messungen stimmten innerhalb der Meßfehler mit den ausführlicher nicht publizierten, von den Herren Zuur und van Driel im hiesigen Laboratorium ausgeführten Messungen überein. Wir fanden bei 2 Ampere und 38—41 Volt beim Abschirmen der Enden der Quecksilberlampe eine senkrecht auf der Röhre ausgestrahlte Energie (extrapoliert auf eine Kugel mit einem Halbmesser von 1 cm) im Betrage von:

$$(3{,}5 \pm 0{,}1)\,10^{-3}\ \text{Watt/cm}^2.$$

Das Abschirmen der Enden der Quecksilberlampe war nötig, um später bei kleineren Intensitäten der Natriumflamme auch die Energie der Quecksilberlampe in einem bestimmten Verhältnis durch engere Spalten vor dieser Lichtquelle abschwächen zu können, indem wir hierbei annehmen, daß die Intensitätsverteilung über den rechten Teil der Röhre homogen ist.

2. Der Natriumbrenner

Die Aufstellung ist im wesentlichen die in Fig. 1 schematisch angegebene. Die nötige Luft, durch eine Gaede-Kapselpumpe geliefert, wird erst für das Auffangen der unvermeidlichen Stöße der Pumpe durch zwei Flaschen (I und II) hindurchgeführt. Um vorzubeugen, daß die Lösung im Brenner durch Verdampfung ihre Konzentration ändert, wird die Luft in Flasche I angefeuchtet durch eine Wasserschicht, welche die einströmende Luft stark emporspritzt. Außerdem ist auf

Flasche I ein Ventil (*V*) angebracht, zur Regelung des Druckes. Nach der zweiten Flasche folgt ein Rotameter, um für die Reproduzierbarkeit des Experimentes zu sorgen. Nachher wird die Luft zwei Wege nach dem Brenner entlanggeführt:

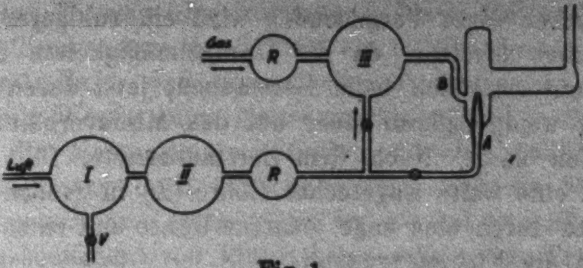


Fig. 1

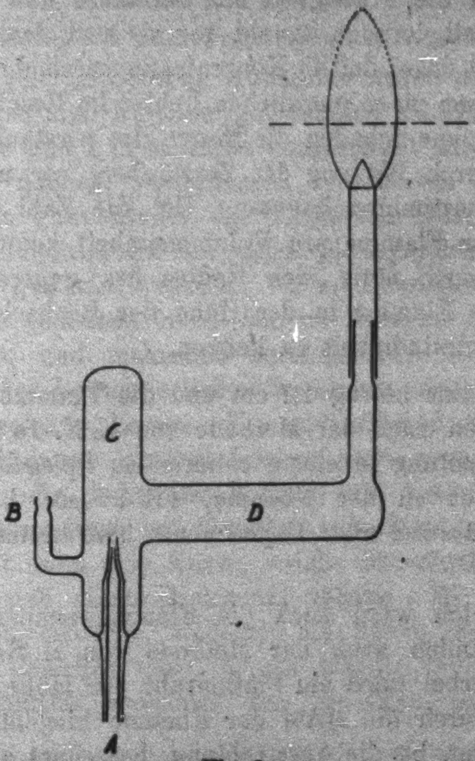


Fig. 2

1. sofort nach dem Flüssigkeitszerstäuber (vgl. Fig. 2 bei *A*) und
2. durch einem Regelhahn nach Flasche III, worin eine vollständige Mischung stattfindet, mit dem gleichfalls durch

einen Rotameter kontrollierten Leuchtgas. Dieses Gemisch wird sodann bei *B* in den Raum (*C*) über dem Zerstäuber geführt. Durch diese Vormischung wird ein ruhigeres Brennen der Flamme erreicht, da die Unregelmäßigkeiten der Luftzufuhr, unvermeidlich beim Zerstäuben, jetzt durch die Vormischung wenig Einfluß mehr auf das Mischverhältnis Luft-Gas haben kann. Nach dem Zerstäuberraum fällt das Gemisch in eine weite wagerechte Röhre (*D*) in großen Tropfen, wonach es durch eine enge gläserne Röhre und einen Messingansatz in die Flamme gelangt.

Als Natriumsalz wählten wir Natriumcarbonat. Um zu kontrollieren, ob die Konzentration sich nennenswert änderte, titrierten wir die Flüssigkeit mit Salzsäure und als Indikator ein wenig Methylorange sowohl vor als nach dem Experimente. Es zeigte sich dabei, daß die Konzentrationsvermehrung nicht groß genug war, um einen merklichen Fehler im Resultate zu geben, so daß wir ohne Schaden die Menge des zerstäubten Natriumcarbonats durch Wägung des Zerstäubers vor und nach dem Gebrauche bestimmen konnten. Um die Zahl der Natriumatome in der Flamme pro Volumeneinheit kennen zu lernen war weiter noch nötig, den Radius des wagerechten Durchschnittes der Flamme in der Höhe der Beobachtung und die Flammengeschwindigkeit zu kennen.

Der Radius betrug 1,7 cm und die Flammengeschwindigkeit, gemessen nach der Methode von E. N. da C. Andrade[1]) durch Betrachtung in einem rotierenden Spiegel von winzigen Kohlenteilchen in der Flamme, 418 cm/sec bei einem bestimmten, während aller Experimente beibehaltenen Stand der Rotameter.

Schließlich ward noch die Flammentemperatur bei genannten Ständen nach der Methode von H. Schmidt[2]) bestimmt. Hierbei ward ein Platindraht zur Höhe der Meßstelle wagerecht durch die Mitte der Flamme hingeführt und elektrisch erwärmt, bis die Ausstrahlung, berechnet aus Zahlen von

---

1) E. N. da Andrade, Ann. d. Phys. (4) 37. S. 380. 1912.

2) H. Schmidt, Dissertation Berlin 1909 und Ann. d. Phys. (4) 29. S. 1027 (1909).

Geiss[1]) in Verbindung mit der zugleich mit einem optischen Pyrometer gemessenen Drahttemperatur, mit der elektrisch zugeführten Energie übereinstimmte. Die auf diese Weise bestimmte Temperatur ergab sich zu 1970° absolut. Es ist selbstverständlich, daß diese Nebenuntersuchungen gemacht wurden mit Wasser ohne Natriumcarbonat in dem Zerstäuber. Obwohl die Messungen von **Geiss** nur bis 1643° absolut gehen, darf man doch wohl annehmen, daß die Formel für höhere Temperaturen noch gültig ist, wo bekannt ist, daß der Reflexionskoeffizient von Platin keine sehr starke Temperaturabhängigkeit zeigt, so daß man maximal zusammen mit der Ungenauigkeit in den pyrometrischen Messungen den Fehler auf 20° annehmen darf.

3. Die vergleichenden photographischen Intensitätsmessungen

Für die photographische Aufnahme wurde das Licht, das von einem aus der Flamme geblendeten Parallelepiped von 1,08 cm Breite und 1,14 cm Höhe ausgestrahlt wird, gebraucht. Mittels eines flachen, verstellbaren versilberten Spiegels (vgl. Fig. 3) konnte abwechselnd das Licht der Quecksilberlampe und des Natriumbrenners auf einen photographischen Stufenabschwächer geworfen werden. Die Intensitätsverhältnisse wurden dann gemessen nach der im hiesigen Laboratorium gebräuchlichen und mehrmals beschriebenen Methode unter Verwendung des kontinuierlichen Spektrums einer auf Farbentemperatur geeichten Lampe. Um kontrollieren zu können, ob wir die Verdünnung unserer Lösung weit genug fortgesetzt hatten, ward die bekannte Formel von **Ladenburg** und **Reiche**[2]) umgerechnet auf Quanten pro Atom pro Sekunde. Man bekommt dann eine Kurve, welche für abnehmende Konzentrationen sich einem Maximum nähert. Es wurden fünf Beobachtungen gemacht, wodurch die Kurve genügend festgelegt war. Überdies ward für die letzten zwei Punkte das Intensitätsverhältnis zwischen den *D*-Linien bestimmt und

---

[1]) **W. Geiss**, Physica 5. S. 203. 1925 nach der Formel:

$$S = \gamma\, T \varphi_\sigma\, T^4 \text{ Watt/cm}^2,$$

worin

$$\gamma = 6{,}22 \cdot 10^{-4}, \quad \varphi = 0{,}767, \quad \sigma = 5{,}75 \cdot 10^{-12}.$$

[2]) **R. Ladenburg** und **F. Reiche**, Ann. d. Phys. (4) 42. S. 181. 1913.

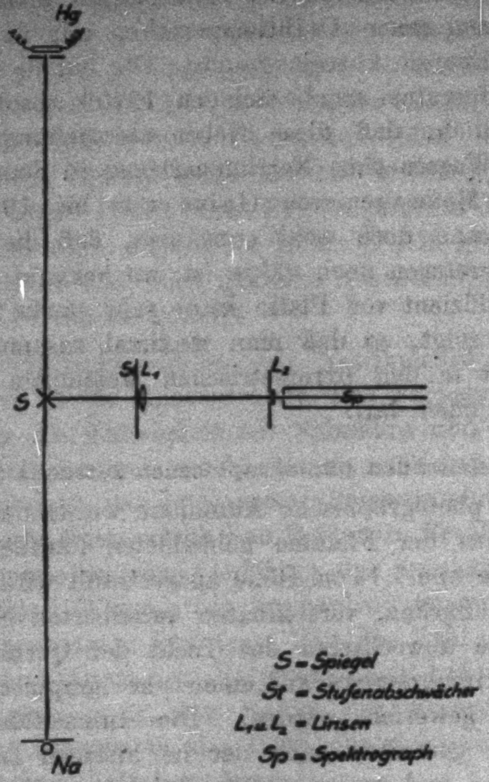

Hg
S
St
L_1
L_2
Sp
Na
S = Spiegel
St = Stufenabschwächer
L_1 u. L_2 = Linsen
Sp = Spektrograph

Fig. 3

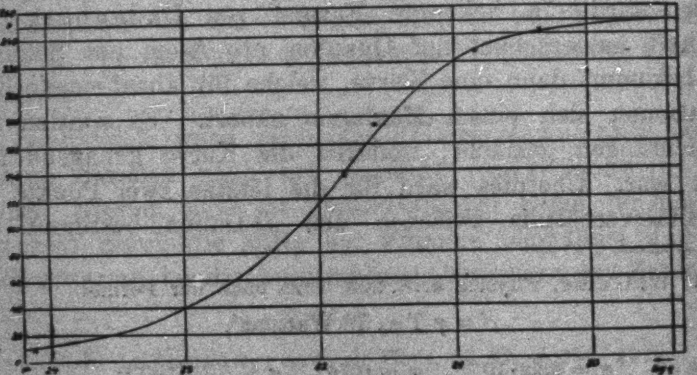

0
42

Fig. 4

hierfür 1:2,05 gefunden, woraus hervorgeht, daß bei diesen Konzentrationen man von Lichtabsorption in der Flamme absehen darf.

Die fünf Aufnahmen bestanden aus drei absoluten und drei relativen (angegeben in Fig. 4 mit einem Kreis). Die letzten wurden gefunden durch Ablesen der Zahl der Quanten aus der Kurve für die größten Konzentrationen und Multiplikation mit der Verhältniszahl, sie sind also weniger zuverlässig.

In der folgenden Tabelle ist:

N = die Zahl der Atome pro Kubikzentimeter.

$\varrho = \frac{4\pi N e^2}{m}$ (e- und m-Ladung und Masse des Elektrons).

V = Verhältnis des Natriumlichtes zum Quecksilberlichte bzw. dem stärkeren Natriumlichte.

Norm. = Normalität der Lösung.

R.B. = die relative Spaltbreite vor der Quecksilberlampe bezüglich der bei der Absoluteichung gebrauchten.

In der sechsten Spalte wird angegeben, wieviel das Quecksilberlicht bzw. das stärkere Natriumlicht abgeschwächt wird, um die Beleuchtungszeit gleichmachen zu können und auf diese Weise vom Zeitexponenten p von Schwarzschild unabhängig zu sein. Für die Fälle, wo wohl Zeitvariation angewandt wird, wurde das p bestimmt (für Ilford Panchromatic Plates = 0,885). Bei den vergleichenden Wahrnehmungen werden die stärkeren Natriumflammen zuerst angegeben.

	N	ϱ	V	Norm.	R.B.	Abschw.	Quanten / Sek./Atom
Absolutmessungen	$4{,}16 \cdot 10^{14}$	$1{,}33 \cdot 10^{24}$	0,199*	1 : 1,17	0,066	—	10,2
	$2{,}09 \cdot 10^{12}$	$6{,}65 \cdot 10^{21}$	0,106*	1 : 331	0,0084	—	137
	$7{,}21 \cdot 10^{10}$	$2{,}29 \cdot 10^{20}$	1,15	1 : 10480	0,0098	0,0048	248
	$4{,}10 \cdot 10^{14}$	$1{,}30 \cdot 10^{24}$	—	1 : 1,17	—	—	—
	$1{,}24 \cdot 10^{12}$	$3{,}94 \cdot 10^{21}$	0,052*	1 : 331	—	—	174
	$2{,}40 \cdot 10^{12}$	$7{,}31 \cdot 10^{21}$	—	1 : 331	—	—	—
	$2{,}15 \cdot 10^{11}$	$6{,}84 \cdot 10^{20}$	1,26	1 : 3144	—	0,109	228

* mit Zeitvariation.

Aus der angepaßten Kurve folgt, daß ein Atom pro Sekunde 250 Quanten aussendet bei 1970° absolut.

Wenn man die gefundenen Werte einführt in die Formel von **Einstein**[1]) für den Zusammenhang zwischen der Verweilzeit (τ) in einen höheren Energiezustand, der Energiedifferenz ($E_2 - E_1$) der höheren und tieferen Zustände, der absoluten Temperatur (T), der Zahl der ausgeschichteten Quanten (q) und der statistischen Gewichte (g) der verschiedenen Zustände, dann findet man (k = **Boltzmann**sche Konstante)

$$\tau = \frac{g_2 p_1 + g_3 p_3}{g_{1s} \cdot q} e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}} = \frac{3}{250} e^{-\frac{2,1}{8,6 \cdot 10^{-5} \cdot 1970}} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ sec.}$$

Diese Zahl ist 3 mal höher als die aus der natürlichen Halbweite durch **Minkowski**[2]) berechnete ($1,6 \cdot 10^{-8}$ sec) und ist sehr in der Nähe des von **Kerschbaum**[3]) gefundenen Wertes ($3,8 \cdot 10^{-8}$ sec).

Bei den hier mitgeteilten Arbeiten sind wir, was den praktischen Teil anbelangt, von Hrn. B. **Baars** in sehr dankenswerter Weise unterstützt worden.

Utrecht, den 14. März 1928.

---

1) A. **Einstein**, Phys. Ztschr. 18. S. 121 (1917).

2) R. **Minkowski**, Ztschr. f. Phys. 36. S. 839. 1926.

3) H. **Kerschbaum**, Ann. d. Phys. 79. S. 484. 1926.

(Eingegangen 19. März 1928)

10. *Über einen Röhrensender für kurze ungedämpfte Wellen;*

von Ludwig Bergmann

(Hierzu Tafel XXI)

Vor kurzem erschien von K. Kohl1) eine ausführliche Arbeit über die Erzeugung kurzer ungedämpfter elektrischer Wellen mittels Elektronenröhren. Nach einer zusammenfassenden Besprechung der bisher veröffentlichten Anordnungen zur Erzeugung kurzer Wellen gibt Kohl den Aufbau einer besonderen Kurzwellenröhre an, die es noch ermöglicht, Wellen von 30 cm Länge mit guter Intensität zu erzeugen. Bei dieser Röhre ist das gesamte Schwingungsgebilde in das Innere der Röhre verlegt, um vor allem eine möglichst kurze Leitungsführung zu erreichen. Mit einem normalen auf die Röhre rückgekoppelten Schwingungskreis gelang bisher mit einiger Sicherheit die Erzeugung elektrischer Wellen nur bis zu einer unteren Grenze von etwa 1 m.2) Von Hollmann3) sind Versuche angegeben worden, durch Benutzung von kleinen Empfängerröhren die Wellenlänge noch bis auf etwa 92 cm zu verkleinern, doch werden die benutzten Röhren infolge der sehr großen Belastung nach ganz kurzer Zeit zerstört, so daß diese Anordnung keinen praktischen Wert besitzt. Wollte man ungedämpfte Wellen unter 1 m mit Röhren erzeugen, so war man bisher auf die Methode von Barkhausen und Kurz angewiesen, bei der zum Unterschied der gewöhnlichen rückgekoppelten Senderschaltung das Gitter eine wesentlich höhere positive Spannung als die Anode bekommt. Die dann erhaltenen Schwingungen sind jedoch bezüglich ihrer Wellenlänge im allgemeinen sehr stark von den angelegten Spannungen abhängig und es zeigt sich sehr häufig ein plötzliches

---

1) K. Kohl, Ann. d. Phys. 85. S. 1. 1928.

2) W. Huxford, Phys. Review (2) 25. S. 686. 1925.

3) Hollmann, Radio-Umschau S. 177. 1927.

Springen der Wellenlänge, wodurch die Herstellung eines Senders mit kontinuierlicher Wellenskala sehr erschwert wird.

In den folgenden Zeilen soll nun ein einfacher Kurzwellenerzeuger beschrieben werden, bei dem eine im Handel erhältliche Röhre verwendet wird und der es gestattet, durch Veränderung des außerhalb der Röhre liegenden Schwingungskreises die Wellenlänge kontinuierlich von einigen Metern Länge bis herunter zu etwa 82 cm zu variieren.

Bei diesen Versuchen, die bereits vor etwa einem Jahre begonnen wurden, wurde von der in der Hochfrequenztechnik unter dem Namen der Dreipunktschaltung allgemein bekannten Rückkopplungsschaltung ausgegangen. Fig. 1a zeigt das Prinzip dieser Schaltung. Die Wellenlänge wird hierbei durch den aus Selbstinduktion L und Kapazität C bestehenden Schwingungskreis bestimmt. Anode und Gitter der Röhre sind mit den beiden Polen der Kapazität C verbunden. Die Anodenspannung wird in der Mitte der Spule L zugeführt. Der Blockkondensator C_1 dient nur dazu, die hohe positive Anodenspannung vom Gitter der Röhre fernzuhalten. Der Widerstand W dient zur Ableitung der Gitterladung. Um mit dieser Schaltung die Wellenlänge zu verkleinern, hat man sowohl C als auch L auf möglichst geringe Werte zu bringen. Den Grenzfall bildet die Schaltung Fig. 1b. Der Kondensator C ist entfernt und die Spule L durch einen kurzen Drahtbügel ersetzt, dessen Selbstinduktion mit der Gitter-Anodenkapazität die Wellenlänge bestimmt. Bei dieser Schaltung wird die untere Wellenlängengrenze lediglich durch die bei jeder Röhre

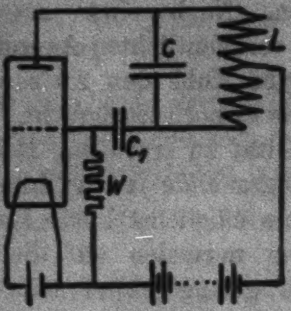


Fig. 1a

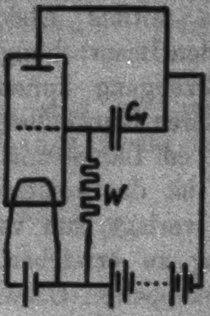


Fig. 1b

gegebene Gitter-Anodenkapazität festgelegt. **Hollmann** kommt mit dieser Schaltung unter Benutzung sehr kleiner Empfängerröhren (Ultraröhre U 110 bzw. U 200) bis zu Wellen von 92 cm herunter, wobei allerdings die Röhre infolge Überlastung sehr schnell zerstört wird. Die Gitter-Anodenkapazität der Röhren läßt sich aber wesentlich verkleinern, wenn man Gitter- und Anodenausführungen nicht wie allgemein üblich, gemeinsam mit den Heizleitungen aus dem Sockel der Röhre herausführt, sondern sie getrennt voneinander auf der andern Seite aus der Röhre herausmünden läßt. Leider werden derartige Röhren in kleinen Dimensionen von deutschen Firmen bis jetzt noch nicht hergestellt. Dagegen ist im Handel eine französische Röhre erhältlich, die von der Firma Compagnie des Campes-Paris unter der Typenbezeichnung T M C hergestellt wird. Sie ist in Fig. 2, Taf. XXI abgebildet. Bei dieser Röhre ist die Gitteranodenkapazität auf ein Minimum heruntergedrückt.[1]) Wurde mit dieser Röhre die oben unter Fig. 1b angegebene Schaltung hergestellt, so ließen sich mit Sicherheit noch Wellenlängen bis zu 1,10 m erzielen. Der kleine Blockkondensator *C* hatte etwa 50—100 cm Kapazität. Der Ableitungswiderstand *W* wurde durch eine kleine Drosselspule ersetzt. Der als Selbstinduktion dienende Drahtbügel hatte die in Fig. 3 angegebenen Dimensionen. Bei weiterer Verkleinerung des Bügels setzten

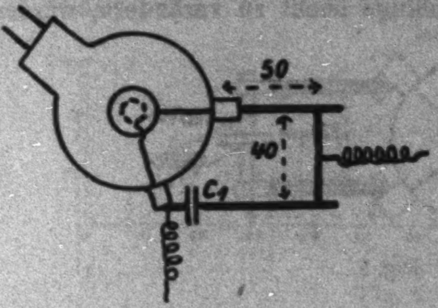


Fig. 3

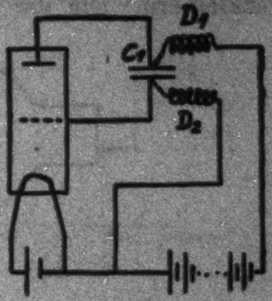


Fig. 4

---

1) Von **M. Mesny** wurden diese Röhren zuerst in der Gegentaktschaltung zur Erzeugung kurzer Wellenlängen bis herunter zu 1,50 m benutzt (L'onde électrique 3. S. 26. 1924). Vom Verfasser wurde ein ähnlicher Sender mit den gleichen Röhren und der Wellenlänge 1,70 m bereits früher beschrieben (Ann. d. Phys. 82. S. 504. 1927).

jedoch keine Schwingungen mehr ein. Weitere Versuche führten schließlich zu der Schaltung Fig. 4. Der Gitterblockierungskondensator ist hier vom Gitter weggerückt und vollkommen symmetrisch zu Gitter und Anode in den Strombauch des Schwingungskreises gelegt, wodurch im Prinzip an der Schaltung nichts weiter geändert ist. Seine Größe beträgt etwa 80 cm. Direkt an die Kondensatorplatten sind die Zuleitungen für die Anodenspannung über eine Drosselspule D_1 und die Gitterableitung über eine Drosselspule D_2 angeschlossen. Nun gelang es ohne weiteres, die Wellenlänge mit Sicherheit bis zu 82 cm durch entsprechende Verkürzung der von Anode und Gitter zum Kondensator führenden Drahtleitungen zu verkleinern. Um die Wellenlänge leicht zu verändern, wurden diese Drahtstücke aus dünnem Messingdraht mit darüber geschobenem Messingrohr hergestellt, so daß der ganze Drahtbügel durch Ausziehen stetig vergrößert werden konnte. In der schematischen Zeichnung auf Fig. 5 sind die Größenverhältnisse der Anordnung angegeben. Die Fig. 6 zeigt die Veränderung der Wellenlänge mit Veränderung des Drahtbügels. Hierbei bedeutet *l* die Gesamtlänge der Drahtverbindung von der Anodenausführung bis zur Kondensator-Anschlußstelle. Die Fig. 7, Taf. XXI zeigt den gesamten Senderaufbau. Diese so erhaltene Schaltung ist im wesentlichen mit der von **Huxford**1) identisch. Die Verkleinerung der Wellenlänge unter 1 m ist in der Hauptsache durch die besondere Röhrenform erreicht. Versuche, die Wellenlänge noch durch eine Änderung im Röhrenaufbau zu verkleinern, sind im Gange. Das Einsetzen der Schwingungen ließ sich sowohl im Absinken des Anodenstromes bzw. an einem plötzlichen Einsetzen des

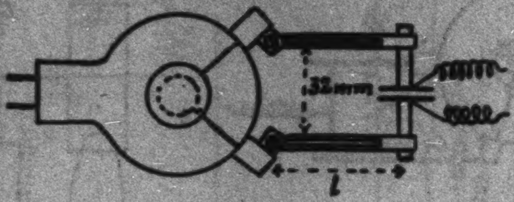


Fig. 5

---

1) W. Huxford, a. a. O.

Gitterstromes erkennen. Setzten bei den kürzeren Wellenlängen die Schwingungen nicht sofort ein, so half im allgemeinen eine kleine Anderung der Heizung mittels eines feinen Regulierwiderstandes. Eine merkliche Veränderung der Wellenlänge mit der Heizung bzw. mit der Anodenspannung konnte nicht nachgewiesen werden. Vorteilhaft war es, das Gitter nach dem positiven Ende der Kathode abzuleiten. Eine zusätzliche positive Gitterspannung ergab keine Verbesserung.

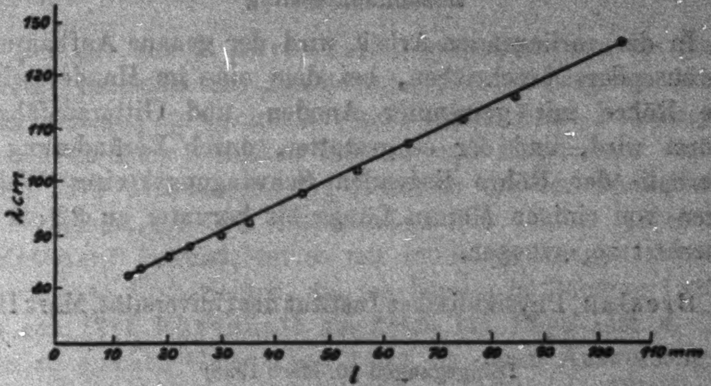


Fig. 6

Was die Intensität der Schwingungen anbetrifft, so sind darüber folgende Angaben zu machen: Bei fast allen Versuchen wurde die Röhre, um sie zu schonen, nur mit einer Heizstromstärke von 2,5 Amp. maximal belastet. Die höchst zulässige Heizung betrug 2,8 Amp. Die angelegte Anodenspannung war 600 Volt, die durchschnittliche Anodenstromstärke 40 MA. Bei der Wellenlänge 1,40 m war die Schwingungsenergie so groß, daß die Strombäuche auf einem angekoppelten Lechersystem ohne weiteres durch das Aufleuchten kleiner 2,5 Volt-Lämpchen nachgewiesen werden konnten. Mit abnehmender Wellenlänge wurde die Energie dauernd kleiner, die Strombäuche auf dem Lechersystem konnten aber jederzeit noch mit einem Detektor und Zeigergalvanometer (Empfindlichkeit 10^{-6} Amp./Skt.) durch Ausschläge bis zu 120 Skalenteilen nachgewiesen werden. Bei der Welle 85 cm war die Strahlung des Senders allein noch so groß, daß sie in etwa 3 m Abstand, mit einem Linearempfänger λ/2 Länge und

Detektor verbunden, mit einem Zeigergalvanometer der oben angegebenen Empfindlichkeit bequem noch nachgewiesen werden konnte. Dabei war die Röhre keineswegs überlastet. Wurde der Heizstrom auf seinen normalen Wert von 2,8 Amp. erhöht, so waren auch noch bei der 90-cm-Welle die Strombäuche auf dem Lechersystem mit Glühlämpchen nachweisbar. Doch ließ dann die Röhre durch Überlastung sehr bald in ihrer Wirkung nach.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird der genaue Aufbau eines Röhrensenders beschrieben, bei dem eine im Handel erhältliche Röhre mit getrennter Anoden- und Gitterausführung benützt wird, und der es gestattet, durch Veränderung des außerhalb der Röhre liegenden Schwingungskreises Wellenlängen von einigen Metern Länge bis herunter zu 82 cm mit Sicherheit zu erzeugen.

Breslau, Physikalisches Institut der Universität, März 1928.

(Eingegangen 20. März 1928)

---

11. *Versuche über die Druckabhängigkeit der Photophorese;*

von J. Mattauch

Bei der von **F. Ehrenhaft**[1]) entdeckten und als Photophorese bezeichneten Erscheinung der Bewegung kleiner Materieteilchen im Lichte hat sich bisher keine befriedigende Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment erzielen lassen. Da das theoretische Interesse an der Photophorese nicht erlahmt ist, wie insbesondere die schöne Arbeit von **G. Hettner**[2]) beweist, sei es mir im folgenden gestattet über Experimente zu berichten, die ich bereits im Sommer 1925 in dem von Prof. **Ehrenhaft** geleiteten III. Phys. Inst. d. Univ. Wien zu machen Gelegenheit hatte, zu deren Auswertung ich jedoch durch eine zweijährige Abwesenheit von Wien nicht gekommen bin.

Einleitung

Ehrenhaft glaubte bei der Photophorese auf eine Druckunabhängigkeit und damit auf eine direkte Einwirkung der Strahlung auf die Probekörper (Pk) schließen zu können. Das gleichzeitige Auftreten positiver und negativer Photophorese (Bewegung mit und gegen die Richtung des einfallenden Lichtstrahles) bei ein und demselben Materiale (z. B. Se, Te, As usw.) wurde durch verschiedene Modifikationen erklärt. Die Unabhängigkeit der Photophorese vom Druck und von der Natur des Gases (N_2, H_2 oder A) wurde weiter durch eine Arbeit von **I. Parankiewicz**[3]) bestätigt. Die Beobachtung eines und desselben Pk bei verschiedenen Gasdrucken war jedoch damals nicht oder nur unter großen Schwierigkeiten möglich. Deshalb sind diese Versuche in der Mehrzahl an verschiedenen

---

[1]) **F. Ehrenhaft**, Ann. d. Phys. 56. S. 81. 1918.

[2]) **G. Hettner**, Ztschr. f. Phys. 37. S. 179. 1926.

[3]) **I. Parankiewicz**, Ann. d. Phys. 57. S. 489. 1922.

Pk angestellt und die wenigen an ein und demselben Pk von Atmosphärendruck nur bis etwa 300—400 mm Hg herunter. Die bald darauf erschienenen Versuche W. Gerlachs und und W. Westphals[1]) an Flügel- und Quarzfadenradiometern legten die Deutung der Photophorese als einer Radiometerwirkung nahe, auch der negativen, wenn es gelänge die stärkere Erwärmung der Pk an der vom Lichte abgewandten Seite nachzuweisen. Westphal konnte zeigen, daß die Radiometerkraft R nicht unbedingt mit dem Drucke p abnimmt, sondern bei einem gewissen Drucke p_0 ein Maximum R_0 erreicht. Er nannte die Funktion:

$$(1) \qquad \frac{R}{R_0} = f\left(\log \frac{p}{p_0}\right),$$

die zu beiden Seiten des Nullpunktes symmetrisch ist, die Radiometerfunktion. Die Stelle p_0 für das Maximum rückt für Radiometer von kleinen Abmessungen (Quarzfaden) nach höheren Drucken gegenüber den größeren Flügelradiometern. Westphal weist daher darauf hin, daß bei den noch viel kleineren Ehrenhaftschen Pk das Maximum möglicherweise gegen Atmosphärendruck hin verschoben und daher in dessen Nähe die Druckabhängigkeit keine besonders ausgeprägte sei. Das Problem der Temperaturverteilung auf der Kugeloberfläche wurde ungefähr gleichzeitig von Rubinowicz[2]) und von Laski und Zerner[3]) gerechnet. Das Hauptresultat dieser Arbeiten ist wohl die Möglichkeit der Deutung der positiven wie der negativen Photophorese als eines Radiometereffektes. Rubinowicz zeigte, daß alle Kugeln, deren Absorptionskoeffizient k nicht 0 ist, lichtpositiv werden müssen, wenn der Radius genügend groß wird, d. h. wenn der Hauptteil der Energie bereits in der vorderen Hälfte absorbiert wird. Der Radius, bei dem die Kugel lichtpositiv wird, ist natürlich bei kleinem k größer.

Ich konnte bereits in einer mit der Rubinowiczschen gleichzeitig erscheinenden Arbeit[4]) nachweisen, daß bei Se, dem typischen Repräsentanten für das gleichzeitige Auftreten lichtpositiver und lichtnegativer Teilchen, eine deutliche Scheidung beider Arten bei einem gewissen Radius auftritt, in der Art, daß alle größeren Teilchen lichtpositiv, alle kleineren lichtnegativ sind, vorausgesetzt, daß die Teilchen in derselben Art (gleiches Erhitzen) erzeugt werden, so daß man annehmen kann, sie gehören zur selben Modifikation. Kleine Unstimmigkeiten in der Nähe des Grenzradius erklären sich aus der inzwischen erkannten Unmöglichkeit, genaue Radienbestimmungen aus Messungen aus einem Drucke allein zu machen. Später[1]) habe ich mich rein qualitativ davon überzeugt, daß dieselben Verhältnisse auch bei den anderen Materialien dieser Gruppe Te, As usw. vorliegen; nur ist hier der Grenzradius zwischen lichtpositiven und lichtnegativen Teilchen wegen der größeren Absorption kleiner. Auch beim S, der bis dahin als rein negativ galt, fand ich, daß sehr große Pk lichtpositiv seien. Bei einigen lichtnegativen Pk, bei denen Messungen bis hinunter zu kleinen Drucken gelangen, zeigte sich eine starke Druckabhängigkeit, jedoch konnte an einen Vergleich mit der Theorie nicht gedacht werden, da einerseits jeweils nur zwei bis drei Punkte vorlagen, andererseits die Theorie nur für Grenzfälle ausgearbeitet war, die im Experimente nicht realisiert waren.

---

[1]) W. Gerlach und W. Westphal, Verh. d. D. Phys. Ges. 21. S. 218. 1919; W. H. Westphal, Ztschr. f. Phys. 1. S. 92. 256. 481. 1920; 4. S. 221. 1921.

[2]) A. Rubinowicz, Ann. d. Phys. 62. S. 691. 1920.

[3]) G. Laski und F. Zerner, Ztschr. f. Phys. 3. S. 224. 1920.

[4]) J. Mattauch, Wien. Ber. (2a) 129. S. 867. 1920.

Rubinowicz rechnete für kleine Drucke unter der Voraussetzung, daß der Kugelradius $a < \lambda$ (mittlere freie Weglänge), und erhielt direkte Proportionalität der Radiometerkraft R mit dem Drucke p, $R = Bp$. Der Ansatz von Laski und Zerner für hohe Drucke wurde von Hettner[2]) als unrichtig nachgewiesen und Hettner rechnet nun aus der thermischen Gleitung für den Fall $a > \lambda$ und erhält R umgekehrt proportional mit dem Druck: $R = \frac{A}{p}$. Die Hettnersche Rechnung gilt zwar nur für eine bestimmte Temperaturverteilung, die nicht genau mit der wirklichen übereinstimmt; jedoch wird die Größenordnung der Kraft nicht geändert, solange man die Temperaturdifferenz an den Polen der Kugel ungeändert läßt. Beide Formeln verbindet Hettner durch eine Interpolationsformel, die wir in der Form schreiben wollen:

---

1) J. Mattauch, Phys. Ztschr. 23. 444. 1922.

2) G. Hettner, a. a. O.

$$\frac{R}{R_0} = \frac{2}{\frac{p}{p_0} + \frac{p_0}{p}}, \tag{2}$$

worin

$$p_0 = \sqrt{\frac{A}{B}} \quad \text{und} \quad R_0 = \frac{\sqrt{AB}}{2}.$$

Diese Formel gibt wenigstens der Gestalt nach gut die Westphalsche Radiometerfunktion (1) wieder. Eine quantitative Übereinstimmung ist, da sie für Kugeln abgeleitet ist, nicht zu erwarten. Für p_0 erhält Hettner den Ausdruck:

$$p_0 = 2{,}34 \frac{\lambda p}{\sqrt{\gamma a}}, \tag{3}$$

worin λ und p zwei zusammengehörige Werte von mittlerer freier Weglänge und Druck, γ den Knudsenschen Akkommodationskoeffizienten und a den Kugelradius bedeuten.

Die Methode

Die Messung geschah in der Weise, daß jeweils an ein und demselben Pk sowohl Fall- und Steigzeiten als auch die Photophorese bei verschiedenen Gasdrucken oder auch in verschiedenen Gasen gemessen wurde. Nachdem es bereits Meyer und Gerlach[1]) gelungen war, in einem Millikanschen Kondensator ein und denselben Pk bei verschiedenen Drucken zu beobachten, wurde dasselbe auch in Wien von Parankiewicz[2]) und von Ehrenhaft und Konstantinowsky[3]) im Ehrenhaftschen Kondensator an einigen Pk durchgeführt.

Die Methode wurde später verbessert und es gelang mir in einem eigens für die Zwecke des Evakuierens umkonstruierten Ehrenhaftschen Kondensator nicht nur rasch den Druck zu wechseln, sondern auch zu weit niedrigeren Drucken vorzudringen, sowie auch das Gas gegen ein anderes auszutauschen. Methode sowie Kondensator wurden gelegentlich einer anderen

---

1) E. Meyer und W. Gerlach, Elster- und Geitel-Festschrift 1915. S. 196.

2) I. Parankiewicz, a. a. O.

3) F. Ehrenhaft und K. Konstantinowsky, Ann. d. Phys. 63. S. 773. 1920.

Arbeit ausgebildet und ausführlich beschrieben[1]) und seitdem von Ehrenhafts Schule in mehreren Arbeiten verwendet.[2])

Nur auf die eigentliche Messung der Photophorese selber möchte ich etwas näher eingehen. Der auf das Partikel gerichtete, durch ein Mikroskopobjektiv konzentrierte Lichtstrahl hat etwa die Form, wie ihn der untere Teil von Fig. 1 zeigt. Das Kraftfeld ist ein inhomogenes. Um daher die gemessenen Kräfte miteinander vergleichen zu können, müssen sie auf denselben Ort im Strahle bezogen werden. Da zur Messung der Fall und Steigzeiten und zur Beobachtung des Pk, während des Evakuierens oder Gasaustausches, welche in diffusem Lichte stattzufinden haben, das beleuchtende Objektiv stets einige Millimeter weggerückt werden muß, hat es bei der Messung der Photophorese nicht immer genau dieselbe relative Stellung zur Achse des beobachtenden Mikroskopes, obwohl ein Anschlag seine Stellung so fixiert, daß der Brennpunkt ungefähr in die Mitte des Gesichtsfeldes fällt. Um nun die genaue Stellung des Strahles, der ja natürlich nicht sichtbar ist, zu finden, wurden die Geschwindigkeiten des ausgeschwebten Pk über sechs aufeinanderfolgende Strecken des Okularrasters (Fig. 1 unten) mittels eines Chronographen gemessen. Sodann wurde das Partikel von einem zweiten symmetrisch angebrachten entgegengesetzt einfallenden Lichtstrahle wieder zurückgebracht und die Messung etwa 20—30 mal wiederholt. Die sich ergebenden sechs Mittelwerte der Strahlgeschwindigkeiten v_L über die sechs Teilstrecken wurden als Ordinaten zu den Abszissen x (vom Mittelpunkte des Gesichtsfeldes aus gerechnet) aufgetragen. Die Fig. 1 zeigt Beispiele der auf diese Weise sich ergebenden Glockenkurven. Diese Kurven müssen symmetrisch zur Strahlmitte sein. Um die Stellung x^* derselben und die dem Brennpunkte entsprechende Maximalgeschwindigkeit v_L^* zu finden, wurden die gemessenen sechs Punkte jeder Kurve (als Ringe eingetragen) sowie das Achsenkreuz auf durchsichtiges Papier gepaust. Das Pauspapier wird sodann umgedreht und entlang der x-Achse so lange verschoben, bis die gespiegelten Punkte (als Kreuze eingezeichnet) mit den

---

[1]) J. Mattauch, Ztsch. f. Phys. 32. S. 439. 1925.

[2]) Vgl. z. B. F. Ehrenhaft und E. Wasser, Ztschr. f. Phys. 37. S. 820. 1926; M. Reiss, ebenda 39. S. 623. 1926.

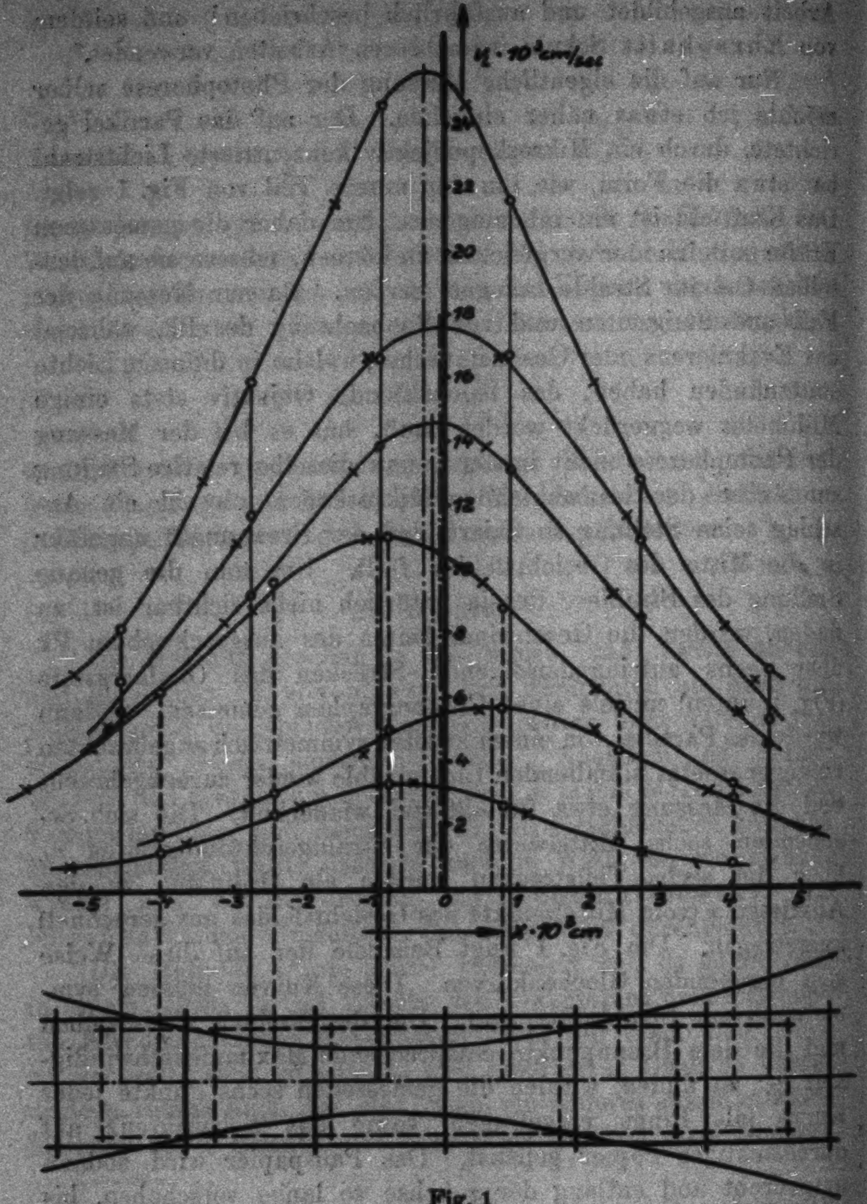


Fig. 1

anderen in eine Kurve fallen. Das ist in die Augen springend und ziemlich genau durchzuführen. Die Mitte zwischen den beiden Stellungen der Ordinatenachsen gibt den Ort x^* des

Brennpunktes und die zugehörige Ordinate das gesuchte v_L^* die photophoretische Geschwindigkeit im Brennpunkte des Strahles an. Ich habe das so ausführlich beschrieben, da ich mich in anderem Zusammenhange noch darauf beziehen werde.

Als Material für die Untersuchungen wurde Se gewählt, da bei diesem die lichtnegativen Teilchen noch groß genug sind, um eine Messung bei kleinen Drucken nicht zu schwierig zu gestalten. S, bei dem es zwar noch größere lichtnegative Teilchen gäbe, ist für die lange Versuchsdauer nicht massenkonstant genug.

Resultate

Da die Bewegung im widerstehenden Mittel erfolgt, ist die Kraft R proportional der gemessenen Geschwindigkeit v_L^*

$$v_L^* = R \cdot B,$$

worin B die Beweglichkeit des Pk bedeutet. Wie a. a. O. abgeleitet ist

$$u = e \cdot B,$$

worin $u = \frac{v_f + v_s}{\mathfrak{E}}$. Dabei ist wie üblich v_f die Fallgeschwindigkeit, v_s die Steiggeschwindigkeit unter dem Einflusse der Feldstärke $\mathfrak{E}$, und e die Ladung des Pk. Beide Gleichungen zusammen ergeben also die Kraft R aus den experimentell gemessenen Größen v_L^* und u bis auf den konstanten Faktor $1/e$.

$$\frac{R}{e} = \frac{v_L^*}{u}\,. \tag{4}$$

Der Faktor $1/e$ ist übrigens für alle Pk derselbe, da alle einfach geladen waren. Das ist jedoch für das Folgende nicht wesentlich.

1. Fig. 2 gibt für diejenigen Pk, die bei verschiedenen Drucken gemessen wurden, R/e als Funktion des Druckes wieder. Die zu jeder Kurve hinzugefügten Nummern sind die Protokollnummern der Pk. Alle Kurven, die der lichtnegativen Pk sowohl als auch die der lichtpositiven, scheinen nach dem Nullpunkte zu konvergieren, d. h. beim Drucke 0 wäre keine Photophorese zu erwarten. Von dem überlagerten Lichtdrucke kann nur gesagt werden, daß er jedenfalls um mehr als eine Größenordnung kleiner ist als die photophoretischen Kräfte. Bei den Pk Nr. 68, 74 und 76 gelang es, nachdem die

Messungen bei den verschiedenen Unterdrucken vorgenommen waren, wieder Gas einzulassen und die Photophoresemessung ein zweitesmal bei Atmosphärendruck zu wiederholen. Die gute Übereinstimmung dieser Rückkehrpunkte mit den Anfangswerten zeigt einerseits, daß sich während der Messung an den Pk nichts geändert hat, andererseits daß die einzelnen nach der früher beschriebenen Methode gewonnenen Punkte recht verläßlich sind. Wie man sieht, beginnt eine starke Druckabhängigkeit erst bei Drucken unter 300 mm Hg. Oberhalb dieses Druckes ist die Abhängigkeit nur gering. Dies läßt verstehen, daß in den anfänglichen Versuchen von Ehrenhaft und Parankiewicz Druckunabhängigkeit konstatiert wurde. Vielfach steigt die Kraft mit abnehmendem Drucke sogar erst noch an, um ein Maximum zu erreichen. Um die Maxima klarer hervortreten zu lassen, wurden in Fig. 3 nach

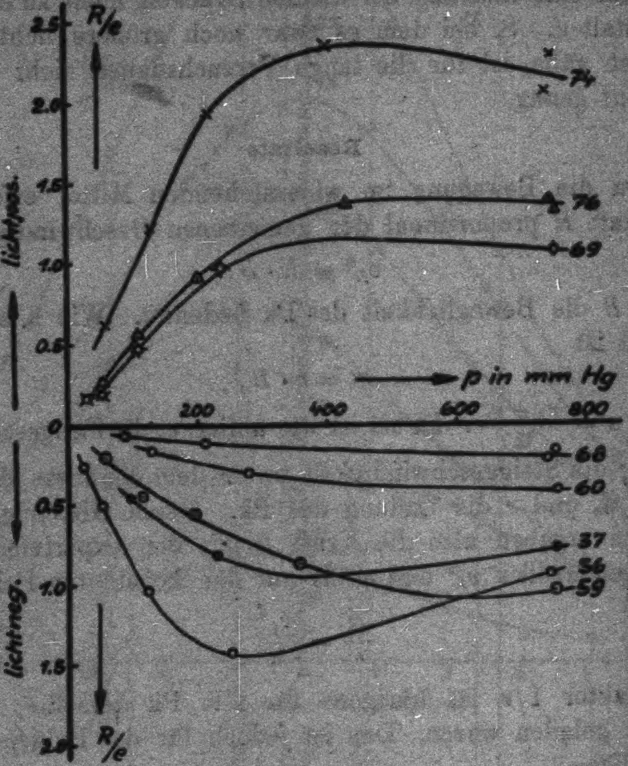


Fig. 2

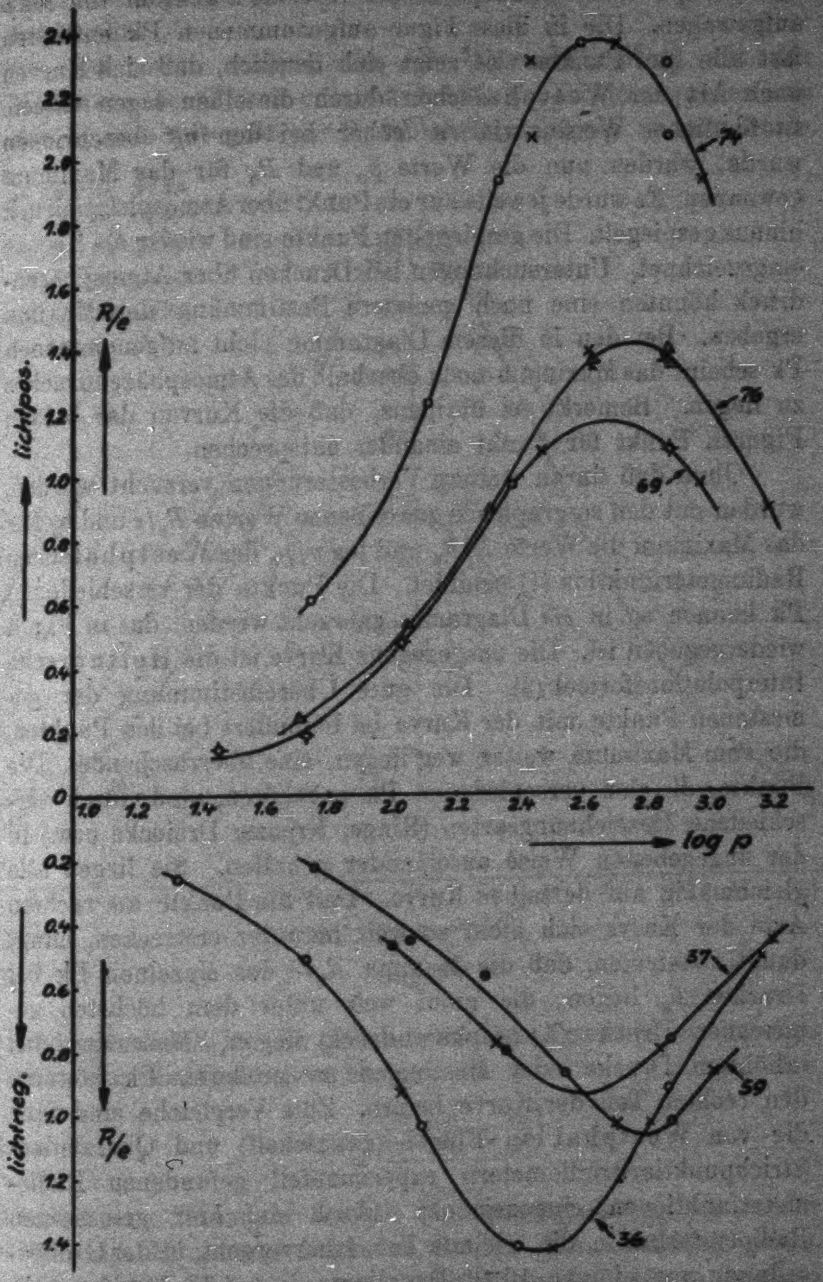

2.4
2.2
2.0
1.8
1.6
1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0
R/e
lichtpos.
74
76
69
1.0
1.2
1.4
1.6
1.8
2.0
2.2
2.4
2.6
2.8
3.0
3.2
log p
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
lichtneg.
R/e
37
59
36

Fig. 8

dem Beispiele von Westphal die R/e als Funktion von $\log p$ aufgetragen. Die in diese Figur aufgenommenen Pk enthalten fast alle fünf Punkte. Es zeigt sich deutlich, daß sich Kurven nach Art der Westphalschen durch dieselben legen lassen. In ähnlicher Weise, wie es früher bei den v_L^* beschrieben wurde, wurden nun die Werte p_0 und R_0 für das Maximum gewonnen. Es wurde jeweils nur ein Punkt über Atmosphärendruck hinaus gespiegelt. Die gespiegelten Punkte sind wieder als Kreuze eingezeichnet. Untersuchungen bei Drucken über Atmosphärendruck könnten eine noch genauere Bestimmung der Maxima ergeben. Bei den in diesem Diagramme nicht aufgenommenen Pk scheint das Maximum noch oberhalb des Atmosphärendruckes zu liegen. Bemerkt sei übrigens, daß die Kurven der beiden Figuren Punkt für Punkt einander entsprechen.

Ohne daß daran weitere Verbesserungen versucht wurden, wurden mit den so graphisch gewonnenen Werten R_0/e und p_0 für das Maximum die Werte R/R_0 und $\log p/p_0$ der Westphalschen Radiometerfunktion (1) gebildet. Die Punkte der verschiedenen Pk können so in *ein* Diagramm gebracht werden, das in Fig. 4 wiedergegeben ist. Die ausgezogene Kurve ist die Hettnersche Interpolationsformel (2). Die gute Übereinstimmung der gemessenen Punkte mit der Kurve ist besonders bei den Punkten, die vom Maximum weiter weg liegen, eine überraschende. Die Punkte, die den verschiedenen Pk angehören, sind durch verschiedene Bezeichnungsarten (Ringe, Kreuze, Dreiecke usw.) in der angegebenen Weise auseinander gehalten. Sie liegen alle gleichmäßig auf derselben Kurve. Daß die Punkte am rechten Aste der Kurve sich nicht so weit herunter erstrecken, hängt damit zusammen, daß die Maxima R_0/e der einzelnen Pk bei Drucken p_0 liegen, die nicht weit unter dem höchsten gemessenen Drucke (Atmosphärendruck) liegen. Messungen bei erhöhtem Drucke oder Messungen an größeren Pk könnten den rechten Teil der Kurve liefern. Zum Vergleiche sind auch die von Westphal an Flügel- (gestrichelt) und Quarzfaden- (strichpunktiert)radiometern experimentell gefundenen Radiometerfunktionen eingezeichnet. Auch die hier gemessenen Radiometerkräfte, die, wie aus Tab. 1 hervorgeht, in der Größenordnung von einigen 10^{-10} Dyn liegen ($e = 4{,}77 \cdot 10^{-10}$ e.st.E.), zeigen an submikroskopischen Pk dieselben Gesetzmäßigkeiten, wie sie Westphal bei makroskopischen Radiometern gefunden hat.

Um auch zahlenmäßig die Übereinstimmung mit der Hettnerschen Kurve zum Ausdrucke zu bringen, wurden aus den p_0, die mit größerer Genauigkeit graphisch zu entnehmen

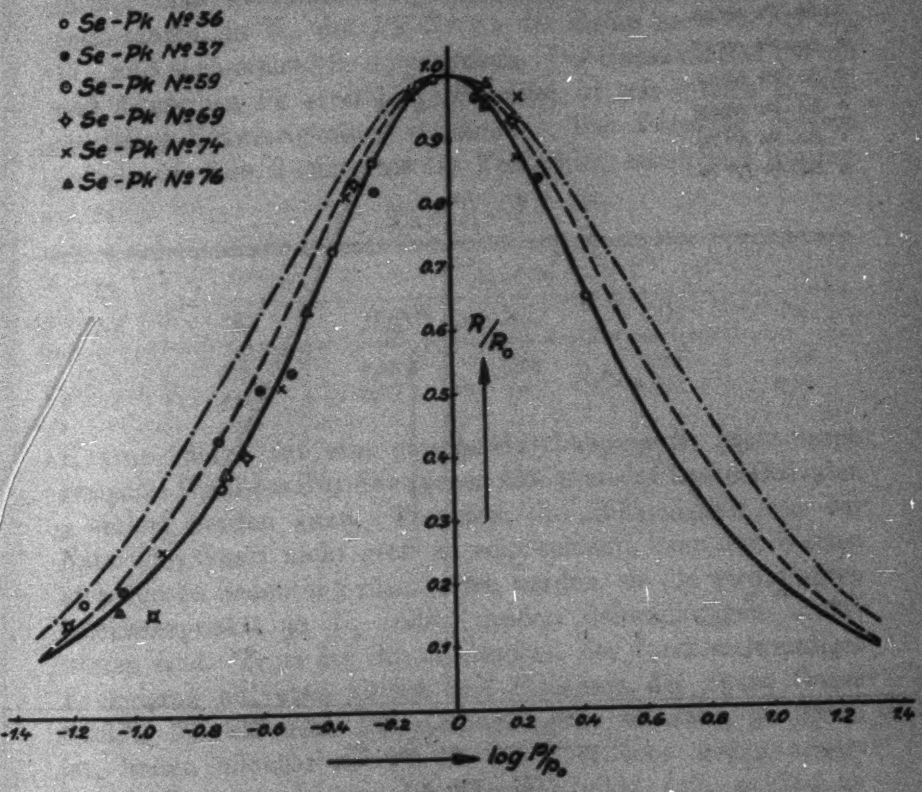


Fig. 4

sind als die R_0/e, für jeden einzelnen Punkt (R, p) die R_0/e nach der Hettnerschen Formel (2)

$$\frac{R_0}{e} = \frac{\frac{R}{e}\left(\frac{p}{p_0} + \frac{p_0}{p}\right)}{2}$$

berechnet. Trotzdem für die Bestimmung der p_0 die in der Nähe des Maximums liegenden Punkte den Ausschlag geben, liefern auch die weiter entfernt liegenden bei kleinen Drucken und daher mit geringerer Genauigkeit gemessenen Punkte gut übereinstimmende Werte, wie aus Tab. 1 hervorgeht. Die Mittelwerte R_0/e stehen in guter Übereinstimmung mit den graphisch aus Fig. 3 entnommenen Werten. Dieses wird auch durch die Fig. 5 veranschaulicht, in der diesmal die R_0-Werte verwendet wurden. Die Figur ist sehr ähnlich der Fig. 4, nur

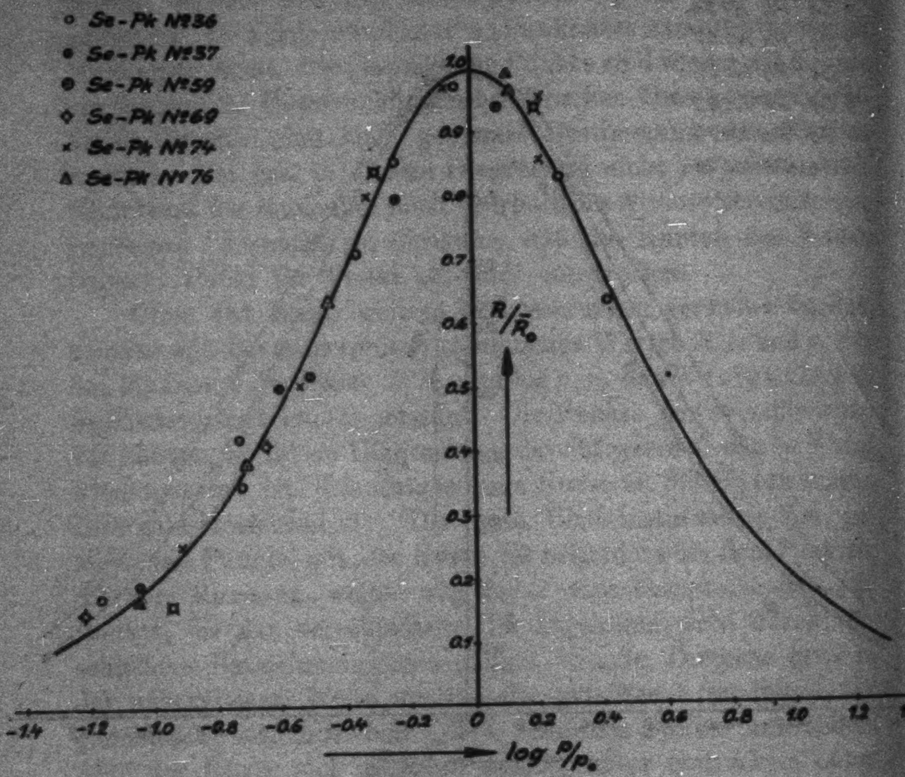


Fig. 5

Tabelle 1

Pk Nr.	p_0 mm Hg	R_0/e aus Druck 1	2	3	4	5	6	R_0/e	R_0/e graph.	Diff. in %
36	282	1,42	1,44	1,44	1,40	1,70	—	1,48	1,44	2,5
37	399	0,95	0,93	0,96	—	—	—	0,95	0,94	0,6
59	620	1,06	1,02	1,00	1,30	1,18	—	1,11	1,08	2,9
69	478	1,20	1,21	1,10	0,83	1,48	—	1,15	1,17	−1,1
74	452	2,60	2,32	2,48	2,26	2,49	2,36	2,42	2,37	0,6
76	570	1,40	1,42	1,41	1,41	1,32	1,44	1,40	1,41	−0,5

liegen die Punkte den etwas verschiedenen R_0-Werten entsprechend etwas verschieden.

2. Bei zwei weiteren (lichtnegativen) Pk wurde auch Photophorese in verschiedenen Gasen gemessen, jedesmal bei Atmosphärendruck.[1] Der Pk Nr. 65 wurde zunächst in N_2, dann in H_2, dann wiederum in N_2, sodann in CO_2 und zum Schlusse noch einmal in N_2, der Pk Nr. 81 der Reihe nach in N_2, H_2, CO_2 und noch einmal in N_2 gemessen. Der Gasaustausch bei ein und demselben Pk sooft hintereinander ist mit großen experimentellen Schwierigkeiten verbunden. Die Versuche müssen jedoch, wie Tab. 2 zeigt, als ein Fehlschlag bezeichnet werden.

Tabelle 2

Pk	R_0/e in				
Nr.	N_2	H_2	N_2	CO_2	N_2
65	0,34	0,33	0,48	0,29	0,29
81	0,49	0,37	—	0,22	0,35

Hettner zeigt, daß eine geringe Gasabhängigkeit leicht durch geeignete Wahl des **Knudsen**schen Akkommodationskoeffizienten γ erklärt werden kann. Trotzdem die Abhängigkeit von der Natur des Gases nicht groß zu sein scheint, kann den Werten nicht große Bedeutung zugemessen werden, da die wiederholten Rückkehrpunkte in N_2 selbst großen Schwankungen unterworfen sind. Trotz des Gasaustausches, der durch mehrmaliges Evakuieren auf etwa 20 mm und Einlassen des neuen Gases erfolgt, bis die neue Fallgeschwindigkeit konstant geworden ist, halten offenbar die Pk an der Oberfläche genug adsorbiertes Gas zurück, um die Versuche nicht rein werden zu lassen.

Das ist auch ein Grund, warum eine quantitative Überprüfung der **Hettner**schen Formel (3) für die Abhängigkeit der p_0 vom Radius bei den unter 1. besprochenen Pk nicht versucht wurde. Die $v_f - l$-Kurven dieser Pk schneiden sich untereinander. Das beweist[2], daß sie Dichteunterschreitungen im Bärschen Sinne aufweisen, zu deren Deutung vielfach schwammartige Struktur oder Gasschichten herangezogen wurden. Für keine der hier gemachten Betrachtungen war eine Größen- oder Beweglichkeitsbestimmung der Pk notwendig, da in der verwendeten Gleichung (4) die Beweglichkeit herausfällt. Die hier aufgestellten Aussagen gelten also ohne jede Annahme über die Gestalt oder Dichte der Pk oder irgendeines Fallgesetzes. Aus den Beobachtungen bei verschiedenen Drucken läßt sich zwar die Beweglichkeit eines Pk mit Hilfe eines Widerstandsgesetzes berechnen, die sich dabei ergebenden Radien haben aber nur den Sinn von Radien einer Kugel von mittlerer Dichte. Sie liegen für die untersuchten Pk zwischen 2 und $3{,}10^{-5}$ cm. Diese Werte sind jedoch offenbar nicht die Radien, die in die Hettnersche Formel eingehen und zu deren Berechnung kein weiterer Anhaltspunkt vorliegt.

---

[1] Die Pk sind identisch mit denen, an denen S. **Kwartin**, Ztschr. f. Phys. 38. S. 600. 1926, die **Brownsche** Bewegung in verschiedenen Gasen gerechnet hat.

[2] Vgl. J. **Mattauch**, a. a. O.

Zusammenfassung

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die Messungen der Photophorese an einem und demselben Teilchen bei verschiedenen Drucken einen guten Anschluß an die übrigen Radiometermessungen herstellen. Auch die Radiometerwirkungen an submikroskopischen Partikeln (Photophorese) zeigen dieselbe Druckabhängigkeit und dieselben Gesetzmäßigkeiten, die Westphal an makroskopischen plattenförmig und zylindrisch gestalteten Radiometern gefunden hat. Die Messungen liegen aus experimentellen Gründen in dem der Theorie schwer zugänglichen Gebiete, in dem die mittlere freie Weglänge des Gases und die Radien der Teilchen von gleicher Größenordnung sind. Die für dieses Gebiet von Hettner vorgeschlagene Interpolationsformel steht in guter Übereinstimmung mit den Experimenten.

Hrn. Prof. Ehrenhaft, in dessen Institute ich die Experimente auszuführen Gelegenheit hatte, möchte ich ebenso wie den Herren, die mir bei der Durchführung der Experimente behilflich waren, insbesondere den Herren S. N. Ray und S. Kwartin meinen herzlichsten Dank aussprechen.

Wien, I. Phys. Institut der Universität.

(Eingegangen 19. März 1928)

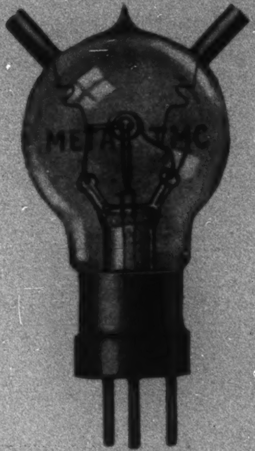


Fig. 2

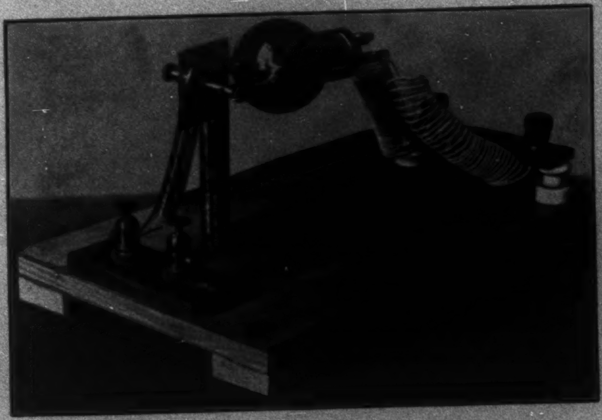


Fig. 7

L. Bergmann

1928 № 8

ANNALEN DER PHYSIK
VIERTE FOLGE. BAND 85

1. *Über die Winkelverteilung langsamer Elektronen beim Durchgang durch Metallhäute;*

von E. Rupp

(Hierzu Tafel XXII bis XXIV)

§ 1. Einleitung

Tritt ein eng begrenzter Elektronenstrahl einheitlicher Geschwindigkeit, aus dem Hochvakuum kommend, in ein Medium *M* ein, so findet man auf der Austrittsseite des Mediums eine räumliche *Verteilung der Elektronen um den Durchstoßungspunkt* des Strahls, wie sie qualitativ in Fig. 1a auf dem Auffangeschirm angedeutet ist. Diese *Streuung* der Elektronen hat **Lenard** eingehend untersucht, besonders an Gasen.

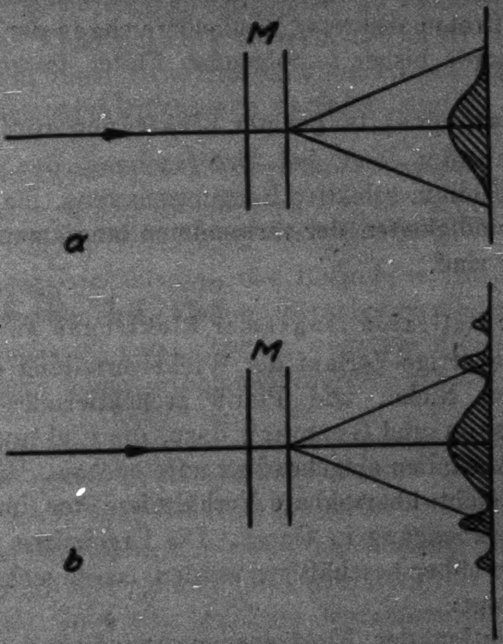


Fig. 1

In Anlehnung an die theoretischen Erwägungen der Wellenmechanik von de **Broglie-Schrödinger** sind in letzter Zeit eine Reihe Experimentaluntersuchungen in Gang gesetzt worden, die sich mit der Frage befassen, ob die räumliche Verteilung der Elektronen nach Durchsetzen eines Mediums oder bei „Reflexion“ an einem Medium *diskrete Winkelbereiche bevorzugt*. Die zu erwartende Erscheinung für Elektronendurchtritt durch ein Medium ist in Fig. 1b schematisch veranschaulicht. Das Auftreten bevorzugter Winkelbereiche in der räumlichen Verteilung der Elektronen beim Wiederaustritt aus einem Medium (Durchgang oder Reflexion des Strahls) sei im Anschluß an die theoretische Deutung als *Elektronenbeugung* bezeichnet. Die Begriffe Elektronenbeugung und Streuung sollen im folgenden stets in der hier festgelegten Weise gebraucht werden.

Das Auftreten diskreter Winkelbereiche in der Elektronenverteilung wurde bisher in folgenden Fällen festgestellt:

a) Beim Durchgang langsamer Elektronen durch ein Gas

G. **Dymond**[1]) fand bei Untersuchung der Elektronenstreuung in Helium selektive Beugungsmaxima, die bestimmten Strahlgeschwindigkeiten der verwendeten langsamen Elektronen eigentümlich sind.

b) Bei der Reflexion langsamer Elektronen an Metallen

Der eigenartige Verlauf der Winkelverteilung der an Vielkristallen von Nickel und Platin „reflektierten“ Elektronen führte **Davisson** und **Germer**[2]) dazu, die Elektronenreflexion an Nickeleinkristallen eingehend zu untersuchen. Hierbei liegen theoretisch leicht übersehbare Verhältnisse vor im Gegensatz zur Elektronenbeugung in Gasen. Die Ergebnisse, die uns im späteren noch näher beschäftigen werden, lassen sich zusammenfassen wie folgt:

Bei Variation der Elektronengeschwindigkeit treten Beugungsmaxima in der Winkelverteilung auf, die sich größtenteils dem Raumgitter des Nickelkristalls, zum Teil auch dem Kreuzgitter der ersten Atomschicht des Kristalls zuordnen lassen. Die Raumgittermaxima stehen in voller Analogie zu den Beu-

---

1) E. G. **Dymond**, Phys. Rev. **29**. S. 433. 1927.

2) J. C. **Davisson** und L. H. **Germer**, Phys. Rev. **30**. S. 705. 1928.

gungspunkten einer Laueaufnahme des Kristalls mit Röntgenstrahlen. Unter Annahme der Gültigkeit der de Broglieschen Beziehung

$$mv = \frac{h\nu}{c} \tag{1}$$

läßt sich jedem Elektronenbeugungspunkt ein Raumgitterpunkt des Lauediagramms zuordnen, wenn man, wie Davisson und Germer annehmen, als Gitterkonstante einen anderen, nämlich einen kleineren Wert als die Gitterkonstante des Nickels aus Röntgenstrahlaufnahmen einführt.[1]

c) Beim Durchgang schneller Elektronen durch Metallfolien

Hierüber liegt eine Untersuchung an Aluminium- und Goldfolien von G. P. Thomson[2] vor. Er findet in vollständiger Analogie zu Debye-Scherreraufnahmen an Vielkristallen Beugungsringe der Elektronen (in einem Falle an Al Lauepunkte), aus denen sich eine Gitterkonstante berechnen läßt, die mit der aus Röntgenstrahlaufnahmen übereinstimmt.[3]

§ 2. Untersuchungen der Winkelverteilung langsamer Elektronen beim Durchgang durch Metallfolien liegen bisher nicht vor. Hierüber Aufklärung zu bringen, ist das Ziel der vorliegenden Arbeit. Es zeigt sich hierbei, daß Beugungserscheinungen der Elektronen gerade bei kleinen Strahlgeschwindigkeiten besonders eindrucksvoll zutage treten, wenn nur die durchstrahlte Metallhaut dünn genug genommen werden kann.

§ 3. Die Untersuchung verwertet zwei Kenntnisgebiete, die erst in letzter Zeit erschlossen worden sind:

a) Den Durchgang langsamer Elektronen durch Metallfolien

Hierüber hat A. Becker[4] eine ausführliche Untersuchung an Nickel-, Gold- und Aluminiumfolien durchgeführt. Er findet für Nickel und Gold eine selektive Durchlässigkeit der Folie in einem bestimmten Geschwindigkeitsgebiet und unter den durch die Folie hindurchgegangenen Elektronen

---

[1] Über eine andere Zuordnung vgl. § 17.

[2] G. P. Thomson, Proc. Roy. Soc. 117. S. 600. 1928.

[3] Vgl. G. P. Thomson a. a. O. Anmerkung am Schluß.

[4] A. Becker, Ann. d. Phys. 84. S. 779. 1927; vgl. auch: F. Holweck, Thèse 1922. Ann. d. Phys. 9.

1. Elektronen eines bestimmten Geschwindigkeitsintervalls, kleiner als die Primärgeschwindigkeit,

2. Elektronen von nahe bis zur vollen Primärgeschwindigkeit, die die Folie also mit geringem oder ohne Geschwindigkeitsverlust durchsetzt haben.

An Aluminium findet er nur erstere Elektronen, was aber wohl der größeren Dicke der verwendeten Folie zuzuschreiben ist, da in vorliegender Untersuchung bei dünnsten Schichten Elektronen der vollen Primärgeschwindigkeit festgestellt werden konnten.

Das Auftreten solcher ausgezeichneten Elektronengruppen zusammen mit der ebenfalls von A. Becker gefundenen Ungültigkeit der Massenproportionalität des Absorptionskoeffizienten (Lenardsches Gesetz) für langsame Elektronen lassen vermuten, daß hier die kristalline Struktur der Folie eine ausschlaggebende Rolle spielt. Die im Vorliegenden gefundene Erscheinung der Beugung der Primärelektronen voller oder wenig verminderter Geschwindigkeit bestätigt diese Erwartung.

b) Die photographische Wirksamkeit langsamer Elektronen

K. Cole[1]) hat gefunden, daß Elektronen bis zu etwa 25 Volt Geschwindigkeit auf die gewöhnliche photographische Platte wirksam sind und daß man die Empfindlichkeit der Platte durch Sensibilisieren mit Öl ganz bedeutend steigern kann. Diese photographische Wirkung langsamer Elektronen ist eine indirekte, durch die Fluoreszenz der Gelatine bzw. des Öls hervorgerufene.

§ 4. Überblick über die Versuche

Elektronen bestimmter Geschwindigkeit treten in engem Bündel durch eine äußerst dünne Metallhaut und treffen dann auf einen sensibilisierten photographischen Film. Das den Primärstrahl homogenisierende Magnetfeld sorgt gleichzeitig für Ausscheidung der langsamen Sekundärelektronen und der Elektronen mit großem Geschwindigkeitsverlust. Es wurden die folgenden Metalle untersucht:

---

[1]) K. Cole, Phys. Rev. 28. S. 781. 1926; vgl. auch G. F. Brett, Proc. Leeds Phil. Soc. 1. S. 1. 1925.

Kristallsystem	Metall	Elektronengeschwindigkeit in Volt
a) kubisch flächenzentriert	Aluminium	180
	Blei	280
	Nickel	220
	Kupfer	280
	Silber	120 150 180 220 280 320
	Gold	290
b) kubisch körperzentriert	Chrom	290
c) tetragonal	Zinn	280
d) hexagonal	Zink	280

Die Metallhäute wurden hergestellt durch Verdampfen des Metalls im Hochvakuum, Niederschlagen des Dampfes auf einer polierten Steinsalzplatte und Abheben der Metallhaut in Wasser.

Die erhaltenen Aufnahmen der Winkelverteilung der gestreuten und gebeugten Elektronen sind in den Figg. 9—17, Taf. XXIII u. XXIV zusammengestellt.

Die Auswertung der Aufnahmen nach der Debye-Scherrermethode folgt in § 15 in den Tabellen 2—10.

Theoretische Folgerungen enthält § 18.

Einzelheiten der Versuchsanordnung

§ 5. Herstellung der Metallhäute

In einem Hochvakuumofen, wie ihn W. **Flechsig**[1]) kürzlich beschrieben hat, bzw. in einem ähnlich gebauten, wird ein Körnchen des zu verwendeten Metalls in einem Wolframschiffchen bis zur Verdampfung erhitzt. In einem Abstand von durchschnittlich 5 cm vom Wolframschiffchen befindet sich eine Steinsalzplatte, an der der Metalldampf sich niederschlägt. Die Steinsalzplatte ist vorher nach den bei Absorptionsmessungen an Kristallphosphoren im hiesigen Institut bewährten Polierverfahren sorgfältig poliert worden. Vor Einbringen ins Vakuum wird sie stark erhitzt zur Entfernung der Wasserhäute.

Um Verunreinigungen wegzudampfen und die Metalle zu entoxydieren, werden Schiffchen und Metall erst ohne Auffangeplatte im Vakuum kräftig erhitzt. Dann wird die Steinsalzplatte ins Vakuum gebracht. Bei sehr starkem Erhitzen schlägt sich der Metalldampf auf beiden Seiten der Steinsalzplatte nieder.

---

1) W. **Flechsig**, Ztschr. f. Phys. 46. S. 788. 1928.

Bei unedlen Metallen ist es vorteilhaft, diejenige Schicht zu verwenden, die sich auf der dem Wolframschiffchen abgekehrten Seite kondensiert hat. Da sie durch Reflexion der Metallatome an den Glaswänden entsteht, ist sie häufig sauberer von kleinen Verunreinigungen als die direkt aufgedampfte Schicht. Während des Verdampfens wird die Kondensation der Schicht an der Reflexion der Steinsalzplatte beobachtet. Ist genügend Metall aufgedampft, so wird im Vakuum erkalten gelassen.

Eine brauchbare Schicht muß deutlich durchsichtig sein in dem für jedes Metall charakteristischen Farbton. Es wurden Schichten hergestellt von: Kupfer, Silber, Gold; Aluminium, Blei, Nickel; Chrom; Zinn; Zink; Cadmium, Beryllium. Jede Verunreinigung läßt die Schicht leicht löcherig werden. Von Cadmium und Beryllium gelang es nicht, lochfreie Schichten zu erhalten, wohl infolge Verunreinigung des verwendeten Metalls.

Die *Schichtdicke* wurde im allgemeinen nicht bestimmt. Sie ist von der Größenordnung 10^{-6} cm, also dieselbe Größenordnung wie die von C. Müller[1]) hergestellten Schichten. In folgender Weise wurden einige Male Dickenbestimmungen durchgeführt: Die Verdampfungsdauer wurde so lange variiert, bis die Schichtdicke so stark angewachsen war, daß das Gewicht der Schicht auf der Wage bestimmt werden konnte.[2]) Aus Schichtfläche und spezifischem Gewicht folgt dann die Schichtdicke. Das Verhältnis der Verdampfungsdauer bei der wägbaren dickeren Schicht zur unbekannten dünnen Schicht gibt die Schichtdicke der dünnen Schicht. Es wurden so Werte der Schichten von $2—5 \cdot 10^{-6}$ cm gemessen. Für eine verwendete Silberschicht war die Dicke $0{,}8 \cdot 10^{-6}$ cm. Die durch Verdampfen hergestellten Schichten sind meist keilförmig, eine Eigenschaft, die oft mit Vorteil ausgenutzt werden konnte, um besonders dünne Teile der Schicht auf die Strahlblende *Fo* (vgl. unten § 8, und Fig. 3a) zu bringen. Die an die dünne Keilstelle anschließende dickere Stelle dient dabei gleichsam als Rahmen des Keils.

---

[1]) C. Müller, Berliner Ber. 58. S. 464. 1925.

[2]) Die Anheizdauer des Wolframschiffchens wurde dadurch eliminiert, daß die Steinsalzplatte erst bei Temperaturgleichgewicht dem Schiffchen mittels Schliff zugedreht wurde.

Um die Schicht in die Apparatur zu bringen, mußte ein kleines lochfreies Stück von der Steinsalzplatte losgelöst und auf die Strahlblende aufgebracht werden. Dazu wurde die Steinsalzplatte mit der Schicht nach unten in Kochsalzlösung gelegt. Nach Auflösung der Steinsalzplatte — wobei besonders auf gleichmäßige Loslösung zu achten ist — schwimmt die Schicht frei im Wasser. Nun fährt man mit der Strahlblende Fo (Fig. 3a) unter die schwimmende Schicht und sucht ein geeignet scheinendes Stück auf die Blendenöffnung zu fassen. Sobald die Schicht um die Blendenöffnung herum aufliegt, klebt sie an und kann — Strahlblende senkrecht zur Wasseroberfläche — vorsichtig herausgezogen werden.[1]

Die Schicht wird noch unter dem Mikroskop auf Lochfreiheit geprüft, wobei ein Polarisationsmikroskop gute Dienste leistet. Darauf wird sie mit destilliertem Wasser abgespült, um anhaftende Kochsalzkriställchen zu entfernen.[2] Jetzt ist sie zum Einsetzen in die Apparatur bereit. Schichten aus unedlen Metallen müssen hierbei noch im Vakuum und im Wasserstoffstrom erhitzt werden. Da diese Erhitzung bei den niedrig schmelzenden Metallen nicht genügend hoch getrieben werden kann, sind die Beugungsbilder dieser Metalle durchwegs undeutlicher als die von Silber, Gold und Chrom (vgl. die Fig. 10 Taf. XXIII gegen 13, 14, 16, Taf. XXIV).

§ 6. Schichtstruktur

Von einigen, meist dickeren Schichten als die verwendeten wurden Mikrophotographien aufgenommen, die in den Figg. 2a—f, Taf. XXII wiedergegeben sind. Die Vergrößerung ist aus dem beigezeichneten Maßstab ersichtlich. Die Figuren sind Negative, etwaige Löcher machen sich also durch starke Schwärzung bemerkbar.

Die Silberschicht (Fig. 2a, Taf. XXII) ist auf der Steinsalzplatte belassen, auf der sie hergestellt wurde. Man erkennt einige vom Polieren herrührende Kratzlinien. Ferner sieht man, daß die Schicht auf ihrer Unterlage nicht vollkommen glatt aufliegt, sondern sich an vielen Stellen bläschenförmig abhebt (die hellen Kreise in der Fig. 2a, Taf. XXII).

---

[1] Ein Tropfen Öl auf Wasser erleichtert das Herausziehen, doch ist die Schicht darauf jedenfalls im Vakuum zu erhitzen.

[2] Es wurde einige Male erfolglos versucht, Elektronenaufnahmen an Metall + Kochsalz zu erhalten. Die Kochsalzkristalle sind aber offenbar schon zu dick, um langsame Elektronen durchtreten zu lassen.

Die Schichten von Silber, Nickel, Zinn und Zink bestehen durchaus aus regellos verteilten Kriställchen. Diese Kriställchen sind bei Silber besonders klein. In der Bleischicht dagegen ist deutlich Struktur zu erkennen (die von oben nach unten laufenden Linien in Fig. 2c, Taf. XXII). Die Cadmiumschicht ist nur wiedergegeben, um die Art und Größe der bei Cadmium leicht auftretenden Löcher zu zeigen. Diese Löcher sind recht klein, 5—10 μ. Die anderen Schichten sind offenbar lochfrei.[1]

§ 7. Die Sensibilisierung der photographischen Filme

Mit Ausnahme der ersten Aufnahmen wurden stets durch Öl sensibilisierte Filme verwendet. Zur Sensibilisierung wurde ein dickflüssiges Öl geringen Dampfdrucks mit sehr starker blaugrüner Fluoreszenz ausgewählt (Überrizinusöl N in der Bezeichnung von S. Kyropoulos). Ein Tropfen des Öls wurde mit einem Lappen auf einer Glasplatte verteilt, dann mit einem andern weichen Lappen etwas Öl von der Glasplatte abgewischt und diese geringe Menge auf den Film aufgetragen. Der belichtete Film kann dann unmittelbar nach der Belichtung entwickelt werden. Ist zu viel Öl aufgetragen, so ist Baden des Films in Benzol und in Alkohol vor dem Entwickeln erforderlich. Der geölte Film zeigt leicht Flecke nach dem Entwickeln.

An Filmen wurden verwendet: Agfa, Perutz und Röntgenfilme. Entwickelt wurde mit dem hart arbeitenden Hydrochinon.

Die Belichtungszeiten betrugen im Mittel 20 Stunden, oft auch bis 40 Stunden.

§ 8. Die Elektronenkamera

Im Hochvakuum des Versuchsgefäßes befand sich ein Metallkästchen ähnlich dem von Ramsauer in die Versuchstechnik eingeführten. Fig. 3 zeigt eine Skizze hiervon. Von einem thorierten Wolframdraht *G* gehen Elektronen aus, die durch ein Magnetfeld zu Kreisen gebogen, durch die Blenden b_1 und b_2 auf die Folie *Fo* auftreffen. Der mittlere Radius der Kreisbahn ist 2,8 cm. Die Blenden b_1 und b_2 haben eine Breite von 1,5 mm. Der Glühdraht legt zusammen mit den Blenden die Kreisbahn fest. Hinter der Blende b_2 ist die

---

[1] Im Polarisationsmikroskop wird keine Aufhellung beobachtbar, wohl aber erkennt man Löcher und etwa anhaftende Kochsalzkristalle an ihrer Aufhellung.

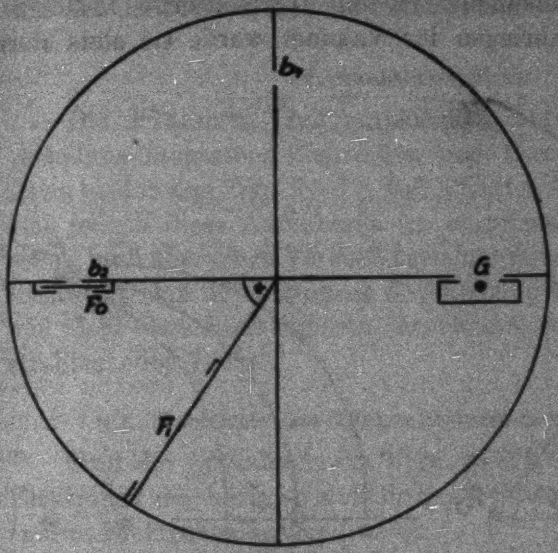


Fig. 3

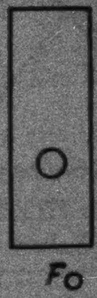


Fig. 3a

Strahlblende *Fo* einschiebbar, eine starke Aluminiumfolie, die als Träger der Metallhaut dient. Diese Strahlblende ist in Fig. 3a nochmals gezeichnet. In die Strahlblende ist ein Loch von etwa $^3/_4$ mm eingestoßen, auf das die zu untersuchende Metallhaut nach in § 5 beschriebenem Verfahren aufgefangen wird. Der Glühdraht liegt zusammen mit dem ihn umschließenden Gehäuse auf negativer Spannung, das Metallkästchen ist geerdet; die Metallhaut liegt also auch an Erde. Der Elektronenstrom Glühdraht-Metallkästchen betrug im Mittel 20 Milliampere.

Der vierte Quadrant des Kästchens enthält den Filmhalter *Fi*, Fig. 4 zeigt den Filmhalter in Seitenansicht; der photographische Film liegt unmittelbar am Halter auf, hat also die Krümmungsmaße des Halters in bezug zu Metallhaut *Fo*.

Diese Maße sind in Fig. 4 ebenfalls eingezeichnet, zusammen mit dem Schmiegungskreis (gestrichelt), den man von der Metallhaut zum unteren Teil des Halters *Fi* ziehen kann. Der Ort eines auf den photographischen Film gelangenden Elektrons ist also bestimmt durch die Länge l und die Höhe d, so daß der Bogen $\widehat{\varphi} = d/l$. Der Filmhalter *Fi* ist verstellbar um den Winkel α (Fig. 3) gegenüber der Strahlblende *Fo*.

Die Elektronenkamera ist mit Terpentinruß leicht geschwärzt. Vor Einbringen ins Vakuum wurde sie stets stark erhitzt. Befindet sich auf dem Loch der Strahlblende *Fo* keine Metallhaut, so bilden die Elektronen ihren Durchstoßungspunkt auf dem Film *Fi* ab. In Fig. 5, Taf. XXII ist eine solche Aufnahme wiedergegeben. Die Lochblende in *Fo* hatte einen Durchmesser von 1,5 mm. Bei Fig. 3 war der Winkel α etwa 30°, in Fig. 3a 90°, daher in letzterer Aufnahme die diffuse Verbreiterung des Strahls nach der Seite der langsamen Geschwindigkeiten.

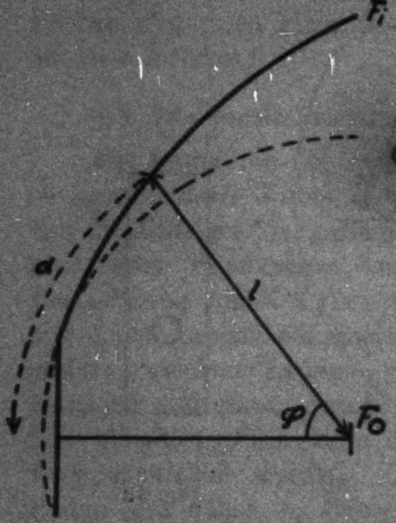


Fig. 4

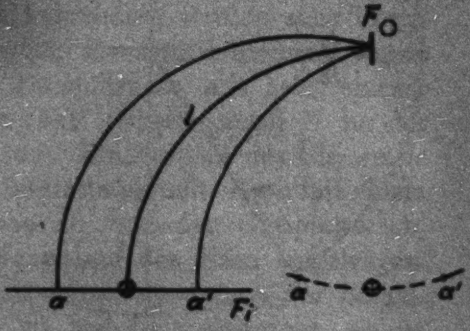


Fig. 6

Tritt eine Ablenkung des Elektrons nach Durchsetzen der Metallhaut ein, so wird der Mittelpunkt der neuen Kreisbahn verlagert, wie es in Fig. 6 veranschaulicht ist. Die Längen l von Metallhaut zum Film (Fig. 4) sind also Kreisbögen.

Die für die vorliegenden Zwecke abgeänderte Ramsauersche Methode erlaubt den Elektronenstrom vor seinem Auftreffen auf die Metallhaut gut zu homogenisieren in bezug auf seine Geschwindigkeit, und gestattet ferner, worauf es hier vor allem ankommt, auf dem Aufnahmefilm die Elektronen ohne oder mit nur geringem Geschwindigkeitsverlust zu trennen von den Elektronen mit größeren Geschwindigkeitsverlusten und von den langsamen Sekundärelektronen.

Versuchsergebnisse

Die erhaltenen photographischen Aufnahmen der Winkelverteilung langsamer Elektronen nach Durchgang durch Metallfolien sind in den Figg. 9—17, Taf. XXIII u. XXIV wiedergegeben. Ehe jedoch diese Aufnahmen im einzelnen besprochen werden sollen, muß über einen Versuch berichtet werden, der unmittelbar, nachweist, daß die gefundene Erscheinung Elektronen zukommt, und nicht etwa einer anderen Strahlenart, wie weichen Röntgenstrahlen oder Licht.

§ 9. Nachweis der Elektronennatur der Strahlung

Sind die Aufnahmen der Figg. 9—17, Taf. XXIII u. XXIV Elektronen zugehörig, so muß die Erscheinung verschwinden, wenn man die Elektronen im Quadranten nach b_2 der Elektronenkamera (Fig. 3) durch magnetische oder elektrische Felder ablenkt. Der Einfachheit halber wurde elektrische Ablenkung gewählt und dazu eine Elektrode in die Elektronenkamera in der in Fig. 7 ersichtlichen Weise isoliert eingeführt. Diese Elektrode hatte bei dem ausgeführten Versuch dasselbe Potential wie der Glühdraht, 290 Volt. Der Winkel α zwischen F_0 und F_1 betrug etwa 30°. Die so erhaltene Aufnahme zeigt Fig. 8, Taf. XXII, wobei Elektronen von 290 Volt eine Silberhaut durchsetzten. An Stelle der Beugungsringe, wie sie bei demselben Versuch ohne ablenkendes Feld erhalten wurden (Figg. 9—17,

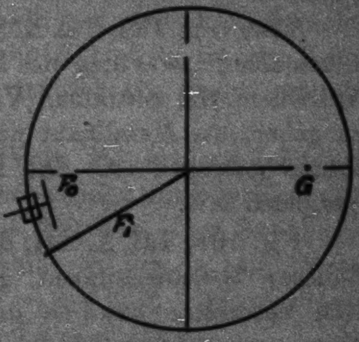


Fig. 7

Taf. XXIII u. XXIV), ist jetzt nur ein strukturloser Fleck zu sehen. (Der Strich auf der Abbildung ist ein Filmfehler).

Die in den Figg. 9—17, Taf. XXIII u. XXIV wiedergegebene Erscheinung wird also durch Elektronen verursacht.

§ 10. Die einzelnen Aufnahmen der Winkelverteilung

Aluminium (Figg. 9a, b, c, Taf. XXIII). Strahlengeschwindigkeit $V = 180$, 185, 182 Volt. Man erkennt einen Streukegel um den Durchstoßungspunkt des Elektronenstrahls und konzentrisch zu diesem zwei etwas verwaschene Ringe, die in Anschluß an die unten § 13 folgende Deutung als *Beugungsringe* bezeichnet werden sollen. Die Ringe sind kreisähnlich geschlossene Kurven, womit hervorgehoben werden soll, daß bei der verwendeten geometrischen Anordnung in der Elektronenkamera Kreise nicht erwartet werden können. Die Kreise weisen einzelne Verdickungsstellen auf (vgl. hierüber § 16b). Außerdem ist ein kontinuierlicher, oft fleckiger Untergrund vorhanden.

Elektronen geringerer als der ursprünglichen Geschwindigkeit, werden in den Figuren *nach links abgelenkt.* Besonders in Fig. 9c erkennt man deutlich die Verbreiterung des Streukegels nach dieser Seite.

Silber (Fig. 10a, Taf. XXIII). $V = 120$ Volt. Es ist nur eine allgemeine Schwärzung des Films zu erkennen, ohne irgendein Anzeichen von Struktur. Vielleicht müßte, um Beugungsringe zu geben, die Metallhaut noch dünner sein als es hier herzustellen gelungen ist. Die Figur ist hier wiedergegeben zum Vergleich mit:

Fig. 10b, Taf. XXIII, die bei $V = 150$ Volt, also bei wenig höherer Geschwindigkeit gemacht wurde. Diese Aufnahme läßt besonders deutlich drei Beugungsringe erkennen. Der Film war so in den Halter gegeben, daß vom Streukegel nur noch der obere Rand zur Aufnahme kam. Die Metallhaut war offenbar besonders dünn; mit einer zweiten Schicht gelang es nicht, Beugungsringe zu erhalten. Dieselbe Metallhaut wurde auch noch verwendet zur Aufnahme

Fig. 10c, Taf. XXIII, $V = 180$ Volt, die wohl als deutlichste Aufnahme der vorliegenden Untersuchung bezeichnet werden darf. Man sieht sehr gut vier Beugungsringe und den Streukegel, der wieder nach links verbreitert ist. (Elektronen mit Geschwindigkeitsverlust.) Die Aufnahme erlaubt eine Photometrierung in Richtung des Ringradius von oben nach unten und von rechts nach links.

Die gefundenen Schwärzungskurven sind in den Figg. 18a u. b, Silber 180 Volt, wiedergegeben. Man erkennt den Streukegel, und deutlich davon abgehoben die Beugungsringe der Ebenen {111} und {002}; dazu im Schnitt von oben nach unten (Fig. 18a) die Ringe der Ebenen {022} und {113} als scharfe Maxima. In Fig. 18b ist die Richtung der magnetischen Ablenkung angegeben; Elektronen geringerer Geschwindigkeit als der primären werden in Richtung des Pfeiles abgelenkt. Man ersieht das Vorhandensein solcher Elektronen am langsamen Abfall der Schwärzungskurve nach links. Über die Geschwindigkeitsverteilung dieser Elektronen vgl. § 11.

Fig. 10d, Taf. XXIII. $V = 200$ Volt. Der Streukegel ist hier sehr verbreitert, so daß er die ersten zwei Beugungsringe überdeckt. Hingegen sind die folgenden beiden Ringe gut zu erkennen. Die Querstriche im Bild sind Filmfehler.

Fig. 10e, Taf. XXIII. $V = 280$ Volt. Der Streukegel überstrahlt wieder die beiden ersten Ringe. Es folgen zwei deutliche Ringe, dann ein sehr schwacher und noch drei schwache. Der Querstrich von links gegen die Filmmitte ist ein Filmfehler. In etwa der Bildmitte ist deutlich ein Beugungspunkt auf einem Ring zu erkennen.

Fig. 10f, Taf. XXIII. $V = 320$ Volt. Man erkennt den wenig weiten Streukegel und vier verwaschene Ringe mit Verdickungen.

Gold (Fig. 11, Taf. XXIV). $V = 290$ Volt. Der Streukegel ist sehr weit. Oberhalb und unterhalb von ihm je zwei Ringe.

Kupfer (Fig. 12, Taf. XXIV). $V = 280$ Volt. Diffuser Streukegel, zwei verwaschene und ein schwacher Ring.

Nickel (Fig. 13, Taf. XXIII). $V = 220$ Volt. Streukegel nach kleinen Elektronengeschwindigkeiten deutlich verbreitert. Zwei sehr verwaschene Ringe.

Blei (Fig. 14, Taf. XXIV). $V = 280$ Volt. Streukegel und zwei verwaschene Ringe geringen Durchmessers. [Man beachte den viel größeren Durchmesser bei Kupfer (Fig. 12, Taf. XXIV) bei derselben Geschwindigkeit], ferner einen schwachen Außenring.

Chrom (Fig. 15, Taf. XXIV). $V = 290$ Volt. Deutlicher Streukegel, ein starker und ein schwacher Ring.

Zinn (Fig. 16, Taf. XXIV). $V = 280$ Volt. Starker Streukegel und sehr verwaschener breiter Ring.

Zink (Fig. 17, Taf. XXIV). $V = 280$ Volt. Deutlicher Streukegel, ein schwacher, ein sehr schwacher, ein starker und ein verwaschener Ring. — Man beachte den abweichenden Typus dieser Aufnahme gegenüber den Aufnahmen bei kubischem Gitter.

Auswertung der Aufnahmen

Die Auswertung der Aufnahmen der Elektronenwinkelverteilung erfolgt nach folgenden Gesichtspunkten:

Die Durchlässigkeit der Metallhäute für langsame Elektronen (§ 11).

Die Streuung der Elektronen (§ 12).

Die Beugung der Elektronen (§ 13).

§ 11. Die Durchlässigkeit der Metallhäute für langsame Elektronen

a) Die von A. Becker an Nickel- und Goldhäuten gefundene Durchlässigkeit für Elektronen der ursprünglichen, bzw. wenig verminderten, Geschwindigkeit wird hier an allen untersuchten Metallhäuten beobachtet. Die Erscheinung hat eine gewisse Ähnlichkeit mit dem Ramsauereffekt an Gasen. Ihre Ursache scheint im kristallinen Bau der Metallhäute zu liegen. Ob unter den durchgelassenen Elektronen auch solche eines selektiven Geschwindigkeitsintervalls auftreten wie in Beckers Untersuchung, kann mit der hier benutzten Methode kaum festgestellt werden.

b) Nur in einem Fall der vorliegenden Aufnahmen können Angaben über die Geschwindigkeitsverteilung der gebeugten Elektronen gemacht werden, bei der in Fig. 18b ausphotometrierten Aufnahme an Silber (Fig. 10e, Taf. XXIII).

Die Relativänderung dr/dV des Radius der Elektronenbahn mit der Voltgeschwindigkeit V des Strahls ist bestimmt durch

$$\frac{-\frac{dr}{dV}}{r} = \frac{1}{2V}$$

(r = mittlerer Radius der Elektronenkamera = 2,8 cm). Nimmt man für das Maximum des Ringes {002} volle Primärgeschwindigkeit an[1]), so kommt den Elektronen in etwa 2 mm Entfernung nach links, die offenbar noch in großer Zahl vorhanden sind, eine Geschwindigkeit von 160 Volt zu.

§ 12. Die Streuung der Elektronen

Alle Aufnahmen zeigen mehr oder weniger stark einen Streukegel der durchgelassenen Elektronen um den Durchstoßungspunkt des Strahls. In der folgenden Tabelle ist der halbe Öffnungswinkel des Streukegels, der *Streuwinkel* φ, für die verschiedenen Metalle angegeben. Es bedeuten d = Abstand des Mittelpunktes des Streukegels bis zur Stelle stärkster Intensitätsabnahme des Kegels, l = Abstand Metallhaut–Film; die Bezeichnungen entsprechend Fig. 4.

Tabelle 1

Streukegel

Metall	V	d	l	φ
Al	180	3,2	23	8°
	182	3,1	23	7° 30′
	185	4	24	9° 30′
Ag	150	—	—	—
	180	3,5	24	8° 30′
	220	10	28	20° 30′
	280	6,8	18	22°
	320	2,5	22	6° 30′
Cu	280	4	29	8°
Au	290	7	19	21°
Pb	280	2,5	25	6°
Ni	320	4	24	9° 30′
Cr	290	3,5	24	8° 30′
Sn	280	5	19	15°
Zn	280	3,5	28	7°

Es scheint, daß der Streuwinkel um so größer ist, je dicker die Metallhaut. Inwiefern ein Gang des Streuwinkels mit der Dichte des Metalls vorliegt, kann nicht festgestellt werden.

---

1) Es nicht erwiesen, ob die Beugungsringe von Elektronen der vollen Primärgeschwindigkeit verursacht werden oder vielleicht von Elektronen mit einem bestimmten Geschwindigkeitsverlust.

Die Intensitätsverteilung im Streukegel ist für die Silberaufnahme bei 180 Volt aus der Kurve Fig. 18 ersichtlich.

Der Streukegel in seiner Gesamtheit ist nicht etwa als Beugungsbild nullter Ordnung der nach außen anschließenden

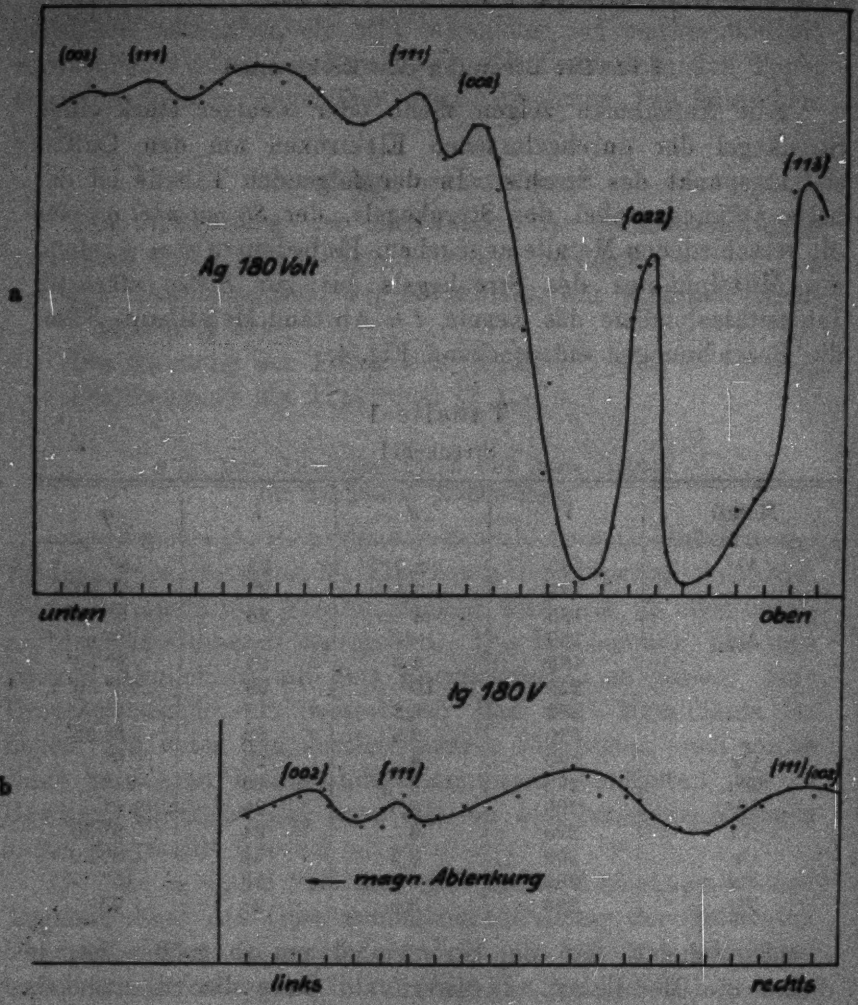


Fig. 18

Beugungsringe anzusehen, denn dazu ist er im Vergleich zu den Ringen viel zu breit. Als Beugung nullter Ordnung dürfte er nur wenig größeren Durchmesser haben, als der Fläche der durchlässigen Metallhaut entspricht (Durchmesser etwa $^3/_4$ mm). Wohl sind in ihm die ungebeugten Elektronen enthalten, deren Anzahl ja sehr groß sein muß. Aber dazu kommen noch alle die Elektronen, die Ablenkungen in kleinen Winkeln an den Metallatomen (nicht an den Gitterebenen) erlitten haben. Diese Erscheinung der *Mehrfachstreuung* ist ja für mittelschnelle Elektronen aus den Untersuchungen Lenards, für β-Strahlen u. a. durch Untersuchungen von W. Bothe bekannt.

Alle Aufnahmen zeigen einen kontinuierlichen Schwärzungsuntergrund über die ganze Bildfläche hin. Dieser Untergrund wird teilweise von Elektronen verursacht, die in sehr großen Winkeln gestreut wurden, zum Teil aber auch von weichen Röntgenstrahlen aus der Metallfolie *Fo.* (Der Untergrund ist auch auf der Aufnahme Fig. 8, Taf. XXII bei ablenkendem elektrischen Feld vorhanden.) Flecke im Untergrund kommen wohl stets von nicht genügender Gleichmäßigkeit der sensibilisierenden Ölschicht.

§ 13. Die Beugung der Elektronen

Das *Auftreten diskreter Winkel* in der räumlichen Verteilung der durch die Metallhaut durchgelassenen Elektronen soll in Anschluß an die theoretische Deutung als *Beugung* bezeichnet werden. Der Auswertung der Beugungsringe, wie sie aus den Aufnahmen Figg. 9—17, Taf. XXIII u. XXIV ersichtlich sind, sollen daher die folgenden Hypothesen zugrunde gelegt werden:

a) Die Beziehung von de Broglie-Schrödinger über Impuls des Elektrons und begleitender Phasenwelle:

$$m v = \frac{h}{\lambda}. \tag{1}$$

b) Die Anwendbarkeit der röntgenographischen Debye-Scherrermethode auf die Elektronenbeugung an Vielkristallen:

$$2 \sin \frac{\varphi}{2} = \frac{\lambda}{D}. \tag{2}$$

An die Auswertung der Aufnahme als Debye-Scherrerdiagramme schließt sich ein Abschnitt über das *Auflösungsvermögen* des Metallgitters für Elektronen (§ 16).

§ 14. Die Auswertung der Aufnahmen nach der Debye-Scherrermethode

a) Bestimmung des Beugungswinkels φ

Zur Auswertung müssen zunächst die den einzelnen Beugungsringen der Aufnahmen Figg. 9—17, Taf. XXIII u. XXIV zukommenden Winkel bekannt sein. Der Beugungswinkel φ wird entsprechend Fig. 4 durch Ausmessen des Abstands d vom Streukegelmittelpunkt bis zur Ringmitte und der Entfernung l von Metallhaut–Beugungsring bestimmt. Der Abstand d kann auf dem Film recht genau gemessen werden, sofern die Beugungsringe nicht gar zu verwaschen sind und man noch gut auf ihre Mitte einstellen kann. Hingegen ist l nicht mit der gleichen Genauigkeit ausmeßbar. Man muß beachten, daß l entsprechend Fig. 6 gekrümmt ist. Zu seiner Messung wurde daher so verfahren: Bei eingeschobenem Film in den Halter *Fi* wird durch die Lochblende *Fo* eine Drahtsonde geschoben, deren Krümmung der Krümmung der Elektronenbahn möglichst angepaßt ist, bis sie den zu messenden Beugungsring berührt. Die Sonderlänge ist dann die gesuchte Länge l. In dieser Weise kann l durch wiederholtes Messen an verschiedenen Stellen des Beugungsringes auf höchstens $^1/_2$ mm ermittelt werden. Eine Korrektion wegen endlicher Ausdehnung der Metallhaut *Fo* wurde nicht durchgeführt, jede derartige Korrektion fällt angesichts der meist recht verwaschenen Ringbreite nicht ins Gewicht. Aus diesem Grunde wurde auch nach keiner besseren Methode zur Bestimmung von l gesucht.

Es ist

$$\frac{d}{l} = \widehat{\varphi} \text{ in Bogenmaß.}$$

b) Allgemeiner Gang einer Auswertung

Aus dem Beugungswinkel φ findet man $\sin \varphi/2$ und muß nun zusehen, welches Gitterparameter $h_1\, h_2\, h_3$ man zuordnen kann. Dabei kann man zweierlei Wege einschlagen:

1. Man nimmt die Beziehung (1) als streng richtig an und rechnet eine Gitterkonstante des Metalls für Elektronen„wellen“ aus. Diese Gitterkonstante a wird bei Davisson und Germer kleiner gefunden als die Röntgengitterkonstante a_R. Man kann a/a_R als *Gitter*verzerrung einführen.

Eine Kontraktion der obersten Gitterschicht in einem Metall kann aber nur bei Reflexion des Elektronenstrahls angenommen werden. Sobald die Elektronen eine Schicht durchsetzen, wie bei dem hier durchgeführten Versuche (vgl. jedoch § 16c), muß eine andere Erscheinung zur Erklärung einer

Gitterverzerrung gesucht werden. Es wird daher folgender Weg beschritten:

2. Man nimmt die Röntgengitterkonstante als richtig an für Elektronen„wellen“ und rechnet damit eine *wirksame Wellenlänge* $\bar{\lambda}$ aus. Das Verhältnis der Wellenlänge λ aus Gleichung (1) zu der wirksamen Wellenlänge $\bar{\lambda}$ sei als *Brechungsindex* n der Elektronen bezeichnet

$$\frac{\lambda}{\bar{\lambda}} = n. \tag{3}$$

Der Brechungsindex wird hier, im Gegensatz zu der Parameterzuordnung bei Davisson und Germer, größer als 1 gefunden.

Das Ergebnis der Auswertung des hexagonalen Zinks gibt der Auffassung 2. erweiterte Berechtigung.

Über den Brechungsindex n siehe weiter § 17.

§ 15. A. Die Metalle mit kubischem Gitter

Der Auswertung wird zugrunde gelegt die Gleichung

$$2 \sin \frac{\varphi}{2} = \frac{\bar{\lambda}}{a} \sqrt{h_1^2 + h_2^2 + h_3^2}\,.$$

φ = Beugungswinkel;

$\widehat{\varphi} = \frac{d}{l}$;

$\bar{\lambda}$ = wirksame Wellenlänge im Kristall in 10^{-8} cm;

a = Röntgenstrahlgitterkonstante in 10^{-8} cm;

$h_1\, h_2\, h_3$ = Gitterparameter;

λ = Wellenlänge nach Gleichung (1) in 10^{-8} cm;

$n = \frac{\lambda}{\bar{\lambda}}$ = Brechungsindex;

$s = \frac{\lambda}{2a}$ = eine Größe, die für dieselbe wirksame Wellenlänge konstant sein muß, falls die Parameterzuordnung h richtig getroffen ist. Der Mittelwert von s wird mit Gewichten genommen.

V = Voltgeschwindigkeit der Elektronen. Es ist

$$\lambda = \frac{12{,}2}{\sqrt{V}}\, 10^{-8}\ \text{cm}.$$

a) Kubisch flächenzentrierte Gitter

Tabelle 2

Aluminium, 180—185 Volt. Figg. 9a, b, c, Taf. XXIII

d	l	$\hat{\varphi}$	φ	$\varphi/2$	$\sin \varphi/2$	h	s	Bemerkung
8,8	24	0,368	21° 10′	10° 35′	0,183	111	0,106	st v
11,8	27	0,436	25°	12° 30′	0,216	002	0,108	st v
24	32	0,750	43°	21° 30′	0,366	113	0,110	s schw v
							0,107	

$a = 4{,}04$, $\lambda = 0{,}91$, $\bar{\lambda} = 0{,}87$, $n = 1{,}05 \pm 0{,}02$.

st = starker Ring, m = mittel, schw = schwach, s = sehr,
v = verwaschen, u = undeutlich.

Die Konstanz von s zeigt, daß die Parameterzuordnung richtig ist.

Silber, 120 Volt. Fig. 10a, Taf. XXIII. Nur allgemeine Schwärzung des Films.

Tabelle 3a

Silber, 150 Volt. Fig. 10b, Taf. XXIII

d	l	h	s	Bemerkung
18,2	44	111	0,119	st v
21,1	45	002	0,116	mst
31	47	022	0,115	schw
			0,117	

$a = 4{,}06$, $\lambda = 1{,}0$, $\bar{\lambda} = 0{,}95$, $n = 1{,}06 \pm 0{,}01$.

Das Fehlen des Strahlmittelpunktes beeinträchtigt die Meßgenauigkeit.

Tabelle 3b

Silber, 180 Volt. Fig. 10c, Taf. XXIII

d	l	h	s	Bemerkung
9,0	24,5	111	0,105	st
11,5	26	002	0,109	st
18,5	29	022	0,110	mst
24	33	113	0,107	st
			0,107	

$a = 4{,}06$, $\lambda = 0{,}91$, $\bar{\lambda} = 0{,}87$, $n = 1{,}05 \pm 0{,}01$.

Tabelle 3c

Silber, 220 Volt. Fig. 10d, Taf. XXIII

d	l	h	s	Bemerkung
9,5	29	111	0,094	st u
11,4	29	002	0,098	st v
18,6	33	022	0,098	mst
25	38	113	0,098	st

$a = 4{,}06$, $\lambda = 0{,}82$, $\bar{\lambda} = 0{,}79$, $n = 1{,}04 \pm 0{,}01$.

Tabelle 3d

Silber, 280 Volt. Fig. 10e, Taf. XXIII

d	l	h	s	Bemerkung
6,5	18,5	002	0,087	st u
10,5	21	022	0,087	mst
14	24	113	0,087	st
(16)	26	222	(0,087)	s schw
19	27	004	0,086	schw
24	31	133	0,086	schw
27	34	024	0,087	schw
				111 verschwindet im Streukegel
			0,087	

$a = 4{,}06$, $\lambda = 0{,}73$, $\lambda = 0{,}705$, $n = 1{,}08 \pm 0{,}005$.

Tabelle 3e

Silber, 320 Volt. Fig. 10f, Taf. XXIII

d	l	h	s	Bemerkung
6,7	23	111	0,085	st v
7,8	23	002	0,084	st v
14,2	26	113	0,081	m v
19	32	222	0,084	st sv
			0,084	

$a = 4{,}06$, $\lambda = 0{,}68$, $\bar{\lambda} = 0{,}67$, $n = 1{,}01 \pm 0{,}01$.

Tabelle 4

Kupfer, 280 Volt. Fig. 12, Taf. XXIV

d	l	h	s	Bemerkung
10	30	111	0,098	s v
12,5	31	002	0,099	s v
19	34	022	0,097	schw
			0,097	

$a = 3{,}65$, $\lambda = 0{,}73$, $\bar{\lambda} = 0{,}71$, $n = 1{,}03 \pm 0{,}02$.

Tabelle 5

Gold, 290 Volt. Fig. 11, Taf. XXIV

d	l	h	s	Bemerkung
6,5	20	002	0,081	u
9,6	21	022	0,081	st
13	23	113	0,084	st
14,5	24	222	0,086	v
			0,084	

$a = 4{,}08$, $\lambda = 0{,}71$, $\bar{\lambda} = 0{,}69$, $n = 1{,}03 \pm 0{,}02$.

Tabelle 6

Blei, 280 Volt. Fig. 14, Taf. XXIV

d	l	h	s	Bemerkung
6,5	26	111	0,072	st v
7,4	26	002	0,071	st v
14	28	113	0,073	u
			0,072	

$a = 4{,}91$, $\lambda = 0{,}73$, $\bar{\lambda} = 0{,}71$, $n = 1{,}02 \pm 0{,}01$.

Tabelle 7

Nickel, 220 Volt. Fig. 13, Taf. XXIV

d	l	h	s	Bemerkung
9,5	25	111	0,110	st v
12	27	002	0,110	st v
			0,110	

$a = 3{,}53$, $\lambda = 0{,}82$, $\bar{\lambda} = 0{,}78$, $n = 1{,}05 \pm 0{,}01$.

Alle untersuchten Metalle mit kubisch flächenzentriertem Gitter zeigen, soweit die Deutlichkeit der Aufnahmen ersehen läßt, dieselben Gitterparameter, wie sie auch bei Röntgenspektren auftreten.

Die Intensität der Beugungsringe ist ebenfalls analog derjenigen im Röntgenspektrogramm.[1] Quantitative Angaben sind der Kurve in Fig. 18a zu entnehmen. In der folgenden Tabelle sind die Schwärzungen S der Beugungsringe dieser

---

[1] Mit Ausnahme der Ebene {222} Ag 280 V, was aber auch durch ungleichmäßige Ölverteilung auf dem Film verursacht sein kann.

Kurve (in willkürlichen Einheiten) und die aus der Strukturformel berechneten Röntgenstrahlintensitäten J_R zusammengestellt.

Tabelle 3*α*

h	*S*	J_R
111	47	2,15
002	44	1,18
022	32	0,88
113	39	1,14

b) Kubisch raumzentriertes Gitter

Tabelle 8

Chrom, 290 Volt. Fig. 15, Taf. XXIV

d	*l*	*h*	*s*	Bemerkung
8,5	25	110	0,120	st
10,5	26	111	0,115	u
			0,118	

$a = 2{,}89,\quad \lambda = 0{,}71,\quad \lambda = 0{,}68,\quad n = 1{,}04 \pm 0{,}01.$

Es tritt hier die dem raumzentrierten Gitter eigentümliche Ebene {110} sehr stark auf, schwach die im Röntgenstrahldiagramm fehlende Ebene 111. Die Ebene des Röntgenstrahldiagramms {002} ist auf der Aufnahme nicht mehr festzustellen.

B. Tetragonales Gitter

Tabelle 9

Zinn, 280 Volt. Fig. 16, Taf. XXIV

d	*l*	$\widehat{\varphi}$	$\varphi/_2$	$\sin \varphi/_2$	Bemerkung
11,5 ± 1	20	0,57	16° 30′	0,28	s u

$\lambda = 0{,}73.$

Wahrscheinlich zwei Ringe?

Es werde zur Auswertung Gleichung (2) zugrundegelegt.

Nach **H. Mark** und **M. Polanyi**[1]) gehören zu folgenden Parameterwerten *h* die Werte *D* der Röntgenstrahldiagramme.

---

[1]) **H. Mark** und **M. Polanyi**, Ztschr. f. Phys. 18. S. 75. 1923.

Tabelle 9a

h	D	h	D
200	2,9	400	1,45
101	2,78	231	1,44
301	1,65	141	1,29
112	1,47	202	1,10

Mit $\lambda = 0{,}73$ erhält man aus Tab. 9 $D = 1{,}3 \pm 0{,}2$. Diesem Wert scheinen die Ebenen 202—112 des Röntgenstrahldiagramms zu entsprechen. Doch ist eine Zuordnung im einzelnen nicht durchzuführen, wegen Verwaschenheit des Beugungsbildes. Ist die Zuordnung richtig, so wäre der Brechungsindex n kaum von 1 verschieden.

C. Hexagonales Gitter

Tabelle 10

Zink, 280 Volt. Fig. 17, Taf. XXIV

d	l	$\sin \varphi/_2$	D	Ebene	$\bar{\lambda}$	Bemerkung
9,0	31	0,145	2,46	0001(2)	0,71	m
10,0	31	0,159	2,29	$10\bar{1}0$	0,72	u
14,0	35	0,192	2,08	$10\bar{1}1$	0,79	st
17,2	37	0,235	1,34 1,33	$10\bar{1}3$ $11\bar{2}0$	0,74 0,75	v

$\lambda = 0{,}73$, $\bar{\lambda} = 0{,}74$, $n = 1{,}00 \pm 0{,}03$.

Die D-Werte sind den Röntgenaufnahmen von A. W. Hull[1]) entnommen.

Für die äußeren Ringe ist die Zuordnung nicht eindeutig, doch ist die Konstanz der wirksamen Wellenlänge $\bar{\lambda}$ befriedigend.

Tabelle 10a

Intensität der Beugungsringe an Zink für Röntgen- (J_R) und Elektronenstrahlen (J_E)

D	J_R	J_E
2,466	8	m
2,295	1	u
2,080	10	st
1,684	2	?
1,339	10	v } schw., fällt zusammen?
1,332	10	v

J_R nach A. W. Hull.

---

1) A. W. Hull, Phys. Rev. 17. S. 583. 1921.

Für die getroffene Zuordnung spricht die Intensitätsverteilung der Röntgenstrahlbeugung gegenüber der Elektronenbeugung. Die Intensitäten sind in vorstehender Tab. 10a zusammengestellt.

§ 16. Das Auflösungsvermögen des Metallgitters für Elektronen

a) Über das Auflösungsvermögen des Silbergitters gibt die Photometerkurve, Fig. 18a (Schnitt von oben nach unten durch Fig. 10c, Taf. XXIII, so daß die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen im Beugungsring keine wesentliche Rolle spielt) einige Auskunft. Bezeichnet s den Durchmesser der Metallhaut (etwa $^3/_4$ mm), so wäre die Mindestbreite b des Ringes aus geometrischen Gründen beim Beugungswinkel φ

$$b = s \cos \varphi .$$

Für die Ebene {113} erhält man daraus ($\varphi = 41^\circ$) $s = 0{,}5$ mm. Dieser Wert ist etwa ein Drittel der gefundenen Breite. Rechnet man aus der Breite von {113} das *Auflösungsvermögen* $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ des Kristallgitters für Elektronen aus, so wird $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 20$.

Die Beugungsringe der übrigen Aufnahmen sind durchweg breiter, das Auflösungsvermögen würde also noch bedeutend geringer ausfallen.

Davisson und Germer geben für Nickel $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 14$ an und diskutieren ausführlich die Gründe dieses geringen Auflösungsvermögens im Vergleich zum Auflösungsvermögen desselben Gitterss gegenüber Röntgenstrahlen.

b) Auf einigen der Aufnahmen sind auf den Beugungsringen *Beugungspunkte* deutlich wahrzunehmen, so auf Fig. 10e, f, Taf. XXIII und Figg. 14, 15, Taf. XXIV. Diese Beugungspunkte sind sehr ausgedehnt, es kommt ihnen also ein sehr geringes Auflösungsvermögen zu.

Genaue Betrachtung der Aufnahmen zeigt, daß auch die Beugungsringe fast alle eine Art körnige Struktur aufweisen (vgl. Figg. 10c, 13, Taf. XXIII u. XXIV). Den regellos gehäuften Vielkristallen der Metallhaut müssen also auch einige größere Kriställchen eingelagert sein.

c) Die Frage nach dem Auflösungsvermögen ist eng verbunden mit der Frage nach der für die Elektronenbeugung wirksamen *Schichtdicke*. Offenbar können für gut ausgebildete Beugungsringe nur wenige Netzebenen in Betracht kommen. Jede Vergrößerung der wirksamen Schichtdicke muß die Beugungsringe verwaschen werden lassen.

Für Durchgang des Elektrons durch die Metallhaut sind zwei Fälle zu trennen:

1. Die Netzebenen in der wirksamen Schicht sind lückenlos geordnet und das gebeugte Elektron durchsetzt die ganze Dicke der Metallhaut (Fig. 19a).

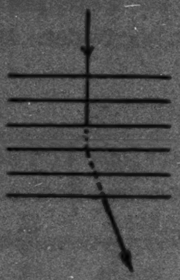


Fig. 19a

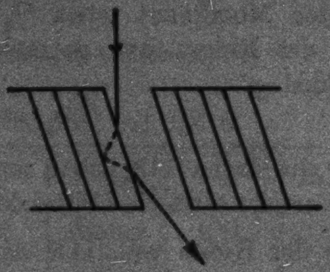


Fig. 19b

2. Die Netzebenen sind unterbrochen in „Löchern“ von etwa einigen Vielfachen des Gitterabstands und das Elektron wird ganz wie bei **Davisson** und **Germers** Versuchen an wenigen Netzebenen reflektiert (Fig. 19b).

Es kann nicht entschieden werden, welcher Fall vorliegt. Fall 2 scheint größere Wahrscheinlichkeit zu haben. Denn durchläuft das Elektron eine große Anzahl Netzebenen, so häufen sich seine Geschwindigkeitsverluste so stark[1]), daß es nicht mehr am Ort des Beugungsringes zur Abbildung kommen kann.

§ 17. Der Brechungsindex der Elektronen

Theoretische Folgerungen aus den Versuchen zur Elektronenbeugung werden sich am besten an die Größe $\varkappa = \frac{\lambda}{\lambda}$

---

[1]) Falls das von A. **Becker** gefundene selektive Geschwindigkeitsintervall von der Schichtdicke abhängt (worüber noch keine Messungen vorliegen), ließe es sich in dieser Weise durch Summierung der Geschwindigkeitsverluste der Primärgeschwindigkeit V an den Netzebenenfolgen erklären.

anschließen, deren Bezeichnung als Brechungsindex dabei noch begründet werden muß.

Die Brechungsindizes der untersuchten Metalle sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 11

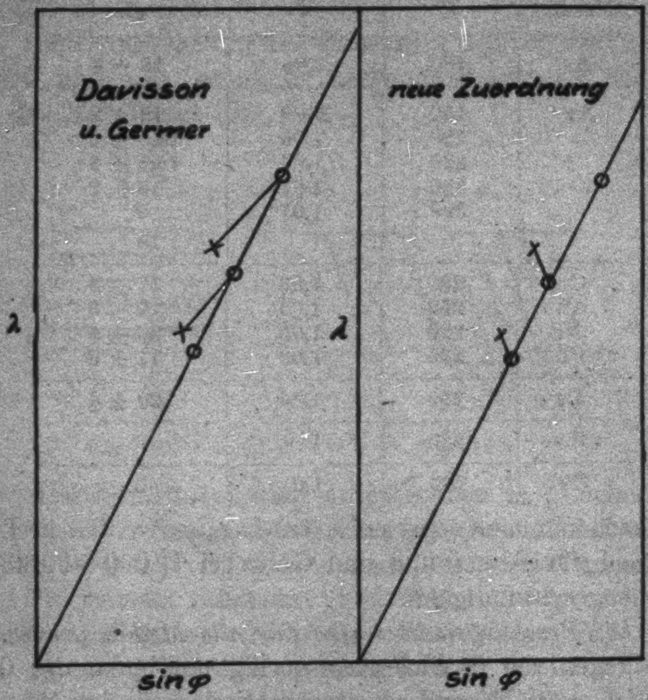
Brechungsindizes

Metall	*V*	*n*	*E*
Al	180	1,05	18 ± 4
Ag	150	1,06	18 ± 2
	180	1,05	18,5 ± 2
	220	1,04	18,5 ± 2
	280	1,03	18 ± 2
	320	1,01	?
			18
Cu	280	1,03	17 ± 4
Au	290	1,06	17 ± 3
Ni	220	1,05	20 ± 5
Pb	280	1,02	11 ± 5
Cr	290	1,04	20 ± 4
Sn	280	1	?
Zn	280	1,0	?

Hinzugenommen seien noch die Angaben von G. P. Thomson, $n = 1$ für Aluminium und Gold bei 17000—60000 Volt Elektronengeschwindigkeit.

1. *Die Brechungsindizes sind für alle Metalle größer.* Die Abweichungen von 1 sind zwar gering und nahe der Grenze der Meßfehler, doch sind sie systematisch bei allen Messungen vorhanden. Dieses Ergebnis steht in bemerkenswertem Gegensatz zu dem von Davisson und Germer, die bei ihrer Zuordnung der Gitterparameter einen Brechungsindex kleiner 1 finden. Es fragt sich, wie dieser wesentliche Unterschied zu erklären ist. Die hier durchgeführte Zuordnung der Gitterparameter, wie sie in den Tab. 2—10 niedergelegt ist, wird man wohl als richtig annehmen müssen.

Nun legt eine Betrachtung der Fig. 17 in der Untersuchung von Davisson und Germer nahe, eine andere Zuordnung der gemessenen zu den beobachteten Lauepunkten zu treffen. Fast alle gemessenen Werte von $\sin \varphi$ liegen näher bei kleineren berechneten Werten als bei den großen, denen sie von Davisson und Germer zugeordnet sind. Davisson und Germer bezeichnen selbst ihre Zuordnung als noch nicht ganz gesichert, halten sie aber für die wahrscheinlichste. Ordnet man trotzdem die gemessenen Winkelwerte den für kleinere Winkel berechneten zu, so erhält man, was hier nicht im einzelnen ausgeführt werden soll, einen Brechungsindex größer als 1, der sich den hier gefundenen Werten gut einfügt. Die bisherige und die neue Zuordnung ist schematisch aus Fig. 20 zu ersehen.



○ berechnet × gemessen

Fig. 20

2. *Der Brechungsindex nimmt ab mit steigender Strahlgeschwindigkeit.* Für Silber fällt er von 1,07 auf 1,01, während die Geschwindigkeit von 150 Volt auf 320 Volt ansteigt.

Mit der neuen Zuordnung erhält man für die Werte von Davisson und Germer ganz denselben Gang mit der Geschwindigkeit. n fällt von 1,1 auf 1,0 bei steigender Strahlgeschwindigkeit von 54 bis 372 Volt. Thomsons Wert für hohe Geschwindigkeiten $n = 1$ paßt sich dem gut an.

3. Bei gleicher Strahlgeschwindigkeit scheint der *Brechungsindex eine Konstante des Metalles* zu sein. Die Abweichungen sind allerdings recht gering; vgl. dazu das Folgende.

§ 18. Das innere Gitterpotential E

Die im Brechungsindex n zum Ausdruck kommenden Gesetzmäßigkeiten werden noch einfacherer Art, wenn man das Zustandekommen eines Brechungsindex für Elektronen zurückführt auf ein inneres Gitterpotential E nach der Gleichung[1])

$$n = \sqrt{\frac{V + E}{V}},$$

V = Strahlgeschwindigkeit in Volt. Die aus n berechneten Werte E in Volt sind ebenfalls in Tab. 11 enthalten. Da bei der Berechnung von E der Brechungsindex sowohl im Quadrat wie in der Differenz $n^2 - 1$ eingeht, wird die Angabe von E besonders dann sehr unsicher, wenn n nahe 1 ist. Daher kann für Ag 320 Volt E nicht angegeben werden.

Man ersieht:

1. Die Werte des Gitterpotentials E liegen für die untersuchten Metalle zwischen 10 und 20 Volt.

2. *Das Gitterpotential E ist* innerhalb der Meßgenauigkeit *unabhängig von der Strahlgeschwindigkeit V.*

Dieses hier aus den Messungen an Silber ersichtliche Ergebnis kann mit der neuen Zuordnung der Beugungspunkte auch für Nickel abgeleitet werden. Man findet aus den Messungen von Davisson und Germer E ungefähr zu 17 Volt, was sich mit dem hier gefundenen Zahlenwert 20 Volt innerhalb der Meßfehler deckt. Bei großen Strahlgeschwindigkeiten ist E zu vernachlässigen gegenüber V, der Brechungsindex n wird daher gleich 1, wie ihn G. P. Thomson findet.

3. Das innere Gitterpotential E scheint eine für jedes Metall charakteristische Konstante zu sein. Eine Beziehung von E zu anderen Metallkonstanten, seien es solche des Metall-

---

1) Entsprechend wie H. Bethe, Naturwiss. 15. S. 786. 1927, doch ist hier E positiv.

atoms oder des Gitters, läßt sich noch nicht angeben. Um die Größe von E ungefähr zu charakterisieren, kann man sagen, E sei etwa gleich der vierfachen Austrittsarbeit. Doch soll damit keineswegs gemeint sein, zwischen E und der Austrittsarbeit bestehe eine innere Beziehung.

Es bleibt abzuwarten, ob man ein positives inneres Gitterpotential aus der Gittertheorie der Metalle herleiten kann.[1]

Die zunächst empirische Einführung eines inneren Gitterpotentials gestattet, das Verhalten der Metalle einfallenden Elektronen gegenüber in einfachster Weise zu beschreiben. Für große Strahlgeschwindigkeiten gilt die Beziehung von de Broglie-Schrödinger

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2em}} \cdot \frac{1}{\sqrt{V}} \tag{1}$$

unmittelbar; bei geringeren Geschwindigkeiten machen sich Materialeigenschaften bemerkbar, es hat dann an Stelle der Beziehung (1) die allgemeinere

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2em}} \cdot \frac{1}{\sqrt{V+E}} \tag{2}$$

zu treten, die für $V \gg E$ in (1) übergeht. Die Vorgänge bei ganz kleinen Geschwindigkeiten $V \leqq E$ lassen neue unbekannte Gesetzmäßigkeiten erwarten, falls nicht mit Annäherung von V an E ($n \gg 1$) die Intensität der gebeugten Elektronen sehr rasch gegen Null sinkt.

Ob auch *für Isolatoren* ein positives Gitterpotential existiert, kann nicht gesagt werden. Es läßt sich nicht übersehen, ob das von O. Klemperer[2]) aus Messungen von W. Schmid errechnete negative Potential nicht einfacher als Oberflächenaufladung des Isolators gedeutet werden kann, gegen die die ankommenden Elektronen, als deren Geschwindigkeit ja nicht die volle, V, zu nehmen ist, sondern die Normalkomponente zur Oberfläche, $V \cdot \sin\alpha$, nicht mehr bis zur Oberfläche vordringen können.

---

[1] Die elektrostatische Bildkraft liefert für Abstände 10^{-8} cm einen zu kleinen Wert.

[2] O. Klemperer, Ztschr. f. Phys. 47. S. 417. 1928.

Die hier durchgeführte Erklärung macht Annahmen über eine Verzerrung des Kristallgitters unnötig. Abgesehen von der Einfachheit dieser Erklärung spricht auch die Auswertung des hexagonalen Zinks gegen eine Gitterverzerrung, denn die wirksame Wellenlänge $\bar{\lambda}$ könnte nur dann konstant für die verschiedenen Gitterparameter gefunden werden, wenn die Achsen a und c einander proportional verzerrt würden. Durch das Gitterpotential E erhält die Einführung eines Brechungsindex ihre physikalische Begründung.

Zur Messung des inneren Gitterpotentials kann man leicht eine Methode angeben. Man untersucht die durch eine *keilförmige* Schicht durchtretende Elektronenmenge unter verschiedenen Einfallswinkeln, bis man zum Winkel der Totalreflexion kommt.

Zusammenfassung

Die Winkelverteilung langsamer Elektronen (150—320 Volt) beim Durchgang durch dünnste Metallhäute (Metalle mit kubischem Gitter, dazu Zinn und Zink) wird photographisch aufgenommen. Figg. 9—17, Taf. XXIII u. XXIV.

Man findet

1. Streuung der Elektronen in einem zusammenhängenden Winkelbereich um den Durchstoßungspunkt des Strahls. § 12.

2. Elektronen in diskreten Winkelbereichen: Elektronenbeugung. § 13—15.

Die Beugungsringe der Elektronen lassen sich nach dem Debye-Scherrerverfahren den aus Röntgenstrahlaufnahmen bekannten Gitterebenen des untersuchten Metalls zuordnen.

Man kann das Verhalten der Elektronen gegenüber dem Metallgitter einfach beschreiben durch die erweiterte Beziehung de Broglie-Schrödinger

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2em}} \cdot \frac{1}{\sqrt{V+E}},$$

worin λ Wellenlänge der de Brogliewelle; V Strahlgeschwindigkeit; E ein inneres Gitterpotential.

Das innere Gitterpotential E scheint unabhängig von der Geschwindigkeit des Strahls und für ein bestimmtes Metall eine charakteristische Konstante der Größe 10—20 Volt zu sein. Tab. 11.

Es wird eine andere Zuordnung der Gitterparameter in den Untersuchungen von Davisson und Germer vorgenommen, die zu vollem Anschluß dieser Messungen zu den vorliegenden führt. Fig. 20.

Bei Abschluß dieser Untersuchung ist es mir ein Bedürfnis, Hrn. Prof. R. Pohl auf das herzlichste zu danken für die mannigfache Unterstützung, die mir während meiner Arbeiten in Göttingen zuteil wurde.

Göttingen, I. Physikalisches Institut, März 1923.

(Eingegangen 19. März 1928)

---

2. *Absolute Intensität der Hg-Linie 2537;*
von Paul Kunze

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut Rostock)

§ 1. Einleitung

Die absolute Intensität einer Resonanzlinie bestimmt man entweder durch Messung des Verlaufs des Brechungsindex in der Umgebung der Linie [Pucciantimethode[1]], oder durch Messung der Gesamtabsorption bei gegebenem Dampfdruck. Im letzteren Falle bieten sich zwei Möglichkeiten dar. Nach der ersten Methode[2]) verbreitert man die Absorptionslinie durch Fremdgaszusatz so stark, daß die aus einem eingestrahlten Kontinuum herausabsorbierte Linienform in einem Spektrographen großer Dispersion direkt meßbar wird. Durch die Atomfelder und Stöße des Fremdgases werden allerdings die Quantenzustände des absorbierenden Atoms verzerrt und die absoluten Intensitäten merklich geändert; die Werte für das ungestörte Atom lassen sich hier nur durch eine Extrapolation auf den Fremddruck Null gewinnen. Bei der zweiten Methode, die im Vorliegenden angewandt wird, verzichtet man deshalb auf die experimentelle Bestimmung der Linienform und mißt die selektive Absorption, die eine ungestörte Emissionslinie im ungestörten Medium erfährt. Man vermeidet zwar so den Zwang, auf das ungestörte Atom extrapolieren zu müssen, muß aber zugleich in Kauf nehmen, daß man über die Linienform der Emission und Absorption mehr oder weniger unkontrollierbare Annahmen machen muß. In der vorliegenden Arbeit sind diese Annahmen so exakt wie möglich erfüllt oder entsprechende Korrekturen gewährleistet. Die jetzigen

---

[1]) Z. B. D. **Roschdestwenski**, Transactions of the optical Inst., Petrograd. 2. Nr. 13. Berlin 1921.

[2]) C. **Füchtbauer**, G. **Joos** u. O. **Dinkelacker**, Ann. d. Phys. 71. S. 222. 1923.

Resultate erscheinen somit sicherer als diejenigen früherer Autoren, von denen sie in der zu erwartenden Richtung abweichen.

Bei den nachfolgenden Messungen, die auf Veranlassung von Hrn. Prof. Füchtbauer unternommen wurden, wird die zweite Methode benutzt. Als Studienobjekt dient die bequem zugängliche Resonanzlinie des Hg 2537. Zugleich wird im nachfolgenden von der Möglichkeit Gebrauch gemacht, die Breite der Absorptionslinie durch Temperaturerhöhung des Dampfes zu variieren, um so eine Kontrolle für die Richtigkeit der Annahmen zu haben, die man bei dieser zweiten Methode über die Linienform der ungestörten Linie machen muß.

§ 2. Der Aufbau

Die verwendete Meßanordnung geht aus Fig. 1 hervor. Das Licht des Quarzbrenners *B* wird durch den Monochromator *M* spektral zerlegt. Das reelle Bild der Resonanzlinie fällt in die Resonanzkammer *R* und regt dort den Hg-Dampf zum Leuchten an. Dieses Leuchten wird mit Hilfe der Quarz-

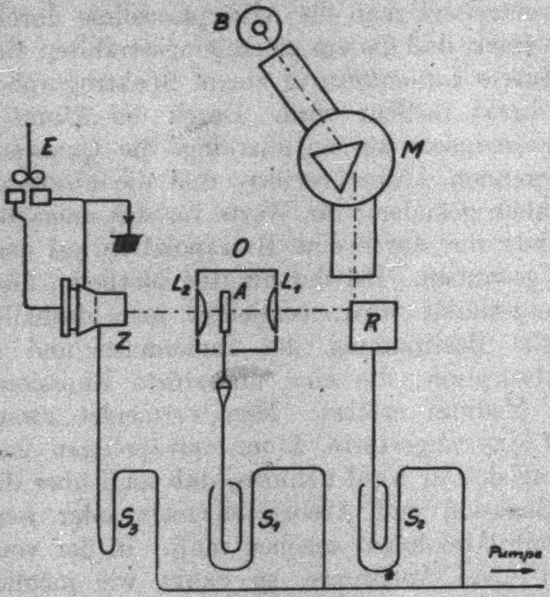


Fig. 1

linsen L_1 und L_2 auf die lichtelektrische Zelle Z abgebildet. Im parallelen Teil des Strahlenganges zwischen L_1 und L_2 liegt die Absorptionskammer A, welche mit Hilfe eines exzentrischen Schliffes in den Strahlengang hinein- und herausgedreht werden kann. Mit dem Ofen O kann sie zur Variierung der Dopplerbreite der Absorptionslinie geheizt werden. Die Rohrschlangen S_1 und S_2 tauchen in genau temperierte Wasserbäder und enthalten den dampfspendenden Hg-Tropfen. A und R liegen im allgemeinen stets an der dreistufigen Hartglaspumpe von Hanff und Buest. Der von Z gelieferte lichtelektrische Strom wird mit dem Binantelektrometer E von Bartels-Göttingen gemessen. Die Absorptionsmessung vollzieht sich so, daß die Elektrometerausschläge einmal mit, einmal ohne die Absorptionskammer gemessen werden.

Die nähere Beschreibung der Einzelheiten soll später erfolgen.

§ 3. Zur Drudeschen Dispersionstheorie

Die absolute Intensität einer Resonanzlinie kann entweder im Sinne der quantenmäßigen Strahlungstheorie Einsteins als Übergangswahrscheinlichkeit[1]) zwischen zwei Bahnen aufgefaßt werden, oder nach Drude im Sinne der klassischen Strahlungstheorie als Anzahl der Resonatoren pro Atom. Nach dieser klassischen Theorie, die wir dem Nachfolgendem zugrunde legen, ordnen wir dem resonierenden Medium pro Kubikzentimeter N Atome und $\mathfrak{N}$ abgestimmte Resonatoren (Dispersionselektronen) mit der endlichen Dämpfung ω' (im Kreisfrequenzmaß) zu, wobei im Falle der Resonanzlinien alle N Atome im optischen Grundzustand sind, so daß $f = \frac{\mathfrak{N}}{N}$ die Resonatorenzahl pro Atom wiedergibt. Die f-Summe über alle Resonanzlinien eines Atoms[2]) wird man gemäß unseren Vorstellungen über den Atombau mit der Anzahl der Leuchtelektronen der Atomperipherie identifizieren, welche beim Hg gleich 2 ist. Die absolute Intensitätsmessung an allen Resonanzlinien des Hg muß uns also diese wichtige Atomkonstante liefern, und vorliegende Arbeit soll ein Beitrag zu dieser Fragestellung sein.

---

[1]) C. Füchtbauer, Phys. Ztschr. **21**. S. 322. 1920.

[2]) C. Füchtbauer und Hofmann (Ann. d. Phys. **43**. S. 96, 1914) zeigten, daß die Größe $\mathfrak{N}/N$ beim ersten Hauptseriendublett der Alkalien annähernd = 1 ist. Dasselbe stellt experimentell wegen der Schwäche der höheren Glieder nahezu die f-Summe dar. Vergl. ferner R. Ladenburg, Ztschr. f. Phys. **4**. S. 451. 1921; A. Kuhn, ebenda, **33**. S. 408. 1925.

Von der Drudeschen Theorie (siehe Voigt, Magneto- und Elektro-Optik) benutzen wir die nachfolgenden Beziehungen: Die einfallende Energie E_0 erfährt im absorbierenden Medium von der Schichtdicke l eine Schwächung gemäß

$$E = E_0 e^{-lk} = E_0 e^{-2l\frac{\omega}{c}(2n\varkappa)}, \tag{1}$$

wobei $\omega = 2\pi\nu$ = Kreisfrequenz, n = Brechungsindex, $\varkappa$ = Absorptionsindex, und

$$k = 2\frac{\omega}{c}(n\varkappa) = \frac{4\pi}{\lambda}(n\varkappa) \tag{2}$$

der Absorptionskoeffizient.

Die Linienform der Absorption in unendlich dünner Schicht ($E = E_0$) somit

$$\frac{1}{E_0}\left(\frac{dE}{dl}\right)_0 = 2\frac{\omega}{c}(n\varkappa) = k. \tag{3}$$

Speziell im Falle rein klassischer Resonatorendämpfung gilt

$$\left\{\begin{aligned} & n\varkappa = (n\varkappa)_0 \frac{\omega'^2}{4\varpi + \omega'^2}; \qquad (n\varkappa)_0 = \frac{\varrho}{2n_0\,\omega_0\,\omega'} \\ & \varrho = 4\pi\mathfrak{N}m\left(\frac{e}{m}\right)^2, \end{aligned}\right. \tag{4}$$

wobei ω' = Dämpfung im Kreisfrequenzmaß, $\varpi = \omega_0 - \omega$; ω_0 = Linienmitte. n_0 = Brechungsindex in Linienmitte, ϱ = Dichte der Dispersionselektronen. Diese Spezialisierung für $(n\varkappa)$ gilt nur für rein klassische Dämpfung, also z. B. reine Strahlungsdämpfung.[1]) Die in der Natur gegebenen Linienformen sind dagegen durchweg anderer Art, da sie durch Stöße, Felder und Dopplereffekt modifiziert sind. Man bildet deshalb das Integral über die natürliche Linienform

$$L = \int_0^\infty (n\varkappa)\,d\omega = \frac{\pi}{2}(n\varkappa)_0\,\omega', \tag{5}$$

und substituiert dies in Gl. (4), wobei man für Gase und Dämpfe $n_0 \cong 1$ setzt:

$$f = \frac{\mathfrak{N}}{N} = \frac{\omega_0 \cdot m}{\pi^2 \cdot e^2 \cdot N} \cdot L \tag{6}$$

---

[1]) R. Minkowski, Ztschr. f. Phys. 36. S. 839. 1926.

und verallgemeinert diese Gleichung dahin, daß sie für jede gegebene Linienform gelten soll, wenn L das zugehörige Linienintegral ist.[1] Für die reine Dopplerform z. B., die dem nachfolgenden zugrunde liegt, gilt dann:

$$(7)\quad \begin{cases} (n\varkappa) = (n\varkappa)_0 \cdot e^{-\left(\frac{\bar{\omega}}{\Delta\omega/2}\right)^2 ln 2}, \\ \text{also } L = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{ln 2}}\,(n\varkappa)_0\,\Delta\omega = 1{,}066 \cdot (n\varkappa)_0\,\Delta\omega, \end{cases}$$

wenn $\Delta\omega$ die Dopplerbreite.

Hier ist noch anzumerken, daß diese Verallgemeinerung von Gl. (6) zunächst nur konventionelle Bedeutung hat insofern, als sie ein Rezept darstellt, um die Meßergebnisse in eine typische Form zu bringen. Aus den Messungen z. B. von Füchtbauer, Joos und Dinkelacker (a. a. O.) geht hervor, daß dieses so definierte f, welches ursprünglich eine Atomkonstante ist, mit wachsendem Fremddruck abnimmt. Im Gegensatz zu dieser Meßmethode befindet sich das absorbierende Medium in der vorliegenden Arbeit im Zustand völliger Störungsfreiheit, wobei die Linienform vorwiegend durch den Dopplereffekt gegeben ist. Inwieweit das obige f unter den jetzigen Bedingungen als konstant zu betrachten ist, inwieweit also das $\int (n\varkappa)\,d\omega$ unabhängig ist von dem Quotienten „Dopplerbreite : natürliche Linienbreite“, muß erst das Experiment zeigen. Ein leichter Gang von f mit diesem Quotienten ist nicht völlig ausgeschlossen und soll eventuell in einer späteren Arbeit geprüft werden. Immerhin wird die Konstanz von f hier in erster Näherung erfüllt sein, denn diese Konstanz von f ist eine Relativitätsforderung insofern, als die thermische Bewegung des Atoms relativ zur Lichtquelle keinen prinzipiellen Einfluß auf das Wechselspiel zwischen Atom und Quant haben kann.

§ 4. Absorption als Eigenschatteneffekt

In diesem Zusammenhang sei noch darauf hingewiesen, daß sich die Absorption in spezifischer Weise auch noch dadurch ausdrücken läßt, daß man den Absorptionsvorgang als Stoß zwischen Atom und Quant auffaßt. Bei dieser Vorstellung wird man um jedes absorbierende Atom einen absorbierenden Querschnitt dF herumkonstruieren, wenn F der Querschnitt der Absorptionskammer und N die in ihr enthaltene Zahl der Atome darstellt. Durchschießt man jetzt die Atomgesamtheit mit ausdehnungslos gedachten Lichtquanten, so wird der Bruchteil $\frac{f_{(N)}}{F}$ mit den absorbierenden Querschnitten kollidieren, wenn $f_{(N)}$ die Fläche angibt, die beim Durchblick durch die Kammer von den N Querschnitten dF nach Maßgabe ihrer statistischen Verteilung und teilweisen Überdeckung belegt ist. Wegen der teilweisen Überdeckung wird hierbei die Summe $N\cdot dF$ der wirksamen Querschnitte kleiner sein als die wirksame Summe $f_{(N)}$ der Querschnitte.

---

[1] C. **Füchtbauer**, G. **Joos** u. O. **Dinkelacker**, a. a. O. S. 222.

Wir betrachten die Atome als ruhend gegenüber den Quanten und nehmen die Kammertiefe so hinreichend groß an, daß beliebig viel Platz zu Überdeckungen vorhanden ist. Denken wir uns jetzt sukzessive ein Atom nach dem anderen in die Kammer gesetzt, und nennen wir $df_i < dF$ den im statistischen Mittel effektiv wirksam werdenden Querschnitt des i^{ten} Atoms, so gilt wegen der zunehmenden Überdeckungsmöglichkeit der einzelnen Querschnitte die statistische Aussage:

wirks. Querschn. d. 1. Atoms: $df_1 = dF\cdot 1$
„ „ „ 2. „ : $df_2 = dF\left(1 - \frac{df_1}{F}\right)$
„ „ „ 3. „ : $df_3 = dF\left(1 - \frac{df_1 + df_2}{F}\right)$
„ „ „ 4. „ : $df_4 = dF\left(1 - \frac{df_1 + df_2 + df_3}{F}\right.$

. . . .
. . . .

Setzen wir noch $\frac{dF}{F} = \varepsilon$, $1 - \varepsilon = \alpha$, so gibt die Summation die wirksame Summe der Querschnitte:

$$f_{(N)} = \sum_{1}^{N} df_i = dF\,\frac{1-\alpha^N}{1-\alpha} = F\cdot(1-\alpha^N). \tag{8}$$

Wegen der Kleinheit von ε gilt nun $\alpha = 1 - \varepsilon \cong e^{-\varepsilon}$, so daß schließlich

$$\frac{F - f_{(N)}}{F} = \frac{I}{I_0} = \alpha^N = e^{-N\varepsilon}, \tag{9}$$

wobei I_0 die einfallende, I die durchgehende Lichtmenge ist N ist hierbei proportional dem Dampfdruck und der Schichtdicke. Aus obiger Modellvorstellung folgt somit eine ganz bestimmte Aussage über den Gang der Absorption mit Dampfdruck und Schichtdicke, und das Wesentliche dabei ist, daß dieser Gang übereinstimmt mit dem tatsächlichen Befund. Denn die Absorptionsgleichung (9), entwickelt auf Grund der Stoßvorstellung, stimmt genau überein mit der Absorptionsgleichung (1), entwickelt auf Grund der Dispersionstheorie, nur mit dem unwesentlichen Unterschied, daß hier das Expotentialgesetz der Absorption als Näherung herauskommt.

Man hat so die Möglichkeit, die Stärke der Absorption eines Einzelatoms auch durch die Angabe seines absorbierenden Querschnittes zu beschreiben. Ohne auf die Schwierigkeit der Frequenzabhängigkeit dieser absorbierenden Querschnitte einzugehen, sei unter Vorwegnahme der nachfolgenden Resultate das folgende Zahlenbeispiel für einen mittleren absorbierenden Querschnitt genannt:

Eine Hg-Dampfschicht von 0,3 cm Dicke bei 0,78 μ Hg-Dampfdruck, entsprechend dem Sättigungsdruck bei etwa 14°, enthält pro 1 cm² Querschnitt $0{,}81 \cdot 10^{13}$ Atome, und absorbiert etwa 50 Proz. einer auffallenden Resonanzstrahlung, die dieselbe Dopplerbreite besitzt wie die Absorptionslinie. Dann wird nach Gl. (9) $I/I_0 = {}^1/_2$, woraus für den mittleren absorbierenden Querschnitt folgt: $dF = 8{,}55 \cdot 10^{-14}\,\text{cm}^2$, entsprechend dem Durchmesser einer Kreisscheibe von etwa $3{,}1 \cdot 10^{-7}$ cm.

§ 5. Die Resonanzabsorption

Die Linienform der Resonanzlinie setzt sich aus der Dopplerform und der natürlichen Linienform infolge Strahlungsdämpfung zusammen. Bei 20° beträgt die Dopplerbreite von Hg 2537 2,197 Milli-Ångström. Die aus der Strahlungsdämpfung folgende Linienbreite der klassischen Elektronentheorie hingegen beträgt nur $\Delta\lambda = \frac{4\pi e^2}{3 m c^2} = 0{,}118$ MÅ. Legt man hingegen die Abklingungskonstante für Hg 2537 aus den Wienschen Messungen an Kanalstrahlen zugrunde, so reduziert sich die natürliche Linienbreite sogar auf $\Delta\lambda = 0{,}0035$ MÅ. Die Linienform des Hg-Atoms im ungestörten Zustand ist also gerade in besonders hohem Maße nur durch den Dopplereffekt allein gegeben, wie wir es wünschen.

Allerdings ist dieser Dopplereffekt durch den Isotopencharakter des Hg leicht modifiziert. Nach den Astonschen Messungen[1]) liegt das Atomgewicht seiner 6 Isotopen zwischen 198 und 204. Selbst wenn man also unbewiesenermaßen annimmt, daß alle 6 Isotopen mit der hohen durch die extreme Linienschärfe geforderten Genauigkeit ihren Intensitätsbeitrag an genau dieselbe Stelle der Frequenzskala liefern, so bleibt noch die Tatsache übrig, daß die Linienform in Wirklichkeit die Summe von 6 Expotentialkurven leicht verschiedener Dopplerbreite darstellt. Der Einfluß dieses Umstandes bleibt im nachfolgenden unberücksichtigt.

Außerdem gibt es noch eine weitere Störungsmöglichkeit des Dopplereffektes der Absorptionslinie, die in dem hochverdünnten Zustand des Dampfes und in der flachen Form der Absorptionskammer ihre Ursache hat. Wenn man für die Absorptionslinie den Dopplereffekt voraussetzt, so bedeutet dies, daß die Atome in der Absorptionskammer die Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung besitzen sollen. Der Atomschwarm in der Kammer befindet sich aber in einem ungewöhnlichen Zustand, denn einmal ist die freie Weglänge groß gegenüber den Gefäßdimensionen, zum anderen ist das Kammervolumen sehr flach (vorliegend war der Durchmesser der Kammer mehr als 10 mal so groß als die Kammertiefe). Wenn für die Reflexion der Atome an der Wand das Lambertsche Kosinusgesetz gilt, so bleibt, wie sich leicht zeigen läßt, die Maxwellsche Verteilung auch noch unter diesen besonderen Bedingungen erhalten. In dem Maße aber, als Abweichungen vom Lambertgesetz auftreten, werden auch, wie sich zeigen läßt, Abweichungen von der Maxwellschen Verteilung erscheinen. Nun weiß man aber aus den Diffusionsvorgängen verdünnter Gase[2]), daß solche Abweichungen vom Lambertgesetz tatsächlich auftreten. Also wird auch die Maxwellsche Verteilung leicht gestört sein. Da dieser Effekt einerseits zweifellos sehr klein, andererseits nicht quantitativ exakt erfaßbar ist, wird er im nachfolgenden vernachlässigt werden.

Wir nehmen also an, daß die Emission einer ungestörten Atomgesamtheit die Intensitätsverteilung besitzt gemäß

---

1) C. H. Aston, Nature 116. S. 208. 1925.

2) M. von Smoluchowski, Ann. d. Phys. 33. S. 1559. 1910.

$$(10) \qquad I_\lambda = I_0\, e^{-\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\Delta\lambda/2}\right)^2 \ln 2} \qquad \Delta\lambda = 7{,}162 \cdot 10^{-7}\lambda_0 \sqrt{\frac{T}{m}}\,,$$

λ_0 = Linienmitte, T = abs. Temperatur, m = Molekulargewicht. Beim Eindringen in eine selektiv absorbierende Schicht erfährt diese für $l = 0$ geltende Linienform eine Veränderung, wie sie in Fig. 2 schematisch dargestellt ist. Jedes Frequenzintervall klingt für sich expotentiell ab mit einer Abklingkonstante, die proportional ist der Anfangsordinate des betreffenden Frequenzintervalls. Am stärksten geht also die Linienmitte zu Null mit der steil verlaufenden Expotentialkurve M, während z. B. die Abklingkurve H der Halbwertsstelle doppelt so flach verläuft. Die durch die Schichtdicke l gehende Intensität wird gewonnen durch Integration über die schraffierte Fläche der Linienform an der Stelle l. Diese Integration ist von Malinowski[1]), später allgemeiner von Orthmann[2]) gegeben worden, und führt für die integrale absorbierte Intensität auf die Reihendarstellung

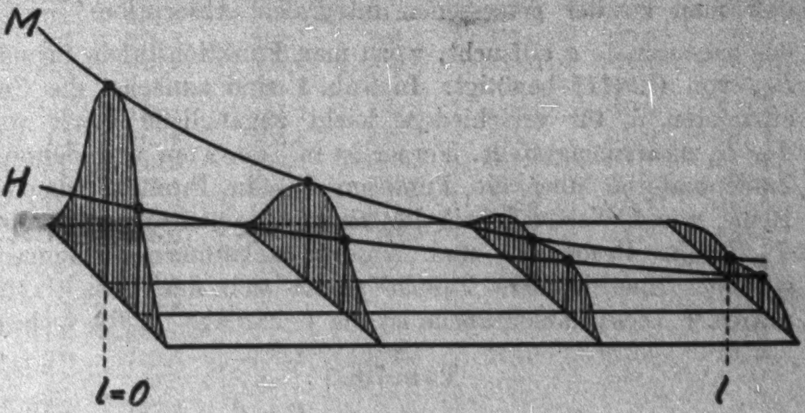


Fig. 2.

$$(11) \qquad \frac{I^0 - I^l}{I^0} = a_1 x - a_2 x^2 + a_3 x^3 - a_4 x^4 + - \ldots = F_{(x)}\,.$$

Hierbei ist nach § 3 Gl. (1) $x = l \cdot k_0$, wenn k_0 die Ordinate der Linienmitte: $k_0 = \frac{4\pi}{\lambda_0}(n\varkappa)_0$. Das x ist bei gegebener Größe der Absorption diejenige Unbekannte, welche die Mächtigkeit der absorbierenden Schicht beschreibt und proportional ist der Schichtdicke, dem Dampfdruck und der spezifischen Absorptionsfähigkeit der gegebenen Substanz. Die Koeffizienten a_i andererseits sind Funktionen von dem Verhältnis der Dopplerbreiten $\frac{\Delta\lambda_E}{\Delta\lambda_A} = \sqrt{\frac{T_E}{T_A}}$, wenn $\Delta\lambda$ = Dopplerbreite, T = abs. Temperatur und die Indizes E, A sich auf die eindringende Emissionslinie bzw. die Absorptionslinie beziehen.

---

[1]) A. v. Malinowski, Ann. d. Phys. 44. S. 935. 1914.

[2]) W. Orthmann, Ann. d. Phys. 78. S. 601. 1925.

Die Auswertung der Messungen geschieht nun in der Weise, daß man zu der gemessenen integralen Absorption $\frac{I^0 - I}{I^0}$ das zugeordnete x aufsucht, wozu man Funktionstafeln für das $F_{(x)}$ von Gl. (11) benötigt. In Tab. 1 sind zunächst die Koeffizienten a_i für verschiedene leicht zugängliche Werte von T_E/T_A zusammengestellt. Ferner ist in Tab. 2 ein ausgedehntes Zahlenmaterial über die Funktion $F_{(x)}$ in Promille für eine Reihe von x-Werten sowie für einige Temperaturverhältnisse T_E/T_A in Resonanz- und Absorptionskammer zusammengestellt. Eine kleinere Tabelle findet sich auch bei Orthmann.[1]) Diese Zahlentabelle ist die Grundlage für die rechne-

Tabelle 1

Die Koeffizienten der Reihe $\frac{I^0 - I^l}{I^0} = F(x)$.

$T_E : T_A =$	1 : 1	3 : 4	2 : 3	1 : 2	1 : 3	1 : 4
$+a_1$	0,70711	0,65465	0,63246	0,57735	0,50000	0,44721
$-a_2$	0,28868	0,23717	0,21822	0,17678	0,12910	0,10207
$+a_3$	0,083333	0,060049	0,052378	0,037268	0,022680	0,015749
$-a_4$	0,018634	0,011719	0,0096701	0,0060141	0,0030308	0,0018414
$+a_5$	0,0034021	0,0018626	0,0014553	0,00078741	0,00032737	0,00017361
$-a_6$	0,0005249	0,0002498	0,0001840	0,00008681	0,00002970	0,00001373
$+a_7$	0,00007015	0,00002900	0,00002016	0,000008267	0,000002324	0,000001070
$-a_8$	0,000008267	0,000002966	0,000001946	0,000000693	0,000000160	0,000000056
$+a_9$	0,0000008714	0,000000271	0,000000167	0,000000052	0,000000010	0,000000003
$-a_{10}$	0,00000008309	—	—	—	—	—
$+a_{11}$	0,00000000723	—	—	—	—	—

---

1) W. Orthmann, Ann. d. Phys. 78. S. 601. 1925.

Tabelle 2

Integrale Absorption $F(x)$ in Promille des einfallenden Lichtes

$T_B : T_A =$	1	$^3/_4$	$^2/_3$	$^1/_2$	$^1/_3$	$^1/_4$
$x =$ 0,03	20,956	—	—	—	—	—
0,05	34,64	—	—	—	—	—
0,1	67,9	63,2	61,1	56,0	48,7	43,7
0,2	130,5	121,9	118,2	108,7	95,0	85,5
0,3	188,3	176,6	171,4	158,3	139,0	125,4
0,4	241,5	227,4	221,2	204,9	180,7	163,5
0,5	290,7	274,9	267,7	248,8	220,4	199,9
0,6	336,2	319,0	311,1	290,1	258,1	234,7
0,7	378,2	360,1	351,7	329,0	293,9	268,0
0,8	416,9	398,4	389,6	365,6	327,9	299,8
0,9	452,8	434,1	425,1	400,1	360,2	330,2
1,0	486,1	467,5	458,3	432,5	390,9	359,2
1,1	516,8	498,5	489,2	463,1	420,0	387,0
1,2	545,3	527,5	518,3	491,9	447,7	413,5
1,3	571,8	554,6	545,5	519,1	474,1	438,8
1,4	596,3	579,9	571,0	544,6	499,1	463,0
1,5	618,9	603,4	594,7	568,7	522,9	486,2
1,6	640,0	—	—	—	—	—
1,7	659,6	646,1	638,0	612,8	567,0	529,5
1,8	677,8	—	—	—	—	—
1,9	694,8	—	—	—	—	—
2,0	710,5	700,2	693,3	670,0	625,4	587,5
2,1	725,2	—	—	—	—	—
2,2	738,9	—	—	—	—	—
2,3	751,7	—	—	—	—	—
2,4	763,6	—	—	—	—	—
2,5	774,7	—	—	—	—	—
2,6	785,0	—	—	—	—	—

rische Auswertung aller Messungen an selektiver Absorption bei vorherrschendem Dopplereffekt.

§ 6. Die Resonanzemission

Im vorigen Abschnitt war von der Linienform der Absorption die Rede gewesen. Wir betrachten jetzt die Linienform der Emission, wie sie von der Resonanzkammer geliefert wird und fordern, daß auch sie der Dopplerform von Gl. (10) entspricht. Diese Forderung bedeutet hier im wesentlichen, daß die Art der Emission unabhängig ist von der Art des eingestrahlten Lichtes. Im allgemeinen wird diese Forderung nicht erfüllt sein, sondern es wird meistens eine mehr oder weniger lockere Koppelung zwischen dem Absorptions- und Reemissionsvorgang eines Einzelatoms vorliegen. Beide Vorgänge finden ja an zwei Raumzeitpunkten statt, die nach

Maßgabe der Kürze der Verweilzeit und der relativ langsamen thermischen Bewegung der Atome entsprechend dicht benachbart sind. Wenn also ein Atom an einer bestimmten Stelle durch irgendwelche Störungen oder Umstände disponiert wird, eine von der Linienmitte weit entfernte Frequenz zu absorbieren, so wird bei hinreichend kleiner Verweilzeit und Fluggeschwindigkeit auch noch die darauffolgende Reemission unter dem Einfluß dieser Störungen oder Umstände stehen und eine gegen die ungestörten Verhältnisse stark verstimmte Frequenz liefern. In diesem Fall werden sich die Anregungsbedingungen in irgendeiner Weise auf die Linienform der Resonanzemission übertragen, und diese wird nicht mehr den Voraussetzungen von Gl. (10) entsprechen. Speziell im Grenzfall der Verweilzeit = 0 wird sich das Resonanzlicht so verhalten, als ob es das von einem bewegten Spiegel selektiv reflektierte Primärlicht sei.

Als solcher Zustand, der Absorption und Emission miteinander koppelt, kommt hier vor allem die thermische Bewegung des Atoms in Frage, die in der Zeit zwischen zwei gaskinetischen Zusammenstößen nach Größe und Richtung konstant bleibt. So lange diese mittlere Stoßzeit groß ist gegenüber der Verweilzeit, besteht eine enge Kopplung zwischen Absorption und Emission, und Gl. (10) wird im allgemeinen nicht mehr für die Linienform der Emission gelten. Dieser Fall liegt in der Tat beim Hg und den hier verwendeten Dampfdrucken vor, denn die Stoßzeiten sind etwa 1000mal so groß als die Verweilzeiten.

Zur quantitativen Diskussion dieser Verhältnisse nehmen wir an, daß Stoßzeit $\gg$ Verweilzeit, oder, was experimentell dasselbe bedeutet, Dopplerbreite $\gg$ Dämpfungsbreite. Die Maxwellsche Verteilungsfunktion der Atomgeschwindigkeiten lautet:

$$(12) \quad W(\xi\,\eta\,\zeta)\,d\xi\,d\eta\,d\zeta = \left(\frac{\mu}{2\pi k T}\right)^{3/2} e^{-\frac{\mu}{2kT}(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}\,d\xi\,d\eta\,d\zeta$$

wobei ξ, η, ζ die Komponenten der Geschwindigkeit und μ die Atommasse. ν_0 sei die Frequenz, auf die das relativ zum Spektrographen ruhende Atom abgestimmt ist. $\nu - \nu_0 = \nu^*$ sei die von der Linienmitte aus gezählte Frequenz der Stelle ν.

Wir denken uns jetzt das kugelsymmetrische isotrope Maxwellsche Büschel der Geschwindigkeitsvektoren von Gl. (12) gegeben und bestrahlen es mit irgendeinem Licht einer Intensitätsverteilung gemäß

$$(13) \quad I = I_0\,\varphi(\nu^*) \quad \text{längs der } \xi\text{-Achse.}$$

Dann wird jedes Atom des Geschwindigkeitsbüschels bei der vorausgesetzten sehr kleinen Dämpfung vorwiegend nur die Frequenz $\nu = \nu_0\left(1 - \frac{\xi}{c}\right)$ absorbieren, entsprechend einem

$$\nu^* = \frac{1}{\lambda_0}\cdot\xi, \tag{14}$$

und die Stärke der Anregung eines Atoms mit den Komponenten ξ, η, ζ durch Einstrahlung ist gemäß Gl. (13) und (14) proportional $\varphi\left(\frac{\xi}{\lambda_0}\right)$.

Das Maxwellsche Vektorenbüschel der Atome wird dann infolge der Art der Anregung folgende Verteilungsfunktion der Leuchtstärke auf die einzelnen Flugrichtungen der Atome aufweisen:

$$\Phi(\xi\eta\zeta) = W(\xi\eta\zeta)\cdot\varphi\left(\frac{\xi}{\lambda_0}\right) = \text{const}\cdot e^{-\frac{\mu}{2kT}(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}\cdot\varphi\left(\frac{\xi}{\lambda_0}\right). \tag{15}$$

Diese allgemeine Formel wird man jetzt in bezug auf die Lage der Reemissionsrichtung und auf die Art der Anregungsfunktion φ spezialisieren.

Zunächst liest man direkt aus Gl. (15) ab, daß bei transversaler Beobachtung die Anregungsfunktion φ herausfällt. Denn betrachtet man z. B. die Reemissionen längs der η-Achse, so kann man dank der bekannten Eigenschaft der Verteilungsfunktion, die durch die Anwesenheit eines $\varphi\left(\frac{\xi}{\lambda_0}\right)$ durchaus nicht gestört wird, über ξ und ζ separat integrieren und erhält als Verteilungsfunktion der Leuchtstärke in Richtung der η-Achse die Dopplerfunktion in η allein:

$$\Phi(\eta) = A\cdot e^{-\frac{\mu}{2kT}\eta^2}. \tag{16}$$

Hier ist A bei vorgegebenem φ eine Konstante und unabhängig von η; die Substitution von η analog Gl. (14) führt also sofort auf die reine Dopplerform von Gl. (10), wie sie der thermischen Bewegung der Atome bei der Temperatur T entspricht.

Die strenge Dopplerform wird also von einer Resonanzkammer nur dann geliefert werden, wenn die Ausstrahlung senkrecht auf der Einstrahlung steht. Wenn aber, wie in der Orthmannschen Anordnung (a. a. O.), zwischen Einstrahlung und Ausstrahlung ein Winkel von etwa 45° liegt, wird die Linienform der Resonanzemission von derjenigen der Einstrahlung abhängen und mehr oder weniger von der Dopplerform abweichen.

Visiert man z. B. das Maxwellsche Büschel parallel oder antiparallel zur Einstrahlachse an, so wird die Verteilung der Leuchtstärke gemäß Gl. (15) und (16) lauten:

$$\Phi(\xi) = \mathrm{const}\, \varphi\left(\pm \frac{\xi}{\lambda_0}\right) \cdot e^{-\frac{\mu}{2kT}\xi^2}. \tag{17}$$

Strahlt man also eine ideale Dopplerform ein, die von einem Molekelschwarm derselben Temperatur T herkommt, so gilt

$$\varphi\left(\pm \frac{\xi}{\lambda_0}\right) = e^{-\left(\frac{\nu^* \sqrt{\ln 2}}{\Delta \nu/2}\right)^2},$$

also

$$\Phi(\xi) = \mathrm{const}\, e^{-\xi^2\left(\frac{\mu}{2kT} + \frac{4 \ln 2}{\lambda_0^2 (\Delta \nu)^2}\right)} = \mathrm{const}\, e^{-\frac{\mu}{kT}\xi^2}. \tag{18}$$

Ein Molekelschwarm also der Temperatur T, der mit einem Resonanzlicht derselben Dopplerbreite bestrahlt wird, emittiert parallel und antiparallel zur Einstrahlung eine Resonanzlinie mit einer Dopplerbreite entsprechend der Temperatur $T/2$. Mit anderen Worten: wenn man eine einwandfreie Resonanzkammer von Zimmertemperatur mit dem Licht einer ebensolchen anregt, so besitzt die emittierte Linie längs der Einstrahlung eine solche Schärfe, als ob sie von einer auf etwa -150^0 C abgekühlten Lichtquelle herkäme. Man kann daran denken, diese Tatsache bei Strukturuntersuchungen von Resonanzlinien zu verwenden.

Im Fall von Gl. (18) war bei der eingestrahlten Linienform $\varphi\left(+\frac{\xi}{\lambda_0}\right) = \varphi\left(-\frac{\xi}{\lambda_0}\right)$, d. h. die Linienform symmetrisch zur Linienmitte. Wenn diese Symmetrie nicht vorliegt, z. B. wenn die eingestrahlte Linie gegenüber der Resonanzkammer druckverschoben ist, so wird man beim Anvisieren der Resonanzkammer parallel zur Einstrahlung eine Verzerrung der Dopplerform erhalten, die in der Hauptsache ähnlich ist der Unsymmetrie der eingestrahlten Linie. Visiert man dagegen antiparallel an, so ergibt sich gemäß dem Vorzeichenwechsel in Gl. (17) gegenüber der Einstrahlung eine Linienform, die am Punkte ν_0 gespiegelt ist, bei der also gegenüber dem parallelen Fall rot und blau vertauscht ist.

Hier sei noch angemerkt, daß die obigen Gleichungen nur für eine unendlich dünne resonierende Schicht gelten. Bei endlich langen Einstrahlwegen ist aber das φ selbst wieder von Ort zu Ort variabel. Im Fall der Anvisierung unter 45°, wie sie Orthmann verwendet, wird die eingestrahlte Intensität beim Eindringen in die Dampfschicht mehr und mehr eingesattelt, so daß in den tieferen Zonen vorwiegend nur die schnelleren und langsameren Atome optisch angeregt werden. Das Licht dieser Atome längs ihrer Flugrichtung besitzt aber eine besonders geringe Absorbierbarkeit, durchdringt also die dazwischenliegenden Dampfschichten leicht und führt darum auch dann eine merkliche Verschlechterung der emittierten Linienform herbei, wenn man eine verbreiterte Linie einstrahlt, für welche im wirksamen Gebiet $\varphi \sim$ constans ist, und für die man infolgedessen nach obigen Formeln, die nur für unendlich dünne Schicht gelten, eine exakte Dopplerkurve in Emission erwarten müßte.

Zum Schluß sei noch angemerkt, daß bei der Resonanzkammer dieselben Störungen der Linienform auftreten können, von denen bereits im § 5 die Rede war, und die in Abweichungen von der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung ihre Ursache haben.

§ 7. Die Resonanzkammer

Bevor auf die Messungen selbst eingegangen wird, soll noch die Beschreibung der wichtigeren Einzelteile der Apparatur folgen. Entschieden der wichtigste Teil ist die Resonanzkammer, denn die Qualität ihrer Konstruktion bedingt auch die Qualität der Resultate. Die Unstimmigkeit der früheren Messungen an 2537, von der noch zu sprechen sein wird, hat vorwiegend hier ihre Ursache. Da ferner die Resonanzkammer ein unentbehrliches Requisit beim Umgang mit Resonanzlinien ist, sollen ihre Bedingungen ausführlicher erörtert werden.

Gemäß § 6 wird man zunächst die Ausstrahlung senkrecht zur Einstrahlung legen. Ferner wird man unter Berücksichtigung der Linienqualität eine quantitative Abschätzung der Lichtausbeute für die verschiedenen Einstrahlmöglichkeiten vornehmen. Das Resultat dieser Abschätzung, die in der Tat ziemlich exakt möglich ist, führt dazu, die nachfolgend beschriebene Art der Einstrahlung als die bestmögliche zu bezeichnen.

In Fig. 3 mögen die Linsen L_1 und L_2 des Monochromators den Durchmesser d und die Brennweite f haben, ihr Öffnungsverhältnis sei also $\alpha = \frac{d}{f}$. b_1 sei die Spaltbreite des Monochromators, b_2 die Breite des Eintrittsfensters des Monochromators, b_3 diejenige des Austrittsfensters. Dann liegt das Optimum an Qualität und Quantität des Resonanzlichtes vor, wenn

1. $b_1 = b_2$.
2. $b_3 = \frac{b_1}{\alpha}$.
3. die Brennebene von L_2 mit dem Austrittsfenster abschneidet. Fig. 4 zeigt den Strahlengang in der Resonanz-

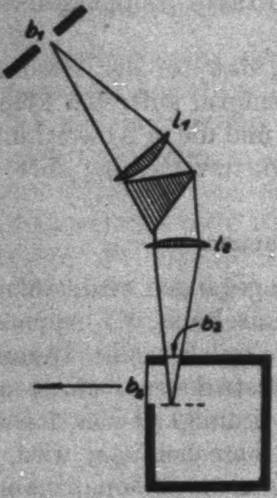


Fig. 3

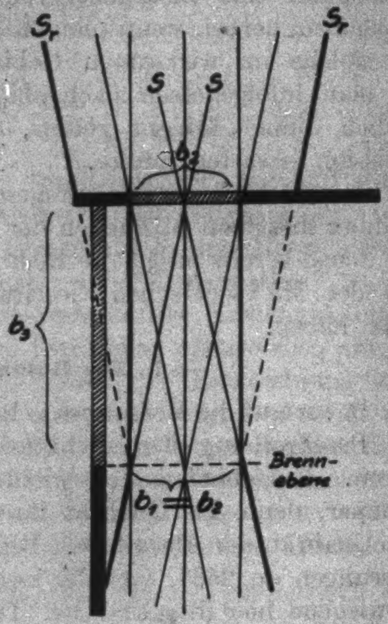


Fig. 4

kammer, der aus diesen drei Bedingungen folgt, noch einmal gesondert. b_2 ist hier als sehr klein gegenüber f angenommen. Man sieht, daß durch b_2 die schädlichen Randstrahlen S_r abgeblendet werden. In die Resonanzkammer tritt somit nur eine *planparallele* Lichtwand ein, die es erlaubt, das Austrittsfenster sehr nahe an die Leuchtschicht heranzulegen, so daß die störende Dunkelschicht, welche notgedrungen zwischen Leuchtschicht und Austrittsfenster liegen muß, auf ein Minimum reduziert werden kann. In der Brennebene entsteht das reelle Bild von b_1, welches gemäß Bedingung 1 größengleich ist mit dem Eintrittsfenster. Hinter der Brennebene divergiert dann die planparallele Leuchtschicht wieder, so daß das Austrittsfenster mit der Brennebene abschneiden muß (Bedingung 3).

Die zulässige Breite $b_1 = b_2$ ergibt sich aus der Dispersion des Monochromators und aus der Forderung, daß die störenden Nachbarlinien tunlichst abzublenden sind. Die zulässige Höhe der Fenster und Spalte folgt aus der Krümmung der Spaltbilder.[1]) Bei der Justierung der Strahlengänge ist noch darauf zu achten, daß sich die Brennweite durch Zwischenschaltung eines planparallelen Mediums der Dicke d und des Brechungsindex n um den Betrag $S = \frac{n-1}{n} d$ scheinbar verlängert.

Fig. 5 schließlich zeigt die praktische Ausführung der Resonanzkammer, die in der vorliegenden Arbeit verwendet wurde, im Horizontalschnitt. Das Eintrittsfenster E ist eine Kristallquarzleiste, senkrecht zur optischen Achse, von trapezförmigem Querschnitt, dessen kleine Basis $b_2 = 1$ mm breit ist. Das Austrittsfenster A ist eine ebensolche Leiste, deren kleine Basis b_3 5 mm hat. Die schraffierten Seitenwände bestehen aus Spiegelglas. Zwischen E und A ist zwecks Abschirmung des Streulichts eine dünne Flintglasleiste F von 0,45 mm Dicke zwischengeschaltet. Diese Leiste zusammen mit den Kanten der Seitenplatten P_1 und P_2 bilden die Begrenzung von Ein- und Austrittsfenster. Diese Begrenzung ist außerdem noch exakt gewährleistet durch Totalreflexion an den 45⁰-Facetten der Quarzleisten. Überdies erfolgt eine ungefähre Abblendung bereits auf den Außenflächen der Quarzleisten durch aufgeklebte Stanniolstreifen. Das Wesentliche dieser Anordnung ist hierbei, daß dieser Strahlengang in der Resonanzkammer selbstjustierend und weitgehend unabhängig ist von einem Verwackeln des Brenners oder Monochromators. $B_1 B_2 B_3$ sind

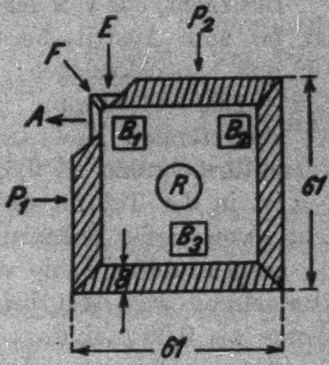


Fig. 5

---

[1]) H. Kayser, Spektroskopie 1. S. 321.

rechteckige Glasklötzchen, die Boden- und Deckplatte abstützen. B_1 schneidet nahezu mit der rechten Eintrittskante ab und ist gegenüber dem Austrittsfenster berußt, wodurch die Leuchtschicht einen dunkeln, nicht resonierenden Hintergrund bekommt. Zwischen der planparallelen Lichtwand von 10 mm Höhe, 1,0 mm Dicke und 5,0 mm Länge, und andererseits dem Austrittsfenster A liegt eine Dunkelschicht, deren Dicke durch die 45°-Projektion von F bestimmt wird, also $\frac{0,45}{\sqrt{2}} = 0,32$ mm beträgt. R ist das Loch für den Pumpenanschluß mit der Rohrschlange, die den meßbar temperierten Hg-Tropfen enthält. Das Zusammenkitten der 13 Einzelteile geschah mit weißem Kittlack von außen, so daß das Kammerinnere frei von Kitt blieb. Die Stoßflächen zwischen den Einzelteilen sind alle so gelegt, daß die gasleere Kammer selbstdichtend wirkt.

Das Licht, das von der Vorderfläche der Lichtwand kommt, hat bis zum Austrittsfenster einen Lichtweg im Dampf von 0,32 mm zurückzulegen; dasjenige von der Hinterfläche $0,32 + 1,00 = 1,32$ mm. Die mittlere Länge des Dampfweges des austretenden Resonanzlichtes wird daher für die spätere Korrekturrechnung zu 0,82 mm angenommen. Dieser Dampfweg ist in der Tat für die Güte des ausgestrahlten Resonanzlichtes von großer Bedeutung, da er eine merkliche Abweichung der ausgestrahlten Linie von der Dopplerform bedingt. Diese Abweichung wird erst bei Hg-Dampfdrucken unmerklich, die kleiner als 0,03 μ sind.

Ein ausschlaggebender Vorzug dieser Resonanzkammer ist auch die Kleinheit des primären Streulichtes, welches dem Resonanzlicht beigemischt ist. Verglichen mit der Resonanzintensität bei einem Dampfdruck von 20° beträgt das Streulicht nur etwa 3,5 Promille. Bei Orthmann z. B. beträgt das Streulicht bei Anvisierung unter 45° aber 250 Promille. Da nun eine exakte Erfassung der Streulichtkorrektur ungleich schwieriger ist als die Erfassung der Linienformkorrektur, die durch obigen mittleren Dampfweg entsteht, so wird man lieber bei höheren Dampfdrucken in der Resonanzkammer arbeiten, wo die Streulichtkorrektur klein und die Linienformkorrektur groß ist.

Die schwierige Herstellung der Einzelteile dieser Resonanzkammer hatte die Firma Steeg & Reuter in Homburg v. d. Höhe übernommen und in sehr exakter Weise ausgeführt.

§ 8. Andere Einzelheiten der Apparatur

Der von **Heraus** angefertigte *Quecksilberbrenner* besaß die Form eines umgekehrten U von etwa 18 cm Höhe. Er stand 12 cm tief in einem Topf mit fließendem Wasser. In seinem Stromkreis lag die übliche große Selbstinduktion, und auf das Leuchtrohr wirkte ein magnetisches Gebläse. Die Stromstärke lag zwischen 2—4,5 Amp., Betriebsspannung waren 140 Volt von der Batterie.

Der *Monochromator* hatte ein Quarzprisma von 70 mm Basis und 44 mm nutzbarer Höhe. Kollimator- und Kammerlinse waren gleich und hatten bei 40 mm ∮ eine Brennweite für 2537 von 182 mm. Die Nebenapparate, wie Resonanzkammer, Ofen, Absorptionskammer, Zelle usw. waren auf einer Schiene montiert, die mit dem Monochromator starr verbunden war.

Der *Ofen* bestand aus einem 5 mm dicken Kupfermantel und war allseitig geschlossen. Die Zylinderfläche war bifilar bewickelt. Die Basisflächen wurden durch ebene bifilare Spiralen beheizt und trugen die plankonvexen Abbildungslinsen für die Resonanzkammer. Letztere hatten bei 28 mm ∮ eine Brennweite von 82 mm für 2537. Die Ofentemperatur wurde mit einem Thermoelement und einem Stickstoffthermometer gemessen.

Die *Absorptionskammer* aus Quarzglas hatte 35 mm Durchmesser. Die Kammertiefe wurde mit zwei verschiedenen Mikroskopen unter verschiedenen Bedingungen möglichst exakt gemessen. Sie besaß nur einen geringen Keilfehler, die mittlere Dicke betrug 0,3005 ± 0,0020 cm. Die angegebene Ungenauigkeit von etwa 7 Promille ist sicher etwas zu groß; im übrigen liegt sie innerhalb der Fehlergrenzen, die durch die ungenaue Kenntnis der Dampfdrucke des Hg bedingt ist.[1]) Durch einen exzentrischen Drehschliff wurde die Kammer in den Strahlengang hineingeschwenkt und stand dauernd mit der Pumpe in Verbindung.

Die *Lichtzelle* hatte als lichtempfindliche Schicht ein geschabtes Platinblech von 18 × 18 mm^2, war also nur im

---

1) Die Dampfdruckmessungen von **Pointdexter** z. B. (a. a. O.) weichen für kleine Drucke merklich von denen im **Landolt-Börnstein** ab (vgl. § 13, Tab. 4).

Ultraviolett empfindlich. Als Elektronenauffänger diente ein sehr dünndrahtiges ebenes Kreuzgitter* von 26 × 26 mm bei 1 mm Maschenabstand, in einer Entfernung von 2 mm von der Platinfolie. Die Hilfsspannung lieferten zwei Anodenbatterien von zusammen 200 Volt, so daß zwischen Pt-Folie und Netz ein Feld von 1000 Volt pro Zentimeter lag. Das Zellengehäuse selbst war zylindrisch und bestand aus einem kurzen Topf, der mit einem paraffingedichteten konischen Deckel verschlossen war. Der Topf trug das Kristallquarzfenster und den photographischen Verschluß, der Deckel die Bernsteinisolationen mit Gitter und Folie. Letztere waren also denkbar bequem zugänglich. Topf und Deckel wurden aus dem Vollen aus einer geschmiedeten, also porenfreien Eisenstange gedreht. Metall wurde gewählt in Hinblick auf die leichte Bearbeitbarkeit und den nötigen elektrostatischen Schutz, und Eisen deshalb, weil bei ihm die hier besonders schädliche Amalgamierung kaum in Frage kommt.

Durch Erhitzen eines angeschlossenen Palladiumröhrchens mit einem Gasflämmchen wurde die evakuierte Zelle mit Wasserstoff von geringem Druck gefüllt. Unmittelbar nach dem Füllen war die Empfindlichkeit der Zelle kaum erhöht. Erst im Verlauf der nächsten Stunden und Tage kam die Zelle auf Höchstempfindlichkeit, die etwa 100mal so groß war als die bei Vakuumfüllung. Die Empfindlichkeitssteigerung der Zelle durch Wasserstoffüllung scheint demnach bei dieser Hilfsspannung nicht, wie gewöhnlich angegeben, auf Stoßionisation zu beruhen, sondern vorwiegend auf einer Hydrierung der Metalloberfläche und einer damit verbundenen Erniedrigung der Austrittsarbeit, welche expotentiell den Strom vergrößert.

Das *Binantenelektrometer* von Bartels Göttingen wurde anfangs mit hoher, später mit normaler Empfindlichkeit benutzt. Der obere Pt-Faden hatte zuletzt eine Stärke von 10 μ. Die Hilfsspannung der Anodenbatterien betrug ± 100 Volt, die Empfindlichkeit zuletzt etwa 1000 Skt. pro Volt und 3 m Skalenabstand. Wenn die Resonanzkammer mit Hg-Dampf von 20° Sättigungstemperatur gefüllt war, betrug die Aufladung des Elektrometers bei 4,5 Amp. primärer Stromstärke etwa 2000 mm pro Minute für 3 m Skalenabstand. Durch Kühlung des Hg-Tropfens der Resonanzkammer mit Eis ging der Ausschlag auf etwa ein Drittel zurück. Die

Regulierung der Ausschläge geschah vorwiegend durch Einschalten von vorher durchgemessenen Drahtnetzen in den diffusen Teil des Strahlenganges des Monochromators. Diese Art der Lichtschwächung ist hier die einzige wirklich saubere Methode. Veränderliche Blenden, welche die Begrenzung der Lichtkegel oder gar die Größe der reellen Bilder der Linsen verändern, sind zu vermeiden.

Das Elektrometer war einschließlich aller Zuleitungen elektrostatisch geschützt. Am Anfang zeigte es äußerst zeitraubende Störungen, als deren Ursache schließlich mikroskopische Ausblüherscheinungen auf dem Messing der Binanten erkannt wurden.

Als *Fluoreszenzschirme* für Justierzwecke dienten ausfixierte Photoplatten, die nach dem Steubingschen Rezept[1]) mit Uranylfluorid-Fluorammonium von Merck-Darmstadt bestreut wurden und sich gut bewährten.

§ 9. Die Linienformkorrektur

Die Absorptionsmessungen nach der vorliegenden Methode sind immer prinzipiell mit einer Reihe von systematischen Fehlern behaftet, die im nachfolgenden besprochen werden sollen.

Die erste mehr zufällige Korrektur betrifft das minimale Wandern, welches der Nullpunkt des Elektrometers nach der Enterdung häufig zeigt. Es wurde vor und nach jeder Meßreihe gesondert bestimmt und das Mittel daraus sofort von den Ausschlägen abgezogen. Diese Korrektur betrug durchschnittlich etwa $^1/_2$ Proz. des Meßwertes.

Die zweite, gleichfalls selbstverständliche Korrektur betrifft den Abzug der Quarzabsorption der Absorptionskammer, welche nach § 13 bestimmt wurde. Wenn im nachfolgenden von der Absorption der Absorptionskammer die Rede ist, ist immer die reine Hg-Absorption nach Abzug der Quarzabsorption gemeint.

Die dritte Korrektur, welche bereits in § 7 erwähnt wurde, betrifft die Störung der expotentiellen Linienform der Resonanzemission durch die endliche Dicke der zwischenliegenden Dampfschicht und soll etwas ausführlicher besprochen werden, da sie beim Arbeiten mit Resonanzlicht prinzipieller Natur

---

1) W. Steubing, Phys. Ztschr. **26**. S. 329. 1925.

ist. Im Interesse ausreichender Lichtstärke muß man immer mit endlich dicken Leuchtschichten in der Resonanzkammer arbeiten, auch darf man zwecks Kleinhaltung des unangenehmen Streulichtanteils den Dampfdruck nicht zu klein wählen. Die Dunkelschicht, welche sich nach § 7 zwecks Vermeidung von Streulicht zwischen Leuchtschicht und Austrittsfenster legen muß, ist im vorliegenden ohnehin so klein ($^3/_{10}$ mm) gehalten worden, daß auch hier die Grenze des Möglichen erreicht ist. So wird man immer mit merklichen Linienformkorrekturen rechnen müssen, welche aber auch unbedenklich sind; denn bei genau bekannten Verhältnissen in der Resonanzkammer läßt sich diese Korrektur ebenso genau angeben wie die Umrechnung der Messungen selbst, weil sowohl der Korrektur, wie der Umrechnung die Tab. 2 mit ihren früher besprochenen Voraussetzungen zugrunde liegt.

Zur Bestimmung der Korrektur wurde der nachfolgende Weg eingeschlagen, der bei vielen von vornherein ziemlich genauen Messungen empfehlenswert ist: man berechnet mit Hilfe von Tab. 2 die Korrekturgröße für eine Anzahl zahlenmäßig bequemer Fälle (Tab. 3), stellt diese in einem Schaubild (Fig. 6) zusammen, und interpoliert aus ihm die Korrekturen für die praktisch gegebenen Fälle.

Wir führen die Bezeichnung ein:

k_ϱ = Abs.-Koeffizient der Linienmitte für den Dampf in der Resonanzkammer.

k_α = Abs.-Koeffizient der Linienmitte für den Dampf in der Absorptionskammer.

ϱ und α = Lichtwege in der Resonanz- und Absorptionskammer in cm.

$x_\varrho = k_\varrho \cdot \varrho, \quad x_\alpha = k_\alpha \cdot \alpha.$

$I_\varrho = F_{(x_\varrho)}$ = Intensität beim Austritt aus der Resonanzkammer.

$I_{\varrho + \alpha} = F_{(x_\varrho + x_\alpha)}$ = Intensität beim Austritt aus der Absorptionskammer.

Hierbei ist $F_{(x)}$ die in Tab. 2 wiedergegebene Funktion der integralen Absorption in Promille, wenn die Lichtintensität im Moment des Entstehens in der Resonanzkammer 1000 Promille beträgt. k_ϱ und k_α stehen natürlich im Verhältnis der Dampfdichten in der Resonanz- und Absorptionskammer.

Dann ist die experimentell gemessene Transparenz $R = 1$ minus Absorption gegeben durch

$$R = \frac{I_{\varrho + \alpha}}{I_\varrho} = \frac{F_{(x_\varrho + x_\alpha)}}{F_{(x_\varrho)}} .$$

Eine ideale Resonanzkammer würde ein $\varrho = 0$ haben, und es würde dann gelten $R' = F_{(x_\alpha)}$, denn $F_{(0)} = 1$. Die Korrektur ε also, welche an R vermöge der endlichen Größe von ϱ anzubringen ist, lautet:

$$\varepsilon = R - K' = \frac{F_{(x_\varrho + x_\alpha)}}{F_{(x_\varrho)}} - F_{(x_\alpha)} . \tag{19}$$

Man benutzt jetzt diese Gleichung, um für die Korrekturgröße ε eine Tabelle aufzustellen. Man setzt z. B. $x_\varrho = 0{,}1$ und variiert x_α von 0,1 bis 2,0, wobei man vermöge Tab. 2 zu jedem der drei Parameterwerte x_ϱ, x_α und $x_{\varrho + \alpha}$ die zugehörigen Werte der Funktion $F_{(x)}$ abliest und so das $\varepsilon_{(\varrho, \alpha)}$ bestimmt. Dasselbe führt man dann für weitere rundzahlige Werte von x_ϱ durch und erhält so die Tab. 3, welche zu jedem gegebenen Wertepaar für x_ϱ und x_α die zugeordnete Größe ε der Linienformkorrektur zeigt. Die Werte zeigen wegen der endlichen Genauigkeit von Tab. 2 eine leichte unregelmäßige Streuung in ihrer letzten Stelle; über diese Unregelmäßigkeit ist in der graphischen Darstellung der Tabelle in Fig. 6 gemittelt.

Tabelle 3

Linienformkorrektur ε in Promille.

$x_a =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,7	2,0
$x_\varrho = 0{,}1$	0,8	1,3	2,1	2,5	3,3	4,0	4,5	4,7	5,2	5,3	5,3
0,2	1,4	2,8	4,1	4,9	6,8	7,9	9,1	9,6	10,3	10,6	10,8
0,3	2,4	4,4	6,1	7,6	10,4	12,2	13,6	14,8	15,7	16,3	16,4
0,4	3,0	5,7	8,1	10,3	13,7	16,4	18,3	19,9	21,1	21,9	22,2
0,5	3,8	7,1	10,4	13,0	17,4	20,6	23,4	25,2	26,6	27,7	28,1
0,6	4,6	8,9	12,7	15,7	21,2	25,1	28,4	30,7	32,4	33,7	34,4

Diese Fig. 6 hat als Ordinaten die ε-Werte in Promille, während die Abszissen den x_α der Absorptionskammer entsprechen. Zur Ausführung der Korrektur benötigt man noch eine ungefähre Kenntnis von k_ϱ bzw. k_α. Wegen der Kleinheit von ε kann man sich hier mit einem Näherungswert begnügen. Vorliegend ist unter Vorwegnahme des Endresultats bei 20° Sättigungsdruck etwa $k_{20^\circ} = 5{,}8$, woraus sich die Werte für k_ϱ und k_α durch Umrechnung auf den wirksamen Dampfdruck ergeben.

Um ein Zahlenbeispiel zu bringen:

Gemäß früher ist hier $\varrho = 0{,}082$ cm, $\alpha = 0{,}30$ cm. Der Dampfdruck in der Resonanzkammer habe dem Sättigungsdruck bei 20° entsprochen, so daß $k_\varrho = 5{,}8$. Der Dampfdruck in der Absorptionskammer sei halb so groß gewesen, entsprechend einem $k_\alpha = \frac{5{,}8}{2} = 2{,}9$. Also $x_\varrho = 0{,}082 \cdot 5{,}8 = 0{,}48$, $x_\alpha = 0{,}3 \cdot 2{,}9 = 0{,}87$. Bei der Abszisse $x_\alpha = 0{,}87$ und für den Fall $x_\varrho = 0{,}48$ liest man aus Fig. 6 als Linienformkorrektur ab ein $\varepsilon = 20{,}5$ Promille. Diese Korrektur ist zu der gemessenen Absorption $A = 441$ Promille zuzuaddieren, so daß $A' = 461{,}5$ Promille diejenige Absorption darstellt, die man gemessen haben würde, wenn die Linienform der Resonanzemission eine unverfälschte Dopplerform dank $x_\varrho = 0$ gewesen wäre.

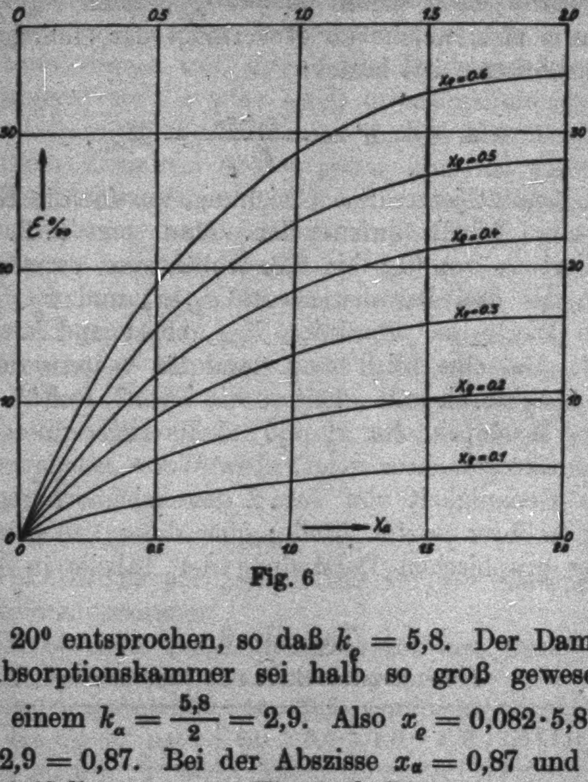


Fig. 6

Man sieht, daß erst bei einem $x_\varrho < 0{,}01$ die Linienformkorrektur unmerklich klein wird. Dies entspricht einem $k_\varrho \cong 0{,}15$, oder beim Vergleich mit $k_{20^\circ} = 5{,}8$ einem Dampfdruck in der Resonanzkammer, der ungefähr 40mal so klein ist als der Sättigungsdruck bei 20°. Mit so niedrigen Dampfdrucken läßt sich praktisch nicht arbeiten, da dann das Resonanzlicht relativ zum Streulicht zu klein wird. Man wird deshalb bei höheren Dampfdrucken arbeiten und ruhig eine kleine Linienformkorrektur in Kauf nehmen. In dem oben angegebenen Zahlenbeispiel ist die Korrektur außergewöhnlich groß, denn gewöhnlich wurde in der Resonanzkammer beim Dampfdruck von 0^0 gearbeitet, entsprechend einem $x_e =$ etwa 0,08 statt oben $= 0,48$. Die Linienformkorrektur betrug demnach im Durchschnitt nur einige Promille.

§ 10. Die Streulichtkorrektur

Die vierte Korrektur betrifft das primäre Streulicht, welches durch Beugung und Brechung in der Resonanzkammer direkt in die Zelle gelangen kann. Es besitzt eine viel geringere Absorbierbarkeit als das Resonanzlicht, welche außerdem von einer großen Zahl unkontrollierbarer Faktoren abhängt, wie primäre Stromstärke, Alter und Gasgehalt des Brenners, Wirkung des magnetischen Gebläses, Justierung der Strahlengänge, Staub auf den Quarzfenstern, Dampfdichte in der Resonanzkammer usw. Die Eliminierung des Streulichtes erfordert die Bestimmung seiner Absorbierbarkeit, die man am besten in Bruchteilen der Absorbierbarkeit des Resonanzlichtes ausdrückt. Die naheliegende Korrekturrechnung ergibt sich dann von selber und kann übergangen werden.

§ 11. Korrektur der sekundären Resonanz

Die fünfte Korrektur betrifft einen Nebeneffekt in der Absorptionskammer. Die „Absorption“ von Resonanzlicht in einer resonierenden Dampfschicht von geringem Druck ist nämlich keine eigentliche Absorption im Sinne einer bleibenden Energieumwandlung, sondern nur eine momentane Energieokklusion für die Dauer der unmeßbar kleinen Verweilzeit. Nach Ablauf dieser Verweilzeit erfolgt im ungestörten Dampf vollständige Reemission der okkludierten Energie in einer Richtung, die unabhängig ist von der Einstrahlrichtung.

Dieser Effekt liegt hierbei zwischen zwei Grenzfällen beschlossen. Im ersten Grenzfall für den Dampfdruck gleich Null erfolgt die Reemission dieser ungewollten sekundären Resonanz von der Absorptionsstelle aus ungestört ins Freie, und der Energieanteil dieser Reemission, der in die Lichtzelle gelangt und die Transparenz des Dampfes scheinbar vergrößert, ist direkt gegeben durch die Geometrie der Anordnung.

Im anderen Grenzfall für hohen, aber noch nicht auslöschend wirkenden Dampfdruck kommen die Reemissionen im Kammerinnern nicht mehr direkt ins Freie, sondern nur auf dem Umweg über neuerliche Absorptionen und Reemissionen, bis sie schließlich in eine wandnahe Dampfschicht kommen, von der aus eine Emission direkt ins Freie möglich ist. In diesem Zustand sind an der sekundären Emission der Absorptionskammer nach außen nur mehr die äußeren Dampfschichten beteiligt, und die reine Volumstrahlung des ersten Grenzfalls geht über in die reine Oberflächenstrahlung dieses zweiten Grenzfalls. Das letztere Verhalten wird noch dadurch unterstützt, daß Emissionen, die die Wandung streifend treffen, wenig Aussicht haben, direkt ins Freie zu kommen. Die dosenförmige Absorptionskammer emittiert also hier wie ein fester Strahler, vorwiegend längs ihrer Achse, und der in die Lichtzelle gelangende Anteil ist wesentlich größer als im ersten Fall.

Dieser Effekt wird am besten dadurch erfaßt, daß man sich um die Absorptionskammer die entsprechende Photometerkurve zeichnet, was ohne Schwierigkeit mit hinreichender Genauigkeit möglich ist. Die Einzelheiten des Verfahrens sollen nicht gebracht werden; bei der vorliegenden Anordnung betrug der störende Anteil der sekundären Resonanz, der in die Photozelle gelangte, etwa 4 Promille der in der Absorptionskammer absorbierten Energie.¹)

§ 12. Knudsenkorrektur des Dampfdrucks

Die letzte und sechste Korrektur betrifft die Größe der Dampfdrucke, und wird durch den Umstand bedingt, daß die absolute Temperatur T_K der Absorptionskammer im allgemeinen größer ist als die T_D des Hg-Tropfens, welcher den Dampfdruck liefert. Infolgedessen ist der effektive Dampfdruck kleiner, als man nach dem Sättigungsdruck von T_D erwarten sollte. Diese Tatsache dürfte in früheren Arbeiten auf diesem Gebiet teilweise übersehen worden sein.

---

1) Die Notwendigkeit dieser Korrektur ist früher im allgemeinen übersehen worden, ausgenommen die Arbeit von M. Schein (Ann. d. Phys. 85. S. 257. 1928), die während der Niederschrift des Vorliegenden erschien. Allerdings wird die dortige Darstellung der Alternative „Volumstrahlung—Oberflächenstrahlung“ nicht gerecht.

Dabei ist noch zu beachten, daß man sich hier bereits in dem Gebiet befindet, wo die freie Weglänge der Atome groß ist gegenüber dem Rohrlumen. Im stationären Zustand zwischen zwei kommunizierenden verschieden temperierten Räumen herrscht also nicht mehr Druckgleichheit, sondern es gilt im Gleichgewichtszustand für das Verhältnis der Dampfdichten δ und der Dampfdrucke p die **Knudsensche** Beziehung[1])

$$\delta_K = \delta_D \cdot \sqrt{\frac{T_D}{T_K}}; \quad p_K = p_D \sqrt{\frac{T_K}{T_D}} \,.$$

Der auf 20° in der Absorptionskammer reduzierte „effektive Dampfdruck“ p_e lautet somit

$$(20) \quad p_e = p_D \sqrt{\frac{T_{20}^2}{T_K \cdot T_D}}; \quad \text{wobei } T_{20} = 273 + 20 = 293^\circ.$$

Diese Korrektur wurde stets auf die Dampfdrucke in der Absorptionskammer angewendet. Der für die Linienformkorrektur von § 9 benutzte Dampfdruck in der Resonanzkammer wurde dagegen nicht in dieser Weise korrigiert, da es sich hier um einen Fehler zweiter Ordnung handelt.

§ 13. Meßergebnisse

Die Messungen wurden in Form von Meßreihen durchgeführt, wobei die Elektrometerausschläge immer abwechselnd einmal mit und einmal ohne die in den Strahlengang gedrehte Absorptionskammer abgelesen wurden. Der Quotient konsekutiver Ablesungen gibt dann die Absorption. Jede Meßreihe bestand durchschnittlich aus 8—12 solcher konsekutiver Ablesungen. Der mittlere Fehler des arithmetischen Mittels jeder Meßreihe wurde nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt. Ebenso geschah die Kombination gleichartiger Meßreihen möglichst nach den Vorschriften der Fehlerrechnung.

Die Quarzabsorption der Absorptionskammer wurde teils mit Resonanzlicht, teils mit primärem Streulicht gemessen. Beide Lichtarten ergaben dieselben Werte, woraus zu schließen ist, daß bei diesen Messungen der Hg-Dampf wirklich völlig ausgefroren war. Dies war auch zu erwarten, nachdem hier das U-Rohr der Absorptionskammer oft tagelang unter flüssiger

---

[1]) M. **Knudsen**, Ann. d. Phys. 31. S. 205 u. 633. 1910.

Luft stand. Im Verlauf der Arbeit wurden zu verschiedenen Zeiten vier verschiedene Serien von Meßreihen über die Quarzabsorption angefertigt. Zur Mittelung wurden jeweils nur die genauesten Meßreihen herangezogen. Fig. 7 zeigt die elf benutzten Meßreihen in einem Schaubild, wobei die Ordinaten die Quarzabsorption in Promille bedeuten, während die Kreisradien um die einzelnen Meßpunkte gleich sind den „Fehlerradien", also dem mittleren Fehler jeder Meßreihe. Die Mittelung ergibt den Wert:

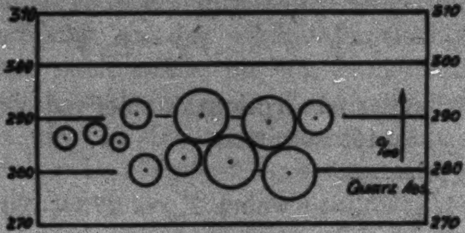


Fig. 7

Quarzabsorption = 28,5 ± 1 Promille.

Dieser Wert ist, verglichen mit dem reinen Reflexionsverlust in den zwei Verschlußplatten der Kammer, unerwünscht hoch. Der Grund ist der, daß sich die sehr schmale Kammer trotz vielfachem Kochen mit HNO_3 und Auswaschen mit mehrfach destilliertem Wasser innen nicht völlig sauber erhalten ließ. Auch wiesen die Quarzplatten Schwärme von winzigen Bläschen auf, welche das durchgehende Licht streuten.

Bei den Messungen der Hg-Absorption wurden die Dampfdrucke, die Konstanten des Brenners, die Intensität der Resonanzkammer usw. möglichst oft und vielfältig variiert. Speziell die Dampfdrucke in der Absorptionskammer wurden in den Sättigungsdrucken zwischen 0 und 20° variiert. Besonders genau und oft wurde die Absorption bei 0° gemessen, weil sie für die Extrapolation auf den Dampfdruck Null besonders wichtig ist. Ferner wurden die Meßreihen bei den Dampfdrucken von etwa 10, 15 und 20° gehäuft, um durch diese 4 Punkte den Verlauf der Absorption sicherzustellen.

Als gültige Hg-Dampfdrucke wurden die Werte im Landolt-Börnstein II benutzt.[1]) Sie sind in Tab. 4 nochmals zusammengestellt. Die effektiven Dampfdrucke wurden aus diesen Werten mit Hilfe der Knudsenkorrektur von § 12 auf die gemeinsame Vergleichstemperatur von 20° umgerechnet.

---

[1]) **E. Poindexter**, Phys. Revue **26**, S. 859 (1925) veröffentlicht Dampfdrucke, die von den hier benutzten merklich abweichen.

Tabelle 4

Hg-Dampfdrucke in μ Hg-Säule

Temperatur	0°	2°	4°	6°	8°
0°	0,207	0,252	0,306	0,370	0,447
10°	0,537	0,645	0,773	0,922	1,10
20°	1,31	1,55	1,83	2,16	2,54

Fig. 8 zeigt für die 0,3005 cm dicke Dampfschicht den Gang der Hg-Absorption in Promille in Abhängigkeit vom effektiven Dampfdruck p_e als Abszisse. Die ausgezogene Kurve gibt hierbei die unkorrigierte Absorption wieder,

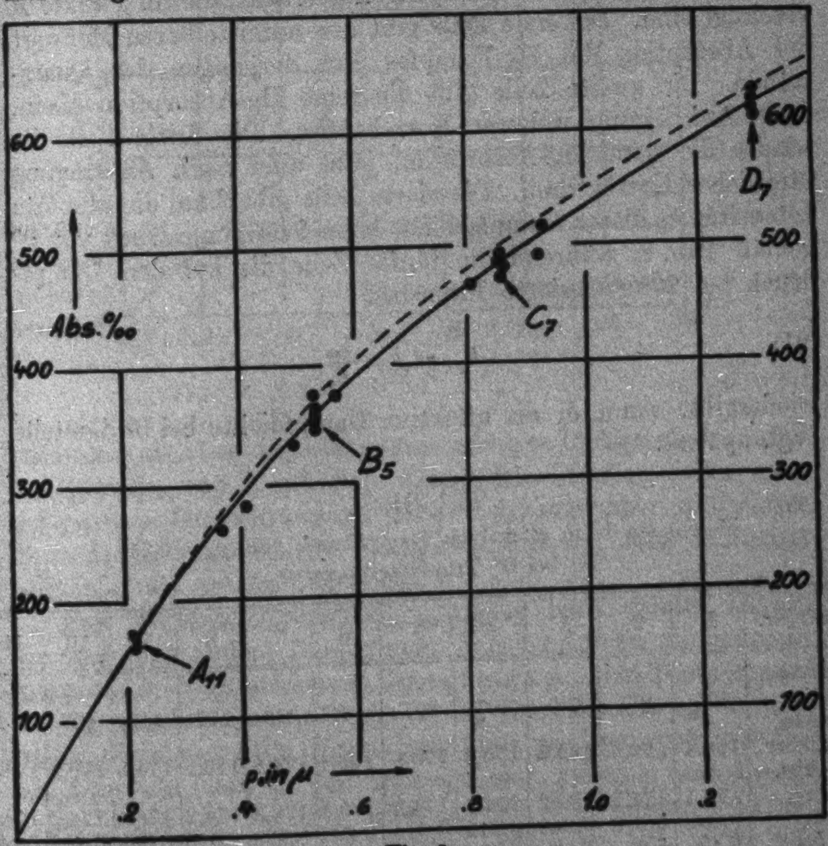


Fig. 8

während die gestrichelte Kurve die Hg-Absorption nach Anbringung der drei Korrekturen §§ 9—11 zeigt. Man sieht, daß beide Kurven nahe zusammenfallen. Die Messungen waren also von vornherein so genau, daß die systematischen Fehler klein blieben. Auch die unsystematischen Fehler sind nicht erheblich, wie man an den Punkten *A*, *B*, *C* und *D* bei den Sättigungsdrucken bei etwa 0, 10, 15 und 20° sehen kann, wo die Meßreihen zur Erzielung größerer Genauigkeit gehäuft wurden. Die *A*, *B*, *C*, *D* beigeschriebenen Zahlen bedeuten die Anzahl der Meßreihen, die in den betreffenden Punkten vereinigt sind. Man sieht, daß die einzelnen Meßreihen gut zusammenfallen, denn sie sind in dem vorliegenden Figurenmaßstab kaum zu trennen.

Zur weiteren Veranschaulichung des Zahlenmaterials sind in Tab. 5 als Beispiel die Messungen gebracht, die im Punkte *A* vereinigt sind. Die erste Zeile gibt den unmittelbaren Meßwert der Absorption des Hg-Dampfes plus derjenigen der Quarzwände. Die zweite Zeile gibt die reine Hg-Absorption allein, ohne Anbringung weiterer Korrekturen. Die dritte Zeile ist wieder die reine Hg-Absorption, jetzt aber nach Anbringung sämtlicher Korrekturen. Die vierte Zeile gibt dann die absolute Intensität k_0 dieser Dampfschicht beim Sättigungsdruck von 0° gemäß Tab. 2, während die fünfte Zeile die auf den Dampfdruck bei 20° reduzierte Intensität

$$k_{20} = k_0 \cdot \frac{\delta_{20}}{\delta_0} \tag{21}$$

wiedergibt, wenn δ_0 die effektive Dampfdichte bei 0° darstellt (vgl. später).

Tabelle 5

Messungen beim effektiven Dampfdruck von $p_e = 0{,}214\ \mu$ bei 0° Tropfentemperatur

Lauf. Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ges.-Abs. ‰	404	407	406	407	407	404	410	407	410	407	411
Hg-Abs. unkorr.	166,4	170,6	169,2	170,6	170,6	166,4	174,8	170,5	174,8	170,5	176,2
Hg-Abs. korr.	170,1	174,3	180,2	174,3	174,3	170,1	178,5	174,2	178,5	174,2	179,9
k_0	0,888	0,915	0,948	0,912	0,915	0,892	0,938	0,915	0,938	0,912	0,945
k_{20}	5,43	5,58	5,79	5,57	5,60	5,46	5,75	5,61	5,76	5,59	5,80

Für die weiteren Darstellungen benutzen wir jetzt nur noch die Mittelwerte der Messungen an den Punkten A, B, C, D der Fig. 8, denen gegenüber natürlich die verstreuten Einzelmessungen zu vernachlässigen sind. Wir nehmen also die vier korrigierten Mittelwerte der Absorption dieser Punkte, rechnen sie vermöge Tab. 2 um auf x-Werte ($x = l \cdot k$), dividieren durch die Kammertiefe $l = 0{,}3005$ cm, und erhalten so in Fig. 9 die Abhängigkeit der k-Werte vom effektiven Dampfdruck p_e in μ.

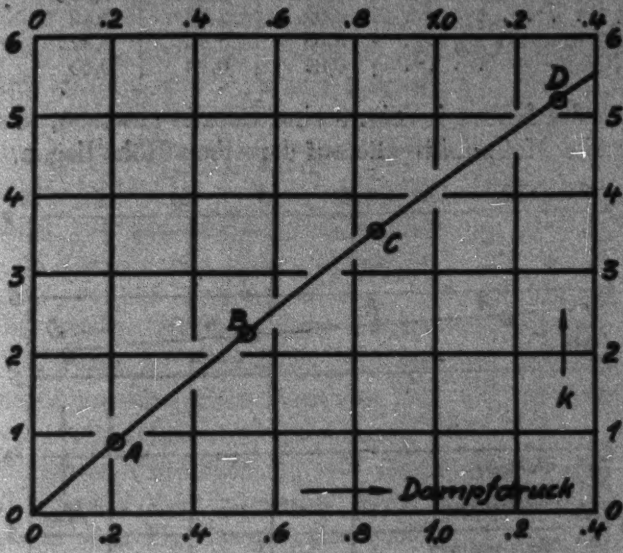


Fig. 9

Da diese k als absolute Intensitäten additive Größen sind, müßte der Zuwachs von k mit dem Dampfdruck streng linear sein. Bei genauer Betrachtung der Figur sieht man aber, daß dieser theoretische Verlauf nicht exakt realisiert ist, denn k wächst langsamer als druckproportional.

Zur weiteren Verdeutlichung dieses Sachverhalts wählen wir noch eine andere Darstellung. Wir reduzieren die absolute Intensität k_t beim effektiven Dampfdruck $p_{e,t}$ der Temperatur t auf die absolute Intensität k_{20} beim Dampfdruck p_{20} bei 20° analog Gleichung (21). Diese Reduktion wird nahegelegt durch den Umstand, daß in den früheren vier Arbeiten auf diesem Gebiet gleichfalls die Reduktion auf 20° vorgenommen wurde. Die Umrechnung bedeutet übrigens, wie man sich leicht klar macht, eine Art von Differentiation der Fig. 9. Das Zahlenmaterial, das sich so ergibt, ist in Tab. 6 und Fig. 10 dargestellt.

Tabelle 6

Die auf den Dampfdruck 20° reduzierten Intensitäten

Punkt	*A*	*B*	*C*	*D*
effektiver Dampfdruck in μ	0,214	0,530	0,856	1,297
Intensität k	0,92	2,26	3,52	5,19
reduzierte Intensität k_{20} . .	5,63	5,60	5,37	5,24
mittlerer Fehler ±	0,07	0,10	0,05	0,07

Wäre die Kurve in Fig. 9 eine Gerade gewesen, so würden jetzt die vier Meßpunkte alle auf derselben Höhe liegen. Wegen der leichten Kurvenkrümmung von Fig. 9 zeigen aber die vier Punkte eine Abnahme der so definierten absoluten Intensität mit dem Dampfdruck. Der halbe Durchmesser der Punkte in Fig. 10 entspricht etwa dem mittleren Fehler von Tab. 6. Die Extrapolation der Kurve auf den Dampfdruck Null ist als das Endresultat der ganzen Messungen anzusehen, da dieser

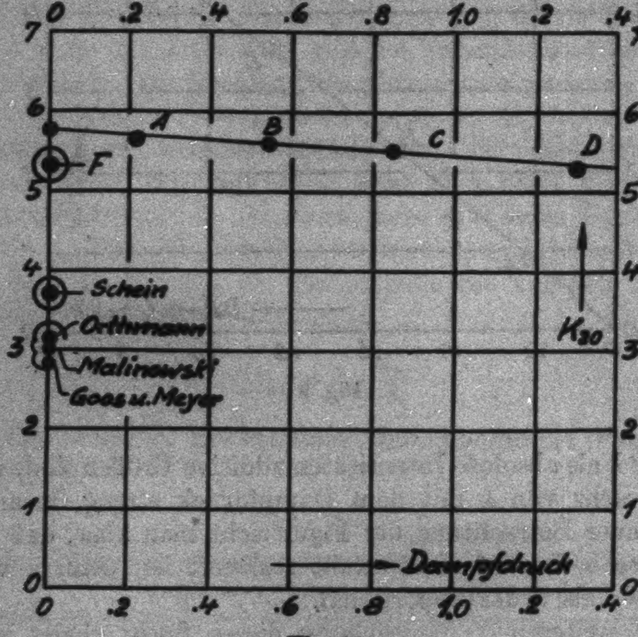


Fig. 10

Wert der ungestörten Intensität am besten entspricht. Es ergibt sich hier der Extrapolationswert:

$$\boxed{k_{20} = 5{,}78 \pm \text{etwa } 0{,}18.}$$

Ein Versuch, diesen Gang der absoluten Intensität mit dem Dampfdruck zu erklären, wird in § 15 unternommen werden. Vorläufig soll diese Anomalie unberücksichtigt bleiben.

§ 14. Vergleich mit früheren Messungen

Es ist jetzt von Interesse, das vorliegende Resultat mit den Messungen früherer Autoren zu vergleichen. Die erste Messung stammt von v. Malinowski[1]) aus einer Zeit, wo der Umgang mit Resonanzlinien neu war. Das Prinzip seiner Meßmethode ist dasselbe wie bei uns, sein Ergebnis für die absolute Intensität lautet $\boxed{k = 3{,}11}$ bei einem Dampfdruck wahrscheinlich von Zimmertemperatur, also von rund 20°. Dieser Wert ist ebenso wie die nachfolgenden mit in Fig. 10 eingetragen.

Die zweite Messung von Orthmann[2]) nach derselben Methode wurde zu einer Zeit publiziert, als unsere Arbeit bereits begonnen war. Sein Wert von $\boxed{k_{20} = 3{,}15}$ fällt fast mit dem von v. Malinowski zusammen.

Die dritte Untersuchung von Goos und Meyer[3]) benutzt die Abklingung der Intensität eines Lichtstrahls beim Eindringen in den Hg-Dampf, also eine etwas andere Methode. Das Ergebnis der Messungen lautet: $\boxed{k_{20} = 2{,}97}$, fällt also auch dicht mit den früheren zusammen.

Die vierte Untersuchung erschien nach Abschluß unserer Arbeit von M. Schein[4]). Seine Meßmethode war dieselbe wie die unsrige, die von ihm gemessene Absorbierbarkeit des Resonanzlichtes ist ungefähr dieselbe wie die der früheren Autoren. Er versucht aber bei der Auswertung seiner Messungen der Linienformkorrektur von § 8 dadurch gerecht zu werden, daß er die Dopplerbreite der emittierten Linie um etwa 22 Proz. vergrößert einsetzt, und erhält so als absolute Intensität den etwas größeren Wert $\boxed{k_{20} = 3{,}77}$.

---

1) A. v. Malinowski, Ann. d. Phys. **44**. S. 935. 1914.

2) W. Orthmann, Ann. d. Phys. **78**. S. 601. 1925.

3) F. Goos u. H. Meyer, Ztschr. f. Phys. **35**. S. 803. 1926.

4) M. Schein, Ann. d. Phys. **85**. S. 257. 1928.

Schließlich liegt noch die Messung von Füchtbauer, Joos und Dinkelacker[1]) vor, die nach der eingangs erwähnten ganz anderen Methode der Druckverbreiterung ausgeführt wurde. Die dortige Extrapolation auf den Fremddruck Null liefert $\int (n\varkappa) \cdot d\nu = 5 \cdot 10^4$ beim Dampfdruck von 18°. Dabei ist zu bedenken, daß dort zwar $(n\varkappa)$ im Kreisfrequenzmaß nach Formel 2 § 3 definiert ist, während als Integrationsabszisse die durch die Quantentheorie nahegelegte Frequenz ν selber benutzt wurde. Daher lautet das Linienintegral in dem von uns benutzten Kreisfrequenzmaß:

$$\int (n\varkappa) \cdot d\omega = 2\pi \cdot 5 \cdot 10^4 = \pi \cdot 10^5.$$

Um diesen Wert mit den obigen vergleichen zu können, nehmen wir nun an, daß das Linienintegral der Wirksamkeit einer Einzellinie zuzuschreiben ist, deren Linienform allein durch den Dopplereffekt bei 20° bedingt ist. In diesem Fall gilt Gl. (7), so daß $(n\varkappa)_0 = \frac{\pi \cdot 10^5}{1{,}066 \cdot \Delta\omega}$, wobei die Dopplerbreite $\Delta\omega$ im Kreisfrequenzmaß bei 20° $= 6{,}44 \cdot 10^9$ cm^{-1}, oder nach Gl. (2) und (4):

$$k_{18} = 22{,}66.$$

Dieser auf 18° bezügliche Wert[2]) ergibt bei Umrechnung auf den effektiven Dampfdruck p_{20} von 20° nach Tab. 4 als endgültigen vergleichbaren Meßwert

$$k_{18} \frac{p_{20}}{p_{18}} \cdot \frac{273 + 18}{273 + 20} = \boxed{k_{20} = 26{,}8} .$$

Die Diskussion im folgenden Abschnitt zeigt, daß unser Resultat mit diesem Wert gut verträglich ist. Man wird daher annehmen müssen, daß die anderen Werte infolge der Schwierigkeit, die hier die Beseitigung der systematischen Fehler bereitet, zu klein ausgefallen sind. Der Wert von Füchtbauer, Joos und Dinkelacker hingegen ist dank der anderen Meßmethode von vornherein frei von diesen Fehlern, und deshalb auch unbeeinflußt von ihnen.

---

[1]) C. Füchtbauer, G. Joos u. O. Dinkelacker, Ann. d. Phys. 71. S. 222. 1923.

[2]) Anmerkung bei der Korrektur: den zitierten Messungen liegen die damals gültigen Dampfdruckmessungen von Knudsen zugrunde, während wir hier die Dampfdrucke aus dem Landolt-Börnstein benutzen.

§ 15. Absorption einer Komplexstruktur

Nach **Wood**[1]) besteht die Linie 2537 aus fünf annähernd gleichintensiven Komponenten. Die Messungen von Frl. A. **Schrammen**[2]) bestätigen dieses Ergebnis und liefern für die Abstände und Intensitäten der Struktur das Bild von Fig. 11.

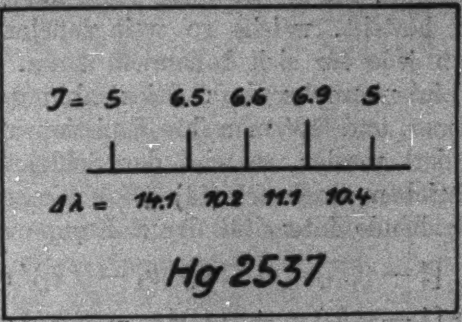


Fig. 11

Diese Hyperfeinstruktur gestattet jetzt, die Messungen von **Füchtbauer**, **Joos** und **Dinkelacker** einerseits und die unsrigen andererseits in Übereinstimmung zu bringen. Unter den Zustandsbedingungen der Druckverbreiterung, wie sie bei der **Füchtbauer**schen Meßmethode herrschen, wird nicht nur der Dopplereffekt, sondern sogar die ganze Struktur durch den Fremddruck verwischt und nivelliert, und es bildet sich ein einziger breiter Spektralstreifen als Resonanzbereich heraus, in dem alle Einzelheiten untergehen. Die Halbwertsbreite dieses Streifens bei 10 Atm. Fremddruck ist etwa 4mal so groß als die Breite der ungestörten Struktur, die einzelnen Komponenten liegen daher nicht mehr nebeneinander, sondern übereinander, so daß sich ihre Teilintensitäten addieren. Dies ist die Ursache für den Größenunterschied zwischen dem **Füchtbauer**schen und dem unsrigen Resultat.

Fragt man nach der absoluten Intensität der Linie 2537, so wird man natürlich die Intensität der einzelnen Komponenten zusammenaddieren müssen; denn erst die Summe über alle

---

[1] 1) **R. W. Wood**, Phil. Mag. 50. S. 761. 1925.

[2] 2) **A. Schrammen**, Ann. d. Phys. 83. S. 1161. 1927.

Komponenten gibt die Intensität der ganzen Struktur. Es ist ein Vorzug dieser Methode mit Druckverbreiterung, daß bei ihr diese Addition gewissermaßen von der Natur selbst ausgeführt wird. Bei der hier benutzten Methode ohne Druckverbreiterung mißt man hingegen einen bestimmten Mittelwert der Einzelkomponenten, und der Rückschluß auf die Gesamtintensität ist, wie nachstehend gezeigt wird, auch dann nicht exakt möglich, wenn man die Struktur selber genau kennt.

Wir nehmen an, daß die Struktur aus n ungleich intensiven Komponenten besteht, welche so weit voneinander getrennt sind, daß man jede für sich behandeln kann. Erzeugt man dann diesen Linienkomplex durch Einstrahlung in eine ideale Resonanzkammer, und läßt man ihre Emission in einer Dampfschicht absorbiert werden, so wird das Schicksal jeder Komponente beschrieben durch Gl. (11) § 5. Wir setzen demnach für die durchgehende Intensität der n Komponenten an:

$$\begin{aligned} I_1^l &= I_1^0 \left[1 - (l\,k_1)\,a_1 + (l\,k_1)^2\,a_2 - (l\,k_1)^3\,a_3 + \dots\right] \\ I_2^l &= I_2^0 \left[1 - (l\,k_2)\,a_1 + (l\,k_2)^2\,a_2 - (l\,k_2)^3\,a_3 + \dots\right] \\ &\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\ I_n^l &= I_n^0 \left[1 - (l\,k_n)\,a_1 + (l\,k_n)^2\,a_2 - (l\,k_n)^3\,a_3 + \dots\right] \end{aligned}$$

wobei die a_ν je nach den Versuchsbedingungen, durch die Tab. 1 gegeben sind. Die durchgehende Intensität der Gesamtstruktur, wie sie auf die Photozelle wirkt, lautet demnach

$$(22)\quad \left\{ \begin{aligned} I^l = \sum_1^n I_\nu^l = \sum_1^n I_\nu^0 - a_1\,l \sum_1^n (I_\nu^0 k_\nu) + a_2\,l^2 \sum_1^n (I_\nu^0 k_\nu^2) \\ - a_3\,l^3 \sum_1^n (I_\nu^0 k_\nu^3) + \dots \end{aligned} \right.$$

In den vorhergehenden Abschnitten war nun die Umrechnung der Meßwerte in der Weise erfolgt, als ob sie das Resultat der selektiven Absorption einer Einzellinie seien. Man hat somit bisher den durch Gl. (22) gegebenen Vorgang formal beschrieben durch eine Reihe der Form:

$$(23)\quad I^l = I^0 \left[1 - (l\,k)\,a_1 + (l\,k)^2\,a_2 - (l\,k)^3\,a_3 + \dots\right].$$

Diese gewaltsame Gleichsetzung von Gl. (22) und (23) äußert sich dann darin, daß das k im Falle einer ungleich intensiven Komplexstruktur nicht mehr proportional dem Dampfdruck ansteigt. Dieser Tatbestand tritt, wenigstens qualitativ, in unseren Figg. 9 und 10 in der Abweichung vom erwarteten Verlauf in Erscheinung. Zur genaueren Diskussion vergleichen wir Gl. (22) mit einer Reihe, welche den Verhältnissen besser gerecht werden kann. Wir setzen an:

$$(24)\quad I^l = I^0 \left[1 - (l\,k')\,a_1 + (l\,k'')^2\,a_2 - (l\,k''')^3\,a_3 + \dots\right]$$

Die Koeffizientenvergleichung von Gl. (22) und (24) gibt dann

$$(25)\quad \begin{cases} I^0 = \sum I_\nu^0, & I^0 k' = \sum (I_\nu^0 k_\nu), \\ I^0 k''^2 = \sum (I_\nu^0 k_\nu^2), & I^0 k'''^3 = \sum (I_\nu^0 k_\nu^3), \quad \dots\dots \end{cases}$$

Die so definierten k', k'' ... sind jetzt, wie später gezeigt wird, streng proportional dem Dampfdruck, im Gegensatz zu dem k von Gl. (23).

Man muß jetzt noch eine Festsetzung treffen über die I_ν^0, also über die Intensitäten der von der idealen Resonanzkammer emittierten Komponenten. Diese Intensitäten hängen natürlich von der Art der Einstrahlung ab, und dieser Umstand bringt es eben mit sich, daß man aus den Resultaten der vorliegenden Meßmethode auch dann keine exakten Rückschlüsse auf die Gesamtintensität der Struktur machen kann, wenn man die absoluten k_ν der Struktur genau kennt.

Die Festsetzung über die I_ν^0 wird sich, je nach der Anregung der Resonanzkammer, zwischen zwei Grenzfällen bewegen. Im ersten Grenzfall erfolgt diese Erregung durch Einstrahlung eines Kontinuums, welches die Komponenten nach Maßgabe ihrer Absorptionskoeffizienten anregt.

Es wird also gelten:

$$(26)\quad I_1^0 : I_2^0 : \dots : I_n^0 = k_1 : k_2 : k_3 : \dots : k_n .$$

Im zweiten Grenzfall erfolgt die Anregung selbst wieder durch eine ideale Resonanzkammer, so daß der Ansatz gilt:

$$(27)\quad I_1^0 : I_2^0 : \dots : I_n^0 = k_1^2 : k_2^2 : k_3^2 : \dots : k_n^2 .$$

Im Experiment wird man die Resonanzkammer, wie auch im vorliegenden Fall, mit einem Hg-Brenner anregen, welcher sich dem Grenzfall von Gl. (26) nähern wird. Deshalb ergibt sich aus Gl. (25):

$$\sum_1^n I_\nu^0 = r \sum_1^n k_\nu, \qquad \sum_1^n I_\nu^0 k^m = r \sum_1^n k^{m+1}, \qquad r \text{ eine Konstante.}$$

Also bei $n = 5$ Komponenten:

$$(28)\quad \begin{cases} k' = \dfrac{k_1^2 + k_2^2 + \ldots + k_5^2}{k_1 + k_2 + \ldots + k_5}, \quad k''^2 = \dfrac{k_1^3 + k_2^3 + \ldots + k_5^3}{k_1 + k_2 + \ldots + k_5}, \\ \qquad k'''^3 = \dfrac{k_1^4 + k_2^4 + \ldots + k_5^4}{k_1 + k_2 + \ldots + k_5} \ldots\ldots \end{cases}$$

Die k_ν sind proportional dem Dampfdruck δ. Bezeichnen wir wieder mit dem Index „20" die auf den Dampfdruck von 20° reduzierten Größen, so gilt analog Gl. (21): $k_\nu = k_{\nu 20} \cdot \frac{\delta}{\delta_{20}}$ und es wird:

$$(29)\quad k'_{20} = k' \frac{\delta}{\delta_{20}}, \quad k''_{20} = k' \frac{\delta}{\delta_{20}}, \quad k'''_{20} = k''' \frac{\delta}{\delta_{20}}, \quad \ldots\ldots,$$

wobei die k'_{20}, k''_{20} ... bei gegebener Struktur Konstanten sind, während das $k_{20} = k \frac{\delta_{20}}{\delta}$ gemäß Gl. (23) durchaus keine Konstante, sondern eine Funktion von δ war. Im Limes für den Dampfdruck $\delta = 0$ gilt dann, wie aus Gl. (23) und (24) zu ersehen ist:

$$(30)\quad \lim_{\delta=0} k_{20} = k'_{20} = \left(\frac{k_1^2 + k_2^2 + \ldots + k_5^2}{k_1 + k_2 + \ldots + k_5}\right)_{20} = 5{,}78$$

laut § 13, Fig. 10.

Aus denselben Gleichungen folgt als Differentialquotient der k-Kurve im Limes für $\delta = 0$:

$$(31)\quad \frac{1}{l}\left(\frac{d\,k_{20}}{d\,\delta}\right)_{\delta=0} = \frac{a_2}{a_1}\,\frac{1}{\delta_{20}}\left(k''^2_{20} - k'^2_{20}\right).$$

Bei vorgegebener ungleich intensiver Struktur ist dieser Differentialquotient negativ und von Null verschieden, in Übereinstimmung mit Fig. 10, bei welcher die k_{20}-Kurve schräg in die Nullinie einmündet.

Der Füchtbauersche Meßwert der absoluten Intensität = 26,8 ist mit $\sum k_{\nu 20}$ zu identifizieren. Das arithmetische Mittel über alle Komponenten lautet daher:

$$(32)\quad \frac{1}{n}\sum_1^n (k_{\nu 20}) = \frac{k_1 + k_2 + \ldots + k_5}{5} = \frac{26{,}8}{5} = 5{,}36\,.$$

Dieser der Füchtbauerschen Messung entsprechende Punkt ist mit in Fig. 10 eingetragen. Er liegt etwas unter unserem Meßwert, wie es auch sein muß, denn beim Vergleich von Gl. (30) und (32) sieht man die Beziehung: $\frac{1}{n}\sum k_\nu < k'$

und es ist befriedigend, daß sich auch hier das Experiment der rechnerischen Forderung anpaßt.

Schließlich kann man noch die Frage stellen, auf welchen Punkt hin die abnehmende Kurve von Fig. 10 nach rechts hinzielt. Es läßt sich in einfacher Weise zeigen, daß dieser Grenzwert der k_{20}-Kurve im Limes für Dampfdichte $\delta = \infty$ gegeben ist durch

$$\lim_{\delta=\infty} k_{20} = (k_\nu)_{\text{Min.}}, \tag{33}$$

wenn $(k_\nu)_{\text{Min.}}$ den Absorptionskoeffizienten der schwächsten Einzelkomponente der Struktur beim Dampfdruck von 20° bedeutet. Auf diesen Punkt also zielt die Kurve Fig. 10 nach rechts hin.

Das wesentliche Resultat dieses Abschnitts ist jedenfalls, daß der Intensitätswert der Füchtbauerschen Messung mit Druckverbreiterung in Einklang steht mit den Resultaten der vorliegenden Methode, bei der die absorbierenden Atome praktich ungestört sind. Die Störung der Atome durch Fremdgaszusatz von 10—40 at. Druck schwächt zwar die Intensität der Resonanzlinie, verändert sie aber nicht so stark, daß die Extrapolation auf den Fremddruck Null irgendwie unsicher wird.

Die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Experiment ist qualitativ somit gut, doch zeigt es sich, daß quantitative Rückschlüsse auf die Struktur nicht möglich sind. Man kann nämlich versuchen die Struktur, welche als Ursache der Fig. 10 anzusehen ist, durch folgende Bedingungen zu umschreiben:

1. Sie soll aus 5 Komponenten bestehen.
2. Arithmetisches Mittel der Komponenten $\frac{1}{n}\sum k_\nu = 5{,}36$ laut Füchtbauer.
3. $k'_{20} = \left(\frac{\sum k_\nu^2}{\sum k_\nu}\right)_{20} = 5{,}78 = \lim\limits_{\delta=0} k_{20}$ laut unseren Messungen.
4. Die Struktur soll symmetrisch sein.
5. $\frac{1}{l}\left(\frac{d\,k_{20}}{d\,\delta}\right)_{\delta=0} =$ Kurvenneigung von Fig. 10 für $\delta = 0$.

Diese (außer der willkürlichen Bedingung 4) aus dem Experiment abgeleiteten Bedingungen schränken die Mannigfaltigkeit aller Quintettstrukturen so ein, daß nur mehr eine einzige übrig bleibt. Es läßt sich nun leicht zeigen, daß es keine Struktur gibt, welche alle 5 Bedingungen zugleich erfüllt. Die durch Bedingung 1—4 charakterisierten Kurven laufen sämtlich flacher, als es der experimentelle Befund der Bedingung 5 fordert. Deshalb soll auf die diesbezüglichen Rechnungen nicht näher eingegangen werden. Es scheint somit, daß die verhältnismäßig starke Kurvenneigung in Fig. 10 wenigstens teilweise durch unbekannte Nebenursachen prinzipieller oder zufälliger Natur bedingt ist.

Als solche Nebenursachen kann man z. B. anführen:

a) Verbreiterung der Linie durch den eigenen Dampfdruck.

b) Die unter Zimmertemperatur liegenden Dampfdrucke sind nach größeren Werten hin verfälscht, da die Absorptionskammer immer mit dem Aufbau kommunizierte, welcher Hg-Dampf von Zimmertemperatur enthielt.

c) Die reine Quarzabsorption der Kammer ist größer als angenommen.

d) Die Dampfdrucke aus dem Landolt-Börnstein stimmen nicht exakt.

e) Der Knudsenzustand (§ 12) des Dampfes ist nicht exakt erfüllt.

f) Die Hypothesen über die Linienform, welche der Auswertung zugrunde liegen, stimmen nicht exakt.

Alle diese und ähnliche Umstände sind genau geprüft worden, ohne daß eine Entscheidung getroffen werden konnte. Man wird also diese nur kleine Unstimmigkeit vorläufig hinnehmen müssen.

§ 16. Absorption bei höherer Ofentemperatur

Bislang waren nur die Messungen besprochen worden, bei denen Absorptions- und Resonanzkammer dieselbe Temperatur hatten, wo also die Dopplerbreiten von Emissions- und Absorptionslinie einander gleich waren. Im nachfolgenden werden die Messungen besprochen, bei denen die Breite der Absorptionslinie größer als die der Emissionslinie war.

Wenn man die verbreiterte Absorptionslinie mit einer scharfen Resonanzlinie von Zimmertemperatur bestrahlt, so ist für die Lichtschwächung vorwiegend nur die Mitte der Absorptionslinie verantwortlich. Da diese Mittelordinate k zugleich das Endziel der Messung darstellt, hat man so die Möglichkeit, die Umrechnungskorrektur, welche zwischen Messung und Ergebnis liegt, abzukürzen, und damit die Unsicherheit zu verkleinern, die in dieser Umrechnung liegt. Man erhält so eine

Kontrolle für die Richtigkeit der Überlegungen von §§ 3, 5 und 6.

Von dem vorliegenden Zahlenmaterial sei zunächst diejenige Meßserie beschrieben, die bei konstanter Dampfdichte in der Absorptionskammer ausgeführt wurde. Diese effektive Dampfdichte wurde so gewählt, daß sie dem Sättigungsdruck $\delta = 0{,}85\ \mu$ bei etwa 15° entsprach. Dadurch schließt sich die Meßserie an den Punkt C von Fig. 10 an. Die nötigen Temperaturen des dampfspendenden Hg-Tropfens ergeben sich nach

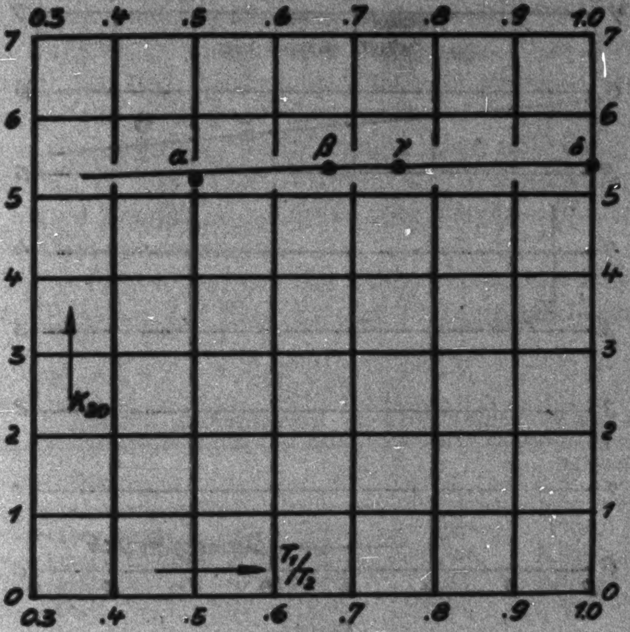


Fig. 12

Formel 20, § 12. Das Verhältnis T_1/T_2 der absoluten Temperaturen von Resonanz- und Absorptionskammer wurde auf die Werte $^3/_4$, $^2/_3$, $^1/_2$ gebracht, um den Anschluß an die Funktionstabelle 2 zu erhalten. Diesen Werten entsprechen Ofentemperaturen von etwa 120, 170 und 315°. Das nächste rundzahlige $\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{8}$, entsprechend einer Ofentemperatur von etwa 605°, wurde nicht mehr gemessen, da die dem Ofen benachbarten Kittstellen an Resonanzkammer und Lichtzelle durch Wärmestrahlung zu sehr gefährdet wurden.

Fig. 12 zeigt die Endresultate der Messungen, wobei wieder als Ordinate der auf 20° reduzierte absolute Absorptionskoeffizient k_{20} der Linienmitte dient, während die Abszissen das Temperaturverhältnis T_1/T_2 zwischen Resonanz- und Absorptionskammer oder das Quadrat des Verhältnisses der Dopplerbreiten bedeuten. Die Kurvenpunkte α, β, γ sind jeweils das Mittel aus vier Messungen, der Punkt δ entspricht dem Punkt C in Fig. 10. In § 3 hatte man die Voraussetzung gemacht, daß die absolute Intensität unabhängig sei von der Größe der Dopplerbreite. Diese Annahme wird jetzt durch Fig. 12 nachträglich bestätigt, denn wenigstens die Punkte β, γ, δ liegen fast auf einer Horizontalen. Nur Punkt α bei der höchsten Ofentemperatur liegt merklich tiefer, als es nach der Meßstreuung zu erwarten wäre. Die Ursache dieses Umstandes ist ungeklärt, man darf ihr wohl kein großes Gewicht beilegen.

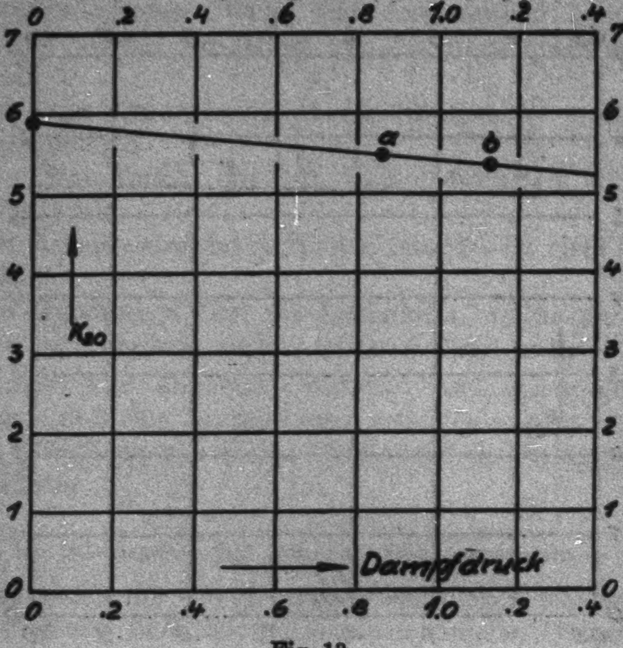


Fig. 13

Schließlich wurde noch ein Versuch gemacht, die Abhängigkeit der absoluten Intensität vom Dampfdruck bei einem

$\frac{T_1}{T_2} < 1$ zu messen. Man muß dann erwarten, daß die Extrapolation auf den Dampfdruck Null wieder wie vorher auf den Wert $k_{20} = 5{,}78$ führt, vorausgesetzt, daß dieser Wert richtig war. Gewählt wurde wieder eine Ofentemperatur von etwa 120°, entsprechend Punkt γ Fig. 12. Die Ordinaten sind die absoluten Intensitäten, ausgedrückt durch k_{20}, die Abszisse gibt den effektiven Dampfdruck in μ wieder. Von der Kurve Fig. 13 wurden nur zwei Punkte aufgenommen, da bereits aus ihrer Lage hervorgeht, daß man von einer Fortsetzung der Messungen nichts Neues erwarten konnte. Extrapoliert man zwischen den beiden Punkten gradlinig — die Kurve Fig. 10 ist, in Übereinstimmung mit der Rechnung von § 15, gleichfalls praktisch gradlinig — so zielt die Verlängerung auf den Punkt $k_{20} \cong 5{,}9$ für den Dampfdruck Null, stimmt also mit dem früheren Resultat $k_{20} = 5{,}78$ leidlich überein. Die Extrapolation über so einen weiten Bereich ist natürlich sehr unsicher, immerhin sieht man die Übereinstimmung.

Zum Schluß folgen noch in Tabb. 7 und 8 die Zahlenwerte, die den Punkten der Figg. 12 und 13 zugrunde liegen.

Tabelle 7

Absolute Intensität bei variierter Dopplerbreite.

Punkt	δ	γ	β	α
Ofentemperatur etwa	20°	120°	170°	305°
effektiver Dampfdruck in μ	0,856	0,856	0,858	0,853
absol. Intensität k_{20}	5,37	5,40	5,40	5,24
mittlerer Fehler	0,05	0,10	0,07	0,07

Tabelle 8

Ofentemperatur = 120°.

Punkt	a	b
effektiver Dampfdruck . . .	0,856	1,12
absol. Intensität k_{20}	5,40	5,24
mittlerer Fehler	0,10	0,05

Zusammenfassung

1. Es wird die absolute Intensität der Hg-Linie 2537 gemessen durch photoelektrische Bestimmung der selektiven Absorption ohne Druckverbreiterung.

2. Für die selektive Absorption wird eine ausgedehnte Funktionstafel berechnet (§ 5, Tabb. 1 und 2).

3. Die von einer Resonanzkammer emittierte Linienform wird an Hand der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung quantitativ diskutiert (§ 6). Durch geeignete Anregung einer Resonanzkammer kann man die Dopplerbreite einer Resonanzlinie scheinbar verkleinern, die Linienschärfe also erhöhen.

4. Die Grundsätze für den richtigen Bau von Resonanzkammern werden angegeben (§ 7).

5. Die auf den Dampfdruck von 20° reduzierte Intensität zeigt eine leichte Abhängigkeit vom Dampfdruck, und gibt als Extrapolation auf den Dampfdruck Null den Wert: $\boxed{k_{20} = 5{,}78}$. Dieser Wert weicht stark von den Ergebnissen früherer Autoren ab (v. Malinowski = 3,11, Orthmann = 3,15, Goos und Meyer = 2,97, Schein = 3,77). Der Grund für diese Abweichung liegt darin, daß in der vorliegenden Untersuchung die hier besonders zahlreichen systematischen Fehler weitgehend vermieden und durch exakte Korrekturen eliminiert sind.

6. Die Messung von Füchtbauer, Joos und Dinkelacker unter Druckverbreiterung gibt einen Wert[1]) für die absolute Intensität, der sich nach entsprechender Umrechnung in guter Übereinstimmung mit dem Resultat der vorliegenden Arbeit befindet. Diese Umrechnung wird durch die Komplexstruktur der Resonanzlinie nahegelegt. Die Absorption einer Komplexstruktur wird ausführlich behandelt (§ 15).

7. Aus Punkt 6 folgt das bemerkenswerte Ergebnis, daß man aus Intensitätsmessungen auch bei starker Druckverbreiterung mit Sicherheit auf das ungestörte Atom extrapolieren kann.

8. Durch eine weitere Meßserie wird gezeigt, daß die absolute Intensität unabhängig ist von der Dopplerbreite der Absorptionslinie (§ 16).

9. Eine dritte kurze Meßserie zeigt, daß die Extrapolation auf den Dampfdruck Null auch bei höheren Temperaturen der Absorptionskammer denselben Grenzwert der Intensität gibt, wie die Extrapolation bei Zimmertemperatur.

---

[1]) Anmerkung bei der Korrektur: Dieser Wert ist die Intensitätssumme der 5 Linienkomponenten, welche theoretisch in erster Linie interessiert.

Vorliegende Arbeit wurde ermöglicht durch die dankenswerte Unterstützung zunächst durch das Kaiser Wilhelm-Institut, später durch die Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft. Besonders danken möchte ich vor allem Hrn. Prof. **Füchtbauer**, der die Anregung zu dieser Arbeit gab und sie in ihrem Verlauf jederzeit durch Ratschläge und Institutsmittel unterstützte.

Rostock, Physikalisches Institut, März 1928.

(Eingegangen am 24. März 1928)

---

3. *Strahlungsmessung an Wolframlampen;*

von H. C. v. Alphen

(Auszug Utrechter Dissertation. Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Universität Utrecht)

Der Zweck der in dieser Veröffentlichung zu beschreibenden Experimente ist zweifach.

A. Zwei Methoden zur Feststellung der energetischen Zusammensetzung des vom glühenden Wolfram abgegebenen Lichtes im sichtbaren Teil des Spektrums werden von uns verglichen.

Diese Methoden, die photographische und die pyrometrische, sind im Wesen ganz verschieden.

Bei der pyrometrischen Methode geht man nämlich von Temperaturbestimmungen aus, während man bei der photographischen die Temperatur der Strahlungsquelle überhaupt nicht zu wissen braucht.

B. Die Emission des Wolframs im Ultraviolett als Funktion der Wellenlänge haben wir untersucht durch die photographische Vergleichung einer Kohlenlampe, deren Emission bekannt ist, mit einer Wolframlampe.

Wir werden jetzt eine kurze Beschreibung der beiden unter A. genannten Methoden geben und danach die Ergebnisse unserer Messungen besprechen, welche sich auf die Vergleichung der beiden Methoden beziehen. Sodann werden wir das unter B. Genannte näher auseinandersetzen und auch die Messungsergebnisse, welche darauf Bezug haben, mitteilen.

Photographische Methode

Das Grundprinzip der photographischen Methode ist folgendes: Von einer kontinuierlichen Lichtquelle reelle Bilder zu formen in Farben von bestimmten Wellenlängengebieten, welche als monochromatisch betrachtet werden können, und diese Bilder mit einer Thermosäule und mit Hilfe eines Galvanometers energetisch zu messen und gleichzeitig zu photographieren. Dieses Prinzip ist von Prof. Ornstein ausgearbeitet in einer Weise, die er beschrieben hat in einer im Jahre 1923 von ihm veröffentlichten Verhandlung.[1])

Diese Methode eliminiert die Eigenschaften des Spektrographen vollkommen, weil die Lichtquelle mit Hilfe des Spektrographen (und der photographischen Platte) mit einer energetisch geprüften Lichtquelle verglichen wird. Man achte aber darauf, daß von beiden Lichtquellen die Lichtbündel auf dieselbe Weise in den Spektrographen treten müssen. Eine Schwierigkeit, die sich bei dieser Meßmethode herausstellte, war das falsche Licht des hierbei benutzten Monochromators von Dubois. (Dieses Licht wurde wohl auf der Thermosäule gemessen, aber nicht photographiert.)

Überdies tritt bei der photographischen Aufnahme nur ein Teil des Lichtbündels in den Spektrographen. Dies würde keine Schwierigkeiten machen, wenn das Bündel homogen zusammengesetzt wäre; das ist aber nicht der Fall. Um diese Schwierigkeit zu beseitigen, entwarf Dr. Van Cittert einen Doppelmonochromator.[2]) Außerdem ermöglichte dieses Instrument das Erhalten einer weißen Lichtquelle von bekannter Zusammensetzung, so daß eine photographische Aufnahme in allen Farben zugleich möglich war.

Damit in den Spektrographen ein derartiges Bündel eintreten sollte, daß die energetische Zusammensetzung davon geachtet werden darf, dieselbe zu sein als diejenige von dem Licht, das wir an der Thermosäule gemessen haben, wurde eine kleine, diffus reflektierende, weiße Fläche in den Lichtweg angebracht, dessen Bedeutung in der hiernach beschriebenen, von uns angewendeten Methode[3]) näher auseinandergesetzt werden wird.

Die Nitralampe P (vgl. Fig. 1) brennt mit konstanter Spannung und gibt durch das optische System Linse L_1,

---

1) Scripta Universitatis Atque Bibliothecae Hierosolynitanarum 1923 (Bericht eines Vortrags im Jahre 1920 zu Potsdam in der Astronomischen Gesellschaft gehalten).

2) Dieser Monochromator wurde, unabhängig von Lehman, der seinen Monochromator schon im Jahre 1901 veröffentlichte, von Dr. Van Cittert gebaut. Vgl. Zeitschr. f. Instrumentenkunde 41. 1921.

3) Hauptsächlich schon veröffentlicht in „Physica“, 3. Jahrg. 1923.

Doppelmonochromator nach Van Cittert (M) und Linse L_2 ein Bild in P' in einer Integralfarbe, welche von dem durch den Kombinationsspalt $'A$, $'B$, $'C$ in dem Monochromator durchgelassenen Wellenlängengebiet bestimmt wird. Der Spalt $'B$ ist mittels der Schraube S in der Fläche des Spektrums verstellbar. Die Spaltstellungen sind mit einer Noniusablesung genau zu reproduzieren. Der Monochromator soll vorher eingehend geprüft sein, so daß der Zusammenhang zwischen durchgelassenem Gebiet und Noniusstand bekannt ist.

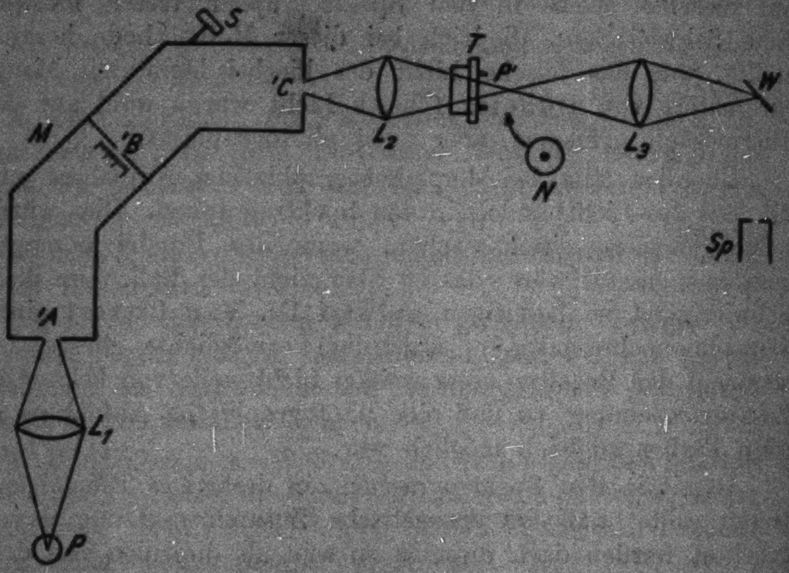


Fig. 1

Mittels einer Großoberflächenthermosäule T und eines Mollgalvanometers wird nun dadurch, daß man den Spalt $'B$ fortwährend über Abstände von 0,2 mm durch das Spektrum verschiebt und die Ausschläge auf dem Galvanometer registriert, die spektrale Verteilung von P' bestimmt.

Man achte darauf, daß die Ergebnisse dividiert werden müssen durch korrespondierende Gebiete, um die Intensität als Funktion der Wellenlänge im relativen Maß zu finden. Wird der Spalt $'B$ weggenommen, so befindet sich in P' weißes Licht von bekannter Zusammensetzung. Mit Hilfe dieses Bildes wird nun in folgender Weise eine beliebige kontinuierliche Lichtquelle geprüft.

Mittels der Linse L_3 wird das Bild von P' auf eine kleine weiße Fläche W (weißes Zelluloid) diffus zurückgeworfen. Dieses diffuse Licht wird nun im Spektrographen (Sp) wieder spektral analysiert. Weiter wird auf irgendeine Weise eine Schwärzungsintensitätsskala auf die Platte gebracht; wir bedienten uns dazu einer Spaltbreitenvariation, die sehr zuverlässige Schwärzungskurven gibt. Durch die diffuse Zurückwerfung der kleinen weißen Fläche wird erreicht, daß der Spektrograph von jeder Farbe ein gleiches Intervall auffängt.

Nun wird das Nitralämpchen N an die Stelle von P' gebracht und mit konstanter Spannung brennend in soviel wie möglich gleicher Weise mit denselben Beleuchtungszeiten photographiert. Dimensionen sind bei der Aufstellung derart genommen, daß P' etwa ebenso groß ist als die Spirale im Nitralämpchen N, so daß die Büschel in beiden Fällen unter gleichen Winkeln durch die Linse L_3 gehen. Bei der photographischen Vergleichung wurden Schwärzungskurven für gleiche Wellenlängen miteinander verglichen. Diese waren immer gut parallel.

Was die eventuellen systematischen Fehler anbelangt, verursacht durch Unvollkommenheiten des Monochromators, die Selektivität der Thermosäule und die Polarisation des Lichtes im Monochromator, weisen wir auf die Beschreibung unserer Messung hin.

Pyrometrische Methode

Der Grundsatz dieser Methode liegt in der experimentell bewiesenen Tatsache, daß im sichtbaren Spektrum Wolfram eine Farbentemperatur zuerkannt werden muß, d. h. jeder Temperatur T von Wolfram entspricht eine Temperatur T_c des schwarzen Körpers, wobei dieser letzte in dem sichtbaren Teil des Spektrums praktisch dieselbe relative energetische Verteilung hat als Wolfram bei der Temperatur T.

Es stellte sich aber heraus, daß man einfacher und genauer die Temperatur T_c als Funktion der schwarzen Temperatur, dann als Funktion der wirklichen Temperatur bestimmen konnte. Man muß also, um die spektrale Verteilung von glühendem Wolfram zu kennen, dies pyrometrieren, wodurch man die schwarze Temperatur findet. Bei dieser schwarzen Temperatur ist durch Interpolation (z. B. aus dem von Zwikker gefundenen Zusammenhang zwischen der schwarzen Temperatur und der Farbentemperatur) die Farbentemperatur zu bestimmen. Bei dieser Methode bedienten wir uns hauptsächlich der Messungen von **Zwikker**[1]), in dem Physikalischen Laboratorium von Philips Glühlampenfabrik vorgenommen.

Messungen nach der photographischen Methode

Die Messungen der Wellenlängengebiete

Der Zusammenhang zwischen Noniusstand und Wellenlängengebiet ist, wo möglich, auf zweierlei Weise bestimmt.

Von der Spaltengruppe von 0,5 mm Breite, die wir im sichtbaren Gebiet von etwa 7000 Å bis etwa 4600 Å gebrauchten, konnten wir nicht nur durch Differentiation der Dispersionskurve, sondern auch auf mehr direkte Weise die Gebiete bestimmen. Wir stellten nämlich zwei gekreuzte Prismen hinter Linse L_2 (vgl. Fig. 1).

In einem Fuess-Spektroskop, welches in das aus den Prismen tretende Lichtbündel aufgestellt wurde, war dann ein farbiges Parallelogramm zu sehen, dessen linker und rechter Punkt die Grenzen der durchgelassenen Gebiete zeigten. Die Wirkung der gekreuzten Prismen entspricht nämlich dem Drehen des Spektroskops in einem Winkel von 90°. Die vier Eckpunkte des Parallelogramms ließen sich sehr gut messen.

Die letzterwähnte Meßmethode ermöglicht nicht nur das Wellenlängengebiet, sondern auch die relative Intensitätsverteilung in diesem Gebiete zu bestimmen. Wenn nämlich die Spalte des Monochromators gleich weit sind, wird der relative Verlauf der Intensität angegeben durch ein gleichschenkeliges Dreieck, wenn man sich über das kleine durchgelassene Wellenlängengebiet die wirkliche relative Verteilung konstant denkt.[2])

Wenn aber die Spalte nicht gleich breit sind, wird die Verteilung angegeben durch ein Trapez (Fig. 2). Wenn b das durchgelassene Wellenlängengebiet ist, dann bestimmt a/b prozentual den Breitenunterschied von Spalt $'A$ und $'B$ oder $'C$ und $'B$, je nachdem $'A > 'C$ oder $'A < 'C$.

---

1) Vgl. Dissertation **Zwikker**, Leiden 1925. Physische eigenschappen van Wolfram by hooge temperaturen.

2) P. H. **Van Cittert**, Zur Theorie der Doppelmonochromatoren. Zeitschr. f. Instrumentenkunde 46. 1926.

In unserem Spektroskop nun war ein Parallelogramm wahrnehmbar (Fig. 3), das unmittelbar vergleichbar ist mit Fig. 2,

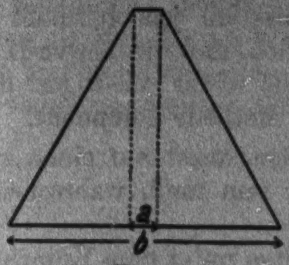


Fig. 2

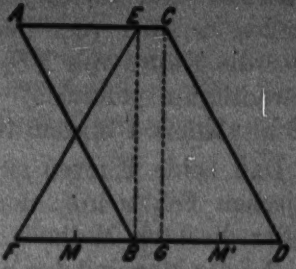


Fig. 3

wenn wir ABE ersetzen durch FEB. Für das wirksame Wellenlängengebiet (d. h. ein derartiges Gebiet, daß jeder Wellenlänge davon eine gleiche Intensität zuerkannt wird und die Gesamtintensität der des beobachteten Wellenlängengebietes entspricht), müssen wir als erste Approximation nehmen MM', wenn M die Mitte von FB und M' die Mitte von GD sei.

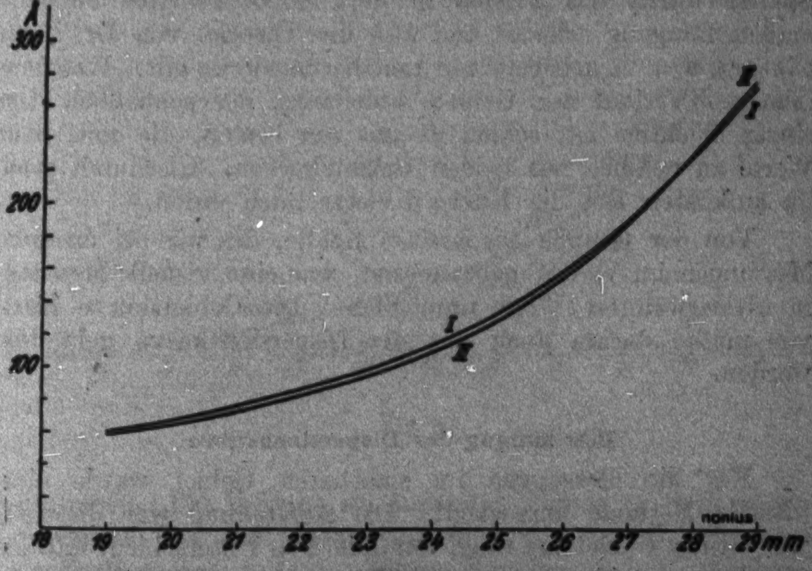


Fig. 4

Das Ergebnis der beiden Methoden ist ersichtlich in Fig. 4.

Aus der Erwägung, daß bei der Differentiation der Dispersionskurven immer wieder Werte gefunden werden müssen, die kleiner sind als diejenigen, die bei der zweiten Methode gefunden werden (bei der Differentiation jedoch findet man immer die Hälfte von *FD*), ergibt sich, daß die Kurve II (aus Differentiation gefunden) im ganzen etwas niedriger liegen muß als Kurve I (durch die direkte Methode gefunden).

Daß beide Kurven sich schneiden, weist auf einen systematischen Fehler hin, der gemacht sein muß, wahrscheinlich bei der direkten Methode.

Bei der Messung der Spaltenbreiten unter dem Komparator zeigten sich diese gleich groß mit einer Genauigkeit von etwa 2 Proz. Das bedeutet, daß das Verhältnis *DG*/*FD* von dieser Ordnung sein muß. Aus unseren Messungen ergab sich, daß dies Verhältnis etwa 9 Proz. war. Möglicherweise ist das u. a. der Tatsache zuzuschreiben, daß das Bild des ersten Spaltes durch das Prisma in dem Monochromator einigermaßen Beugung erleidet und also die Theorie, von Dr. Van Cittert, a. a. O. gegeben, nur annäherungsweise gilt. Was den relativen Verlauf der Gebiete anbelangt, der schließlich das einzig Wichtige ist, schien es uns am besten, die mittleren Werte zu nehmen aus beiden Gebietskurven. Hierdurch geht im äußersten Rot die Kurve I etwas nach unten.

Von der Gruppe der breiten Spalte, die wir bei unseren Messungen im Violett gebrauchten, war eine visuelle Messung in obenerwähnter Weise unmöglich. Die Gebietskurve hiervon mußte darum auch aus der Dispersionskurve gefunden werden.

Bestimmung der Dispersionskurve

Für die Messungen im sichtbaren Gebiet wurde eine visuelle Methode angewandt. Die Aufstellung war dieselbe, wie bei der Gebietsmessung, nur mit dem Unterschied, daß an die Stelle der Nitralampe eine Helium- bzw. Quecksilberröhre kam. Wenn der mittlere Spalt des Monochromators eine bestimmte Spektrallinie durchläßt, dann ist im Spektroskop bei gutem Stand der Trommel ein Rechteck zu sehen, dessen Breite ausschließlich durch die Breite des Spektroskopspaltes bestimmt wird, weil es sich hier um monochromatisches Licht handelt. Dadurch, daß wir den Spalt *'B* in der Spaltenfläche verschoben, konnten wir genau die zwei Noniusstände bestimmen, bei denen das Licht an der Ober- und Unterseite des genannten Rechteckes verschwindet. Die Mittelwerte werden als Maß für die Wellenlänge genommen. Sechs Heliumlinien und vier Quecksilberlinien wurden gemessen. Von breiten und schmalen Spalten fallen die Dispersionskurven praktisch

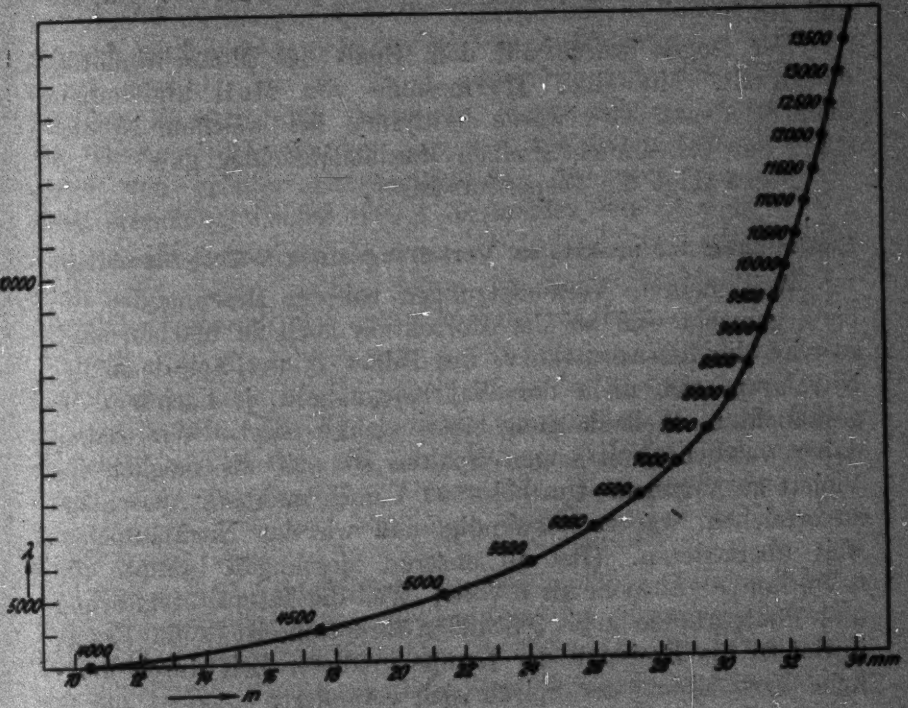


Fig. 5

zusammen. Die Prüfung im äußersten Violett geschah photographisch. Vor den Monochromator wurde eine Helium- bzw. Quecksilberröhre gestellt. Hinter denselben ein Glasspektrograph. Bei aufeinanderfolgenden Ständen (Differenz 0,1 mm) des mittleren Spaltes wurden Aufnahmen gemacht. Von 10 oder mehr Aufnahmen gaben z. B. die mittleren 8 auf der Platte eine Linie, die in Schwärzung erst zu-, später wieder abnahm. Der Mittelwert der acht korrespondierenden Noniusstände korrespondiert mit der beobachteten Linie.

Durch Photographie einer kontinuierlichen Lichtquelle, erst vor, dann hinter dem Monochromator, wurde festgestellt, daß derselbe Licht bis etwa 3800 Å durchließ.

Für die Messung im Ultrarot (bis 1,5 μ) sind durch Bestimmung von Wasserabsorptionsbanden erst zwei Punkte festgelegt, nämlich für 1 μ und 1,4 μ.¹) Die vorläufige, durch diese Punkte gelegte Kurve diente zur Orientierung bei dem Auffinden der starken Linien im Bogenspektrum von Na, Ka und Rb.²)

Der Bogen wurde auf dem Spalt des Monochromators dargestellt. Mit einer Thermosäule von **Moll** und einem Siemensgalvanometer wurde bestimmt, bei welchem Noniusstand das Galvanometer einen Maximalausschlag gab.

Fig. 5 zeigt die Dispersionskurve.

Bestimmung der spektralen Verteilung einer 6-Volt-Nitralampe

Weil mehrere Voraussetzungen bei der Messung der Gebiete gemacht und bei der Korrektion noch zu machen sind, so wird die Intensitätskurve des Bildes *P'* der Spirale in der Nitralampe sich mehr der Wahrheit nähern, je nachdem die gebrauchten Wellenlängengebiete kleiner sind. Wir haben daher versucht, mit engen Spalten so weit als möglich ins Violett zu kommen. Um bei 4600 Å noch meßbare Ausschläge zu erreichen, war es notwendig, daß wir das Nitralämpchen weit überlasteten. (Bei all unseren Messungen brannte die 6-Voltlampe auf mehr als 9 Volt.) Weil die Intensitätsmessung und Photographie 2 bis 3 Stunden forderten, ist es die Frage, inwiefern die Emission der Lampe in dieser Zeit durch mögliche Verstaubung der Spirale sich verändert.

Spätere Temperaturmessungen an Lampen, die seit längerer Zeit im Institut stark überlastet gebraucht worden waren, haben uns gezeigt, daß hierdurch kein Fehler gemacht sein kann.

Bei unseren Messungen bedienten wir uns einer Großoberflächenthermosäule. Die Säule war nach Angaben von **van Dyck** konstruiert für direkte energetische Ermittlung des auffallenden Lichtes.³) Dazu war die Säule nach einer besonderen Methode be-

---

1) **E. Aschkinass**, Absorptionsspektrum des flüssigen Wassers. Ann. d. Phys. 55. S. 415. 1895; **Coblentz**, Teil 6. S. 50.

2) Vgl. Dissertation **Moll**, 1907. Onderzoek van ultraroode spectra.

3) Vgl. Dissertation **W. J. D. van Dyck**, Der Becquereleffekt an Kupferoxydelektroden. 1927.

rußt, wodurch man eine sehr gleichmäßige Rußlage mit praktisch konstantem Reflexionsvermögen für das sichtbare Spektralgebiet bekam. Von Hrn. F. W. Oudt war die Säule nach einer visuellen Methode auf Grauheit geprüft worden im roten, gelben und blauen Teil des sichtbaren Spektrums. Der Reflexionskoeffizient der Thermosäulenoberfläche war laut seiner Messungen, deren Genauigkeit etwa 5 Promille betrug, unabhängig von der Wellenlänge. Um die Thermosäule so homogen wie möglich zu beleuchten, haben wir die Aufstellung des Instruments gewählt, wie in Fig. 1 angegeben ist. Die Linsen, bei den Experimenten gebraucht, waren alle achromatisch. Die Thermoströme wurden gemessen mit einem Mollgalvanometer von größter Empfindlichkeit. Mit dem schmalsten Spalt erreichten wir bei 4600 Å Ausschläge von 1,5 mm.

Unsere definitiven Messungen mußten spät am Abend oder nachts getan werden, wegen der großen Empfindlichkeit des Galvanometers, das auf Störungen reagierte.

Wie sich schon durch frühere Erfahrungen anderer ergeben hat, forderte auch die Empfindlichkeit der Thermosäule Vorsichtsmaßregeln. Die Thermosäule wurde ganz in Watte eingewickelt und weiter mit dem letzten Teil des Lichtweges durch eine Pappendecke überschützt gegen unerwünschte Luftstörungen. Unsere Messungen fanden immer bei windstillen Zeiten statt.

Fehler, verursacht durch falsches Licht, sind in unseren Experimenten praktisch nicht gemacht. Die Konstruktion des Doppelmonochromators reduziert die Fehler zu einer Ordnung von der Größe, die innerhalb unserer Wahrnehmungsgenauigkeit fällt.

Auf eine Fehlerquelle soll noch hingewiesen werden, nämlich auf eine mögliche Wellenlängenabhängigkeit des Polarisationsgrades des vom Monochromator polarisierten Lichtes. Das Licht wird zwar photographiert nach diffuser Zurückwerfung auf die weiße, kleine Fläche, aber wir behalten eine Vorzugsrichtung in der Vertikalachse davon.

Mit einem Nicol auf dem Lichtweg haben wir aber feststellen können, daß der Polarisationsgrad für alle Wellenlängen in dem von uns gemessenen Gebiet praktisch gleich war.

Jetzt wollen wir besprechen, wie wir die spektrale Verteilung des reellen Bildes P' bestimmten. Die Nitralampe brannte hierbei auf 9,30 Volt. Durch Verschiebung des mittelsten Spaltes jedesmal über Abstände von 0,2 mm bekamen wir eine große Anzahl Punkte auf die Kurve.

Fig. 6 gibt schließlich die relativen Intensitäten als Funktion der Wellenlängen (Nonius). Diese Kurve ist also gefunden durch die auf einer Trommel registrierten und nachher ausgemessenen Ausschläge, zu dividieren durch die korrespondierenden Wellenlängengebiete. Für diese haben wir die aus Kurve I von Fig. 4 zu schließenden genommen. Man muß dann noch den systematischen Fehler in der Gebietsmessung korrigieren. Die Korrektion dieses systematischen Fehlers ist in der Endkurve (die Intensitätskurve der von uns zu prüfenden Lampe) angebracht.

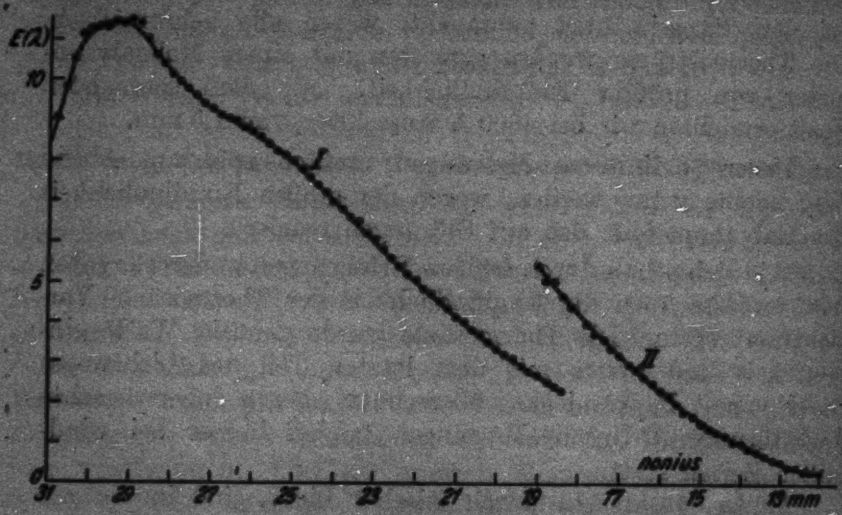


Fig. 6

Die Kurve auf Fig. 6 muß in Theorie also noch korrigiert werden für die Spaltbreite. In dem von uns benutzten Gebiet verläuft die Kurve aber derartig, daß die Korrektion nicht notwendig ist.

Bestimmung der Intensitätskurve einer 6-Volt-Nitralampe

Unmittelbar nach der Intensitätsmessung mit der Thermosäule wurde die photographische Aufnahme gemacht auf die obenerwähnte Weise. Mit sechs verschiedenen Spaltbreiten wurden Schwärzungsmarken auf der Platte angebracht. Die Breiten der Spalte verhielten sich ungefähr wie die Glieder einer geometrischen Reihe, so daß die Punkte der Schwärzungskurve in ungefähr gleichen horizontalen Entfernungen voneinander zu liegen kamen. Der weiteste Spalt war 57,9 Skalateile (d. h. 0,579 mm). Der Nullstand des Spektrographenspaltes war mit dem Komparator bestimmt (er war 7,9 Skalateile).

Danach wurden auf derselben Platte bei gleichen Beleuchtungszeiten (8 Minuten) Schwärzungsmarken festgesetzt von der zu prüfenden Nitralampe, welche auf 2,60 Volt brannte. Die Spannung wurde auf einem Weston-Präzisionsvoltmeter abgelesen. Bei der Stromdurchführung stellte sich heraus, daß ein Temperaturgleichgewicht schon nach einigen Minuten erreicht war. Bei unseren Experimenten brannten die Lampen mindestens 15 Minuten, ehe wir mit Messungen anfingen. Gebraucht wurden panchromatische Ilfordplatten, welche mit Rodinal entwickelt wurden. Zur Orientierung der Wellenlängen dienten Heliumlinien, die über jeder Schwärzungsmarke aufgenommen wurden. Nach Durchmessung der Platten mit dem Mikrophotometer von Moll wurden von 18 Wellenlängen Schwärzungskurven konstruiert. Die relative Intensitätsverteilung der geprüften Lampe wird angegeben durch nachstehende Tabelle.

λ	$E(\lambda)$ (relativ) Gebietskurve I	Korrigiert für Gebietskurve	Wiensche Kurve für $T = 1980°$	Abweichung
0,70 μ	390	386	394	+ 2%
68	313	311	317	+ 2
66	272	272	275	+ 1
64	224	226	227	$+\frac{1}{2}$
62	182	184	185	$+\frac{1}{2}$
60	146	148	148	0
58	112,6	115	115,6	$+\frac{1}{2}$
56	86,6	88,6	88	$-\frac{1}{2}$
54	64	65,6	65,5	0
52	45	45,9	47,3	+ 3
50	31	31,6	33	+ 4
48	21	21,3	22,2	+ 4,5
46	14	14	14,2	+ 1,5

In der zweiten Spalte geben wir die relativen Intensitäten, wie sie gefunden sind aus der Kurve, die durch die 18 Punkte gezogen war. Diese zeigen eine Streuung von höchstens 8 Proz.

Die dritte Spalte gibt die korrigierten Werte für den vorhin vorausgesetzten systematischen Fehler in der Gebietskurve. Die vierte enthält die Verteilung nach der Wienschen Kurve für $T = 1980$. Diese Temperatur wurde durch Interpolation als die am besten anschließende gefunden. Wir haben die Werte angepaßt bei $\lambda = 0{,}6\,\mu$.

In der letzten Spalte ist die prozentuale Abweichung von Wienscher und experimenteller Kurve angegeben.

Messung für 4600—4200 Å

Den vorangehenden Messungen analog wurde hier gehandelt mit den breitesten Spalten im Monochromator. Neun Punkte der Kurve wurden bestimmt. Obenstehender Tabelle anschließend geben wir.:

λ	Photogr.	Wiensche Kurve für $T = 1980$	Abweichung
0,46 μ	140	142	—
45	109	108	− 1%
44	84	80,1	− 5
43	64	64	0
42	47,5	50,2	+ 5

Bestimmung der spektralen Verteilung mittels Temperaturmessungen

Vorläufige Messung

Bei der Bestimmung der schwarzen Temperatur soll man auch die Korrektion für die Reflexion und Absorption der Glasglocke der Lampe berücksichtigen. Wir haben uns hierbei auf die Messungen von Zwikker verlassen, der eine Korrektion von 11 Proz. dafür angibt. Das bedeutet, daß die abgelesenen Temperaturen um einen für jede Temperatur bestimmten Betrag erhöht werden müssen, um die wirkliche schwarze Temperatur zu bekommen. Diese Korrektion ist in folgender Tabelle angegeben.

T	ΔT	T	ΔT
1200° K	7°	2200° K	26°
1400	10	2400	31
1600	14	2600	36
1800	18	2800	41
2000	21	3000	47

Bei einer vorläufigen Messung stellten wir die Lampe ohne Vergrößerungslinse vor das Pyrometer und konnten mit einer Genauigkeit von etwa 20° eine mittlere schwarze Temperatur der Spirale bestimmen. Die hierzu gehörende Farbentemperatur aus Zwikkers Tabellen ist 2090°.

Einleitung in die Korrektionsbetrachtungen

Offenbar ist diese Temperatur also viel höher als die Temperatur, welche sich in den Wienschen Formeln unserer experimentellen Kurve genügend annähert. Der Grund davon ist, daß wir die Spirale nicht als einen homogenen Strahler betrachten dürfen. Die Oberflächenhelligkeit der Innenseite der Spirale ist viel größer als dieselbe der Außenseite. Das ganze Spiralenbild weist darauf hin, daß wir es mit einer Reflexionserscheinung zu tun haben. Betrachtungen und Messungen hierüber gibt auch **Shackelford**.[1])

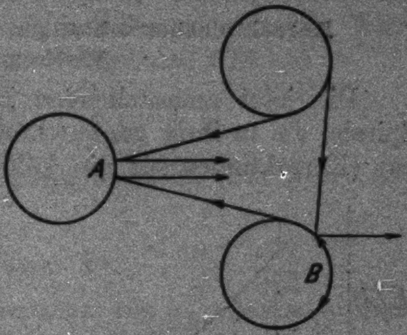


Fig. 7

Der Strahlengang in Fig. 7 zeigt, daß die Teile A und B kein Licht reflektieren können in einer Richtung, senkrecht auf die Spiralachse. Diese Teile sind also dunkler als diejenigen, welche außer ihrer Temperaturemission ein- oder mehrfach reflektiertes Licht geben.

Wir haben also zu untersuchen, welchen Einfluß dieses reflektierte Licht auf die Verteilung im Spektrum hat.

Für die Emission zweier Oberflächenelemente O_1 und O_2, bzw. an der Außen- und Innenseite in der Wellenlänge, können wir schreiben:

$$\begin{aligned} E_1 &= e_{\lambda T} E(\lambda T), \\ E_2 &= e_{\lambda T} E(\lambda T) + \alpha\, e_{\lambda T} E(\lambda T)(1 - e_{\lambda T}) \\ &\quad + \beta\, e_{\lambda T} E(\lambda T)(1 - e_{\lambda})^2 \ldots, \end{aligned}$$

worin die Konstanten α, β usw. von den geometrischen Bedingungen abhängig, aber von λ und T unabhängig sind. Das Verhältnis der Helligkeiten würde dann sein:

---

[1]) B. E. **Shackelford**, Temperature and blackening-effects in helical tungsten filaments. Phys. Rev. 8. S. 470. 1916.

$$\frac{E_1}{E_2} = 1 + \alpha\,(1 - e_\lambda) + \beta\,(1 - e_\lambda)^2 + \dots\dots = p.$$

Dieses Verhältnis würde eine von λ unabhängige Größe sein, wenn Wolfram grau wäre und würde also das reflektierte Licht auf die relative Verteilung des Gesamtausgestrahlten keinen Einfluß haben. Nur würde die Gesamtemission sich vergrößern. Die Farbentemperatur, gehörend zu der schwarzen Temperatur der Außenseite der Spirale, würde mit der Wienschen Formel die Verteilung des total emittierten Lichtes geben.

Korrektionsbetrachtungen und Berechnungen einer Wolframspirale

Die jetzt anzustellenden Betrachtungen gelten für eine Spirale, die in ihrer ganzen Länge eine konstante Temperatur hat (Korrektionen für die kälteren äußersten Enden werden später besprochen). Aus **Shackelfords** Messungen und Beprechungen ergibt sich, daß die Temperaturen von Innen- und Außenseite der Spirale praktisch gleich sind. Bei einer Temperatur von 2000° kann ein Unterschied von höchstens 5° auftreten.

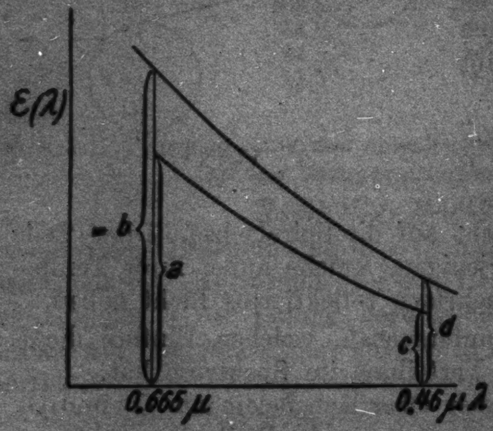


Fig. 8

Wir dürfen also voraussetzen, daß diese Helligkeitsunterschiede nur durch Reflexion verursacht werden und obenerwähnte Formel sich der Wahrheit genügend nähert. Weil e_λ für Wolfram eine Funktion der Wellenlänge ist, aber im sichtbaren Gebiete mit etwa 10 Proz. verläuft, wird der Einfluß der reflektierenden Teile auf die totale Emission nicht groß sein. Das Helligkeitsverhältnis p, das wieder eine Funktion des Emissionskoeffizienten ist, wird also auch eine von Wellenlänge und Temperatur unabhängige Größe.

Wir haben die Totalkurve, d. h. die Kurve, welche die Verteilung des total emittierten Lichtes angibt, zu beschreiben versucht, aus der Summe von zwei Kurven entstanden (vgl. Fig. 8).

Die obere Kurve gibt die Beiträge dieser Teile an, die nur ihre reine Temperaturemission geben. Diese Kurve verläuft also nach einer Wienschen Kurve einer Farbentemperatur, der schwarzen Temperatur der Spiralaußenseite angehörend. Die untere Kurve gibt die Beiträge der reflektierenden Teile. Die Ordinaten dieser Kurve können für jede Wellenlänge berechnet werden, wenn man, außer der Größe p als Funktion von λ, auch noch die Größe q, d. h. das Verhältnis der Oberflächen von hellen und dunklen Teilen, projektiert in einer Richtung, senkrecht auf die Spiralachse, bestimmen kann. In der Fig. 8 ist z. B. von der Wellenlänge 0,665 μ:

$$\frac{a}{b} = p_{0{,}665\,T} \cdot q\,,$$

wenn T die Temperatur der Spirale darstellt. Für $\lambda = 0{,}46\ \mu$ gilt:

$$\frac{c}{d} = p_{0{,}46\,T} \cdot q\,.$$

Weil die Größe p bei Zunahme von e_λ abnehmen muß, ist es deutlich, daß die reflektierenden Teile die totale Emission nach dem Violett relativ abnehmen lassen werden, die totale Strahlung also „schwärzer“ machen werden.

Es liegt auf der Hand, das Helligkeitsverhältnis p pyrometrisch zu bestimmen. Das rote Helligkeitsverhältnis kann man unmittelbar messen dadurch, daß man die Innen- und Außenseite pyrometriert. Aus den gemessenen schwarzen Temperaturen

$S_{\lambda\,\mathrm{eff.}}$ für die Innenseite und

$S'_{\lambda\,\mathrm{eff.}}$ für die Außenseite

findet man mit Hilfe der Wienschen Formel:

$$\frac{E(\lambda_{\mathrm{eff.}}\, S)}{E(\lambda_{\mathrm{eff.}}\, S')} = p_{\lambda\,\mathrm{eff.}}\,.$$

Für die anderen Wellenlängen würde man dann ein Pyrometer haben müssen mit einem korrespondierenden Filter, und das Pyrometer müßte hierfür auch geprüft sein. Es ist noch nicht gelungen, genügend monochromatische Filter anzufertigen für jede erwünschte Wellenlänge. Ein Pyrometer mit blauem Filter stand uns nicht zur Verfügung. Wir haben dann auch auf eine andere Weise die Wellenlängenunabhängigkeit des Helligkeitsverhältnisses gefunden (vgl. unten).

Es ergab sich, daß die Größe p ungefähr linear mit einer linearen Veränderung von e_λ verlief für ein Wellenlängengebiet von 2000 Å mit etwa 11 Proz. Weil nun e_λ mit großer Annäherung linear mit der Wellenlänge verläuft (wir machen bei dieser Voraussetzung einen Fehler von etwa 1 Proz.) und es hierdurch möglich ist, Wolfram eine Farbentemperatur zuzuschreiben, muß es auch möglich sein, in unserem Falle die Totalkurve durch eine Wiensche Kurve zu beschreiben. Wir haben dazu die Emissionen von zwei weit auseinanderliegenden Wellenlängen der Emission des schwarzen Körpers angepaßt. Der hierdurch gemachte Fehler wird näher besprochen werden.

Für die genannten Wellenlängen haben wir genommen:

$$\lambda = 0{,}665\,\mu \quad \text{und} \quad \lambda = 0{,}46\,\mu.$$

In Fig. 8 ist

$$\frac{a}{b} = p_{0{,}665\,T} \cdot q,$$

$$\frac{c}{d} = p_{0{,}46\,T} \cdot q,$$

$$\frac{d}{b} = \frac{E(0{,}46\,T_c)}{E(0{,}665\,T)},$$

worin T_c die zu T gehörende Farbentemperatur ist. Wir haben jetzt ein T_x zu suchen aus der Gleichung:

$$\frac{E(0{,}665\,T_x)}{E(0{,}46\,T_x)} = \frac{a+b}{c+d}$$

und zu untersuchen, welcher Fehler gemacht ist in der Größe $p_{\lambda T}$, wenn wir diese aus zwei Farbentemperaturen T_c und T_x bestimmen und vergleichen mit der experimentell bestimmten. λ ist in $p_{\lambda T}$ ein Wert zwischen 0,665 und 0,46 μ. Jetzt gilt es T_c, $p_{0{,}665\,T}$, $p_{0{,}460\,T}$ und q zu finden.

Bestimmung von T_c

Um die Außen- und Innenseite der Spirale einigermaßen genau pyrometrieren zu können, war es nötig, eine Vergrößerungslinse zwischen das Objektiv des Pyrometers und das Nitralämpchen zu stellen. Die Korrektion der Absorption und Reflexion dieser Linse wurde pyrometrisch bestimmt. Als Lichtquelle bedienten wir uns einer sehr genau meßbaren Wolframbandlampe.

Die gemessenen Temperaturen zeigten Unterschiede, die nicht mehr als 5° betrugen, so daß der Fehler durch eine Anzahl Wahrnehmungen bis auf einige Grade reduziert werden konnte.

Für Totalkorrektion für die Absorption und Reflexion der Glasglocke und der Linse fanden wir:

$$\cdot \quad \frac{E(\lambda\ \text{eff.}\ S_w)}{E(\lambda\ \text{eff.}\ S_2)} = 1{,}465\,,$$

worin S_w die wirkliche schwarze Temperatur und S_2 die hinter der Linse gemessene bedeutet. Hieraus ergeben sich folgende zusammengehörende Werte von S_w und S_2.

S_2	S_w	S_2	S_w
1800	1857	2400	2504
2000	2072	2600	2723
2200	2287	2800	2943

Die Messung gab für die Außenseite des mittleren Teiles der Spirale, wenn die Lampe auf 2,6 Volt brannte, eine schwarze Temperatur von 1804° K. Die hierzugehörende Farbentemperatur aus Zwikkers Tabellen ist 2025°.

Berechnung und Messung von $p_{0,655\,T}$ und $p_{0,46\,T}$

Mit unserem Pyrometer ist das Helligkeitsverhältnis für $\lambda_{\text{eff.}} = 0{,}653\,\mu$ und $T = 1995°$ zu bestimmen (1995° ist nämlich die gleichfalls aus Zwikkers Tabellen bestimmte wirkliche Temperatur, einer schwarzen Temperatur von 1804° angehörend). Um $/p_{0'46\;1995}$ zu bestimmen, haben wir berücksichtigt, daß der Emissionskoeffizient auch eine Funktion der Temperatur ist.

Betrachtet man also die Form:

$$p_{\lambda T} = 1 + \alpha\,(1 - e_{\lambda T}) + \beta\,(1 - e_{\lambda T})^2 + \ldots\,,$$

dann wird experimentell zu bestimmen sein müssen, daß, und wie diese Größe sich abändert, wenn wir bei konstantem λ ($\lambda_{\text{eff.}}$ nämlich) die Temperatur variieren. Aus den von uns berechneten Werten des Emissionskoeffizienten als Funktion der Wellenlänge und Temperatur finden wir für $T = 1995$:

$$e_{0,653} = 0{,}441, \quad e_{0,665} = 0{,}440, \quad e_{0,46} = 0{,}473.$$

Der Unterschied zwischen $e_{0,652}$ und $e_{0,665}$ kann unberücksichtigt bleiben.

$$e_{0,46} \text{ ist } 7{,}5 \text{ Proz größer als } e_{0,653}.$$

Nun ist $e_{0,653} = 0{,}452$ für $T = 1500^0$ und 0,419 für $T = 2800^0$, was also prozentual denselben Unterschied macht. Um einige Genauigkeit zu erreichen, war eine große Anzahl Temperaturvariationen notwendig. Fig. 9 gibt eine Übersicht der Messungen.

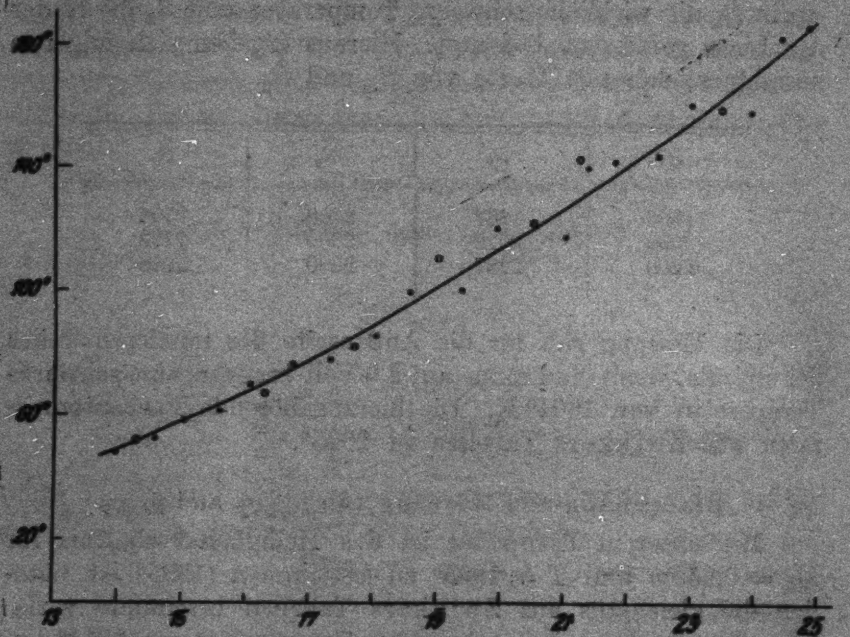


Fig. 9

All diese Temperaturen sind die mittleren von mindestens 3 Wahrnehmungen. Graphisch wurden die Unterschiede der nichtkorrigierten schwarzen Temperaturen der Außen- und Innenseite der Spirale gegen die schwarze Temperatur der

Außenseite ausgesetzt. Mit den aus der Kurve erhaltenen Werten berechneten wir:

Wahre Spiraltemperatur	$p_{\lambda\,\mathrm{eff.}}$
1515	1,7
1752	1,75
1995	1,80
2250	1,84
2510	1,87
2780	1,89

p verläuft ungefähr linear mit der Temperatur. Offenbar nimmt p um etwa 11 Proz. zu, wenn die Temperatur von 1500° bis auf 2800° zunimmt und also e um 7,5 Proz. abnimmt.

Vorausgesetzt, daß bei Zunahme von e mit 7,5 Proz. p um 11 Proz. abnimmt, wird also, weil $p_{0,665}$ für $T = 1995^{0} = 1,80$, $e_{0,46}$ für diese Temperatur $= 1,60$.

Berechnung des Oberflächenverhältnisses

Eine genaue Berechnung oder Messung des obengenannten Oberflächenverhältnisses ist äußerst schwierig, wenn nicht unmöglich. Insofern pyrometrisch gemessen werden kann, sind die Innenseite der Spirale und die Lichtränder über die ganze Spirale in Oberflächenhelligkeit gleich, obwohl laut der Theorie Temperaturgradienten bestehen sollen.

Wir haben das Verhältnis berechnet durch Abbildung der glühenden Spirale, stark vergrößert, auf Millimeterpapier und dieses Bild nachgezeichnet. Wir fanden etwa 0,5 als Verhältnis von hellen zu dunklen Stücken.

Resümierend haben wir:

$$T_e = 2025, \quad p_{0,665\,T} = 1,8, \quad q = 0,5, \quad p_{0,46\,T} = 1,6.$$

Die gefundenen Größen einführend, haben wir schließlich T_s zu berechnen aus der Gleichung:

$$\frac{E(0,665\,T_s)}{E(0,46\,T_s)} = 1,92\,.$$

Das Fazit für $T_s = 1995^{0}$.

Um einen Eindruck von dem Fehler zu bekommen, den wir durch Einführung einer Farbentemperatur machten, statt dessen, daß wir die Ordinaten der Summenkurve berechneten durch Berechnung der Werte für p, für zwischenliegende Wellenlängen aus der bekannten Wellenlängenabhängigkeit, werden wir für $\lambda = 0{,}55\,\mu$ auf 2 Arten die Ordinate berechnen. Nehmen wir die Ordinate der Summenkurve für $\lambda = 0{,}665\,\mu = 1900$ und berechnen wir aus der Farbentemperatur 1995

$$\frac{E\,(0{,}675 \quad 1995)}{E\,(0{,}55 \quad 1995)} = 3{,}70\,,$$

so daß die Ordinate der Summenkurve für $\lambda = 0{,}55\,\mu = 513{,}5$ wird.

Nun ist $e_{0,55}$ für $T = 1995 = 0{,}445$. Dies macht einen Unterschied von 3,5 Proz. mit $e_{0,665}$; $p_{0,55}$ wird infolgedessen 1,70. Die Ordinate für $0{,}55\,\mu$ in der oberen Kurve von Fig. 8 wird, weil

$$\frac{E\,(0{,}665 \quad 2025)}{E\,(0{,}55 \quad 2025)} = 3{,}58$$

$= 279{,}3$.

Dementsprechend wird die Ordinate in der unteren Kurve für genannte Wellenlänge 0,5. 1,7. 279,3 = 237,8.

Auf diese Weise findet man also für die Ordinate in der Summenkurve für $\lambda = 0{,}55\,\mu$ $279{,}3 + 237{,}8 = 517{,}1$, was also einen Fehler von nur 0,5 Proz. zeigt.

Korrektion für die äußersten kalten Enden der Spirale

Die untere Kurve von Fig. 10 zeigt den Temperaturverlauf in der Spirale. Bei den photographischen Messungen ist das total emittierte Licht photographiert und auf der Thermosäule gemessen. Die kalten äußersten Enden sind nicht abgeblendet. Die Emission hiervon muß diejenige des mittleren Teiles „schwärzer“ machen. Es erschien uns plausibel, jeder Windung der kalten äußersten Enden eine Emission zuzuerkennen, die ihrer wirklichen Temperatur entspricht, weil wir das auch für den mittleren Teil fanden. Da die Temperatur ungefähr symmetrisch verläuft, haben wir jedesmal zwei korrespondierende Windungen zusammengenommen. Wie oben, haben wir auch hier wieder für zwei Wellenlängen angepaßt.

Nehmen wir die Ordinate von E (0,665 1995) = 1000, dann bekommen wir für E (46 1995) = 52. Die Temperatur der ersten und zwanzigsten Spiralwindung z. B. ist 1600°.

Der Beitrag zu der totalen Emission wird für $\lambda = 0{,}665\,\mu$.

$$2 \cdot \left\{\frac{1}{12} \cdot \frac{E\,(0{,}665 \quad 1600)}{E\,(0{,}665 \quad 1995)} \cdot 1000\right\} = a\,.$$

Der Beitrag für $\lambda = 0{,}46$ wird

$$a \cdot \frac{E(0{,}46 \quad 1600)}{E(0{,}665 \quad 1600)},$$

da die beiden Windungen eine Emission besitzen, die der wirklichen Temperatur entspricht. Auf diese Weise berechneten

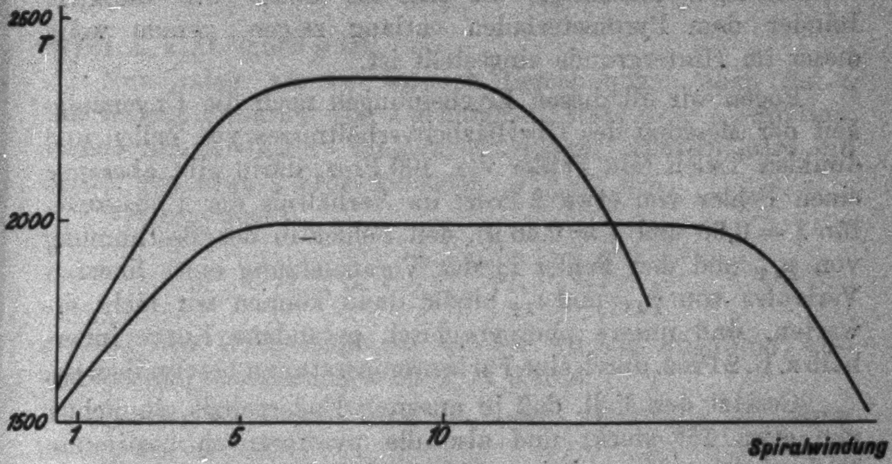


Fig. 10

wir relativ die beiden Ordinaten der Summenkurve für $\lambda = 0{,}665\,\mu$ und $\lambda = 0{,}46\,\mu$.

Für die Endfarbentemperatur fanden wir aus:

$$\frac{E(0{,}665\,T_x)}{E(0{,}46\,T_x)} = 20{,}2$$

$T_x = 1981^0$.

Diskussion der Übereinstimmung

Wenn wir die Tatsache in Betracht ziehen, daß sowohl bei der photographischen als bei der pyrometrischen Methode eine große Anzahl Fehlerquellen nachzuweisen sind, ist die Übereinstimmung gut zu nennen. Die Genauigkeit unseres Pyrometers kannten wir nicht, da dieses von der P. T. R. geprüft ist. Die Ergebnisse der Temperaturmessungen sind einigermaßen individuell; die Abweichung bei mehreren Beobachtungen liegt aber bei gut meßbaren Lichtquellen innerhalb 10^0. Was die Abweichung des Lambertschen Kosinusgesetzes anbelangt, die nach Worthing sich in einer größeren Helligkeit am Rande eines runden Wolframfadens äußert, konnten wir nicht konstatieren, weil durch die erwähnten Reflexionserscheinungen dieser Effekt, sollte er wirklich bestehen, ganz verschwindet. Zwikker zweifelt übrigens stark an der Existenz dieses Effekts. Bei den Messungen sind weiter Biegungs- und Reflexionserscheinungen hinderlich, die sich als hellere und dunklere Ränder dem Pyrometerfaden entlang zeigen, gerade wenn dieser im Hintergrunde eingestellt ist.

Fügen wir all diesen Erscheinungen noch die Ungenauigkeit der Messung des Oberflächenverhältnisses von hellen und dunklen Teilen (ein Fehler von 100 Proz. darin gibt aber nur einen Fehler von etwa 2 Proz. im Verhältnis der Emissionen für $\lambda = 0{,}66$ und $\lambda = 0{,}46\,\mu$), den Fehler in der Bestimmung von $p_{\lambda T}$ und den Fehler in der Voraussetzung eines linearen Verlaufes von $p_{\lambda T}$ und $e_{\lambda T}$ hinzu, dann können wir nicht erwarten, daß unsere photographisch gefundene Kurve innerhalb z. B. 2 Proz. durch eine Farbentemperatur zu beschreiben ist.

Gesetzt den Fall, daß in unserem Endergebnis ein Fehler von etwa 15° steckt und also die pyrometrisch bestimmte Farbentemperatur zwischen 1965 und 1995° gefunden werden kann, dann bedeutet das einen Maximalfehler von etwa 6 Proz. in einem Wellenlängengebiet von 2000 Å.

Dieser Fehler ist bei der photographischen Methode auch wohl zu erwarten.

Mathematische Beschreibung der annähernden Berechnung der Gesamtkurve durch eine Farbentemperatur für den mittleren Teil der Spirale

Die Emission des mittleren Spiralteiles wird dargestellt durch den Ausdruck:

$$(1 + q\,p_{\lambda T})\,E\,(\lambda\,T_c),$$

in welchem q das Verhältnis der Oberflächen von hellen und dunklen Teilen, $p_{\lambda T}$ das Helligkeitsverhältnis und T_c die Farbentemperatur, zu der schwarzen Temperatur der Spiralenaußenseite gehörend, bezeichnet.

Wenn wir die Emission durch eine Wiensche Kurve der Farbentemperatur T_x beschreiben wollen, so müssen wir nehmen:

$$R \cdot E(\lambda\, T_s) = E(\lambda\, T_c)(1 + q\, p_{\lambda T}),$$

worin R eine Konstante ist.

Die Größe $p_{\lambda T}$ ist eine lineare Funktion von e_λ. Wir können also schreiben:

$$p_{\lambda T} = p(e_{\lambda_0})\left(1 - \frac{e_\lambda - e_{\lambda_0}}{e_{\lambda_0}}\right),$$

worin λ_0 z. B. 0,665 μ ist.

Nun haben wir bei unseren Berechnungen auch für e_λ eine lineare Funktion von λ genommen, statt einer e-Funktion, welche aus Zwikkers Messungen erfolgt. Hierbei wird ein Fehler von etwa 1 Proz. gemacht.

Wir schreiben:

$$e_\lambda = e_{\lambda_0} + \frac{\lambda - \lambda_a}{\lambda_a - \lambda_0}(e_{\lambda a} - e_{\lambda_0}),$$

worin λ_a die Wellenlänge ist, welcher wir uns anpaßten; also bei unseren Berechnungen ist $\lambda_a = 0{,}46\ \mu$.

Führen wir diese Werte in unsere Gleichung ein, dann finden wir schließlich:

$$e^{\frac{c_2}{\lambda}\left(\frac{1}{T_c} - \frac{1}{T}\right)} = P - Q\lambda\,.$$

Die Konstanten P und Q enthalten außer meßbaren Größen noch die Konstante R. Weil diese Konstante unbekannt ist, können wir aus dieser Gleichung kein T_s bestimmen, das mit einer zu berechnenden Genauigkeit allen Wellenlängen im sichtbaren Gebiet entspricht. Zu dem Vergleich ist aber folgendes zu bemerken. Im linken Glied steht für eine bestimmte Wellenlänge das Verhältnis der schwarzen Emissionen bei zwei Temperaturen. Wenn diese Temperaturen nicht zu viel differieren, wird das erwähnte Verhältnis genügend genau durch eine lineare Funktion von λ (diese steht im rechten Glied) beschrieben.

Photographische und pyrometrische Messung einer zweiten Spiraldrahtlampe

Um zu konstatieren, ob die von uns angegebene Methode, um pyrometrisch die energetische Verteilung einer Spiraldrahtlampe zu bestimmen, stichhaltig ist, haben wir eine zweite

Lampe, die auf 2,59 Volt brannte, photographisch mit der geprüften Lampe und nachher die entstandene Kurve mit einer pyrometrisch bestimmten verglichen. Für eine detaillierte Beschreibung dieser Experimente verweisen wir auf unsere Dissertation. Folgende Tabelle gibt eine Übersicht des Endergebnisses.

λ	Wiensche Kurve für $T = 2305^\circ$	Phot.	Abweichung	λ	Wiensche Kurve für $T = 2305^\circ$	Phot.	Abweichung
0,68 μ	251	260	− 4%	56	93,2	93	0%
66	219	224	− 2½	54	73,8	75	− 1,7
64	190	194	− 2	52	57,2	57,5	− ½
62	168	166	− 2	50	43,2	42	+ 3
60	138	138	0	48	31,6	32	− 1
58	114	114	0	46	22,1	22,5	− 2

Methode der Prüfung einer Spiraldrahtlampe im sichtbaren und ultravioletten Gebiet bis auf 2300 Å

Wir wollen hier schon eine Übersicht der Methode für die Prüfung einer Spiraldrahtlampe im sichtbaren und ultravioletten Gebiet geben. Zugleich die Ergebnisse unserer Messungen im Ultraviolett benutzend (vgl. hierfür den zweiten Teil unserer Untersuchung), haben wir gemeint, folgende Schlüsse ziehen zu können.

Im sichtbaren Gebiete ist die spektrale Verteilung des mittleren Spiralteiles, der konstant in Temperatur ist, ungefähr durch seine wirkliche Temperatur gegeben. Wir halten es bei der Prüfung für genügend, zu untersuchen, wie sich $p_{\lambda T}$ mit der Temperatur ändert. Bei drei von uns gemessenen Lampen zeigte sich der relative Verlauf als praktisch derselbe. Unseren Messungen nach liegt zwischen $\lambda = 4000$ Å und $\lambda = 2600$ Å ein Absorptionsgebiet. In diesem Gebiet muß man, um die relative Emission der Spiralaußenseite zu kennen, die wirkliche Temperatur messen, weiter die Wiensche Kurve dafür berechnen und dann dadurch korrigieren, daß man den Emissionskoeffizient berücksichtigt.

Unsere Berechnungen und Korrektionsbetrachtungen zeigten, daß die reflektierenden Teile der Spirale gleichsam normalisierend wirken. Man kann hierdurch den mittleren

Teil der Spirale als einen grauen Körper betrachten, der also emittiert nach einer Wienschen Kurve der wirklichen Spiraltemperatur. Unsere früheren Berechnungen und Messungen zeigten für eine Spirale, die innerhalb ziemlich weiter Grenzen geometrisch den von uns gemessenen entspricht, daß, wenn der Emissionskoeffizient um *a* Proz. verändert, z. B. *a* Proz. größer wird, das Verhältnis in der Farbentemperaturkurve von der Außenseite der Spirale auch mit *a* Proz. korrigiert werden muß.

Wird für eine gewisse Wellenlänge der Emissionskoeffizient kleiner, dann finden wir gerade den umgekehrten Effekt, weil die Größe p dann größer wird.

Folgende Umstände spielen bei obenerwähnten Tatsachen eine Rolle:

a) Das Verhältnis der Oberflächen der hellen und dunklen Teile, normal auf die Spiralachse projektiert, ist etwa 0,5.

b) Die Größe p ist annähernd eine lineare Funktion des Emissionskoeffizienten und dieser wieder von der Wellenlänge.

c) Die Tangente der Geraden $p = A + B\, e_\lambda$ ist etwa 1,5 mal so groß, als diejenige der Geraden $e_\lambda = P + Q\, \lambda$.

d) Eine Verminderung des Verhältnisses

$$\frac{E\,(\lambda_1\, T_c)}{E\,(\lambda_2\, T_c)}$$

um *a* Proz., wenn e_{λ_1} und e_{λ_2} genau *a* Proz. differieren, bedeutet, daß die Verteilung die der wirklichen Temperatur wird, weil T_c genau einem Verhältnis angepaßt ist, das 1 Proz. größer ist als das Verhältnis

$$\frac{E\,(\lambda_1\, T)}{E\,(\lambda_2\, T)}\,.$$

Durch den Umstand, daß, wenn die Ganghöhe einer Spirale kleiner wird, das Oberflächenhelligkeitsverhältnis von Außen- und Innenseite größer, aber zugleich das oben unter a) erwähnte Verhältnis kleiner wird, wirken zwei Größen sich in der gleichen Richtung entgegen.

Die kälteren äußersten Enden der Spirale bewirken eine relative Verminderung der Emission nach kleineren Wellenlängen. Es kam uns darum erwünscht vor, die äußersten Enden bei Messungen abzublenden.

Messungen im Ultravioletten

Soviel wir wissen, sind nur von **E. O. Hulburt**[1]) Versuche gemacht, etwas von der Emission von Wolfram im Ultraviolett kennenzulernen. Nur reicht das von ihm untersuchte Wellenlängengebiet bei den Messungen für höhere Temperaturen nicht weiter als bis auf 3400 Å.

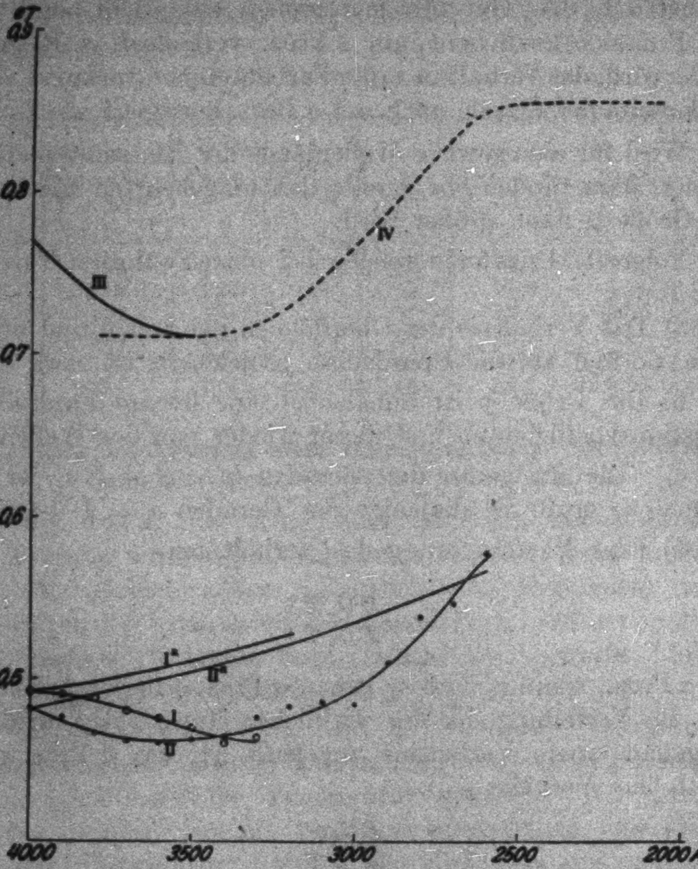


Fig. 11

Besonders interessierte uns der relative Verlauf der Reflexion für kaltes Wolfram im Gebiete zwischen 4000 und

---

[1]) **E. O. Hulburt**, The reflecting power of metals in the ultraviolet region of the spectrum. Astrophys. Journ. 42. S. 203. 1915. The emissive power of tungsten for short wave-lengths. Astrophys. Journ. 45. S. 149. 1917.

3800 Å. **Hulburts** Messungen fangen nämlich bei 3800 Å an. Die Spirale einer Nitralampe, die mit einem Quarzfenster versehen war, wurde auf 3,80 Volt brennend, mit einer Quarzlinse auf das kalte Wolframband einer Bandlampe abgebildet. Von dem diffus auf das Band reflektierenden Licht wurden mittels eines Hilgerquarzspektrographen Schwärzungsmarken auf einer photographischen Platte festgelegt. Darauf wurden Nitralampe und Quarzlinse hinter die Bandlampe gestellt und die Spirale wieder scharf auf das Band abgebildet. Wir versetzten nun die Bandlampe so weit nach unten, daß das Band aus dem Lichtwege war, das Lichtbündel aber noch durch die Glasglocke ging. Auf diese Weise eliminierten wir die Glasabsorption und die Reflexion. In beiden Fällen ging nämlich das Lichtbündel zweimal durch die Glaswand. Der relative Verlauf von dem Abstand der Schwärzungskurve zeigte uns sofort denjenigen des Reflexionskoeffizienten.

Unseren Wahrnehmungen nach sollte von $\lambda = 4000$ bis $\lambda = 3550$ Å der Reflexionskoeffizient um etwa 18 Proz. zunehmen. Auf Fig. 11 haben wir $1 - r$ ausgesetzt gegen die Wellenlänge. Bei $\lambda = 3550$ Å haben wir an **Hulburts** Werte angepaßt. Der Unterschied mit **Hulburts** Messungen ist ziemlich groß. Die Genauigkeit seiner Messungen gibt er nicht an. Bei uns ist die Messung am wenigsten genau an den äußersten Enden des beobachteten Gebietes, weil wir hier nicht auf dem geraden Stück der Schwärzungskurve sind.

Messungen der Wellenlängenabhängigkeit der Emission bei höheren Temperaturen

Für diese Messungen sind wir von folgendem Grundsatz ausgegangen. Durch photographische Vergleichung von Wolfram mit einem Körper, dessen Emission im Ultraviolett als Funktion der Wellenlänge und Temperatur bekannt ist, muß es möglich sein, den Emissionskoeffizienten von Wolfram als Funktion der Wellenlänge, jedenfalls relativ, bei einer bestimmten Temperatur zu finden. Die Temperatur ist aus pyrometrischen Messungen im sichtbaren Gebiete zu bestimmen. Ist der relative Verlauf gefunden, dann sind durch Anschluß an das sichtbare Gebiet, wo die Emissionskoeffizienten in absoluter Größe gemessen sind, diese auch im Ultraviolett in absoluter Größe zu berechnen. Am einfachsten ist es, einen schwarzen

Körper als Vergleichsquelle zu wählen. Dieser stand uns aber nicht zur Verfügung. Nächst dem schwarzen Körper schien uns Kohle der am meisten geeignete Stoff. Hulburt fand, daß der Reflexionskoeffizient für kalte Kohle unabhängig ist von der Wellenlänge über das Gebiet von 3800 bis 2200 Å.1) Wir nahmen nun an, daß auch für höhere Temperaturen Kohle grau ist im ultravioletten Gebiet und also der Kohle eine Farbentemperatur, auch in diesem Gebiete, zuzuerkennen ist. Wir haben dazu die Farbentemperaturen aus dem sichtbaren Gebiete, wie dieselbe von Hyde2) als Funktion der schwarzen Temperatur gefunden ist, extrapoliert.

Im Prinzip hatten wir also von Kohle und Wolfram, beide in Lampen, die mit einem Quarzfenster versehen waren, die Farbentemperatur zu bestimmen. Eine photographische Vergleichung mit Hilfe eines Quarzspektrographen zeigte uns die relative Verteilung der Wolframemission.

Aus der gemessenen Farbentemperatur von Wolfram folgt ebenfalls eine Verteilung. Aus einer Vergleichung von beiden ist der Emissionskoeffizient als Funktion von λ zu bestimmen. Für diese Experimente wurde an der Glasglocke einer von Philips gelieferten Bandlampe ein Seitenrohr angeschmolzen und am Ende desselben ein Quarzfenster angebracht. Die Gasfüllung geschah bei Philips. Das in der Kohlenlampe gebrauchte Kohlenstäbchen hatte einen Durchmesser von etwa 2 mm und eine Länge von 3 cm. Die evakuierte Glasglocke hatte einen Halbmesser von etwa 6 cm. Um eine Einsicht

λ	Wiensche Kurve für $T = 2265^\circ$	Phot. bestimmte Verteilung	Wiensche Kurve für $T = 2474^\circ$	
4000 Å	400	400	400	
3900	303	306	312,5	2°/₀
3800	224,7	229,2	241	4,9
3700	164	170,6	182,7	6,6
3600	117	124,7	135,6	8
3500	81,4	90,1	98,5	8,6
3400	55,3	63,9	70,2	9
3300	36,7	44,7	48,5	7,8
3200	23,4	30,3	32,8	7,6

---

1) a. a. O.

2) a. a. O.

in unsere Arbeitsmethode zu bekommen, geben wir umstehende Tabelle, die das Resultat von einer unserer Messungen zeigt.

Die Farbentemperatur des Kohlenstäbchens belief sich auf 2265°. Die zweite Spalte gibt die relative Verteilung in der Wienschen Kurve für diese Temperatur. Die dritte Spalte gibt die photographisch bestimmte relative Verteilung von Wolfram für die pyrometrisch bestimmte wirkliche Temperatur von 2450°. Die vierte Spalte gibt die Wiensche Kurve für die zu dieser Temperatur gehörenden Farbentemperatur.

Die Zahlen in der letzten Spalte zeigen, um wieviel Prozent die aus der Farbentemperatur berechneten Emissionskoeffizienten vermindert werden müssen, um die auf diese Weise von uns experimentell bestimmten zu bekommen.

Fig. 11 gibt eine Übersicht unserer Resultate.

Vergleichung mit Hulburts Resultaten

Fig. 12, welche Hulburts Publikation[1]) entnommen ist, zeigt das Ergebnis seiner Messungen. Die Kreise sind die von ihm gefundenen Werte der Emissionskoeffizienten von Wolfram bei einer Temperatur von 2143°, als Funktion der Wellenlänge. Die Punkte im sichtbaren Gebiete bis 4000 Å sind Werte aus Zwikkers Messungen berechnet. Die übrigen sind aus unseren eigenen Messungen. Unserer Ansicht nach liegen die vier letzten Werte an der Seite der kleinen Wellenlängen, welche Hulburt gefunden hat, derartig, daß eine systematische Abnahme des Emissionskoeffizienten zwischen 4200 Å

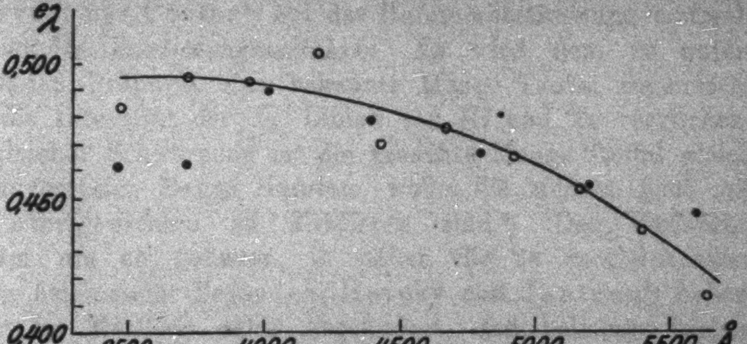


Fig. 12

---

[1]) a. a. O.

und 8500 Å richtiger ist als ein Verlauf, der durch die von ihm gezogene Kurve (in der Fig. 12 angegeben) gezeigt wird.

Die vielen Fehlerquellen in Betracht gezogen, die sowohl bei seinen Messungen, als bei den unseren nachzuweisen sind, ist die Übereinstimmung nicht schlecht zu nennen. Übrigens stimmen unsere Messungen bei höheren Temperaturen sowohl mit unseren eigenen, als mit denen von **Hulburt** für kaltes Wolfram überein.

(Eingegangen 16. März 1928.)

4. *Quantitative Röntgenspektralanalyse mit Kalterregung des Spektrums;*

von R. Glocker und H. Schreiber

§ 1. Gegenwärtiger Stand des Problems

Die Ermittlung der Mengenverhältnisse der verschiedenen Atomarten eines Stoffes mit Hilfe der Intensität der Röntgenspektrallinien hat trotz mannigfacher Bemühungen noch keine allgemein anwendbare Lösung gefunden. Eine Bestimmung durch direkte Vergleichung der Linienintensitäten ist wegen der Verschiedenheit der Anregungsbedingungen und der mit der Wellenlänge sich ändernden photographischen Empfindlichkeit nur bei Elementen mit aufeinanderfolgenden Atomnummern möglich. Auf diesem Gedankengang beruht das von v. Hevesy und Coster[1]) bei der Hafniumbestimmung erstmals angewandte *Zumischungsverfahren*. Es wird dem zu untersuchenden Präparat eine bekannte Menge Tantal zugemischt und die Intensität der L_{α_1}-Linien von Hf und Ta verglichen; bei gleicher Schwärzung ist die gesuchte Menge Tantal gleich der zugesetzten Menge Hafnium, wobei die Mengen noch mit den Atomgewichten zu dividieren sind.[2]) Das Verfahren arbeitet um so genauer, je näher die zu vergleichenden Linien beieinander liegen. v. Hevesy und Jantzen[3]) haben daher die Methode dahin abgeändert, daß beliebige Linien der Spektren beider Elemente miteinander verglichen werden, z. B. Hf L_{β_1} mit Cp L_{β_2}, unter empirischer Ermittlung der Cp-Menge, die eine β_2-Linie gleicher Schwärzung wie die β_1-Linie des Hf liefert.

---

1) G. v. Hevesy u. D. Coster, Nature. 10. Febr. 1923; D. Coster, Ztschr. f. Elektrochemie 29. S. 344. 1923.

2) Es wird angenommen, daß die gleiche Zahl von Atomen beider Art Linien mit gleicher Schwärzung hervorruft.

3) G. v. Hevesy u. Th. Jantzen, Naturwiss. 12. S. 730. 1924.

Von **Coster** und **Nishina**[1]) wurde festgestellt, daß die chemische Form des zugemischten Elementes, sowie die Gegenwart fremder Elemente das Verhältnis der Linienintensitäten in hohem Grade beeinflußt. Das Verhältnis Hf L_{α_1} : Ta L_{α_1}, das normalerweise 1 : 1 sein soll, wird 2,5 : 1, wenn anstatt TaO_2 Ta_2O_5 zugesetzt wird oder wenn einige Prozent Cp_2O_3 mitenthalten sind. Bei einer Mischung von SnO und Sb_2O_3, mit gleicher Anzahl Sn- und Sb-Atome, ist die Sn L_{α_1}-Linie sechsmal so intensiv. Mit wachsendem Gehalt an $CaSO_4$ nimmt ihre relative Intensität ab und bei 88 Proz. $CaSO_4$ ist die Sn- und die Sb-Linie gleich intensiv. Diese Erscheinung erklären die beiden Forscher damit, daß unter der Beschießung mit Kathodenstrahlen die Atome verschiedener Art in einer von der Form der chemischen Verbindung abhängigen Grade die Antikathode verlassen. Über die mutmaßliche Ursache dieser Konzentrationsänderungen werden keine näheren Angaben gemacht. Für die praktische Anwendung der Methode ergibt sich hieraus eine wesentliche Einschränkung, wie schon **Coster** und **Nishina** betonen. Es muß das Linienverhältnis des zu bestimmenden und des zugemischten Elementes als Funktion der Mengenanteile der störenden Beimengungen empirisch ermittelt werden und es muß infolgedessen die chemische Zusammensetzung des zu analysierenden Stoffes im großen und ganzen bekannt sein. Daß andererseits Fälle vorkommen, die von diesen störenden Fremdeinflüssen frei sind, zeigen die Bestimmungen des Tantalgehaltes von Mineralien durch **v. Hevesy** und **Böhm**.[2])

Bei *eigenen Versuchen, den Vanadiumgehalt von Stählen* mit der Zumischungsmethode *röntgenspektroskopisch zu bestimmen* unter Verwendung des dem Vanadium benachbarten Elementes Titan, erwies sich das Intensitätsverhältnis der $K\alpha$-Linien von V und Ti abhängig von der Menge des meist in Vanadiumstählen enthaltenen Wolframs. Durch besondere Versuche an reinen Mischungen von V und Ti mit bekannten, wechselnden Mengen Wolfram wurde festgestellt, daß das Verhältnis V : Ti von 1 : 1 bis 1 : 1,6 sich stetig ändert, wenn der Wolframgehalt so groß geworden ist, daß auf ein V- bzw. Ti-Atom 6 Wolframatome kommen. Als Erklärungsmöglichkeiten können folgende Punkte in Betracht kommen:

---

[1]) D. **Coster** u. Y. **Nishina**, Chem. News **130**. S. 149. 1925.

[2]) G. v. **Hevesy** u. J. **Böhm**, Ztschr. f. anorgan. Chem. **164**. S. 69. 1927.

1. Verschiedene Verdampfung der zu vergleichenden Elemente.

2. Chemische Umsetzungen mit Überführung der Elemente in Formen mit verschiedener Verdampfungstemperatur (Verbindung oder Mischkristall).

3. Chemische Umsetzungen mit Änderung der relativen Anzahl der Atome verschiedener Art in der obersten Schicht (z. B. Bildung einer Verbindung).

Da Titan und Vanadium nicht wesentlich verschiedene Schmelzpunkte haben, so ist die Annahme einer verschiedenen Verdampfungstemperatur an und für sich wenig wahrscheinlich. Auch spricht die Tatsache dagegen, daß bei Ersetzung des Wolframs durch Eisen keine Änderung des Linienverhältnisses erfolgte.

Durch systematische Untersuchungen über die Wirkung einer großen Zahl von Elementen ergab sich schließlich, daß einen Einfluß auf das Linienverhältnis V : Ti W, Mo, Cr und U ausüben, also lauter dem Wolfram chemisch verwandte Elemente. Es tritt in diesen Fällen eine Verstärkung der Titanlinie ein, die wohl darauf zurückzuführen ist, das sich ein schwer verdampfender Titan-Wolfram-Mischkristall oder eine Titan-Wolframverbindung bildet. Eine Entscheidung zwischen beiden Fällen ist nicht möglich. Daß aber tatsächlich eine chemische Umsetzung auf der Antikathode erfolgt, zeigt die Debyeaufnahme der wolframhaltigen Mischung vor und nach der Exposition in der Röntgenröhre; im letzteren Falle sind zwei sehr schwache, vorher nicht vorhandene Ringe auf dem Film zu sehen.

Eine Reproduktion der Versuche von Coster und Nishina mit Mischungen von SnO_2 und Sb_2O_5 unter Zusatz von $CaSO_4$ ergab eine volle Bestätigung der Beobachtungen dieser Forscher bzw. der Änderung der Linienintensitäten.

Eine Behebung dieser prinzipiellen Schwierigkeiten, die sich für eine allgemeine Anwendung der röntgenspektroskopischen Methode zu quantitativen Analysen aus der Konzentrationsänderung infolge der starken Erhitzung durch die

Kathodenstrahlung ergeben, scheint uns nur dadurch möglich zu sein, daß das Röntgenspektrum kalt erregt wird durch Bestrahlung mit Röntgenstrahlen. Die Einbettung in eine neutrale Substanz[1]), wie z. B. Graphit, kann die Fehler mildern, aber nicht völlig beseitigen; beim Vorliegen von Elementen mit sehr kleiner Konzentration ist außerdem die durch die Verdünnung bewirkte starke Verlängerung der Expositionszeit hinderlich. Über die praktische Brauchbarkeit[2]) der von Stintzing vorgeschlagenen Drehanode mit dem Zweck, die Oberfläche des Präparates während der Aufnahme dauernd zu erneuern, ist bisher nichts mitgeteilt worden.

§ 2. Prinzip der Methode

Wird der zu untersuchende Stoff als dünne Schicht so zwischen dem Brennfleck der Röhre und dem Spalt des Spektrographen angebracht, daß er nur von Röntgenstrahlen und nicht von Kathodenstrahlen getroffen wird, so findet keine merkliche Erwärmung statt und es ist daher zu erwarten, daß die oben besprochenen Fehlerquellen hier nicht vorhanden sind. Außerdem ermöglicht diese Anordnung auch die Untersuchung von leicht flüchtigen Substanzen, ein Gedanke, der sich auch in der kürzlich erschienenen Arbeit von v. Hevesy und Böhm[3]) über Tantalbestimmungen ausgesprochen findet. Das Verfahren bietet den weiteren Vorteil, daß sich Ungleichmäßigkeiten der Mischung infolge der 20mal größeren Ausdehnung der strahlenden Fläche praktisch nicht bemerkbar machen, während bei den gewöhnlichen Aufnahmen auf diesen Fehlereinfluß wohl zu achten ist. Dem steht als Nachteil gegenüber, daß die Erregung des Röntgenspektrums durch Röntgenstrahlen anstatt durch Kathodenstrahlen eine um etwa eine Zehnerpotenz größere Expositionszeit erfordert. Dieser Nachteil fällt um so weniger ins Gewicht, je mehr die Belastbarkeit der Röntgenröhren durch die Fortschritte des Röhren-

---

1) P. Günther u. I. Stranski, Ztschr. f. Phys. Chem. 106. S. 433. 1923; 119. S. 219. 1926; sowie H. Stintzing, Ztschr. f. Phys. Chem. 108. S. 51. 1924.

2) H. Strintzing, Phys. Ztschr. 27. S. 484. 1926.

3) G. v. Hevesy u. J. Böhm, a. a. O. Diesbezügliche Versuche sind von den Verff. angekündigt.

baues sich steigern wird. Viel schwerwiegender ist das Bedenken, ob fremde Beimengungen durch die Veränderung der Absorption der Schicht nicht das Linienverhältnis stark beeinflussen. Auch erscheint es möglich, daß geringe Schwankungen der Röhrenspannung die Intensitätsverteilung im kontinuierlichen Spektrum abändern und dadurch eine verschieden starke Erregung der beiden Linien bewirken. Die experimentelle Prüfung dieser Fragen soll dem folgenden Abschnitt vorbehalten bleiben. Vom *theoretischen Standpunkt* aus ergeben sich folgende Gesichtspunkte:

Aus Intensitätsgründen wird man immer die aus der Vorderseite der Schicht austretende Eigenstrahlung benützen und, um Ungleichmäßigkeiten der Schichtdicke auszuschalten, diese so groß machen, daß sie als unendlich dick wirkt. Dies war bei unseren sämtlichen Versuchen der Fall für eine Dicke $D < {}^1/_{10}$ mm.

Ist ω der körperliche Winkel, unter dem die strahlende Fläche in einem Punkte P erscheint und der Winkel ϑ so definiert, daß gilt

$$d\omega = 2\pi \sin\vartheta \, d\vartheta, \tag{1}$$

so ist nach früheren Berechnungen[1]) die gesamte nach P gelangende Energie der Eigenstrahlung S

$$S = \frac{1}{2}\alpha\bar{\mu}E_0 \cdot \int\limits_0^D e^{-\mu x}\,dx \int\limits_0^\Theta e^{-\frac{\nu x}{\cos\vartheta}} \cdot \sin\vartheta\,d\vartheta, \tag{2}$$

wobei E_0 die auftreffende Röntgenstrahlenenergie, μ und $\bar{\mu}$ der Schwächungskoeffizient bzw. der Absorptionskoeffizient der Primärstrahlung, ν der Schwächungskoeffizient der Eigenstrahlung und α die Ausbeute[2]) an Eigenstrahlung ist.

Ist nun $D = \infty$ und außerdem der Sekundärstrahlenkegel von kleinem Öffnungswinkel, so ergibt sich aus der allgemeinen, früher mitgeteilten Lösung des Doppelintegrals folgende Näherungsformel für S

$$S = \frac{\omega \cdot \alpha\bar{\mu}}{4\pi(\mu + \nu)}. \tag{3}$$

---

[1]) R. Glocker, Phys. Ztschr. 19. S. 249. 1918.

[2]) α ist der Bruchteil des Absorptionskoeffizienten, der in Eigenstrahlung verwandelt wird.

Durch eine Erweiterung des Ansatzes auf ein Gemisch von Elementen, die mit den Gewichtsanteilen c_1, c_2 usf. in einem Stoff enthalten sind und die Dichte $\varrho_1, \varrho_2 \ldots$ haben, während die Dichte des Stoffes ϱ sei, ergibt sich für die Intensität der Eigenstrahlung

$$(4)\quad \begin{cases} \text{des Elementes I} \\ S_1 = \dfrac{c_1 \alpha \dfrac{\bar{\mu}_1}{\varrho_1}}{\dfrac{\mu + \nu}{\varrho}} \cdot \dfrac{\omega}{4\pi}, \\ \text{des Elementes II} \\ S_2 = \dfrac{c_2 \beta \dfrac{\bar{\mu}_2}{\varrho_2}}{\dfrac{\mu + \tau}{\varrho}} \cdot \dfrac{\omega}{4\pi} \text{ usf.} \end{cases}$$

μ = Schwächungskoeffizient der Primärstrahlung in dem Stoff,
ν = Schwächungskoeffizient der Eigenstrahlung I in dem Stoff,
τ = „ „ „ II „ „ „
$\bar{\mu}_1$ = Absorptionskoeffizient „ „ I im Element I,
$\bar{\mu}_2$ = „ „ „ II „ „ II,
α = Ausbeute an Eigenstrahlung I im Element I,
β = „ „ „ II „ „ II.

Zur Diskussion des Einflusses einer fremden Beimengung, deren Koeffizienten alle mit Index 3 bezeichnet sein mögen, hat man die Abhängigkeit des Verhältnisses $S_1 : S_2$, das nach Gleichung (4) zu berechnen ist, als Funktion von c_3, μ, ν, τ bei konstant gehaltener Primärstrahlung zu verfolgen; setzt man für μ und ν die Koeffizienten der einzelnen Mischungsbestandteile ein, so erhält man unter Weglassung des für die folgenden Überlegungen unwesentlichen, von der Art der fremden Beimengung unabhängigen Faktors $\alpha \dfrac{\bar{\mu}_1}{\varrho_1}$ bzw. $\beta \dfrac{\bar{\mu}_2}{\varrho_2}$

$$(5)\quad \begin{cases} S_1 : S_2 = \\ \left(1 + \dfrac{c_1 \dfrac{\tau_1}{\varrho_1} + c_2 \dfrac{\tau_2}{\varrho_2} + c_3 \dfrac{\tau_3}{\varrho_3}}{c_1 \dfrac{\mu_1}{\varrho_1} + c_2 \dfrac{\mu_2}{\varrho_2} + c_3 \dfrac{\mu_3}{\varrho_3}}\right) : \left(1 + \dfrac{c_1 \dfrac{\nu_1}{\varrho_1} + c_2 \dfrac{\nu_2}{\varrho_2} + c_3 \dfrac{\nu_3}{\varrho_3}}{c_1 \dfrac{\mu_1}{\varrho_1} + c_2 \dfrac{\mu_2}{\varrho_2} + c_3 \dfrac{\mu_3}{\varrho_3}}\right). \end{cases}$$

μ_1, μ_2, μ_3 Schwächungskoef. der Primärstr. im Element I, II, III,
ν_1, ν_2, ν_3 „ „ Eigenstr. I „ „ I, II, III,
τ_1, τ_2, τ_3 „ „ „ II „ „ I, II, III.

Da die beiden Eigenstrahlungen in der Wellenlänge sich nur wenig unterscheiden, so darf angenommen werden, daß die Änderung des Schwächungskoeffizienten mit der Wellenlänge λ proportional mit λ^b erfolgt, wobei b für alle Elemente denselben Wert hat.[1] Vorausgesetzt wird dabei, daß kein Element eine Absorptionskante hat, die zwischen den Wellenlängen der zu vergleichenden Linien des Elementes I bzw. II liegt, eine Voraussetzung, die bei genügend enger Wahl der Vergleichslinien praktisch immer erfüllt ist. Es gilt somit

$$(6)\quad \frac{\tau_1}{\varrho_1} = k \cdot \frac{\nu_1}{\varrho_1}, \quad \frac{\tau_2}{\varrho_2} = k \cdot \frac{\nu_2}{\varrho_2}, \quad \frac{\tau_3}{\varrho_3} = k \cdot \frac{\nu_3}{\varrho_3}, \text{ also } \tau = k \cdot \nu,$$

wobei k nahezu 1 ist. Setzt man daher $k = 1 - \delta$, wobei δ eine kleine Größe ist, so ergibt sich schließlich

$$(7)\qquad \frac{S_1}{S_2} = 1 - \frac{\delta}{1 + \frac{\mu}{\nu}}.$$

Das Verhältnis $S_1 : S_2$ liegt zwischen den Grenzen

$$1 - \delta \qquad \text{für } \frac{\mu}{\nu} = 0$$

und

$$1 \qquad \text{für } \frac{\mu}{\nu} = \infty.$$

Die größte Schwankung, die auftreten kann, ist somit $(1 - \delta) : 1$, das heißt $k : 1$. Die Schwankungen sind um so kleiner, je kleiner k ist, das heißt je näher die beiden zu vergleichenden Wellenlängen sind.

Um einen Begriff von der Größenordnung der Beeinflussung der Linienintensitäten zu geben, seien folgende, später auch experimentell untersuchte Beispiele betrachtet:

Es wird in einem Gemisch A, daß ein Titanatom und ein Vanadiumatom enthält, das Verhältnis der Intensitäten der $K\alpha$-Linien von Ti und V nach Gleichung (7) berechnet; ebenso für ein Gemisch B, das aus je einem Atom Titan und Vanadium und 6 Atomen Wolfram besteht.

Für Ti und V $K\alpha$-Linien ist $\delta = 0{,}20$.

Für eine Primärstrahlung mit $\lambda = 2$ Å ist

$$\text{für Gemisch A } \frac{\mu}{\nu} = 3{,}66, \quad \text{für Gemisch B } \frac{\mu}{\nu} = 0{,}60.$$

---

[1] Daß dies in größeren Wellenlängenbereichen nicht zulässig ist, zeigen z. B. die Messungen von **S. I. M. Allen**, Phys. Rev. **28**. S. 907. 1926, sowie von **E. Jönsson**, Diss. Upsala 1928.

Somit wird

$$\left(\frac{S_1}{S_2}\right)_A : \left(\frac{S_1}{S_2}\right)_B = (1-0{,}04_3):(1-0{,}12_5)$$
$$= 1 : 0{,}92_5\,.$$

Die Änderung beträgt 7,5 Proz. und zwar wird, wie aus dem Gang der Rechnung hervorgeht, die Titanlinie um 7,5 Proz. durch den Wolframzusatz gegenüber der Vanadiumlinie geschwächt.

Die größte Abänderung des Intensitätsverhältnisses, das überhaupt auftreten kann, beträgt nach Gleichung (8) 20 Proz.

Wesentlich günstiger werden die Verhältnisse, wenn als Vergleichslinie zu Vanadium K_{α_1} die L_{β_1}-Linie von Barium verwendet wird, die nur 64 X.E. statt 245 X.E. (bei der Titan K_{α_1}-Linie) von Vanadium K_{α_1} entfernt ist. Nunmehr ist $\delta = 0{,}08$, also die größte überhaupt mögliche Schwankung 8 Proz.; ein Wolframzusatz in Höhe von 6 W auf 1 V und 1 Ba ändert das Verhältnis der Intensität von V K_{α_1} zu Ba L_{β_1} bei einer erregenden Wellenlänge von $\lambda = 2{,}0$ Å nur um 2,5 Proz. Die Werte für einige weitere Primärwellenlängen λ sind in Tab. 1 zusammengestellt.[1])

Tabelle 1

Die Koeffizienten $\alpha, \alpha' \ldots, \beta, \beta' \ldots, \gamma, \gamma' \ldots$ geben die Ausbeute an Eigenstrahlung an

λ in Å	Mischung A		Mischung B		$\left(\frac{S_{Ti}}{S_V}\right)_A : \left(\frac{S_{Ti}}{S_V}\right)_B$
	S_{Ti}	S_V	S_{Ti}	S_V	
2,0	$0{,}359\,\alpha$	$0{,}450\,\beta$	$0{,}021\,\alpha$	$0{,}028_4\,\beta$	1,07
1,5	$0{,}288\,\alpha'$	$0{,}368\,\beta'$	$0{,}012_1\,\alpha'$	$0{,}016_8\,\beta'$	1,07
1,0	$0{,}156\,\alpha''$	$0{,}222\,\beta''$	$0{,}0034_4\,\alpha''$	$0{,}0048\,\beta''$	0,98
0,5	$0{,}0346\,\alpha'''$	$0{,}0535\,\beta'''$	$0{,}00071\,\alpha'''$	$0{,}0010_3\,\beta'''$	0,95

λ in Å	Mischung C		Mischung D		$\left(\frac{S_{Ba}}{S_V}\right)_C : \left(\frac{S_{Ba}}{S_V}\right)_D$
	S_{Ba}	S_V	S_{Ba}	S_V	
2,0	$0{,}576\,\gamma$	$0{,}161\,\beta$	$0{,}079_3\,\gamma$	$0{,}022_9\,\beta$	1,03
1,5	$0{,}466\,\gamma'$	$0{,}116_5\,\beta'$	$0{,}050\,\gamma'$	$0{,}0128\,\beta'$	1,02
1,0	$0{,}171\,\gamma''$	$0{,}039_6\,\beta''$	$0{,}0153\,\gamma''$	$0{,}00864\,\beta''$	1,02
0,5	—	—	—	—	—

Mischung A = V + Ti
„ B = V + Ti + 6 W

Mischung C = Ba + V
„ D = Ba + V + 6 W

---

[1]) Die sämtlichen Absorptionskoeffizienten sind auf Grund der neuen Messungen von Jönsson gemäß der von ihm angegebenen Formel berechnet.

Die Tab. 1 läßt erkennen, daß die oben für die Wellenlänge $\lambda = 2{,}0$ Å angestellten Überlegungen ganz allgemein auch für Erregung mit kurzwelligerer Strahlung gelten. Berücksichtigt man, daß die Ausbeutefaktoren $\alpha, \alpha', \alpha'' \ldots$ etwa proportional mit λ/λ_A abnehmen[1]), so ist aus dem Vergleich der in einer Spalte untereinander stehenden Werte zu ersehen, daß die Intensität der Linien mit abnehmender Primärwellenlänge sehr rasch abnimmt. Der Vergleich der in einer Horizontalreihe stehenden Zahlen für Mischung A und B bzw. C und D gibt die Verlängerung der Expositionszeit durch den Wolframzusatz an; sie beträgt das 17fache bzw. das 7fache. Infolge der verstärkenden Wirkung der Erregung durch die Wolframeigenstrahlung ist aber die tatsächliche Verlängerung der Expositionszeit wesentlich kleiner.[2])

Zusammenfassend läßt sich bemerken, daß selbst *beim Zusatz großer Mengen eines hochabsorbierenden Elementes*, im vorliegenden Falle 90 Proz. Wolfram, *die relativen Intensitäten der zu vergleichenden Linien nur geringfügige Abänderungen erleiden*, besonders dann, wenn eine *K*-Linie mit einer benachbart gelegenen *L*-Linie verglichen wird. Wie aus dem Gang der Rechnung hervorgeht, ist es zweckmäßig eine solche *L*-Linie auszuwählen, daß die ihr zugehörige Absorptionskante möglichst mit der *K*-Absorptionskante des ersten Elementes zusammenfällt.

Der *Einfluß einer Spannungsänderung auf das Linienverhältnis* läßt sich in analoger Weise diskutieren; für verschiedene Primärwellen wird das Intensitätsverhältnis der Vergleichslinien berechnet, z. B. für Mischung A in Tab. 2. Ganz allgemein ergibt sich, daß das Verhältnis Ti : V mit abnehmender Wellenlänge, das heißt mit wachsender Spannung, kleiner wird.

Tabelle 2

λ in Å	2,0	1,5	1,0	0,5
$S_{\mathrm{Ti}} : S_{\mathrm{V}}$	0,80 : 1	0,78 : 1	0,70 : 1	0,65 : 1

---

[1]) Die Emissionskoeffizienten $\varkappa = \alpha\bar{\mu}$ sind proportional $(\lambda/\lambda_A)^4$ (R. Glocker, Phys. Ztschr. 17. S. 488. 1916), ferner ist näherungsweise $\bar{\mu}$ proportional λ^3; λ_A = Wellenlänge der Absorptionskante.

[2]) Näheres im folgenden Abschnitt.

Inwieweit kleine Spannungsänderungen schon merkliche Veränderungen des Intensitätsverhältnisses zur Folge haben, läßt sich nur experimentell entscheiden, da die spektrale Energieverteilung der Primärstrahlung unbekannt ist[1]); daß der Einfluß gering sein wird, ist auf Grund der Tab. 2 im Hinblick auf den schwachen Gang der Werte $S_{\mathrm{Ti}}:S_{\mathrm{V}}$ bei starker Veränderung der Primärwellenlänge zu erwarten.

§ 3. Versuchsanordnung und Versuchsergebnisse

Zwischen eine Haddingröhre und einen Siegbahn-Vakuumspektrograph wurde ein hohler Stahlkörper vakuumdicht eingebaut, welcher den Sekundärstrahler enthielt. Dieser bestand aus einem Aluminiumblech von 12 qcm Oberfläche, auf der ein dünner Belag des feinpulverisierten Stoffes unter Zumischung von Zaponlack aufgetragen wurde. Die Primärstrahlung traf unter einem Winkel von 70 Grad auf, während die Sekundärstrahlung unter einem Winkel von 20 Grad streifend abgenommen wurde. Der Abstand der Mitte des Strahlers von dem Brennfleck betrug 4,3 cm, vom Spalt des Spektrographen 3,3 cm. Der wirksame Teil der strahlenden Fläche hatte eine Ausdehnung von 6 qcm. Das Vorvakuum des Spektrographen war durch eine Bedeckung des Spaltes mit Cellophan von dem Röntgenvakuum isoliert. Trotzdem der enge Kanal vom Brennfleck zum Strahler geerdete Metallwände hatte, gelangte ein kleiner Teil der von der Antikathode diffus reflektierten Kathodenstrahlen auf den Strahler und bewirkte eine geringe Erwärmung, die aber um eine ganze Größenordnung kleiner ist als die Erwärmung auf der Antikathode. Durch Anlegen eines Gegenfeldes oder durch Zwischenschalten einer dünnen Schicht eines leichtatomigen Metalles lassen sich die Kathodenstrahlen fernhalten; eine merkliche Erwärmung des Strahlers durch die Röntgenstrahlen findet nicht statt. Der Kristall aus Steinsalz wurde während der Aufnahme über einen Winkelbereich von einigen Grad mit Hilfe eines elektrisch angetriebenen Drehherzes hin- und hergeschwenkt. Die Expositionszeiten betrugen bei 10 cm Parallelfunkenstrecke[2]) 6—35 Milliamperestunden pro Grad. Die erreichte Schwärzung der Linien liegt dann in der Nähe von 1,0 und ist mit einem Hartmannschen Mikrophotometer gut meßbar. Eine zu starke Schwärzung der Linien bringt keine Vorteile; sie fälscht im Gegenteil das wahre Intensitätsverhältnis, da oberhalb der Schwärzung 1,0 die Schwärzungskurve nicht mehr geradlinig mit der Strahlungsintensität zunimmt.[1] Mit Rücksicht auf die lange Expositionszeit wurde ein ziemlich weiter Spalt verwendet, so daß das K_α-Duplett nicht mehr aufgelöst war.

---

[1]) Näheres vgl. folgenden Abschnitt.

[2]) Gemessen mit 2 spitzenförmigen Elektroden.

Bei einer Untersuchung des oben erwähnten *Gemisches der Zinn- und Antimonoxyde* nach dieser Methode ergab sich für die L_{α_1}-Linien das Verhältnis Sb : Sn = 1 : 1, während bei der Aufnahme auf der Antikathode von uns in Übereinstimmung mit den früheren Versuchen von Coster und Nishina 1 : 6 gefunden worden war. Bei Zumischung von 50 Proz. $CaSO_4$ ist das Verhältnis Sb : Sn = 1 : 1,16 gegenüber 1 : 2 bei Erregung durch Kathodenstrahlen. Das Linienverhältnis wird also im Sinne der früher beobachteten Konzentrationsänderungen bei Aufnahmen auf der Antikathode nicht verändert, sobald das Spektrum kalt erregt wird. Daß der Wert 1 : 1 durch den Zusatz von $CaSO_4$ ein wenig vergrößert wird, findet seine Erklärung darin, daß die K_{β_1}-Linie von Ca kurzwelliger ist, als die betreffende Absorptionskante des Zinns, aber langwelliger als die des Antimons, so daß eine geringe Verstärkung der L_{α_1}-Linie von Zinn durch die Ca-Strahlung erfolgt.

Eine größere Versuchsreihe behandelte die Abhängigkeit des Intensitätsverhältnisses der K_α-Linien von Vanadium und Titan

1. vom Schwärzungsgrad,
2. von der Spannung,
3. von fremden Beimengungen.

Bei beiderseits begossenen Doneofilms ist sicher bis zu einer Schwärzung 1,4 das Linienverhältnis vom Schwärzungsgrad unabhängig, wie Tab. 3 zeigt; die Werte stimmen auf ± 1,3 Proz. überein.

Der *Einfluß einer Spannungsänderung* macht sich in dem im § 2 theoretisch vorhergesagten Sinne geltend, daß die

---

[1] Vgl. z. B. R. Glocker und W. Traub, Phys. Ztschr. 22. S. 345. 1921.

Tabelle 3

Mischung	Schwärzung	Lichtintensität Ti : V
Ti + V	0,4	1,58 : 1
„	0,9	1,61 : 1
„	1,4	1,57 : 1
	Parallelfunkenstrecke	
Ti + V	6 cm	1,70 : 1
„	10 „	1,58 : 1
„	15 „	1,46 : 1
	Fremde Beimengung	
Ti + V	6 Fe	1,53 : 1
„	6 W	1,71 : 1

Titanlinie mit wachsender Spannung gegenüber der Vanadiumlinie schwächer wird. Da Änderungen der Spannung in einem solch großen Umfang, wie bei den betreffenden Versuchen, normalerweise nicht vorkommen, so ist keine besonders sorgfältige Konstanthaltung der Spannung zur Erzielung genauer Werte bei Spektralanalysen notwendig. Wie die ersten drei Reihen der Tab. 3 zeigen, genügt die gewöhnliche Durchströmungsmethode mit Kapillare und Vorvakuumgefäß, sowie der Anschluß des Röntgenapparates an das Ortsnetz, um gut konstante Werte zu erhalten.

Bei der *Wirkung der fremden Beimengungen* entspricht die Verstärkung der Vanadiumlinie bei Zusatz von Eisen der Erwartung, da die Eisenstrahlung der Absorptionskante des Vanadiums näher liegt als der des Titans und infolgedessen die Vanadiumstrahlung stärker erregt. Man würde also bei der Analyse den Vanadiumgehalt im Verhältnis 1,53 : 1,59 (Mittelwert der ersten drei Reihen), das heißt um 4 Proz. überschätzen. Dieser Fehler ist relativ klein, wenn man bedenkt, daß der Eisengehalt fast 80 Proz. des Gesamtgewichts ausmacht. Außerdem wird man in solchen Fällen auf Grund der qualitativen Analyse über die Hauptbestandteile des Präparates orientiert sein und diesem Fehlereinfluß, der um so kleiner ist, je näher die Absorptionskanten der zu vergleichenden Linien einander benachbart sind, näherungsweise Rechnung tragen können; bei Verwendung von Barium als Zumischungssubstanz ist der Fehler im vorliegenden Fall praktisch vernachlässigbar klein.

Bei einem Wolframzusatz von 6 Wolframatomen auf 1 Vanadiumatom ändert sich das Linienverhältnis im Betrage 1,71 : 1,59, also um 7 Proz., während es bei der Aufnahme auf der Antikathode sich um 60 Proz. geändert hatte. Noch günstiger liegen die Verhältnisse, wenn die L_{β_1}-Linie von Barium anstatt der K_{α_1}-Linie von Titan als Bezugslinie benutzt wird (Tab. 4), was auf Grund der theoretischen Überlegungen des § 2 ohne weiteres verständlich ist. Um gleiche Schwärzungen zu erzielen, ergibt sich empirisch, daß die 1,43fache Gewichtsmenge Barium zugefügt werden muß. Das Barium wurde als Bariumcarbonat (Präparat von **Merck** pro analysi) angewandt. Der Einfluß des Wolframgehaltes von 85 Proz. bewirkt nunmehr nur noch eine Änderung der Linienintensität um einen Betrag von der Größenordnung des photometrischen Meßfehlers.

Tabelle 4

Mischung	Fremde Beimengung	Linienintensität Ba : V
V + 0,53 Ba	—	1,02 : 1
„	6 W	1,05 : 1

Es ist also damit erwiesen, daß die Erregung des Röntgenspektrums mit Röntgenstrahlen unter Verwendung unendlich dicker Schichten die bisher bestehenden prinzipiellen Schwierigkeiten einer allgemein anwendbaren quantitativen Röntgenspektralanalyse zu beheben vermag. Auszuschließen sind nur die an und für sich seltenen Fälle, in denen die Eigenstrahlung eines Bestandteiles gerade zwischen den Absorptionskanten der beiden zu vergleichenden Spektrallinien liegt.

Bei der praktischen Ausführung von Röntgenanalysen¹) ist es aus Gründen der Genauigkeit (Erhöhung der Linienintensität gegenüber dem kontinuierlichen Spektrum) und der Verkürzung der Expositionszeit zweckmäßig, den Stoff chemisch

---

1) Ergebnisse von Anwendungsbeispielen vgl. Diss. H. **Schreiber**, Stuttgart 1928.

vorzubereiten; bei der Vanadiumbestimmung von Stahl, der etwa 1 Proz. Vanadium enthält, wird z. B. der größte Teil des Eisens durch Salzsäure abgetrennt und zur röntgenspektroskopischen Untersuchung ein Präparat gewonnen, dessen Vanadiumgehalt 5mal so groß ist als der des Stahls. Die weitere chemische Analyse wäre wegen des hohen Wolframgehaltes umständlich und zeitraubend; sie wird daher mit Vorteil ersetzt durch eine quantitative Röntgenspektralanalyse.

Zusammenfassung

1. Es wird gezeigt, daß bei Kalterregung der Eigenstrahlungen eines Stoffes durch Bestrahlung mit Röntgenstrahlen die bei der bisherigen Methode der Röntgenspektralanalyse mitunter auftretenden Fehler infolge von Konzentrationsänderungen des Stoffes während der Aufnahme vermieden werden können.

2. Die Abhängigkeit der Linienintensitäten zweier Elemente von der Röhrenspannung und von fremden Beimengungen wird experimentell und theoretisch untersucht und nachgewiesen, daß bei Erregung des Spektrums durch Röntgenstrahlen eine allgemeine Anwendung der Röntgenspektroskopie zu quantitativen Analysen prinzipiell möglich ist.

3. Auf Grund von Debyeaufnahmen werden die von Coster und Nishina erstmals beobachteten Konzentrationsänderungen eines Stoffes auf der Antikathode auf chemische Umsetzungen zurückgeführt.

Der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft haben wir für die Unterstützung der Arbeit durch Beschaffung von Apparaten zu danken.

Stuttgart, Röntgenlaboratorium an der Techn. Hochschule.

(Eingegangen 10. April 1928)

5. *Zur Frage über die Energieverteilung zwischen dem Sender und dem regenerativen Empfänger;*

von Georg Ostroumoff

Es soll im folgenden der Gedankengang beschrieben werden, welcher zu derjenigen Form der Theorie des Regenerativempfangs, die im Radiolaboratorium zu Nizhnij-Novgorod zurzeit anerkannt ist, geführt hat. Diese Überlegungen hatten einen mehr physikalischen als technischen Charakter, und konnten darum den Grund zur Aufklärung einer ganzen Reihe von technischen Fragen bilden.

Als Ausgangspunkt (1923—1924) zu den Arbeiten auf diesem Gebiete diente folgender Umstand. Bekanntlich ist die Detektorempfangslautstärke *mit* dem Überlagerer immer bedeutend größer als *ohne* ihn. Außerdem zeigt die Erfahrung, daß die Lautstärke in hohem Grade von der Konstruktion des Überlagerers und der Art dessen Koppelung mit dem Empfänger abhängt. Die große Lautstärke des Empfangs mit Überlagerer erklärte man gewöhnlich[1]) durch die Eigenheiten der Detektorcharakteristik, dank deren er die größte Empfindlichkeit bei einer bestimmten, ziemlich großen Amplitude des Stromes aufwies. Um diese vorteilhafteste Amplitude zu erzeugen, gebrauchte man den Überlagerer (und zwar mit so einer Schwingungsfrequenz, daß dabei auch noch der Schwebungsempfang möglich war). Jedoch nicht alle beobachteten Tatsachen konnte man von diesem Standpunkt aus klarlegen. Im besonderen riefen immer einige einzelne Fälle Erstaunen hervor, wenn nämlich die Lautstärke bei einem schadhaften Überlagerer, oder bei zu niedrigen Speisespannungen (wenn der Überlagerer kaum zu schwingen vermochte) besonders groß war. Späterhin ist es klar geworden, daß der Überlagerer in diesen Fällen als ein regenerativer Empfänger nicht weit von der Schwinggrenze arbeitete.

---

[1]) E. Appleton und M. Taylor, Proc. Inst. R. I. 12. S. 277. 1924

Die Erforschung des Problems des Empfangs mit dem Überlagerer, sowie des Regenerativempfangs führte zu verschiedenen Gedanken über die Sättigung mit Energie des Raumes rings um die Empfangsantenne, über die Überlagerung darin, der kommenden und der ausgestrahlten Wellen, über die Grenzleistung, die der Regenerativempfänger erhalten kann, über die Sphäre im Raume, aus welcher er diese Energie aussaugen könnte und dergleichen. Diese Gedanken trugen fast einen philosophischen und keinen technischen Charakter und brachten seinerzeit keinen unmittelbaren Nutzen zum Verständnis des Wesens des regenerativen Radioempfangs. Zu der Zeit war es schon klar[1]), daß die Kathodenröhre einen negativen Widerstand vorstellt und daß sie den Widerstand des Schwingungskreises neutralisieren und die Lautstärke erhöhen kann, aber es war unverständlich, wo die obere Grenze der Empfangsstärke liegen könnte und wie sie noch erhöht werden kann.

Erfolgreicher waren die Überlegungen über die Konstruktion des Empfängers und den Einfluß der Art der Koppelung des Empfängers mit der Antenne. Sie konzentrierten sich im bestimmten Augenblicke um die Frage, ob es wirklich nötig sei, nur dafür Sorge zu tragen, daß an dem Röhrengitter die größten Spannungsamplituden erzeugt werden (wie das z. B. im Verstärker stattfindet).

Um diese Frage zu beantworten, wurde folgendes Experiment gemacht (November 1925). Eine symmetrische Hofantenne, die im Fenster am Eingang ins Zimmer einen Spannungsbauch besaß, wurde mit dem Empfänger mittels einer Lecherschen Leitung von der Länge $\lambda/2$ verbunden. Diese Leitung bestand aus zwei Teilen, je $\lambda/4$ lang; der eine Teil (Teil *A*) war von großer Kapazität und kleiner Selbstinduktion (zwei breite, aneinander eng befestigte Kupferschienen), der andere (Teil *B*) — im Gegenteil — von großer Selbstinduktion und kleiner Kapazität (zwei dünne, weit voneinander abstehende Drähte). Der Empfänger hatte ein Schema, das in Fig. 1 dargestellt ist, und der sich durch zwei Rückkopplungskondensatoren *M* und *N* auszeichnet, die auf einer gemeinsamen Achse montiert sind

---

1) E. Bennett und L. Peters, J. A. E. E., March 1922. Vol. XLI, 234—248.

und darum in jeder Lage der Achse annähernd die gleiche Kapazität besitzen. Werden diese Kondensatoren genügend groß gemacht, so schwingt der Empfänger recht (intensiv) heftig; bei Verminderung der Kondensatoren vermindert sich auch die Amplitude der Schwingungen und schließlich verlöscht sie ganz. Als Sender diente der damals neue 1-kW (die letzte Stufe des Verstärkers zwei 500 W-Röhren), Sender $\lambda = 24$ m, der vom Radiolaboratorium auf dem „Radiofelde“ ungefähr 4 km entfernt, erbaut worden war.

Das Experiment bestand darin, daß man das Lechersche System zwischen der Antenne und dem Empfänger einschaltete und zwar einmal so, wie es in Fig. 1 aufgezeichnet ist, und das andere Mal gelangte der Teil *B* zur Antenne und der Teil *A* zum Empfänger. Indem man also die Antenne, sowie auch den Empfänger mit seiner Detektorvorrichtung vollständig unverändert ließ, vertauschte man den Teil *B* mit dem Teil *A*. In beiden Fällen wurden die Rückwirkungskondensatoren solange gedreht, bis man knapp an der Grenze des Selbstschwingens stand.

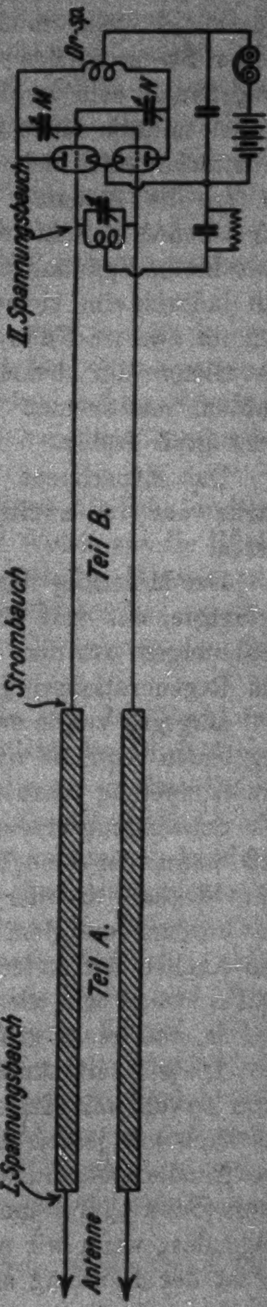


Fig. 1

Dabei dürfte man folgende Überlegungen als richtig anerkennen. Da die Feldstärke vom Sender unverändert blieb, und da in jedem Falle die Widerstände durch die Rückkoppelung vollständig neutralisiert worden waren, so kann man auch in beiden Fällen die Spannung im ersten Spannungsbauch (vgl. Fig. 1), die vom Sender verursacht worden war, als gleich groß schätzen.

Im ersten Falle, wo an die Antenne unmittelbar der Teil *A* angeschaltet war, mußte im Strombauch ein verhältnismäßig großer Strom fließen und dadurch mußten im zweiten Spannungsbauch sehr große Spannungen auftreten. Diese Spannungen mußten einen intensiven Detektoreffekt und eine große Lautstärke mit sich bringen. Im zweiten Falle dagegen, wo an die Antenne unmittelbar der Teil *B* angeschlossen war, mußte man kleinere Ströme im Strombauch, sowie auch ganz kleine Spannungen am zweiten Spannungsbauch erwarten, und dadurch eine kleinere Lautstärke erhalten. Natürlich, da es sich im zweiten Falle um große Kapazitäten handelte, die an die Gitter der beiden Empfangsröhren angeschlossen sein mußten, mußte man auch die Rückkoppelungskondensatoren recht groß drehen.

Das Experiment ergab gerade das Gegenteil: die Lautstärke war im zweiten Falle unvergleichlich größer als im ersten.

Der Mißerfolg des Experiments war von großer Bedeutung. Er zeigte, daß man die Behauptung in betreff der maximalen Spannungen an den Röhrenelektroden nur mit Vorsicht bei den Regenerationsvorgängen anwenden konnte.

Dagegen zeigte er, daß ein gegebener Empfänger mit einer gegebenen Antenne um so besser empfangen muß, je größere Rückkoppelung einzustellen ist, damit er immer an der Grenze der Schwingungserzeugung bleibt. Denn es ist ja bekannt, daß wenn der eine Fall sich von dem anderen nicht durch den Wechsel in der Lecherschen Doppelleitung (zwischen der Antenne und dem Empfänger) unterscheidet, sondern durch den Aufbau der Antenne, so wird die Lautstärke gerade dann größer, wenn wir wieder den Rückkoppelungskondensator groß drehen, was einer größeren Antenne entspricht.

Diese zweite Annahme hat sich vollständig bestätigt, und zwar sowohl mit Empfängern von der Art wie der beschriebene, als auch mit jedem Audion, wo man die Antennenspule und die Anodenspule auswechseln und beliebig eng an die Gitterspule (Schwingkreisspule) koppeln kann. Man beobachtet dann folgendes: wenn wir uns immer an der Schwinggrenze befinden, so ist der Empfang am leisesten, wenn die beiden Spulen am losesten gekoppelt sind. Koppeln wir die Antenne enger (die

Anodenspule muß jetzt auch näher gezogen werden), so wächst die Lautstärke beträchtlich an. Wenn es vorkommt, daß die Antennenspule ganz knapp an der Gitterspule liegt, die Anodenspule dagegen groß genug ist und noch in einiger Entfernung liegen muß, damit die Schwinggrenze nicht verloren geht, so wird die Lautstärke erhöht, wenn wir die Anodenspule herausnehmen und eine kleinere (mit wenigeren Windungen) einstöpseln, so daß man die letztere auch ganz knapp an die Gitterspule schieben muß, um die Schwinggrenze zu erhalten.

Am lautesten aber ist der Empfang, wenn wir die frühere Anodenspule einsetzen, sie ganz eng an die Gitterspule ankoppeln, und die Antennenspule so auswählen, daß die Schwinggrenze erhalten wird, wenn die letztere auch ganz eng an die Gitterspule gekoppelt wird.

Diese experimentelle Tatsache, wie auch ähnliche andere, heben die große Wichtigkeit der Art und Weise wie die Rückkoppelung ausgeführt ist, und deren quantitative Bezeichnung hervor. Also übertrugen sie den Schwerpunkt des Regenerativempfangproblems aus dem Äther und der Umgebung der Antenne in die regenerierende Röhre.

Nun wurden Versuche gemacht, die uns das Verhalten der regenerierenden Empfangsröhre vollständig aufklärten. Dabei wurde eine Methode angewandt[1]), die mit großem Erfolg auch viele andere Aufgaben gelöst hat. Diese Methode beruht erstens darauf, daß wir anstatt der Gitterspannung-Anodenstromcharakteristiken die Anodenspannung-Anodenstromcharakteristiken mittels eines Automaten aufnehmen.[2]) Zweitens beruht sie darauf, daß wir den allergünstigsten Fall einer vollständigen Kopplung zwischen dem Anodenkreis und dem Gitterkreis untersuchen mit der Voraussetzung, daß die Windungszahlen der Spulen der beiden Kreise einander gleich sind. Also untersuchen wir eigentlich so einen Generator, wie er in Fig. 2 aufgezeichnet steht und beschäftigen uns nicht mit seinem Kreise, sondern nur mit dem Verhalten der Empfangsröhre unter solchen Umständen. Die Methode selber

---

1) Etwas Ähnliches vgl. E. Lange, Phil. Mag. 50. Nr. 298. S. 750. Oktober 1925.

2) Ztschr. f. techn. Phys. 4. S. 163. 1927.

besteht darin, daß wir den Lampenelektroden die verschiedenen Potentiale mittels eines Mechanismus mitteilen und die verschiedenen Ströme, die dabei durch die Röhre fließen, automatisch aufnehmen. Die Röhre vollführt also hier langsam denselben Prozeß, wie auch bei schnellen Schwingungen. Die Oszillogramme, die mit einer Braunschen Röhre aufgenommen sind, zeigen eine gute Anwendbarkeit dieser Methode für die Empfangsröhren.

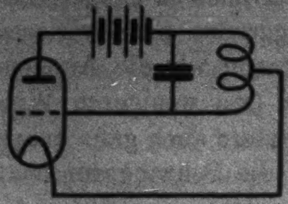


Fig. 2

Die automatisch aufgenommenen „dynamischen Charakteristiken" zeigen, daß es vielleicht am zweckmäßigsten ist, den negativen Widerstand, den die Röhre jedenfalls darstellt, sich als einen negativen Ableitungswiderstand, der die Kondensatorbelegungen verbindet, vorzustellen.[1]) Der Betrag dieses Widerstandes ist gerade fast der kleinste (er wirkt also auf jeden halbierten Schwingungskreis am intensivsten) gerade in den Umständen des Schemas der Fig. 2. Dieser kleinste Betrag ist bekanntlich gleich

$$-R = 4\frac{Ra}{\frac{1}{D}-1},$$

wo Ra und D bzw. den Anodenwiderstand und den Durchgriff bezeichnen. Diese Formel gilt natürlich so weit, als die Größen Ra und D ein und denselben bestimmten Wert besitzen, also, wo die Kennlinienschar parallel und geradlinig verläuft.

Jetzt können wir untersuchen, wie der Empfang in einem Empfangskreise, der durch verschiedene Verluste gedämpft ist, aber durch eine vollständige Rückkoppelung auch eine große Dämpfungsreduktion erhalten hat, vor sich geht. Die Dämpfungsreduktion sei durch einen negativen Ableitungswiderstand (eine Röhre) verwirklicht.

Dabei machen wir folgende Voraussetzungen:

1. Die Dämpfungsreduktion ist so stark, daß die Zeitkonstante des Empfangsschwingungskreises groß im Vergleich zu $2/\omega$ und gleich τ geworden ist.[2])

---

[1]) B. van der Pol, Radio Review 1. Nr. 14. S. 701. November 1920.

[2]) Hier ist ω die Empfangshochfrequenz.

2. Die Dämpfung (das Verhältnis des sämtlichen positiven Wattwiderstandes zum Blindwiderstand) ist klein im Vergleich zu 1.

3. Der Strahlungswiderstand ist dem Quadrat der effektiven Höhe der Empfangsantenne, also auch dem Quadrat der Empfangs-EMK. in der Antenne proportional. Diese Proportionalität besteht auch, wenn wir uns einen fiktiven Widerstand r und die entsprechende EMK. in den Schwingungskreis, anstatt der Antenne, eingeschaltet denken.

Bearbeiten wir mathematisch diese 3 Annahmen, was hier besser auszulassen ist[1]), so gelangen wir leicht zu der folgenden Formel, die allein und ausschließlich den Regenerativempfang bestimmt:

$$\left(\frac{V}{E}\right)^2 = A\tau^2 r,$$

wo V die Kondensatorspannung im Empfangskreise, E die zu empfangende fiktive Feldspannung und A einen Faktor bezeichnet, der von der Wahl der Dimensionseinheiten abhängt.

Wenn wir uns dieser Formel bedienen, müssen wir natürlich darauf achten, daß, sobald die Kondensatorspannung wirklich groß geworden ist, die Empfangsröhre anfängt in solchen Gebieten ihres Kennlinienfeldes zu arbeiten, wo die Charakteristiken schon krumm und unparallel verlaufen. Die Dämpfungsreduktion vermindert sich und die vorausgesetzte Zeitkonstante verkleinert sich mit großen Amplituden automatisch. Darum kann man mit einer kleinen Empfangsröhre keine zu große Empfangsleistungen erhalten.

Wenn wir diese Formel in Beachtung ziehen, können wir uns ganz deutlich den Mißerfolg unseres ersten Experimentes erklären. Wir stellen uns dazu vor, daß der Strahlungswiderstand der Antenne (Fig. 1) zuerst durch einen fiktiven konstanten Ableitungswiderstand im ersten Spannungsbauch ersetzt ist.

Betrachten wir jetzt den ersten Fall (wie er in Fig. 1 dargestellt ist), so finden wir, daß wir jetzt diesen Ableitungswiderstand durch einen verhältnismäßig kleinen Serienwiderstand (wegen der großen Kapazität und kleiner Selbstinduktion des Teiles A) im Strombauche ersetzen dürfen. Also der scheinbare Strahlungswiderstand, der im Teile B als im Empfangskreise erhalten ist, ist im ersten Falle auch wie die Lautstärke klein. Im zweiten Falle können wir denselben Ableitungswiderstand (wegen der großen Selbstinduktion und der kleinen Kapazität des Teiles *B*) nur durch einen großen Serienwiderstand im Strombauch ersetzen. Denselben Strombauch besitzt auch der Teil *A*, der jetzt als Empfangskreis betrachtet werden muß, und in diesem Strombauch befindet sich der große scheinbare Strahlungswiderstand, was auch große Lautstärke zur Folge hat.

---

[1]) Ausführlicher s. russische Zschr. „Telegraphia i Telephonia kes Prowoda“ 8. Nr. 3 (42). S. 232—253. Juni 1927.

Wir ersehen jetzt, daß, inwiefern wir uns in den Grenzen des regelmäßigen Gebietes des Kennlinienfeldes der Röhre befinden, die physikalischen Ursachen der EMK. *E* ganz gleichgültig sind. Also besteht auch kein fester Zusammenhang zwischen den Leistungsbeträgen des empfangenen Senders und des Empfängers. Wir können also erwarten, daß wir unter günstigen Bedingungen im Empfänger eine größere Leistung, als sie dem Sender zugeführt ist, erhalten können. Diese Erwartung wurde folgendermaßen bestätigt.

Das Laboratorium war gerade mit dem Aufbau von einigen Rundfunksendern beschäftigt. Die Sender haben Selbsterregung und besitzen im Generator 6 Glasröhren für die nominale Wärmestreuung 150 Watt pro Anode, also im ganzen etwa 900 Watt. Bei dem Experiment wurde der Modulator abgeschaltet und die Auskoppelung so klein gemacht, daß der Generator eben nicht zu schwingen vermochte. Daneben wurde ein kleiner 50-Wattsender mit vollständiger Modulationsapparatur aufgestellt und besprochen. Es ergab sich, daß dabei auch der große Sender stark und tadellos ausstrahlte und auch empfangen wurde. Der große Sender diente hier als riesiger Empfänger, der einen daneben gelagerten und viel kleineren Sender empfing, eine viel größere Leistung ausübte und sie dabei auch intensiv ausstrahlte.[1])

Indem wir dieses Experiment gründlich überlegen und unsere Aufmerksamkeit wieder auf den Raum zwischen dem gewöhnlichen Sender und Empfänger richten, so können wir folgenden Schluß ziehen. Wenn der Empfänger große Schwingungsspannungen hat, so besitzt er große Ströme, die auch die

---

[1]) Die schadhaften Überlagerer, die am Anfang kurz erwähnt waren, können auch als Illustrationen dieses Umstandes dienen.

Empfangsantenne durchfließen und intensiv ausgestrahlt werden. Also wird beim regenerativen Empfange die Energie nicht aus dem Raume angesaugt, sondern vielmehr in denselben ausgestrahlt. Natürlich findet dasselbe auch statt, wenn die Dämpfungsreduktion aufgehoben ist, weil ja auch dann die Empfangsströme die Empfangsantenne durchfließen und als eine neue Kugelwelle ausgestrahlt werden.[1]) Nur wird bei der Dämpfungsreduktion die Energie dieser Kugelwelle größer (sie kann auch die Energie der kommenden Welle weit überschreiten), da sich ja dabei die Ohmsche Dämpfung durch nichts von der Strahlungsdämpfung[2]) unterscheidet, und die Dämpfungsreduktion einfach die größere Strömstärke zur Folge hat. (Natürlich treten die größeren Stromstärken wegen der großen Zeitkonstante nur langsam auf.) Also wird die Schwingungsenergie der regenerierenden Röhre beim Empfang auf zweierlei Art verbraucht. Erstens speist sie reichlich den Detektor, der darum auch größere Lautstärken ergibt, zweitens speist sie die Antenne und wird scheinbar ohne Nutzen ausgestrahlt. Man darf aber nicht vergessen, daß dieses unnütze Ausstrahlen mit der großen Detektorleistung physikalisch verknüpft und unumgänglich ist.

Da wir nun den Leistungsunterschied zwischen dem Sender und dem Empfänger als aufgehoben ansehen können, so können wir uns auch einen Austausch der Energie zwischen den beiden vorstellen. Daß in Wirklichkeit so ein Austausch von Wichtigkeit nur selten vorkommt, vermindert dessen prinzipielle Bedeutung gar nicht, und es gibt Fakta, die diesen Austausch bestätigen. Fangen wir zum Beispiel an während des Ausstrahlens, aber Stillschweigen der örtlichen Sendestation in unseren Detektorempfängerhörer zu sprechen, so kann uns der Amateur in der Nachbarschaft ganz gut vernehmen. Also findet der Austausch bei den geringen Strömen statt, die in unseren beiden Antennen durch die örtliche Sendefunkstelle induziert sind. Werden die Ströme größer wegen der Dämpfungsreduktion, so wächst auch der Betrag des Austausches und auch die Weite, in der er vernommen wird. So haben zum Beispiel zwei Amateure in Nizhnij-Novgorod, bevor noch eine örtliche Rundfunksendestelle arbeitete, einen Telephonverkehr gehabt, indem sie sich der Regeneratoren mit Zinkitdetektoren (Kristadyn) bedienten. Die gegenseitige Entfernung betrug ein paar hundert Meter, Welle etwa 4000 Meter.[1])

---

[1]) R. Rüdenberg, Ann. d. Phys. 25. S. 446. 1908.

[2]) Vgl. z. B. einen Senderentwurf.

Die Versuche mit den ultrakurzen Wellen sind besonders geeignet, den Austausch der Energien zwischen dem Sender und Empfänger zu beobachten. Denn einmal sind die Dimensionen der Leiter, die hier als Antennen dienen, sehr groß im Vergleich zu der Wellenlänge, also ist der Strahlungswiderstand oft der größte Widerstand in der ganzen Anlage. Zweitens arbeiten die Röhren bei ultrakurzen Wellen meistens sehr nahe bei dem regenerativen Regime, aber weit von dem Zustande der großen Generatoren, wo sie seine Amplitude konstant zu halten pflegen. Darum wirken die verschiedenen Empfänger, auch ohne jegliche Dämpfungsreduktion, so wie z. B. der menschliche Körper schon in sehr großen Entfernungen recht stark auf die Sendeamplitude. Nähert man sich z. B. dem arbeitenden Sender, so schwankt seine Amplitude jede Viertelwelle immer heftiger hin und her. Wendet man auf den Empfänger auch die Dämpfungsreduktion an, so vergrößert sich der Abstand auf dem man den Austausch betrachten könnte, unbedingt.

Durch diese Überlegungen hebt sich der große Unterschied der zwischen der Antennenstrahlung und der gewöhnlichen Induktion zu bestehen schien, allmählich auf, und wir sind eben nahe daran, die Theorie der gekoppelten Kreise bei den Sende–Empfängeranlagen anzuwenden, wobei aber im Koppelungskoeffizient der gegenseitige Abstand in Wellenvierteln zu messen ist. Denn sehen wir von diesem letzten Umstand ab, so bekommen wir die allbekannte Austin-Cohensche Formel, nur ohne den empirischen „Extinktionsfaktor“. Bisweilen scheint es doch praktisch unbedingt bequemer, die Feldstärke des Senders im Empfangsorte und die Empfindlichkeit des Empfängers extra zu bestimmen.

Nizhnij-Novgorod, Radiolaboratorium.

---

[1]) Russische Ztschr. „Radioljubitel“ 2. S. 165. 1925.

(Eingegangen am 4. April 1928.)

6. *Über das Atomgewicht;*
von A. v. Fischer-Treuenfeld

Die praktischen Atomgewichte sind bekanntlich entweder ganzzahlige Einzelatomgewichte oder meist ein Gemisch derselben. Hierbei besteht eine gewisse Abhängigkeit des Atomgewichts von der Ordnungszahl. Es gilt die Annäherungsregel:

$$\frac{3 \cdot \sqrt[3]{2.\,\text{Ord.-Z.}} + 5 \cdot \left(\sqrt{\frac{\text{Ord.-Z.} - 1}{3}} + 1\right)}{8} \approx \sqrt[3]{\text{At.-Gew.}}\,.$$

Inwieweit zahlenmäßig die Aufstellung einer solchen Formel berechtigt ist, zeigt die folgende Tabelle beim Vergleichen der Spalten a und b:

Tabelle

Ord.-Z.	Symbol	a	b	c	d
		$\frac{3 \cdot \sqrt[3]{2.\,\text{Ord.-Z.}} + 5 \cdot \left(\sqrt{\frac{\text{Ord.-Z.}-1}{3}} + 1\right)}{8}$	$\sqrt[3]{\text{At.-Gew.}}$	$\sqrt{\frac{\text{Ord.-Z.}-1}{3}} + 1$	$\sqrt[3]{2.\text{Ord.-Z.}}$
1	H	1,094	1,003	1,000	1,260
2	He	1,581	1,587	1,577	1,587
3	Li	1,817	1,907	1,817	1,817
4	Be	2,000	2,082	2,000	2,000
5	B	2,155	2,212	2,155	2,154
6	C	2,290	2,289	2,291	2,289
7	N	2,413	2,411	2,414	2,410
8	O	2,525	2,520	2,528	2,520
9	F	2,628	2,668	2,633	2,621
10	Ne	2,726	2,723	2,732	2,714
11	Na	2,817	2,844	2,826	2,802
12	Mg	2,903	2,897	2,915	2,885
13	Al	2,986	2,999	3,000	2,963
14	Si	3,065	3,039	3,082	3,037
15	P	3,140	3,143	3,160	3,107
16	S	3,213	3,177	3,236	3,175
17	Cl	3,283	3,278	3,309	3,240
18	A	3,351	3,417	3,380	3,302
19	K	3,417	3,394	3,450	3,362
20	Ca	3,480	3,422	3,517	3,420

Tabelle (Fortsetzung)

Ord.-Z.	Symbol	a	b	c	d
		$\frac{3\cdot\sqrt[3]{2.\text{Ord.-Z.}}+5\cdot\left(\sqrt{\frac{\text{Ord.-Z.}-1}{3}}+1\right)}{8}$	$\sqrt[3]{\text{At.-Gew.}}$	$\sqrt{\frac{\text{Ord.-Z.}-1}{3}}+1$	$\sqrt[3]{2.\text{Ord.-Z.}}$
21	Sc	3,542	3,560	3,582	3,476
22	Ti	3,603	3,637	3,646	3,530
23	V	3,661	3,709	3,708	3,583
24	Cr	3,718	3,733	3,769	3,634
25	Mn	3,774	3,801	3,828	3,684
26	Fe	3,829	3,822	3,887	3,733
27	Co	3,882	3,892	3,944	3,780
28	Ni	3,935	3,886	4,000	3,826
29	Cu	3,986	3,991	4,055	3,871
30	Zn	4,036	4,028	4,109	3,915
31	Ga	4,086	4,116	4,162	3,958
32	Ge	4,134	4,172	4,215	4,000
33	As	4,182	4,217	4,266	4,041
34	Se	4,229	4,295	4,317	4,082
35	Br	4,275	4,308	4,367	4,121
36	Kr	4,320	4,361	4,416	4,160
37	Rb	4,364	4,405	4,464	4,198
38	Sr	4,408	4,441	4,512	4,236
39	Y	4,452	4,465	4,559	4,273
40	Zr	4,495	4,501	4,606	4,309
41	Nb	4,537	4,539	4,652	4,345
42	Mo	4,578	4,579	4,697	4,380
43	Ma	—	—	—	—
44	Ru	4,659	4,668	4,786	4,448
45	Rh	4,699	4,686	4 830	4,481
46	Pd	4,739	4,743	4,873	4,514
47	Ag	4,778	4,760	4,916	4,547
48	Cd	4,816	4,826	4,958	4,579
49	In	4,854	4,860	5,000	4,610
50	Sn	4,886	4,914	5,032	4,642
51	Sb	4,928	4,957	5,082	4,672
52	Te	4,965	5,033	5,123	4,703
53	J	5,002	5,026	5,163	4,733
54	X	5,038	5,068	5,203	4,762
55	Cs	5,074	5,102	5,243	4,791
56	Ba	5,109	5,160	5,282	4,820
57	La	5,144	5,179	5,321	4,849
58	Ce	5,178	5,195	5,359	4,877
59	Pr	5,212	5,204	5,397	4,905
60	Nd	5,248	5,245	5,435	4,932
61	—	—	—	—	—
62	Sm	5,313	5,318	5,509	4,987
63	Eu	5,346	5,337	5,546	5,013
64	Gd	5,379	5,398	5,583	5,040
65	Tb	5,412	5,420	5,619	5,066
66	Dy	5,444	5,457	5,655	5,092
67	Ho	5,475	5,468	5,690	5,117
68	Er	5,507	5,515	5,726	5,143

Tabelle (Fortsetzung)

Ord.-Z.	Symbol	a	b	c	d
		$\frac{3\cdot\sqrt[3]{2\cdot\text{Ord.-Z.}}+5\cdot\left(\sqrt{\frac{\text{Ord.-Z.}-1}{3}}+1\right)}{8}$	$\sqrt[3]{\text{At.-Gew.}}$	$\sqrt{\frac{\text{Ord.-Z.}-1}{3}}+1$	$\sqrt[3]{2\cdot\text{Ord.-Z.}}$
69	Tu	5,539	5,533	5,761	5,168
70	Yb	5,570	5,577	5,796	5,193
71	Cp	5,600	5,594	5,830	5,217
72	Hf	5,631	5,628	5,865	5,241
73	Ta	5,661	5,662	5,899	5,266
74	W	5,692	5,688	5,933	5,290
75	Re	—	—	—	—
76	Os	5,751	5,758	6,000	5,337
77	Ir	5,781	5,780	6,033	5,360
78	Pt	5,810	5,801	6,066	5,383
79	Au	5,839	5,821	6,099	5,406
80	Hg	5,868	5,854	6,132	5,429
81	Tl	5,897	5,891	6,164	5,451
82	Pb	5,925	5,917	6,196	5,474
83	Bi	5,953	5,934	6,228	5,496
84	Po	—	—	—	—
85	—	—	—	—	—
86	Em	6,037	6,055	6,323	5,561
87	—	—	—	—	—
88	Ra	6,092	6,091	6,385	5,604
89	Ac	—	—	—	—
90	Th	6,147	6,146	6,447	5,646
91	Pa	—	—	—	—
92	U	6,200	6,199	6,508	5,688

Zur Aufstellung obiger Annäherungsregel führte auf Grund des Rutherfordschen Atomkernmodelles1) folgender Gedankengang:

Verfasser mutmaßte in dem Ausdrucke $\sqrt[3]{\text{At.-Gew.}}$ (vgl. Tabelle, Spalte b) ein relatives Maß für die Radien annähernd kugelförmig gedachter Atomkerne im Zustande dichtester Packung der Kernteilchen. Fernerhin vermutete er, daß die Größen der relativen Mindestoberflächen der „Atominnenkerne“2) proportional den Werten von Ord.-Z. — 1 sind. Bei erstrebter Kugelgestalt der Atominnenkerne ergeben sich dann3) für die-

---

1) Vgl. Hans Petterson und Gerhard Kirsch, Atomzertrümmerung 1926. S. 194.

2) Vgl. Hans Petterson und Gerhard Kirsch, Atomzertrümmerung 1926. S. 194. „Kern des Kernes“ („core of the nucleus“).

3) Sind die relativen Kugelvolumina:

$$\frac{4\pi r^3}{3} = a r^3 = a \cdot \text{At.-Gew.},$$

selben die relativen Radien von $\sqrt{\frac{\text{Ord.-Z.}-1}{8}}$. Die Dicke der Atomkernhülle wurde aus spekulativen Erwägungen heraus bei allen Elementen annähernd gleich einer relativen Einheit angenommen, woraus sich dann für die Atomkernradien die in der Tabelle, Spalte c angeführten Werte errechnen. Als das relative Maß der Radien von beim Atomaufbau bevorzugten Atomkernen, die summarisch möglichst nur aus α-Kernteilchen bestehen, wurde der Ausdruck $\sqrt[3]{2.\text{Ord.-Z.}}$ (vgl. Tabelle, Spalte d) aufgefaßt.

Die in den Tabellenspalten c und d angeführten Radien stellen also nur die durch je einen Umstand am meisten begünstigsten Fälle dar. Wirken aber auf den Atomaufbau beide Umstände zusammen begünstigend ein, so müssen im allgemeinen die relativen Atomkernradien $\sqrt[3]{\text{At.-Gew.}}$ (vgl. Tabelle, Spalte b) zahlenmäßig zwischen den Werten $\sqrt{\frac{\text{Ord.-Z.}-1}{8}}+1$ (vgl. Tabelle, Spalte c) und $\sqrt[3]{2.\text{Ord.-Z.}}$ (vgl. Tabelle, Spalte d) liegen. Als Annäherungsregel ergab sich so eine Formel von der Form

$$x\cdot\sqrt[3]{2.\text{Ord.-Z.}}+y\cdot\left(\sqrt{\frac{\text{Ord.-Z.}-1}{8}}+1\right)\approx(x+y)\sqrt[3]{\text{At.-Gew.}}\,.$$

Die Annäherungsregel

$$3\cdot\sqrt[3]{2.\text{Ord.-Z.}}+5\cdot\left(\sqrt{\frac{\text{Ord.-Z.}-1}{8}}+1\right)\approx 8\cdot\sqrt[3]{\text{At.-Gew.}}$$

zeigt im allgemeinen recht günstige Werte (vgl. Tabelle, Spalte a und b).

---

und die relativen Kugeloberflächen:

$$4\pi r_1^2 = a\,8r_1^2 = a\cdot(\text{Ord.-Z.}-1),$$

so sind die relativen Kugelradien:

$$r=\sqrt[3]{\text{At.-Gew.}},$$

$$r_1=\sqrt{\frac{\text{Ord.-Z.}-1}{8}}.$$

(Eingegangen 18. April 1928)

7. *Über die normale Stromdichte bei der Glimmentladung;*

von Alexander von Muralt

(Hierzu Tafel XXV)

(Aus dem Physikalischen Institut der Universität Zürich)

I.

N. **Hehl**1) hat im Jahre 1901 gefunden, daß bei der normalen Glimmentladung, bei konstantem Druck, die vom negativen Glimmlicht bedeckte Fläche auf der Kathode stets proportional dem durch die Entladungsröhre gesandten Strome ist. Dieses Gesetz wurde offenbar unabhängig von Hehl auch von H. A. **Wilson**2) gefunden und ist in der Folge als *Hehlsches Gesetz* in die Literatur aufgenommen worden. Sowohl **Hehl** wie auch **Wilson** haben ihre Messungen an Drähten gemacht; sie führten zur Konstruktion des bekannten Glimmlichtoszillographen von **Gehrcke**.3) Die wenigen Versuche, die **Hehl** an Platten unternommen hat, ergaben dieselbe Beziehung. Bei diesen Messungen waren aber eine Anzahl von bestimmenden Faktoren nur ungenügend berücksichtigt worden und in der Folge wurden keine Arbeiten mehr unternommen, um die Gültigkeit des **Hehlschen** Gesetzes an Platten nachzuweisen. Da aber in letzter Zeit in anderem Zusammenhang viel mit scheibenförmigen Kathoden gearbeitet wurde, erschien es wünschenswert, die Messungen **Hehls** mit verbesserten Hilfsmitteln zu wiederholen, und dabei gleichzeitig den Forderungen, die an die Reinheit der Versuchsbedingungen gestellt werden, möglichst gerecht zu werden.

---

1) N. **Hehl**, Diss. Erlangen 1901; Phys. Ztschr. 3. S. 547. 1902; Phil. Mag. 9. S. 614. 1905.

2) H. A. **Wilson**, Phil. Mag. 4. S. 608. 1902.

3) E. **Gehrcke**, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 6. S. 176. 1904 und Ztschr. f. Instrumentenkunde 25. S. 278. 1905.

1. In erster Linie ist es wichtig, daß bei jeder Untersuchung über die normale Stromdichte, die durch die Entladung verursachte Erwärmung der Kathode berücksichtigt wird. Da nach eingehenden Versuchen von **Skinner**[1], **Cheney**[2], **Neuswanger**[3] und **Güntherschulze**[4] an plattenförmigen Kathoden in Übereinstimmung mit den Forderungen der Ähnlichkeitsgesetze (**Holm**)[5], die normale Stromdichte, jedenfalls in guter Annäherung[6], proportional dem Quadrat der Gasdichte ist, so wird eine geringe Änderung der Gasdichte in der Nähe der Kathode, hervorgerufen durch die Erwärmung der Kathode bei der Entladung, eine ganz erhebliche Fälschung der Stromdichtewerte zur Folge haben. Es ist dies ein Punkt, auf den **Güntherschulze**[7] eindrücklich aufmerksam gemacht hat und dem bei vielen Messungen nicht genügend Aufmerksamkeit geschenkt worden war. Aus diesem Grunde ist das Arbeiten mit drahtförmigen Kathoden ohne besondere Maßnahmen bedenklich, da sich dieselben infolge ihrer geringen Wärmekapazität sehr bald erwärmen, so daß dann völlig undefinierte Verhältnisse vorliegen. Man wird deshalb nach dem Vorschlage von **Güntherschulze** (a. a. O.) mit gekühlten Kathoden arbeiten oder aber die Einstellung einer konstanten Endtemperatur abwarten. Am einfachsten ist der Weg, den **Seeliger** und **Reger**[8] und ganz unabhängig von diesen Autoren der Verfasser eingeschlagen haben, nämlich durch Verwendung von Kathoden mit großer Wärmekapazität und Herabsetzen der Dauer der Entladung auf ein Minimum, den Erwärmungseffekt von vornherein zu vermeiden. Es hat sich nämlich bei Vorversuchen gezeigt, daß bei den Kathoden, die für die vorliegende Arbeit in Betracht kamen, ein nachweisbarer Erwärmungseffekt erst nach Ablauf der zweiten Minute, vom Einsetzen der Entladung an

---

[1] C. A. **Skinner**, Phys. Rev. 5. S. 496. 1915 und 6. S. 158. 1915.

[2] W. L. **Cheney**, Phys. Rev. 7. S. 241. 1916.

[3] W. **Neuswanger**, Phys. Rev. 7. S. 253. 1916.

[4] A. **Güntherschulze**, Ztschr. f. Phys. 20. S. 1. 1923.

[5] R. **Holm**, Phys. Ztschr. 15. S. 289. 1914 und 25. S. 497. 1924.

[6] Annäherung: soweit man wirklich von konstanter Stromdichte sprechen kann.

[7] A. **Güntherschulze**, Ztschr. f. Phys. 19. S. 313. 1923.

[8] R. **Seliger** u. M. **Reger**, Ann. d. Phys. 83. S. 535. 1927.

gerechnet, meßbar wurde. Es kam also darauf an, die Apparatur so einzurichten, daß es möglich war, innerhalb dieser verhältnismäßig kurzen Zeit eine ausgiebige Meßreihe zu erhalten.

2. Dadurch, daß von vornherein die Meßzeit schon so stark beschränkt wurde, war aber auch der Forderung der Sauberkeit der Elektroden und des Füllgases entsprochen. Denn während der kurzen Entladungszeit von höchstens zwei Minuten waren Veränderungen im Zustand der Gasstrecke, wie sie von der Entladung selbst veranlaßt werden, nicht feststellbar, wenn dafür gesorgt wurde, daß die Elektroden vor Beginn des Versuches gute Oberflächen hatten. Die Elektroden wurden zu diesem Zweck mit einem sorgfältig gereinigten Stahl trocken abgedreht und vor der eigentlichen Messung durch eine kräftige Entladung gereinigt (clean up). Wenn die Elektroden in dieser Weise vorbehandelt waren, setzte das Glimmlicht an irgendeiner Stelle an und breitete sich bei Steigerung der Stromstärke im normalen Gebiet gleichmäßig über die ganze Kathodenoberfläche aus. Das Auftreten von Scintillationen und Fackeln an der Kathodenoberfläche ist ein sicheres Anzeichen von *starken* Verunreinigungen, und wenn diese Erscheinungen in der Literatur oft als Anzeichen für geringe Unreinheiten angesehen werden, so ist das höchstens ein Zeichen dafür, wie wenig auf peinliche Sauberkeit der Elektroden geachtet wird. Die geforderte Reinheit des Gases wurde dadurch zu erreichen versucht, daß nach jeder Entladung die Apparatur mehrmals gespült und mit neuem Gas angefüllt wurde.

3. Wie die Versuche von Seeliger und Schmeckel[1]) und Güntherschulze[2]) gezeigt haben, ist die Stromdichte (abgesehen vom Erwärmungseffekt) vom Krümmungsradius der Elektroden abhängig, wenn dieser mit der Länge des negativen Dunkelraumes vergleichbar wird. Auch aus diesem Grunde wurden in der vorliegenden Arbeit keine Zylinderkathoden verwendet, obgleich sich die Flächenausmessung bei derartigen Kathoden wesentlich schneller gestaltet, was zugunsten der unter 1. und 2. erwähnten Bedingungen wäre.

---

[1]) R. Seeliger und J. Schmeckel, Ann. d. Phys. **73**. S. 249. 1923.

[2]) A. Güntherschulze, Ztschr. f. Phys. **19**. S. 313. 1923.

Die Plattenelektroden haben außerdem noch den Vorteil, daß man durch Anbringen eines Schutzringes und parallele Anordnung der Anode ein definiertes, homogenes Feld erzeugen kann. Da durch die Raumladungen bei der Entladung die Verhältnisse in der Gasstrecke schon an und für sich kompliziert werden, ist es doppelt wünschenswert, die Bedingungen so übersichtlich wie möglich zu gestalten. Die Verwendung ebener Elektroden brachte aber eine neue, große Schwierigkeit. Es handelte sich nämlich darum, in der außerordentlich kurzen Zeit, die entsprechend den unter 1. und 2. erwähnten Bedingungen zur Verfügung stand, exakte Flächenbestimmungen durchzuführen. Es war sogar wünschenswert, eine möglichst große Anzahl verschiedener Bedeckungen mit den dazugehörigen Stromstärken festzuhalten. Da die Entladung durchaus nicht immer kreisförmig ansetzt, bietet die Flächenbestimmung Schwierigkeiten, die wohl der Hauptgrund dafür sein mögen, warum das Hehlsche Gesetz nie an unvollständig bedeckten, ebenen Kathoden nachgeprüft worden ist. Seeliger und Reger[1]) haben allerdings einen Versuch in dieser Richtung unternommen, indem sie die Bedeckungen auf eine Mattscheibe projizierten und dort ausplanimetrierten. Sie gelangten jedoch nach eigener Aussage zu keinen befriedigenden Resultaten und haben daher ihre Messungen an Zylinderkathoden durchgeführt.

Eine gute Lösung wurde, ohne Kenntnis der erfolglosen Versuche von Seeliger und Reger, auf eine Anregung von Edgar Meyer hin, durch Verwendung eines *kinematographischen Aufnahmeapparates* gefunden. Einerseits konnten damit innerhalb der vorgeschriebenen Zeit von 1—2 Minuten eine ganze Anzahl verschiedener Kathodenbedeckungen photographisch festgehalten werden, andererseits wurde aber auch die zu jeder Bedeckung gehörige Stromstärke durch Photographieren des Milliamperemeters auf dem gleichen Filmbild aufgenommen. Der Film konnte dann nachher in aller Ruhe ausgemessen und jede einzelne Bedeckung in der Projektion ausplanimetriert werden. Auf diese Weise war es möglich, eine größere Anzahl von Bedeckungen, die maximal um das 40—50fache variierten, mit den dazugehörigen Stromstärken zu beobachten.

---

1) R. Seeliger und M. Reger, Ann. d. Phys. 83. S. 535. 1927.

Zugleich war aber auch den Anforderungen an die Definiertheit der Verhältnisse in der Gasstrecke Rechnung getragen, da die Dauer einer Meßreihe nie $1\,^1/_2$ Minuten überstieg, ein besonderer Vorzug dieser Methode, der bis jetzt bei Entladungsmessungen in dieser Weise noch nicht ausgenutzt worden ist. Die Trägheit des Zeigers im Milliamperemeter und die geringe Intensität des Glimmlichtes erforderten, das Exponieren des Films in Einzelaufnahmen. Die Stromstärke wurde ruckweise geändert; sobald sich der Zeiger eingestellt hatte, wurde eine Aufnahme mit 1—3 Sekunden Expositionszeit gemacht, und darauf wieder eine ruckweise Änderung der Stromstärke vorgenommen. Mit dieser Methode wurde das **Hehl**sche Gesetz in Luft und in Wasserstoff an ebenen Kathoden nachgeprüft und es zeigte sich, daß es die tatsächlichen Verhältnisse *nicht* darstellt.

II. Die Apparatur

Als Entladungsgefäß (Fig. 1) wurde eine Glasglocke von 20 cm Durchmesser und 30 cm Höhe verwendet. Der untere Rand der Glocke war eben geschliffen und wurde nach Einführung der Elektroden vakuumdicht auf einer Spiegelglasplatte von 10 mm Dicke aufgekittet. Um dem Glas seine hygroskopischen Eigenschaften zu nehmen, waren sowohl die Glasglocke, wie auch die Glasplatte nach vorangegangener Reinigung, während 4 Stunden in destilliertem Wasser ausgekocht worden [entsprechend den Erfahrungen von **Schaufelberger**[1])]. Als *Kathode* wurde für die Versuche mit Luft eine Aluminiumscheibe von 13,0 cm Durchmesser und 0,5 cm Dicke verwendet. Diese Scheibe war mit einem Ring aus Eisen von 4 mm Breite umgeben. Da Eisen in Luft ein sehr viel höheres Kathodengefälle besitzt als Aluminium, war zu erwarten, daß die Entladung immer eher am Aluminium ansetzt als am Eisen, was die Versuche auch bestätigten. Der Eisenring wirkt demnach wie ein Schutzring und verhindert das lästige Anheften und Herumkriechen der Entladung an den Kanten der Elektrodenscheibe. Daß **Güntherschulze**[2]) in seiner Anordnung mit den gleichen Materialien keinen Erfolg hatte, ist wohl

---

1) **A. Schaufelberger**, Ann. d. Phys. 73. S. 21. 1923.

2) **A. Güntherschulze**, Ztschr. f. Phys. 22. S. 75. 1924.

darauf zurückzuführen, daß die Oberflächen seiner Elektroden nicht rein genug waren, und dadurch die Differenz in den Kathodengefällen der beiden Metalle verwischt wurde. Die Kathode war in der Glasglocke frei beweglich aufgehängt und konnte, wie aus Fig. 1 ersichtlich, von oben her durch einen Schliff auf jede gewünschte Höhe gebracht werden. Die Aufwindevorrichtung diente zugleich als Stromzuführung, indem der Aluminiumstab, um den der Aufhängedraht gewunden war, durch eine Kittstelle am beweglichen Ansatzstück des Schliffes nach außen geführt war. Als *Anode* wurde bei den Versuchen mit Luft ein Drahtnetz aus Messing von 10 mm Maschenweite verwendet, bei den Versuchen mit Wasserstoff wurde das Netz durch feine Messingdrähte, die auf einen Messingrahmen aufgespannt waren, ersetzt. Diese Anode lag flach auf der Spiegelglasplatte auf und erhielt ihre Stromzuführung durch eine Metallamelle, die zwischen Glocke und Glasplatte sorgfältig eingekittet war. Die Maschenweite des Netzes bzw. der Abstand der feinen Drähte war genügend, um einerseits ohne wesentliche Störung des

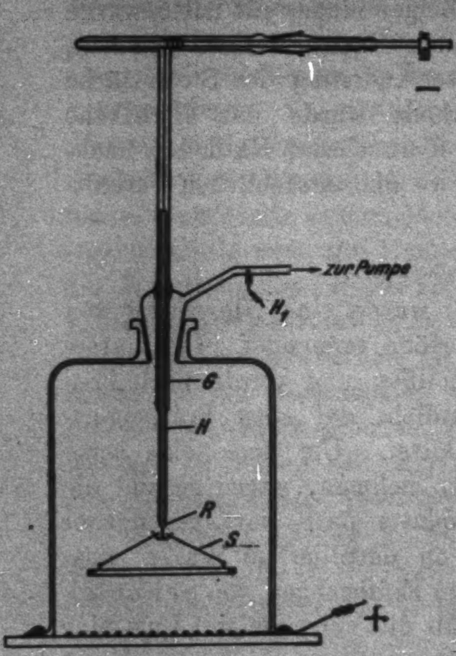


Fig. 1

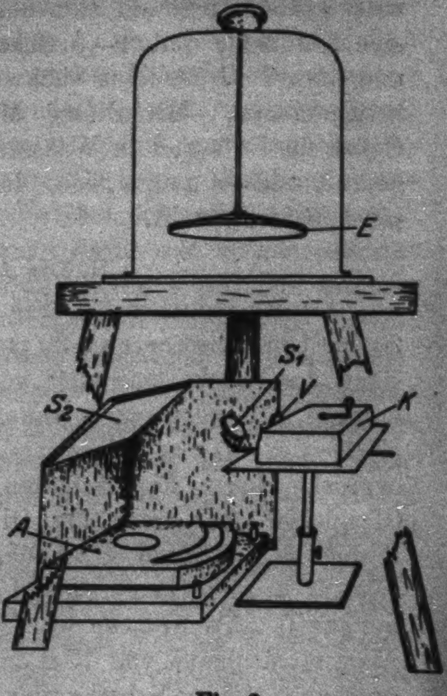


Fig. 2

Bildes die Kathode von unten her photographisch aufnehmen zu können, und anderseits genügte sie auch den an die Definiertheit des Feldes gestellten Bedingungen, denn der Abstand zwischen Kathode und Anode war immer noch groß gegen die Maschenweite. Um auch nach Verschluß der Glasglocke die beiden Elektroden exakt parallel stellen zu können, war die frei bewegliche Kathode an drei in einem Ring *R* zusammenlaufenden Stäbchen *S* (vgl. in Fig. 1) aufgehängt. Vor dem Einsetzen wurden die Stäbchen, die an ihren Enden mit Schrauben versehen waren, so einreguliert, daß die Kathode bei freier Aufhängung immer horizontale Lage einnahm. Es konnte daher jederzeit durch Horizontalstellen der Glasplatte, auf der die Anode auflag, Parallelität der Elektroden erzielt werden. Um das Hin- und Herpendeln der ganzen Vorrichtung in der Glasglocke zu verhindern, war über den Draht, der vom Ring *R* zur Aufwindevorrichtung führte, ein Hartgummiröhrchen *H* gezogen. Dieses konnte satt im Glasrohr *G* gleiten, wurde von ihm geführt und gab somit der Aufhängung bis zum Ring *R* eine feste Führung. Das ganze Entladungsgefäß war auf einem 30 cm hohen Bock aufgestellt, so daß die Kathode bequem von unten her durch eine Öffnung aufgenommen werden konnte. Die Anordnung des Amperemeters *A*, des kinematographischen Aufnahmeapparates *K* und der dazugehörigen Spiegel S_1 und S_2 zeigt Fig. 2. Die beiden Spiegel dienten dazu, einerseits das Bild der oben hängenden Kathode *E* und anderseits die unten befindliche Skala des Milliamperemeters zusammen auf das gleiche Filmbildchen zu bringen, und zwar so, daß keines das andere überdeckte. Durch passende Wahl einer Vorsatzlinse *V* zu dem kleinen Ica-Amateurapparat für Normalfilm, der eine Linse von 1:4,5 relativer Helligkeit besitzt, wurde es so eingerichtet, daß das Bild der kreisrunden Kathode und der gebogenen Skala des Milliamperemeters (die natürlich beide in gleicher Gegenstandsweite waren) gerade das Filmbild knapp ausfüllten. Auf der photographischen Wiedergabe Aufn. 1, Taf. XXV, ist ein Stück eines Filmes aus einer Meßreihe reproduziert. Im oberen Teil des Filmbildchens sieht man die Aufnahme der Milliamperemeterskala und im unteren Teil die annähernd kreisförmige Schwärzung, die von den durch Glimmlicht bedeckten

Teilen der im übrigen unsichtbaren Kathode herrührt. Das Bild der Milliamperemeterskala wurde durch den Spiegel S_2 (Fig. 2) von dem unten auf dem Tisch liegenden Instrument A in den Aufnahmeapparat K entworfen. Da es darauf ankam, die feine Teilung der Skala möglichst scharf abzubilden, konnte nur ein oberflächlich versilberter Spiegel verwendet werden. Die Bildchen der Skala werden dann so scharf, daß man an der Skala, die 150 Teilstriche besitzt, unter dem Mikroskop $^1/_{10}$ Skalenteil noch ablesen kann. Auf der photographischen Wiedergabe Aufnahme 2, Taf. XXV ist ein Stück aus einem derartigen Skalenbildchen durch Mikrophotogramm stark vergrößert reproduziert. Wie man sich überzeugen kann, steht der Zeiger[1]) auf Skalenteil 72,1, während der dicke Strich jenseits des Skalenteiles 70 durch den Schatten des Zeigers infolge der schiefen Beleuchtung hervorgerufen wird. Dieser Schatten stört die Ablesung in keiner Weise, er war vielmehr für die schnelle Auffindung des Zeigers unter dem Mikroskop sehr wertvoll. Als Milliamperemeter wurde ein Siemens u. Halske-Instrument verwendet, das bei einem Meßbereich von 150 Skalenteilen $3 \cdot 10^{-6}$ Ampere pro Skalenteil anzeigte. Der Spiegel S_1, der das Bild der Bedeckung in den Aufnahmeapparat entwarf, war ein Mikroskop-Beleuchtungsspiegel, dessen Rundung gerade so war, daß er in die im Spiegel S_2 reflektierte Rundung des Bildchens der Milliamperemeterskala hineinpaßte. Dadurch wurden die von der Kathode herrührenden Bildstrahlen optimal ausgenützt, während für die Milliamperemeterskala nur gerade das Minimum, das zur Abbildung nötig war, ausgeblendet wurde. Durch passende Wahl der Beleuchtungsstärke des Milliamperemeters durch eine Bogenlampe konnten die Bilder auf annähernd gleiche Helligkeit gebracht werden.

Die Justierung der beiden Spiegel, die gerade so sein mußte, daß die beiden Bilder genau aufeinander paßten, sich nirgends überdeckten und doch den Film möglichst ausnützten, war ziemlich schwierig. Da der Aufnahmeapparat nach jeder Meßreihe zur Entnahme des Filmes aus der Apparatur genommen werden mußte, war es nötig, die beiden Spiegel vor jeder Aufnahme wieder neu zu justieren, denn kleine Verrückungen

---

1) Aus technischen Gründen mußte der Zeigerstrich in der Reproduktion etwas verstärkt werden.

hatten schon ganz beträchtliche Verschiebungen der Bilder zur Folge, und machten eventuell die ganze Versuchsreihe wertlos, ein Übel, das jeweils erst beim Entwickeln entdeckt werden konnte. Erst der Gebrauch eines kleinen Suchers, der die Bilder vergrößert zeigte, schaffte Abhilfe und ermöglichte es, mehrere Meßreihen auf einem Film aufzunehmen.

Da der Normalfilm nicht direkt ausplanimetriert werden konnte, wurde er mit einem Projektionsapparat vergrößert abgebildet und auf weichem, weißem Zeichenpapier nachgezeichnet. Wie man sich aus den photographischen Tafeln überzeugen kann, besteht eine gewisse Schwierigkeit darin, die genaue Umgrenzung des Glimmlichtes anzugeben. Zum großen Teil rührt das davon her, daß es auch bei der Betrachtung von Auge am Glimmlicht keinen ganz scharfen Glimmlichtsaum gibt. Dazu kommt noch bei der Photographie das störende Reflexlicht auf der blank polierten Kathodenoberfläche. Bei einiger Übung gelang es aber, am Schwärzungsbild die von Reflexlichtern herrührenden Partien zu erkennen und beim Zeichnen auszuschalten. Es hat sich ferner gezeigt, daß das subjektive Gefühl der Unsicherheit beim Umfahren des etwas verwaschenen Randes der Schwärzungsbilder durch Gebrauch einer geschwärzten Brille beim Abzeichnen verringert werden konnte. Ohne Brille ist es sehr schwierig zu entscheiden, wo die äußerste Grenze des von der Entladung herrührenden Schwärzungsbildes ist, während mit der Brille eine deutliche Schwelle wahrgenommen werden konnte, die etwas weiter außen lag, als wenn man mit ungeschütztem Auge das Bild zu umfahren suchte. Der Umstand, daß das Zeichnen durch die Brille erleichtert wurde, und daß es subjektiv noch leichter wurde, wenn die betreffende Stelle, die gerade gezeichnet wurde, nicht fixiert, sondern peripher beobachtet wurde, deuten daraufhin, daß es sich dabei offenbar um sogenanntes Stäbchensehen handelte. Warum diese Art des Sehens in dem hier vorliegenden Fall eine Erleichterung brachte, soll offengelassen werden. Mit einiger Übung gelang es, bei wiederholter Zeichnung ein und desselben Filmbildes den Fehler soweit zu verkleinern, daß er 4—5 Proz. nicht überstieg. Diese Aussage kann deswegen gemacht werden, weil der Fehler, der durch das Planimeter entsteht, im Verhältnis zu den Fehlern, die beim

Abzeichnen gemacht werden, minimal ist. Wurde ein und dieselbe Zeichnung 10 mal hintereinander ausplanimetriert, so betrug die größte Abweichung vom Mittelwert nie mehr als 3 Promille, wenn eine mittelgroße Bedeckung verwendet wurde. Diese letzte Angabe ist deswegen nötig, weil der Fehler des Planimeters numerisch immer ungefähr derselbe blieb, so daß die großen Flächen mit einem kleineren Fehler ausgewertet werden konnten, als die kleinen. Für die kleinste ausgemessene Fläche überstieg der Fehler des Planimeters aber auch nie 1 Proz. Dieselbe Fläche 6 mal ausplanimetriert, ergab z. B. folgende Werte in Planimetereinheiten:

248,0, 248,0, 248,1, 247,9, 248,0, 248,2, Mittel: 248,0.

Dasselbe Projektionsbild 6 mal gezeichnet und jede Zeichnung 2 mal planimetriert, ergab folgende Mittelwerte:

248,0, 248,3, 246,4, 250,2, 250,8, 247,7, Mittel: 248,6.

Um die relativen Einheiten, die das Planimeter als Flächeninhalt der Zeichnung angibt in Quadratzentimeter der tatsächlichen Kathodenbedeckung umrechnen zu können, wurde am Ende jeder Meßreihe die Kathode mit einer Bogenlampe voll belichtet und aufgenommen. Durch Ausmessen des projizierten Bildes der ganzen Kathode konnte die Verhältniszahl zwischen Planimetereinheiten und tatsächlichen Quadratzentimeter Kathodenfläche ermittelt werden. Alle Bedeckungen wurden dann mit dieser Zahl in Quadratzentimeter umgerechnet.

Die *elektrische Anordnung* war einfach. Als Stromquelle (Fig. 3) wurde eine Hochspannungsbatterie von 450 Volt benützt, die durch Klingelfussbatterien von je 40 Volt noch ergänzt werden konnte. Von der Batterie aus war der positive Pol mit der Anode direkt verbunden, während der negative Pol über das Milliamperemeter, eine Erdung, und eine im Sättigungsgebiet brennende Elektronenröhre mit der Kathode verbunden war. Die Elektronenröhre diente als Vorschaltwiderstand, da auf diese Weise der Gesamtstrom durch Regulieren des Heizstromes in weiten Grenzen variiert werden konnte. Gegenüber den gebräuchlichen Amylalkoholwiderständen hat die Elektronenröhre den Vorzug, daß die störende Inkonstanz fortfällt, die bei starker Belastung der Amylalkoholwiderstände mit der Zeit eintritt. Gitter und Anode der Elektronenröhre waren miteinander verbunden. Bei starker Heizung lieferte die Röhre auf kurze Zeit Sättigungsströme bis zu 50 Milliampere. Entsprechend den Erfahrungen von Penning[1]) zeigte es sich, daß die Entladung mit einer Elektronenröhre als Vorschaltwiderstand ganz stabil brennt. Es ist dies auch theoretisch nach den Stabilitätsbetrachtungen zu erwarten, die unter Berücksichtigung der Trägheit der Stromleitung von Dällenbach[2]) angestellt worden sind. Bei ganz kleinen Stromstärken traten allerdings Schwingungen auf, die aber auch bei Verwendung von Amylalkoholwiderständen bei derselben Minimalstromstärke einsetzten. Da das Auftreten von Schwingungen aber das ganze Bild der Entladung völlig verändert, mußte große Sorgfalt darauf gelegt werden, den Nachweis zu erbringen, daß die Entladung im Gebiet der Messungen tatsächlich schwingungsfrei ist. Da ein im Stromkreis liegendes Telephon nicht immer zuverlässig ist, wurde zu einem anderen Nachweis gegriffen.

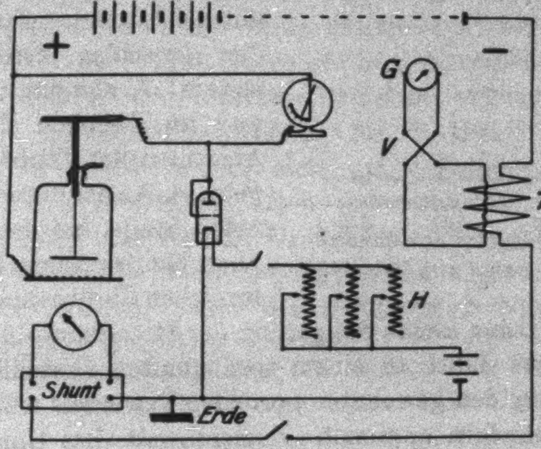


Fig. 3

In den Stromkreis wurde die Sekundärwicklung eines kleinen Telephontransformators (T in Fig. 3) gelegt, dessen Primärwicklung an ein Vakuumthermokreuz (V) angeschlossen war. Die beiden anderen Zweige des Thermokreuzes waren mit einem empfindlichen Galvanometer *G* verbunden. Diese Anordnung erlaubte es, auch dort, wo der Ton im Telephon wegen seiner Höhe nicht mehr hörbar war, mit großer Empfindlichkeit Schwingungen nachzuweisen. In der Kurve, Fig. 4, ist als Abszisse die Stromstärke in Milliampere, als Ordinate der Galvanometerausschlag in Skalenteilen aufgezeichnet. Man sieht, daß mit ansteigender Stromstärke der Ausschlag des Galvanometers *G* zunimmt; zugleich war im Telephon ein rasches Ansteigen der Tonhöhe zu bemerken. An der durch * bezeichneten Stelle, bei der im Telephon nichts mehr zu hören war, erreichen die Schwingungen ihr Maximum. Eine kleine Steigerung der Stromstärke über diesen Punkt hinaus führt zu einem sprunghaften Umschlag, indem die Entladung den gewohnten normalen Typus mit aufgebogenen Glimmlichträndern annimmt. Zugleich mit dem Umschlag der Entladung geht auch der Ausschlag des Galvanometers *G* auf Null zurück. In dem Bereich, wo die Entladung durch Schwingungen aufrecht erhalten wurde, zeigte sie stets von der Seite gesehen die typische Kegelstumpfform des Glimmlichtes, die ein sicheres Kennzeichen für Schwingungen ist. Bei den nachfolgenden Messungen wurde peinlich darauf geachtet, daß die Minimalstromstärke, bei der Schwingungen einsetzen, nicht unterschritten wurde.

---

[1]) F. M. Penning, Phys. Ztschr. 27. S. 448. 1926.
[2]) W. Dällenbach, Phys. Ztschr. 27. S. 101. 448. 1926.

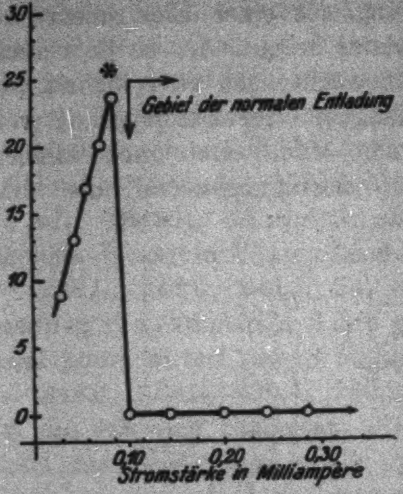


Fig. 4

Die eigenartigen Ergebnisse, die kürzlich von Salzwedel[1]) veröffentlicht worden sind, rühren unserer Ansicht nach großenteils wohl davon her, daß seine Apparatur nicht schwingungsfrei gewesen sein muß. Allein schon die photographischen Wiedergaben zu der Arbeit, die alle das typische Bild einer Glimmentladung mit Schwingungen zeigen, sprechen

---

1) E. Salzwedel, Ann. d. Phys. 82. S. 305. 1927.

dafür. Der Umstand, daß als Vorschaltwiderstand 10^6 Ohm verwendet wurden, daß die Entladung nur schwach sichtbar war, und daß die gemessenen *Stromdichten* völlig andere Werte ergaben, als alle bisher an normalen Entladungen gemessenen Werte, bestätigen diese Vermutung. Um dies an einem Beispiel zu zeigen, mögen folgende Daten, die der Arbeit entnommen sind, angeführt werden. Salzwedel mißt an Aluminiumelektroden von 20 mm Durchmesser, in Luft bei einem Druck von 2,9 mm Hg, eine Entladungsstromstärke von $1{,}8 \cdot 10^{-6}$ Ampere (vgl. Taf. IV, Fig. 4 der Arbeit). Da die Kathode ganz bedeckt ist, würde das eine normale Stromdichte von $j_n = 0{,}574 \cdot 10^{-3}$ Milliampere pro Quadratzentimeter ergeben, oder für den in der Literatur meistens angegebenen Wert $\sqrt{j_n}/p$ (vgl. die Zusammenstellung bei R. Bär[1]) ergibt sich: $0{,}826 \cdot 10^{-2}$, ein Wert, der sich um 2 Zehnerpotenzen von allen bisher ermittelten Werten unterscheidet, die von den verschiedensten Autoren der Größenordnung nach völlig übereinstimmend für die normale Glimmentladung gefunden worden sind. Wir möchten daher die Salzwedelschen Messungen für die *normale* Entladung ablehnen.

III.

Die Messungen wurden in erster Linie in Luft an Aluminiumkathoden durchgeführt. Einige Meßreihen mit *Wasserstoff* an stark vergoldeten Messingkathoden wurden angeschlossen. (Die Aluminiumelektroden waren aus Gründen, die unter Ziffer IV erwähnt werden, für die Versuche mit Wasserstoff nicht zu gebrauchen.)

Je eine Meßreihe wurde in folgender Weise gewonnen: Nachdem die Elektroden durch eine längere Entladung bei großer Stromdichte (clean up) gereinigt worden waren, wurde die Luft, die für diese Entladungen als Füllgas gedient hatte, durch mehrfaches Spülen aus dem Entladungsgefäß entfernt. Dann wurde das Gefäß während etwa 24 Stunden in evakuiertem Zustand (etwa $1 \cdot 10^{-3}$ mm) in Verbindung mit P_2O_5-Röhren stehen gelassen und nach Ablauf dieser Zeit mit Luft, die über P_2O_5 eingelassen wurde, bis zu dem gewünschten Druck gefüllt. Der Druck wurde vor Beginn und nach Beendigung einer Meßreihe mit dem an die Apparatur angeschlossenen MacLeod-Manometer gemessen, und war für alle hier mitgeteilten Meßreihen völlig unverändert während dieser Zeit. Darauf wurde das Laboratorium vollständig verdunkelt, da alle störenden Reflexe an der Glasglocke und der Glasplatte vermieden werden mußten. Dann wurde die nach oben sorgfältig abgeschirmte Skalenbeleuchtung des Milliamperemeters eingeschaltet. Die Entladung setzte meistens beim Anlegen der Spannung und passender Heizung der Elektronenröhre ein. Für die Fälle, wo sie nicht ohne weiteres einsetzte, konnte mit einem kleinen Induktorium und einer Hilfselektrode (H_1 in Fig. 1) gezündet werden. Im allgemeinen wurde der Heizstrom so reguliert, daß die Entladung mit einer mittleren Bedeckung einsetzte, die dann sofort mit der dazugehörigen Stromstärke durch eine oder mehrere photographische Aufnahmen festgehalten wurde. Darauf wurde der Heizstrom ruckweise durch Veränderung des Widerstandes H (Fig. 3) verkleinert, bis die Entladung an der Minimalstromstärke, bei der sie entweder auslöschte oder mit Schwingungen weiterbrannte, angekommen war. Nach jedem Sprung wurden eine oder zwei Aufnahmen gemacht, sobald der Zeiger des Milliamperemeters einstand. Darauf wurde die Stromstärke in derselben Weise bis zur Totalbedeckung der Kathode gesteigert und nachher wieder bis zu der mittleren Bedeckung, bei der begonnen worden war, reduziert. Auf diese Weise wurde innerhalb von maximal 2 Minuten eine Meßreihe gewonnen, deren einzelne Punkte reproduzierbar waren und dadurch zeigten, daß sich die Verhältnisse in der Gasstrecke während dieser Zeit nicht meßbar verändert hatten. Darauf wurde die Entladung sofort abgebrochen, das Gefäß wurde evakuiert und so stehen gelassen, bis eine neue Meßreihe in Angriff genommen wurde. Der Film wurde entwickelt und jedes Bild numeriert. Die Stromstärken wurden unter dem Mikroskop am kleinen Bild der Skala abgelesen, und die dazugehörigen Bedeckungen wurden in der bereits erwähnten Weise ausplanimetriert und in Quadratzentimeter umgerechnet.

---

[1] R. Bär, Handb. d. Physik 14. Kap. 5. S. 211. Springer, Berlin 1927.

Das Ergebnis einer derartigen Meßreihe ist in Fig. 5 dargestellt. Man sieht, daß die Meßpunkte ziemlich stark streuen, was auf die Schwierigkeiten bei der Flächenbestimmung zurückzuführen ist. Es scheint aber doch trotz der Schwankungen der einzelnen Punkte, eine systematische Abweichung von der Geraden, wie sie nach dem Hehlschen Gesetz erhalten werden müßte, vorzuliegen. Es ist naheliegend daran zu denken, daß die Ausbreitung des Glimmlichtes bei den großen Stromstärken durch irgendwelche Verunreinigungen behindert worden wäre, so daß sich daraus der steilere Anstieg des oberen Kurvenastes erklären würde. Daß dies

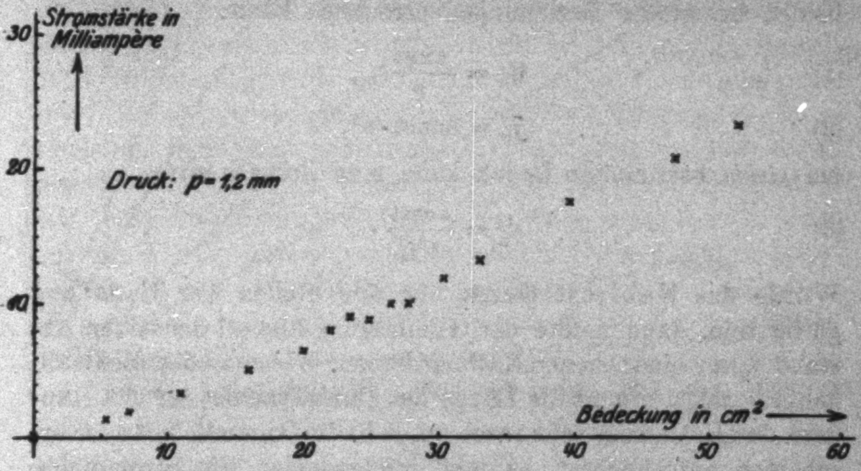


Fig. 5

kaum der Fall ist, geht daraus hervor, daß sämtliche Meßreihen, die mit dieser Apparatur auch mit anderen Elektroden aufgenommen wurden, den gleichen Verlauf zeigten. Ferner sprach auch die Anschauung gegen diesen Einwurf, da sich das Glimmlicht bei Steigerung der Stromstärke völlig gleichmäßig auf der Kathodenoberfläche ausbreitete. Es wäre auch daran zu denken, daß die eigenartige Krümmung der Kurve ein Erwärmungseffekt wäre. Dagegen spricht in erster Linie die Reproduzierbarkeit der Kurvenpunkte, die aus ganz verschiedenen Erwärmungsphasen stammen. Ferner hat es sich gezeigt, daß die Erwärmung gerade den entgegengesetzten Effekt hat, nämlich Vergrößerung der Bedeckung bei gleichbleibender Stromstärke.

Der Verlauf der Kurven findet aber bis zu einem gewissen Grade eine Erklärung, wenn man die schon 1872 von

Wiedemann und Rühlmann[1]) beobachtete Erscheinung der stark aufgebuchteten Ränder, die an jedem normalen Glimmlicht zu beobachten sind, berücksichtigt. Diese Erscheinung deutet darauf hin, daß das Hehlsche Gesetz unmöglich für die Randpartien erfüllt sein kann. Nach dem Hehlschen Gesetz müßte die Stromdichte j_n an allen Stellen der vom Glimmlicht eingenommenen Fläche konstant sein. Der Kathodendunkelraum d_n ist aber umgekehrt proportional der Wurzel aus der Stromdichte, wie man sich aus den folgenden beiden bekannten Beziehungen errechnen kann:

$$d_n = \frac{\text{const}}{p}, \tag{1}$$

$$j_n = \text{const} \cdot p^2, \tag{2}$$

bei *einem* bestimmten Druck kann man deshalb setzen

$$d_n = \frac{\text{const}}{\sqrt{j_n}}. \tag{3}$$

Würde das Hehlsche Gesetz für alle Stellen der Entladung gültig sein, dann müßte der Glimmsaum überall denselben Abstand d_n von einer ebenen Kathode haben. Wie nun aber die Beobachtung zeigt, nimmt die Länge des Dunkelraumes an den Rändern der Entladung sehr rasch zu, d. h. die Glimmlichtränder erscheinen aufgebuchtet, es muß infolgedessen die Stromdichte an diesen Stellen abnehmen. In der Dunkelraumlänge besitzt man daher gewissermaßen eine Sonde, die die Stromdichte an jeder einzelnen Stelle der Entladung angibt. Die Randzone, in der die Stromdichte abnimmt, macht aber bei kleinen Bedeckungen einen recht erheblichen Anteil der Gesamtbedeckung aus. Es ist demnach zu erwarten, daß eine Kurve, die die Bedeckungen als Funktion der Stromstärken darstellt, für kleine Bedeckungen stärker von der Geraden (Hehlsches Gesetz) abweicht, als für große.

In Fig. 6 sind die Meßreihen, die für verschiedene Drucke erhalten wurden, zusammengestellt. Die Krümmung der Kurven ist nicht besonders auffällig, aber doch genügend, um erkennen zu lassen, daß trotz der starken Streuung keine Geraden durch die einzelnen Meßpunkt-Reihen zu legen sind, ohne daß syste-

---

1) G. Wiedemann u. R. Rühlmann, Pogg. Ann. 145. S. 392. 1872.

matische Abweichungen auftreten, die außerhalb der Versuchsfehler liegen.

Für den Fall, daß das Hehlsche Gesetz für ebene Kathoden erfüllt wäre, würde die Stromdichte durch den Quotienten i/f gegeben sein, und die einzelnen Meßreihen wären durch

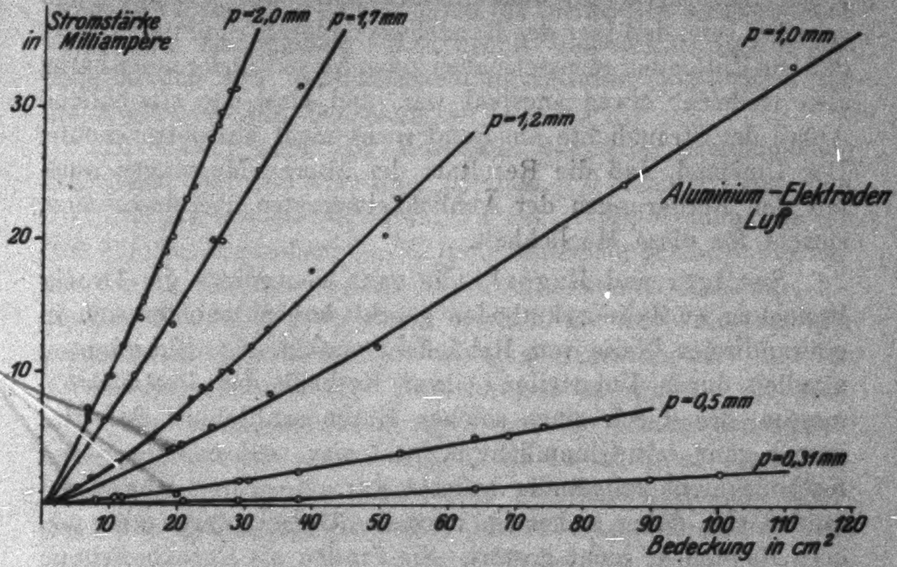


Fig. 6

die von mehreren Autoren (a. a. O.) schon nachgeprüfte Druckbeziehung für ebene Kathoden

$$j_n = \text{const}\, p^2$$

untereinander verbunden.

Aus den mitgeteilten Messungen geht aber hervor, daß j_n gar nicht konstant und daher auch nicht mehr ohne weiteres definierbar ist, denn der Quotient i/f hat nur so lange einen Sinn, als das Hehlsche Gesetz tatsächlich erfüllt ist. Man wird daher vermuten, daß auch die Druckbeziehung (2) für ebene Kathoden nicht stimmen kann, denn die Werte j_n wurden für einen bestimmten Druck aus dem Quotienten i/f ermittelt und innerhalb dieses Druckes als konstant angesehen. Es ist aber möglich, daß gerade durch die besonderen Versuchsbedingungen, die in einem Punkte bei allen Autoren gleich waren, der störende Randeffekt beseitigt war, so daß die Messungen trotzdem ihren Wert behalten. Die Stromdichte wurde nämlich von allen Autoren für einen bestimmten Druck dadurch gemessen, daß für die jeweils verwendete Elektrode diejenige Stromstärke ermittelt wurde, bei der die Entladung gerade die ganze Elektrode bedeckte. Der Quotient $\frac{\text{Stromstärke}}{\text{Elektrodenfläche}}$ wurde dann als j_n für diesen Druck eingesetzt. Es kann nun sehr gut sein, daß hier der Randeffekt dadurch eliminiert wurde, daß die Entladung gewissermaßen keine freien Ränder mehr hatte, also vielleicht etwas anormal war, und sich der allmähliche Abfall der Stromdichte am Rand nicht mehr ausbilden konnte. Der Umstand, daß die Resultate der älteren Messungen auch mit den Forderungen der Ähnlichkeitsgesetze übereinstimmen, spricht für diese Möglichkeit.

Seeliger und Reger[1]), die ganz neuerdings die Druckbeziehung an Zylinderkathoden geprüft haben, machten sich in einwandfreier Weise vom Randeffekt unabhängig. Sie konnten nämlich durch Unterteilung ihrer Kathode den Partialstrom messen, der durch einen solchen Kathodenabschnitt floß, der immer ganz mit Glimmlicht bedeckt war, während die ganze Kathode nicht vollständig bedeckt war. Seeliger-Reger befanden sich daher sicher im normalen Gebiet, waren aber von dem Randeffekt nicht gestört. Sie fanden als Druckbeziehung für zylindrische Kathoden

$$j_n = a p^b. \tag{4}$$

wobei a und b für jedes Gas und jedes Metall charakteristische Konstanten sind.

Eine analoge saubere Anordnung für ebene Kathoden durchzuführen, stößt auf sehr große Schwierigkeiten. Es war aber trotzdem wünschenswert zu untersuchen, welcher Druckbeziehung die in Fig. 6 mitgeteilten Meßreihen gehorchen. Es wurde versucht, eine analytische Darstellung für die erhaltenen Kurven zu finden, die die Möglichkeit bietet, den Randeffekt zu berücksichtigen. Es hat sich gezeigt, daß die Meßreihen durch folgende Beziehung

$$f = c\,i + \varkappa \sqrt{i} \tag{5}$$

sich ganz gut reproduzieren lassen.

---

[1]) R. Seeliger u. M. Reger, Ann. d. Phys. 83. S. 535. 1927.

Bis zu einem gewissen Grade ist die Bedeutung dieser Beziehung auch anschaulich, denn $c \cdot i$ wäre die Größe der Bedeckung, wenn beim Strome i überall konstante Stromdichte herrschen würde. Da nun aber am Rande die Stromdichte nach außen hin kleiner wird, muß der Ausdruck noch um einen Betrag $\varkappa \sqrt{i}$ vergrößert werden, um die tatsächlich ausgemessene Bedeckung zu ergeben. Man erhält eine recht gute Übereinstimmung mit dem Beobachtungsmaterial, wenn man für die Meßkurven die Beziehung (5) ansetzt.

In Tab. 1 sind die Resultate von vier verschiedenen Meßreihen bei den Drucken 2,0 mm, 1,0 mm, 0,5 mm und 0,31 mm Hg zusammengestellt. In der ersten Kolonne ist die Reihenfolge angegeben, in der die Aufnahmen gemacht wurden. Die zweite Kolonne enthält die Stromstärken in Milliamp., die aus den Filmbildern abgelesen wurden, die dritte Kolonne die ausgemessenen Bedeckungen in Quadratzentimeter. In der vierten Kolonne sind die Bedeckungen angegeben, die man unter Benützung der Beziehung (5) aus den gemessenen Stromstärken berechnet, um zu zeigen, bis zu welchem Grade die Beziehung (5) mit den Meßwerten übereinstimmt. Die Konstanten c und $\varkappa$, die natürlich hierzu schon berechnet sein mußten, wurden aus den gesamten Meßwerten einer Versuchsreihe ermittelt. Bei der Berechnung der beiden Konstanten leistete die *Methode der Nullsummen*, die von N. Campbell[1]) angegeben wurde, ausgezeichnete Dienste. Diese Methode liefert beinahe dieselbe Genauigkeit wie die Methode der kleinsten Quadrate, hat aber den großen Vorteil, daß sie sehr einfach ist. Durchrechnen einzelner Meßreihen nach beiden Methoden ergab tatsächlich, daß die Nullsummenmethode der Methode der kleinsten Quadrate ebenbürtig ist. Um einen Anhaltspunkt zu haben, wieviel die Korrektion des Hehlschen Gesetzes durch die Beziehung (5) numerisch ausmacht, sind in der 7. Kolonne die Bedeckungen angegeben, wie sie sich ergeben, wenn man die Stromdichte als konstant voraussetzt. Zu diesem Zwecke wurden zuerst die i/f-Werte bestimmt (Kolonne 6) und ungeachtet ihres unverkennbaren Ganges einfach der Mittelwert berechnet. Mit diesem Mittelwert $\overline{i/f}$

---

1) N. Campbell, Phil. Mag. **39**. S. 177. 1920; **47**. S. 816. 1924.

Tabelle 1a

Druck p = 2,0 mm; Elektrodenabstd. d = 6 cm; Aufnahmedauer: 1′ 40″

Nummer der Aufnahme	Stromstärke in Milliamp.	Bedeckung f in cm^2	Bedeckung f berechnet nach (5)	Δ	i/f	Bedeckung berechnet nach dem Hehlschen Gesetz	Δ
19	31,2	28,2	27,9	−0,3	1,11	30,3	+2,1
18	30,9	26,8	27,6	+0,8	1,15	30,3	+3,2
1	29,4	26,2	26,4	+0,2	1,12	28,6	+2,4
17	28,5	25,6	25,6	±0	1,11	27,6	+2,0
2	27,5	24,5	24,8	+0,3	1,12	26,7	+2,2
16	24,0	22,3	22,1	−0,2	1,10	23,3	+1,0
3	22,9	21,1	21,1	±0	1,10	22,2	+1,1
15	20,2	19,1	19,0	−0,1	1,06	19,6	+0,5
4	18,9	17,8	17,8	±0	1,06	18,3	+0,5
14	17,2	16,8	16,5	−0,3	1,02	16,7	−0,1
5	15,4	15,0	15,0	±0	1,02	14,9	−0,1
13	14,0	14,3	13,8	−0,5	0,98	13,6	−0,7
6	11,9	11,9	12,0	+0,1	1,00	11,5	−0,4
7	9,6	10,0	10,0	±0	0,96	9,3	−0,7
8	9,6	9,7	10,0	+0,3	0,99	9,3	−0,4
9	7,3	7,6	8,0	±0	0,96	7,1	−0,9
10	6,7	7,6	7,5		0,88	6,5	
11	6,6	7,6	7,3		0,86	6,4	

c = 0,70; x = 1,07; i/f-Mittelwert: 1,08

Tabelle 1b

Druck p = 1,0 mm; Elektrodenabstd. d = 7,5 cm; Aufnahmedauer: 0′ 50″

Nummer der Aufnahme	Stromstärke in Milliamp.	Bedeckung f in cm^2	Bedeckung f berechnet nach (5)	Δ	i/f	Bedeckung berechnet nach dem Hehlschen Gesetz	Δ
1	33,0	114,0	116,0	−0,7	0,289	134,0	+20,0
2	24,0	85,5	88,5	−0,3	0,282	97,5	+12,0
3	12,0	49,6	46,4	+1,1	0,242	48,8	− 0,8
4	8,4	33,6	33,9	±0	0,250	34,2	+ 0,6
5	5,8	25,1	24,6	+0,1	0,231	23,6	− 1,5
6	4,6	20,6	20,2	+0,1	0,223	18,7	− 1,9
7	4,4	19,2	19,4	−0,1	0,229	17,9	− 1,3
8	4,2	18,6	18,7	±0	0,225	17,1	− 1,5

c = 3,0; x = 3,1; i/f-Mittelwert: 0,246

Tabelle 1c

Druck $p = 0,5$ mm; Elektrodenabstd. $d = 6$ cm; Aufnahmedauer: 0′ 28″

Nummer der Aufnahme	Stromstärke in Milliamp.	Bedeckung f in cm²	Bedeckung f berechn. nach (5)	Δ	i/f	Bedeckung f berechn. nach dem Hehlschen Ges.	Δ
1	6,6	83,6	82,6	−1,0	0,079	97,0	+13,4
12	6,1	74,1	77,0	+2,9	0,082	89,6	+15,5
11	5,3	69,1	68,0	−1,1	0,077	77,8	+8,7
2	5,2	63,9	66,6	+2,7	0,081	76,5	+12,6
3	4,0	53,1	53,1	±0	0,075	58,8	+5,7
4	2,5	37,9	35,3	−2,6	0,066	36,8	−1,1
5	2,0	28,4	29,1	+1,7	0,070	29,4	+1,0
10	1,8	26,8	26,7	−0,1	0,067	26,5	−0,3
6	1,0	17,9	16,5	−1,4	0,056	14,7	−3,2
9	0,66	10,7	11,9	+1,2	0,061	9,7	−1,0
7	0,62	11,9	11,3	−0,6	0,052	9,1	−2,8
8	0,37	8,0	7,7	−0,3	0,046	5,4	−2,6

$c = 10,0$; $\varkappa = 6,5$; i/f Mittelwert: 0,068

Tabelle 1d

Druck $p = 0,31$ mm; Elektrodenabstd. $d = 6$ cm; Aufnahmedauer: 1′ 20″

Nummer der Aufnahme	Stromstärke in Milliamp.	Bedeckung f in cm²	Bedeckung f berechnet nach (5)	Δ	i/f	Bedeckung berechnet nach dem Hehlschen Ges.	Δ
12	2,17	105,0	106,2	+1,2	0,0207	130,0	+25,0
1 2 3	1,74 1,74 1,74	$\left.\begin{matrix}90\\94\\87\end{matrix}\right\}$ 90,3	88,6	−1,7	0,0193	104,2	+13,9
4 5	1,17 1,17	$\left.\begin{matrix}64\\64\end{matrix}\right\}$ 64,0	64,3	+0,3	0,0183	70,0	+6,0
6 7 11	0,62 0,62 0,62	$\left.\begin{matrix}39\\40\\37\end{matrix}\right\}$ 38,7	39,3	+0,6	0,0160	37,1	−1,6
8	0,42	29,0	29,4	+0,4	0,0145	25,2	−3,8
9 10	0,25 0,25	$\left.\begin{matrix}21\\22\end{matrix}\right\}$ 21,5	20,3	−1,2	0,0116	15,0	−6,5

$c = 32,5$; $\varkappa = 24,3$; i/f Mittelwert: 0,0167 wurde dann zu einer bestimmten Stromstärke die zugehörige Bedeckung berechnet:

$$i \cdot \frac{\bar{f}}{i} = f.$$

Wenn man berücksichtigt, daß bei den Flächenbestimmungen 4—5 Proz. Unsicherheit in Kauf genommen werden mußten, so scheint die Beziehung (5) mit dem Beobachtungsmaterial recht gut übereinzustimmen. Auf jeden Fall paßt sie sich den tatsächlichen Verhältnissen besser an, als das Hehlsche Gesetz. Andererseits ist zu sagen, daß die Beziehung (5) zwei Konstanten enthält und dadurch an und für sich schon anpassungsfähiger ist; ein anders aufgebautes Korrektionsglied könnte unter Umständen dasselbe leisten.

Bei der Ausmessung der Aufnahmeserie für $p = 0{,}31$ mm Hg (Tab. 1d) ergab sich ein ganz interessantes Resultat, dem im Zusammenhang mit Gleichung (5) eine gewisse Bedeutung zukommt. Bei der Betrachtung der Bilder war nämlich eine deutliche Randzone wahrnehmbar, die eine nicht unbeträchtliche Breite aufwies. In der Tab. 1d und Fig. 7a sind die f-Werte aufgetragen, die sich bei Umfahren der gesamten Schwärzung ergaben. Es wurden aber außerdem noch die Bilder unter Weglassung dieser Randzone ausplanimetriert und die so erhaltenen Bedeckungen f_i als Funktion der Stromstärke aufgetragen (Fig. 7b). Unter Berücksichtigung der Unsicherheiten, die die Ausmessung der inneren Zone bot, ergeben die Punkte ungefähr eine Gerade, die durch den Nullpunkt geht. Für diese inneren Bedeckungen ergibt sich also die Beziehung

$$f_i = \text{const}\ i.$$

Aus der Neigung der Geraden ergibt sich die Konstante zu 34,0. Aus den äußeren Umrandungen hat sich aber die Konstante c (Tab. 1d) rechnerisch zu 32,5 ergeben, das würde heißen, daß offenbar durch die besondere Art der Umfahrung ungefähr die Fläche herausgegriffen wurde, die in der Beziehung (5) durch das lineare Glied $c \cdot i$ dargestellt wird. Also diejenige Bedeckung, die die Entladung einnehmen würde, wenn sie bei einem gegebenen Strome i überall konstante Stromdichte hätte. Leider war eine derartige Ausmessung nur an dieser einen Meßreihe in Luft ausführbar, da auf den übrigen Filmen, die alle bei größeren Drucken aufgenommen worden waren, eine ausgesprochene Randzone nicht genügend scharf zu erkennen war. (Über ein ähnliches Resultat beim Wasserstoff vgl. später.)

In diesem Zusammenhang soll auch auf das merkwürdige Verhalten der Glimmentladung bei kleinen Stromstärken vor dem Einsetzen der Schwingungen hingewiesen werden. Verkleinert man nämlich die Stromstärke immer mehr, so nimmt die Entladung, von der Seite gesehen, die Form einer Kuppe an, deren konvexe Oberfläche nach der Seite der Kathode hin liegt. Es rührt dies offenbar daher, daß nur noch „Randzone“ vorhanden ist. Verkleinert man die Stromstärke noch mehr, so beginnt der Kathodendunkelraum, von der Elektrode bis zur Entladungskuppe gemessen, plötzlich stark zu wachsen. Es sieht so aus, wie wenn die Kuppe von der Elektrode fortgetrieben würde. Meistens setzen dann bald Schwingungen ein, und das Glimmlicht nimmt die typische Kegelstumpfform mit wieder kleinerem Dunkelraum an. Diese Erscheinung des Anwachsens des Dunkelraumes bei abnehmender Stromstärke im normalen Gebiet der Entladung wurde schon von Lehmann[1]) 1902 beobachtet, der eine Reihe von Kurven mitgeteilt hat. Sie sind aber seither nicht mehr beachtet worden. Da nach dem Hehlschen Gesetz die Stromdichte immer konstant bleiben sollte, so müßte auch eigentlich die Dunkelraumlänge d_n bei einem bestimmten Druck konstant, unabhängig von der Stromstärke sein [vgl. Gleichung (3)]. Die Untersuchungen über diese Erscheinung sind von Edgar Meyer und dem Verfasser vor

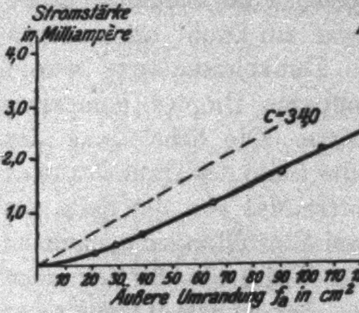


Fig. 7a

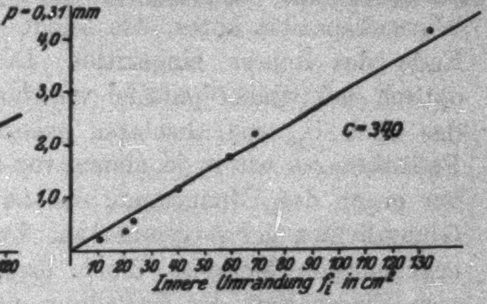


Fig. 7b

---

[1]) O. Lehmann, Verhandl. des naturw. Vereins Karlsruhe 15. 1902.

einiger Zeit wieder aufgenommen worden und haben zu folgenden bisher unveröffentlichten Messungen geführt.

Als Entladungsrohr war ein Glasrohr von 45 mm Weite verwendet worden, an dessen einem offenen Ende ein massiver Kupferzylinder, der die lichte Weite des Rohres gerade ausfüllte, eingekittet war. Auf der in das Rohr hineinragenden Stirnfläche des Zylinders war die Aluminiumkathode aufgenietet, während das ins Freie ragende Ende durch feuchtes Filtrierpapier gekühlt wurde. Diese Kühlung erwies sich als genügend, da der Kupferblock schon eine ziemlich große Wärmekapazität hatte. Als Anode war ein Draht am anderen Ende des Rohres eingekittet. Die Dunkelraumlänge wurde optisch mit einem parallel verschiebbaren Diopter gemessen, das noch $^1/_{10}$ mm abzulesen gestattete. Die Einstellung des Fadenkreuzes wurde je einmal von der Seite des Dunkelraumes her gegen den Glimmsaum, das andere Mal von der Seite des Glimmlichtes her vorgenommen. Zwei Einstellungen zusammen ergaben eine Messung, die in dieser Weise alle 30 Sekunden vom Einschalten der Entladung an, bei konstant gehaltener Stromstärke gemacht wurde. Es zeigte sich bald, daß nur die ersten fünf Messungen von Störungen ganz frei waren. Infolgedessen wurde aus einer solchen Meßreihe mit fünf Messungen (also zehn Einstellungen) das Mittel genommen. Nun wurde die ganze Apparatur mit Luft von Atmosphärendruck gespült, aufs neue evakuiert und wieder der gleiche Druck eingestellt. Darauf wurde eine neue Messung bei der gleichen Stromstärke durchgeführt und nachher in der gleichen Weise gespült. So erhielt man für eine bestimmte Stromstärke sehr gut reproduzierbare Werte für die Dunkelraumlänge, besonders nachdem die einzelnen Mittelwerte auf einen gemeinsamen mittleren Druck reduziert worden waren [nach Gleichung (1)], da es natürlich nie möglich war, nach jeder Spülung exakt den gleichen Druck wieder einzustellen. Die Werte schwankten unter sich nur um 1 Proz., was als gutes Resultat bewertet werden darf, denn bei dem zur Verwendung kommenden Druck von 0,18 mm ist der Glimmsaum schon ziemlich verwaschen. In der gleichen Weise wurde die Dunkelraumlänge für immer kleinere Stromstärken ermittelt, wobei die Schwierigkeiten der exakten Messung mit abnehmender Stromstärke zunahmen. Der in Fig. 8 eingezeichnete Wert für die Stromstärke 0,06 MA. konnte nur noch durch Photographie ermittelt werden, da für das Auge das Glimmlicht nicht mehr hell genug war, um das Fadenkreuz des Diopters auf seinen Rand einstellen zu können. In Fig. 8 sind die erhaltenen, auf gleichen Druck reduzierten Mittelwerte der Dunkelraumlängen als Funktion der Stromstärken aufgetragen. Man sieht, daß bei ganz kleinen Stromstärken die Dunkelraumlänge stark wächst, ein Ergebnis, das unter Annahme des Hehlschen Gesetzes völlig unerwartet ist. Leider konnten mit der beschriebenen Anordnung keine

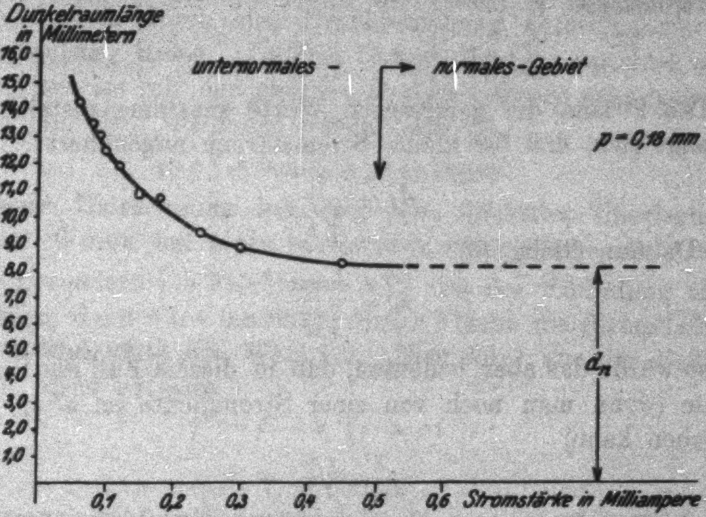


Fig. 8

Dunkelraumlängen bei größeren Stromstärken ermittelt werden, da bei der Stromstärke 0,45 MA. gerade vollständige Bedeckung der Kathode eintrat, so daß man bei größeren Strömen anormale Verhältnisse gehabt hätte. Aber die Dunkelraumlänge ist bei größeren Stromstärken (und normaler Entladung) von der Stromstärke unabhängig, konstant, wie man das eigentlich auch für kleine Ströme erwarten müßte.

Das merkwürdige Anwachsen des Dunkelraumes bei kleinen Stromstärken wird jedoch plausibel, wenn man das Hehlsche Gesetz aufgibt. Bei kleinen Strömen ist die Stromdichte auch in den inneren Entladungsteilen nicht mehr konstant, es muß sich infolgedessen [Gleichung (3)] auch der Dunkelraum ändern.

Tabelle 2

Stromstärke in Milliampere	0,06	0,08	0,09	0,10	0,10	0,12
Dunkelraumlänge in Millimetern	14,3	13,5	13,1	12,5	12,2	11,9
$d_n \cdot \sqrt[4]{i}$	7,1	7,1	7,1	7,0	6,9	7,0

Stromstärke in Milliampere	0,15	0,15	0,18	0,24	0,30	0,45
Dunkelraumlänge in Millimetern	10,8	10,9	10,7	9,4	8,9	8,3
$d_n \cdot \sqrt[4]{i}$	6,7	6,8	7,0	6,6	6,6	6,8

In Tab. 2 sind die gemessenen Werte zusammengestellt und es zeigt sich, daß für kleine Stromstärken angenähert

$$d_n \sim \frac{1}{\sqrt[4]{i}}$$

ist. Da nun Glchg. (3)

$$d_n = \frac{\text{const}}{\sqrt[2]{j_n}}$$

ist, so würde das aber bedeuten, daß in diesem Fall die Stromdichte (wenn man noch von einer Stromdichte im alten Sinn sprechen kann)

$$j_n \sim \sqrt[2]{i}$$

wäre.[1] Es soll damit nur gesagt werden, daß für kleine Stromstärken das Hehlsche Gesetz nicht einmal annäherungsweise erfüllt ist, und daß die Dunkelraumlänge bei diesen Stromstärken offenbar eine Funktion der Stromstärke wird.

Was nun die *Druckbeziehung* anbelangt, die die in Fig. 6 und Tab. 1 mitgeteilten Meßreihen untereinander verbinden sollte, so war es schwierig, sie zu ermitteln. Die von verschiedenen Autoren (a. a. O.) an ebenen Kathoden in Übereinstimmung mit den Ähnlichkeitsgesetzen gefundene Druckbeziehung

---

[1] Dieser merkwürdige Zusammenhang läßt sich übrigens aus Beziehung (5) auch ableiten, denn für sehr kleine Ströme kann $\varepsilon\, i$ gegenüber $\varkappa \sqrt{i}$ vernachlässigt werden. Bildet man dann $\frac{df}{di}$ und darauf $\frac{di}{df}$, so erhält man für diesen Ausdruck auch Proportionialität mit $\sqrt[2]{i}$.

$$(2) \qquad j_n = \mathrm{const} \cdot p^2$$

beruht auf der Annahme des Hehlschen Gesetzes, da j_n als Quotient i/f ermittelt worden war und bei einem bestimmten Druck als konstant angesehen wurde. Wie aber die mitgeteilten Meßreihen zeigen, ist i/f nicht konstant und daher zur Prüfung der Druckbeziehung nicht zu gebrauchen. Es bleibt nur übrig zu prüfen, ob die Konstanten der Beziehung (5), wie sie sich aus den einzelnen Meßreihen durch Rechnung ergeben haben, durch eine Druckbeziehung untereinander in Zusammenhang stehen. In Tab. 3 sind die Konstanten c und $\varkappa$ versuchsweise mit der gleichen Druckbeziehung umgerechnet worden, die für j_n gefunden worden war (2)

$$(6) \qquad c \cdot p^2 = \mathrm{const}, \quad \varkappa p^2 = \mathrm{const}.$$

Diese Umrechnung hat sich aus folgender Überlegung ergeben. Würde bei einer bestimmten Stromstärke nicht die Fläche f, sondern die Fläche $f - \varkappa\sqrt{i}$ von der Entladung eingenommen, dann wäre innerhalb dieser Fläche die Stromdichte konstant und hätte den Wert $1/c$. Dies folgt aus der Beziehung (5), denn es wäre

$$f' = f - \varkappa\sqrt{i} = c\,i$$

und

$$j_n = \frac{i}{f'} = \frac{1}{c}\,.$$

Daraus ergibt sich aber unter Benützung von (2) die Druckbeziehung (6), die auch für $\varkappa$ erfüllt sein muß, damit die Gleichung in den Dimensionen richtig bleibt. In Tab. 3 sind die Werte für $c \cdot p^2$ und $\varkappa \cdot p^2$ zusammengestellt. Die Übereinstimmung mit (6) ist nicht schlecht.

Tabelle 3

Druck p in Millimet.	2,3	2,0	1,7	1,2	1,0	0,5	0,31	Mittel
c	0,66	0,70	1,12	2,0	3,0	10,0	32,5	
$p^2 \cdot c$	3,5	2,8	3,2	2,9	3,0	2,5	3,1	3,0
$\varkappa$	0,63	1,07	1,27	2,2	3,1	6,5	24,3	
$p^2 \cdot \varkappa$	3,3	4,3	3,7	3,2	3,1	1,6	2,3	3,1

Es wurde noch ein anderer Weg eingeschlagen, um die Druckbeziehung zu verifizieren. Trägt man nämlich die Beziehung (5) mit den Gleichungen (6) verknüpft in folgender Form

$$p^2 (f - \varkappa \sqrt{i}) = c \cdot p^2 \cdot i \tag{7}$$

graphisch auf, indem man die i als Funktion der

$$p^2 (f - \varkappa \sqrt{i})$$

aufträgt, so müßten sämtliche bei den verschiedenen Drucken erhaltenen Meßpunkte auf eine Gerade fallen, wenn die Druckbeziehung (6) erfüllt ist, d. h. es kann auf diese Weise untersucht werden, ob $c \cdot p^2 = \text{const}$ ist, ohne daß man durch die Fehler, die den einzelnen c-Werten anhaften, merklich gestört wird. In Fig. 9 sind die Meßreihen der verschiedenen Drucke in dieser Weise aufgetragen; sie lassen sich tatsächlich recht gut durch eine *gemeinsame* Gerade darstellen. Es soll jedoch nicht behauptet werden, daß die Druckbeziehung (6) streng erfüllt ist, dazu scheint das Material doch nicht ausreichend zu sein. Um aber auf jeden Fall auch hier das Versagen des Hehlschen Gesetzes anschaulich zu machen, sind in Fig. 10 die Werte ohne das Korrektionsglied $\varkappa \cdot \sqrt{i}$, also i als Funktion der $p^2 \cdot f$ aufgetragen; durch diese Punkte läßt sich auf keinen Fall eine Gerade legen, wie das nach dem Hehlschen Gesetz zu erwarten wäre.

Was den Einfluß der *Feuchtigkeit* anbelangt, so wurde in voller Übereinstimmung mit den Versuchen von Seeliger und Reger (a. a. O.) gefunden, daß eine scharfe Trocknung die Stromdichte, d. h. in unserem Falle die Werte der Konstanten c *nicht* beeinflußt, ganz im Gegensatz zum Verhalten des Kathodenfalles, wie das aus der Untersuchung von Schaufelberger[1]) hervorgeht.

IV.

Zur Bestätigung der an Luft gewonnenen Ergebnisse wurden dieselben Messungen mit *Wasserstoff* wiederholt. Die Art der Durchführung der Messungen blieb dieselbe wie bei den Versuchen mit Luft, mit dem Unterschied, daß die Expositionszeiten verdreifacht werden mußten, da das Licht

---

1) A. Schaufelberger, Ann. d. Phys. 73. S. 21. 1923.

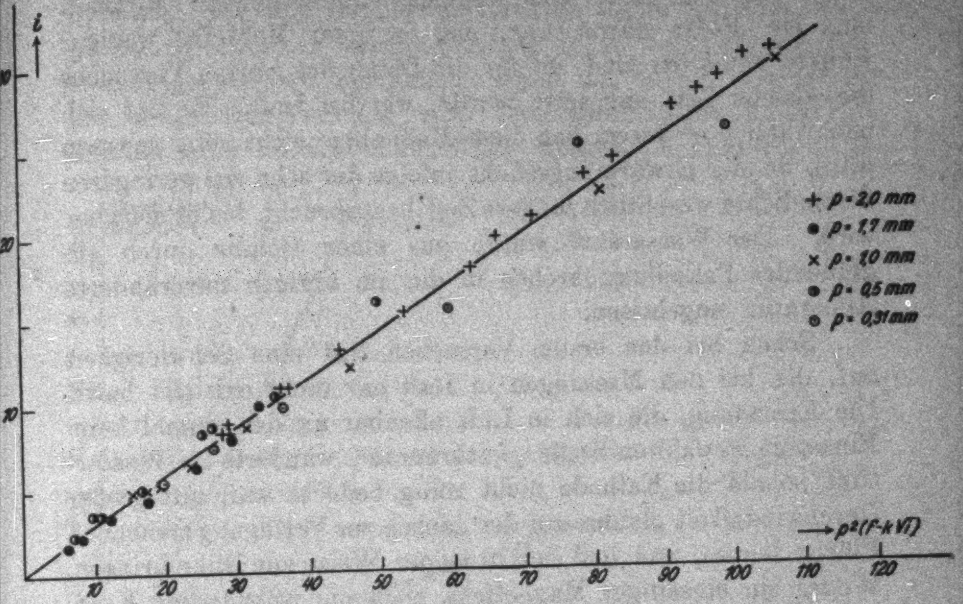

i
30
20
10
+ p = 2,0 mm
● p = 1,7 mm
× p = 1,0 mm
● p = 0,5 mm
⊙ p = 0,31 mm
→ p²(f·kV̄)
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120

Fig. 9

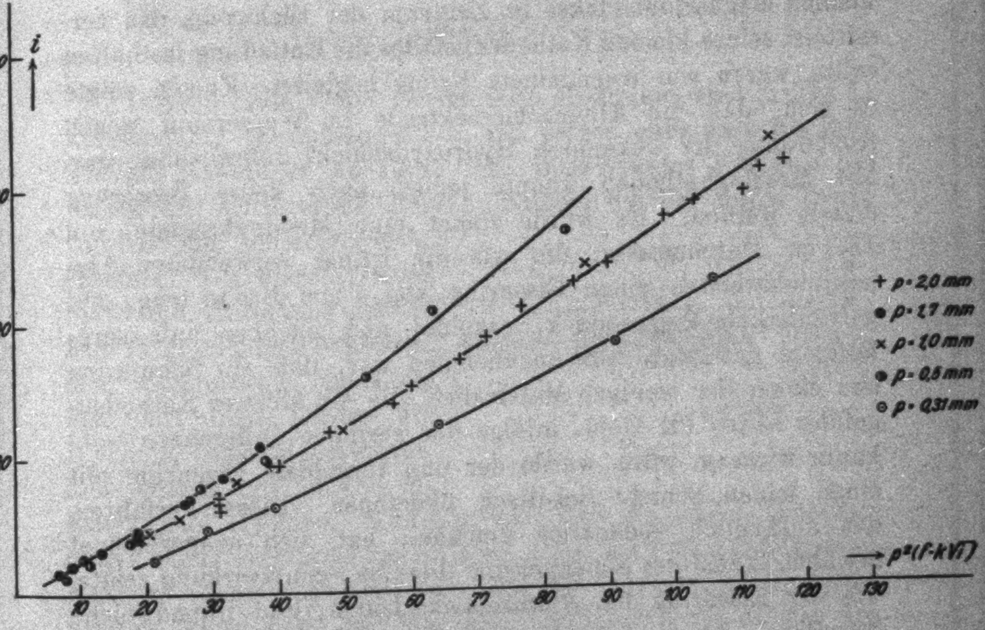

i
400
300
200
100
+ p = 2,0 mm
● p = 1,7 mm
× p = 1,0 mm
● p = 0,5 mm
⊙ p = 0,31 mm
→ p²(f·kV̄)
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130

Fig. 10

der Entladung sehr viel weniger photographisch wirksam ist. Die Folge davon war, daß in einer Meßreihe weniger Punkte enthalten sind, da für die Dauer des ganzen Versuches die gleiche Zeit angesetzt wurde, wie bei Luft. Es hat sich nachträglich erwiesen, daß diese Maßnahme nicht nötig gewesen wäre, da der Erwärmungseffekt infolge der sehr viel geringeren Stromdichte wesentlich längere Zeit beansprucht, bis er merkbar wird. Der Wasserstoff wurde aus einer Bombe durch ein glühendes Palladiumröhrchen in die, im übrigen unveränderte Apparatur eingelassen.

Schon bei den ersten Versuchen trat eine Schwierigkeit auf, die bei den Messungen in Luft gar nicht existiert hatte. Die Entladung, die sich in Luft offenbar an der einmal beim Einsetzen gewählten Stelle „festbrannte“, wanderte im Wasserstoff, sobald die Kathode nicht völlig bedeckt war, mit großer Geschwindigkeit planlos auf der ganzen zur Verfügung stehenden Fläche herum, und ließ sich in keiner Weise zur Ruhe bringen. Weder ein einseitiges Magnetfeld, noch die vollständige Kompensierung des Erdfeldes, noch die Umkleidung des Entladungsgefäßes mit einem Eisenmantel, noch die Einsetzung eines kleinen Magnesiumstückes im Zentrum der Elektrode, das vermittelst seines kleinen Kathodengefälles die Entladung festhalten sollte, waren von irgendeinem Erfolg begleitet. Zudem zeigte es sich, daß die Aluminiumelektrode im Wasserstoff wegen Ausbildung der bekannten Hydroxydschicht unbrauchbar war. Mit Messingkathoden konnte jedoch auch keine Besserung erzielt werden. Es wurde daher eine Messingkathode von 13,0 cm Durchmesser, die wie die früher verwendeten Aluminiumkathoden einen Eisenring von 4 mm Breite trug, auf galvanischem Wege stark vergoldet und nachher aufs sorgfältigste gereinigt. Da anzunehmen war, daß ein Schutzring aus einem der wenigen Materialien, die ein höheres Kathodengefälle haben als Gold, infolge der geringen Differenzen wohl kaum wirksam wäre, wurde der nun vergoldete Eisenring mit einer feinen Schicht Schellack überzogen. Dieses Verfahren, das anfänglich bedenklich erschien, hat sich ausgezeichnet bewährt, indem der Schellackring dieselbe Schutzwirkung zeigte, wie der Eisenring bei Aluminiumkathoden, und irgendwelche Störungen durch freie Ladungen nicht beobachtet werden konnten. Auf der vergoldeten Kathode setzte die Wasserstoffentladung überdies verhältnismäßig (d. h. so, daß an Messungen gedacht werden konnte) stabil an; es wurde daher für die endgültigen Versuche eine derartige Kathode unter Einhaltung aller Vorsichtsmaßnahmen hergestellt und eingesetzt.

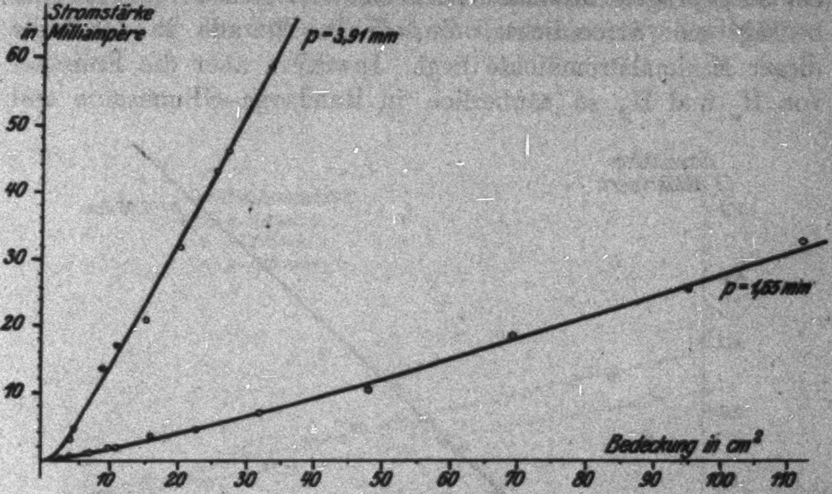


Fig. 11

Die auf diese Weise gewonnenen Meßreihen sind in Fig. 11 kurvenmäßig zusammengestellt und zeigen ganz dasselbe Bild, wie die Messungen an Luft. Ein interessantes Ergebnis hat jedoch die Ausmessung einer Aufnahme, die bei einem Druck von 0,96 mm gemacht wurde, ergeben. Bei diesem Druck hatte die Entladung das in Fig. 12 gezeichnete Aussehen. Der Glimmsaum leuchtete hell mit dem Lichte der H_α-Linie, während das eigentliche Glimmlicht äußerst intensiv grün erschien. Auffällig war, daß die grüne Zone das in der Figur skizzierte zylindrische Aussehen hatte, und an den Rändern scharf abgesetzt war. Bei der Betrachtung im Spektroskop zeigte sich, daß von dem Viellinienspektrum, das bei den übrigen Drucken immer ziemlich stark vorhanden war,

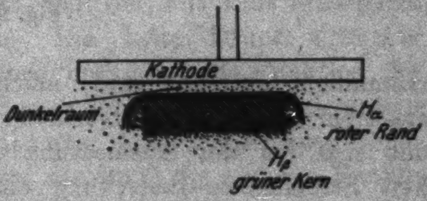


Fig. 12

kaum etwas zu sehen war, während die Balmerserie in großer Intensität emittiert wurde. Eine teilweise Erklärung der Erscheinung geht aus der Beobachtung von **Wood**[1]) hervor, der gefunden hat, daß die Emission des Viellinienspektrums als Funktion der Stromdichte bei einer bestimmten Stromdichte ein ausgeprägtes Minimum aufweist. Der Druck von 0,96 mm bedingt eine Stromdichte, die offenbar gerade in der Nähe dieser Minimalstromdichte liegt. Inwiefern aber die Emission von H_α und H_β so säuberlich in Randzone–Glimmsaum und Glimmlicht getrennt sind, möchten wir nicht versuchen zu erklären. Für uns war vorläufig nur das Ergebnis interessant, daß sich bei der Ausmessung des Films für die Abhängigkeit Stromstärke–Bedeckung eine Gerade ergibt, die durch den Nullpunkt läuft. (Fig. 13.) Der Aufnahmeapparat hatte in diesem Fall infolge der geringen photographischen Wirksamkeit der roten Randpartien die Bedeckung ohne Randzone wiedergegeben. Es lag offenbar hier das gleiche vor, wie es bei den Versuchen mit Luft durch die besondere Art der Umfahrung

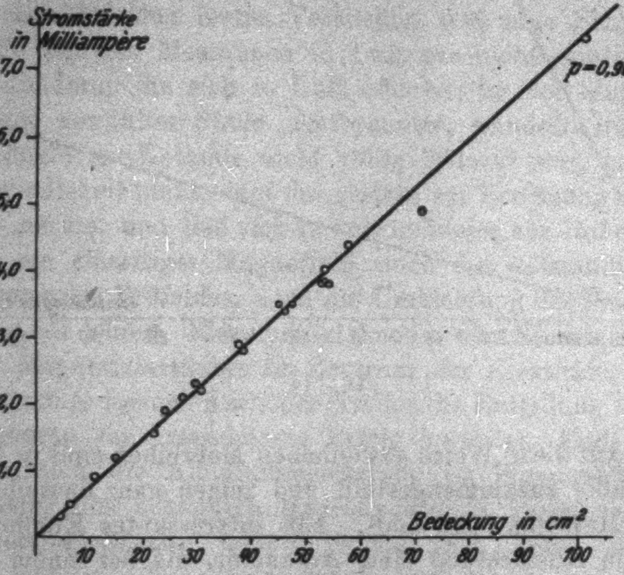


Fig. 13

---

[1]) R. W. Wood, Phil. Mag. 42. S. 729. 1921.

bei der Meßreihe (Fig. 7) erhalten wurde. Aus der Neigung der Geraden berechnet sich die Konstante c zu 12,8. Bildet man das Produkt $c \cdot p^2$, so erhält man den Wert 11,8. Unter der Annahme, daß die Druckbeziehung (6) gilt, ergeben die anderen Wasserstoffreihen für $c \cdot p^2$ den Mittelwert 9,1. Um festzustellen, ob der Unterschied der beiden Werte nur davon herrührt, daß die c-Werte rechnerisch schwer zu bestimmen sind, wurde auch hier der halbgraphische Weg eingeschlagen, um die Druckbeziehung zu prüfen. In Fig. 14 sind die Wasserstoffreihen in derselben Weise, wie die mit Luft erhaltenen Reihen in Fig. 9 aufgetragen. Die beim Druck 0,96 mm erhaltene Meßreihe wurde jedoch nur mit i als Funktion der $p^2 f$ aufgetragen, da bei dieser Serie offenbar die Randkorrektion schon durch die Aufnahme besorgt war. Die Punkte dieser Reihe fallen trotzdem aus der Geraden, die durch die anderen Punkte gelegt werden kann, heraus, entgegen den Erwartungen. Es wird dies wohl davon herrühren, daß der Rand inkonstanter Stromdichte durch die Aufnahme doch nicht vollständig eliminiert wurde. Für $c \cdot p^2$ bei den beiden anderen Meßreihen, ergibt sich aus der Neigung der Geraden der Wert 9,1. Im Anschluß an die Messungen mit Wasserstoff wurde zur Kontrolle eine Meßreihe mit der Goldkathode in Luft aufgenommen,

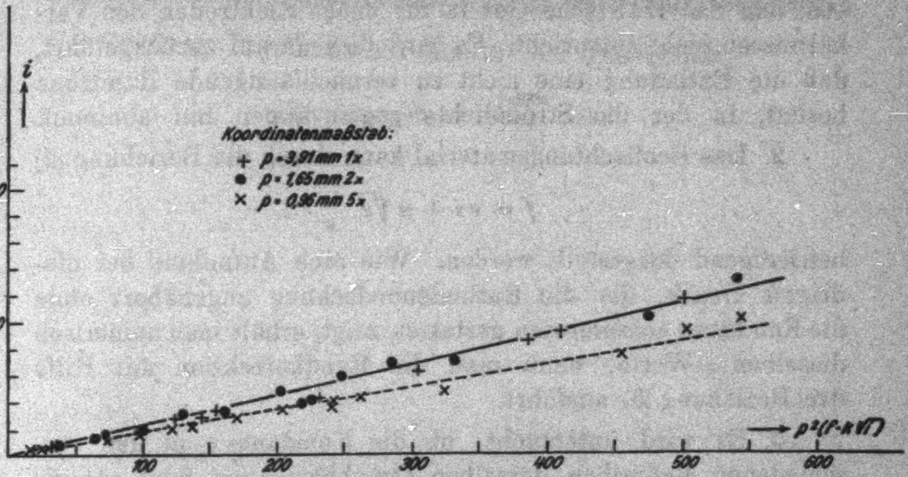


Fig. 14

die denselben Kurvenverlauf hatte wie die übrigen Meßreihen und für das Produkt $c p^2$ den Wert 1,75 ergab.

Zusammenfassung

1. Das Hehlsche Gesetz wurde mit einer Apparatur, die den an die Güte der Versuchsbedingungen gestellten Forderungen möglichst entsprach, nachgeprüft. Es stellte sich heraus, daß das Hehlsche Gesetz für ebene Elektroden den Verhältnissen nicht entspricht. Es wird dies darauf zurückgeführt, daß die Entladung eine nicht zu vernachlässigende Randzone besitzt, in der die Stromdichte gegen außen hin abnimmt.

2. Das Beobachtungsmaterial kann durch die Beziehung (5)

$$f = c i + \varkappa \sqrt{i}$$

befriedigend dargestellt werden. Wie eine Aufnahme bei niedrigem Druck, die die Kathodenbedeckung angenähert ohne die Randzone auszumessen gestattet, zeigt, erhält man numerisch dieselben c-Werte, wenn man die Randkorrektion mit Hilfe der Beziehung (5) ausführt.

3. Es wird untersucht, ob die Konstante c in den verschiedenen Meßreihen derselben Druckbeziehung folgt wie sie für den (irrtümlich konstant angesehenen) Quotienten i/f von mehreren Autoren gefunden wurde. Soweit die Meßreihen einen Schluß zu ziehen erlauben, scheint die Beziehung

$$c \cdot p^2 = \text{const und } \varkappa p^2 = \text{const}$$

angenähert erfüllt zu sein. Wird die Stromstärke in Milliampere, die Bedeckung in cm^2 und der Druck in mm Hg gemessen, so ergibt sich für $c p^2$ in Luft an Aluminiumkathoden der Wert 3,0, an einer vergoldeten Kathode 1,75 und für Wasserstoff an derselben Kathode der Wert 9,1.

4. Für sehr kleine Stromstärken wächst der Dunkelraum mit der Stromstärke proportional $\frac{1}{\sqrt{i}}$, was darauf hindeutet, daß für diese Ströme das Hehlsche Gesetz nicht einmal näherungsweise erfüllt sein kann.

Die Untersuchung wurde teilweise mit Mitteln ausgeführt, die der Aluminiumfonds der Eidg. Techn. Hochschule in Zürich

dem Institut zur Verfügung gestellt hatte. Der Kommission der Stiftung sei für die Unterstützung der Arbeit der beste Dank ausgesprochen.

Zum Schlusse möchte ich meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Prof. Edgar Meyer, meinen wärmsten Dank für die Anregung und stetige Förderung dieser Arbeit aussprechen. Fräulein Dr. Stücklen und Hrn. Dr. Bär bin ich für ihre freundschaftliche Hilfsbereitschaft zu großem Dank verpflichtet.

Zürich, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 10. März 1928)

8. *Über die Kristallstruktur der Alaune;*
von L. Vegard und E. Esp

(Hierzu Tafel XXVI)

§ 1. Die Alaune bilden eine umfangsreiche isomorphe Gruppe, welche der paramorph hemiedrischen Klasse des kubischen Systems zugehört.

Vegard und Schjelderup[1]) stellten 1917 auf Grundlage röntgenspektrometrischer Studien über vier verschiedene Alaune eine Struktur mit guter Übereinstimmung zwischen beobachteten und berechneten Intensitäten auf. Diese Untersuchungen waren ohne Bezugnahme auf die Raumgruppentheorie ausgeführt; sie wurden aber später von P. Niggli[2]), der die Observationen von Vegard und Schjelderup benutzte, auf die Raumgruppe T_h^2 bezogen.

Auf Grundlage einer Reihe von Lauediagrammen und spektrographischen Aufnahmen über Alaune, welche von Ralph W. G. Wyckoff[3]) ausgeführt worden sind, sind indessen Daten herangezogen, welche die Alaune in die Raumgruppe T_h^6 anstatt T_h^2 einsetzen sollten. Für Atomanordnungen, welche von der Raumgruppe T_h^6 abgeleitet sind, werden Reflexionen ungleicher Ordnung von Flächen der Form $(o\,h\,l)$, wo h und l gleich sind, ausgelöscht. Laut der spektrographischen Untersuchungen von Wyckoff mit (110) als hauptreflektierende Fläche konnten keine Reflexionen ungleicher Ordnung von (110) nachgewiesen werden. Dagegen waren mehrere sekundäre Spektren von bedeutender Intensität vorhanden, welche direkt über und unter dem Platz lagen, wo die Reflexionen ungleicher Ordnung von (110) auftreten würden. Vegard und Schjelderup meinten, durch die spektrometrischen Messungen Reflexionsmaxima ungleicher Ordnung von (110) nachweisen zu können. Nach Wyckoff sollten aber diese Reflexionsmaxima den spektro-

---

1) L. Vegard u. H. Schjelderup, Ann. d. Phys. 54. S. 146. 1917.
2) P. Niggli, Phys. Ztschr. 19. S. 225, 1918.
3) R. W. G. Wyckoff, Ztschr. f. Kristall. 57. S. 595. 1922.

graphisch erhaltenen sekundären Spektren entsprechen, indem durch die von **Vegard** und **Schjelderup** benutzte Ionisationsmethode diese sekundären Spektren nicht ohne weiteres von den primären Spektren der betrachteten Reflexionsebene zu unterscheiden sind.

§ 2. Wegen dieser Unübereinstimmungen haben wir für die Alaune weitere Strukturbestimmungen und zwar mit Hilfe der Methode von **Debye-Scherrer** vorgenommen. Bei den Aufnahmen wurde $K\alpha$-Strahlung von Chrom verwendet.

Wir haben folgende vier Alaune, welche auch von **Vegard** und **Schjelderup** benutzt waren, untersucht:

Tabelle 1

$KAl(SO_4)_2 \cdot 12\ H_2O$; $a = 12{,}08$ Å

sin φ	$h_1\ h_2\ h_3$	sin φ	$h_1\ h_2\ h_3$	sin φ	$h_1\ h_2\ h_3$
0,2131	210	0,4125	331	0,5812	611 532
0,2340	211	0,4227	420	0,5965	620
0,2483	220 β	0,4336	421	0,6177	533
0,2698	220	0,4436	332	0,6397	631
0,2863	300 221	0,4635	422	0,6785	640
0,3133	311	0,4824	510 431	0,7039	642
0,3239	321 β	0,4914	333 511	0,7106	722 544
0,3546	321	0,5093	432 520	0,7214	730
0,3666	411 β	0,5181	521	0,7401	650 643
0,3778	400	0,5422	441 522	0,7639	740 810 652
0,3897	410 322	0,5650	600 442	0,7754	733
0,4017	411	0,5728	610		

Tabelle 2

$NH_4Al(SO_4)_2 \cdot 12\ H_2O$; $a = 12{,}11$ Å

sin φ	$h_1\ h_2\ h_3$	sin φ	$h_1\ h_2\ h_3$	sin φ	$h_1\ h_2\ h_3$
0,1650	111	0,4211	420	0,6170	533
0,1908	200	0,4320	421	0,6317	630 542
0,2131	210	0,4428	332	0,6384	631
0,2340	211	0,4612	422	0,6708	711 551
0,2440	220 β	0,4824	510 431	0,7021	642
0,2598	300 221 β	0,4899	511 333	0,7094	722 544
0,2690	220	0,5068	432 520	0,7202	730
0,2855	300 221	0,5159	521	0,7378	650 643
0,3142	311	0,5414	441 522	0,7617	652 810 740
0,3223	321 β	0,5565	531	0,7738	733
0,3538	321	0,5648	600 442	0,7951	653
0,3770	400	0,5735	610	0,8049	830 661
0,3889	410	0,5805	611 532	0,8115	743 750 831
0,4008	411	0,5944	620		
0,4110	331	0,6116	541		

Ammoniakalaune . . .	$NH_4Al(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$
Kalialaune	$KAl(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$
Ferriammoniakalaune	$NH_4Fe(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$
Chromalaune	$KCr(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$

Die für die vier Alaune aufgenommenen Pulverdiagramme sind auf der Tafel XXVI gezeigt.

Die Tabellen 1, 2, 3, 4 zeigen die beobachteten Daten. Fig. 1 zeigt die Intensitäten der Linien, wie sie durch eine Schätzung der Liniendichte auf dem Film bestimmt sind.

§ 3. Die Identifizierung der Linien führte zu Elementarzellen, welche mit den von **Vegard** und **Schjelderup** gefundenen übereinstimmten. Eine Berechnung der Intensitäten

Tabelle 3

$NH_4Fe(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$; $a = 12{,}165$ Å

$\sin\varphi$	$h_1\,h_2\,h_3$		$\sin\varphi$	$h_1\,h_2\,h_3$		$\sin\varphi$	$h_1\,h_2\,h_3$	
0,1650	111		0,4086	331		0,5777	611	532
0,1908	200		0,4196	420		0,5917	620	
0,2131	210		0,4297	421		0,6032	541	
0,2324	211		0,4418	332		0,6351	631	
0,2432	220 β		0,4605	422		0,6677	711	551
0,2681	220		0,4786	510	431	0,6990	642	
0,2838	300	221	0,4884	333	511	0,7057	722	544
0,3125	311		0,5048	432	520	0,7166	730	
0,3207	321 β		0,5144	521		0,7326	650	643
0,3522	321		0,5336	441	522	0,7689	733	
0,3762	400		0,5544	531		0,7898	653	
0,3878	410	322	0,5622	600	442			
0,3992	411		0,5700	610				

Tabelle 4

$KCr(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$; $a = 12{,}03$ Å

$\sin\varphi$	$h_1\,h_2\,h_3$		$\sin\varphi$	$h_1\,h_2\,h_3$		$\sin\varphi$	$h_1\,h_2\,h_3$	
0,2139	210		0,4149	331		0,5840	611	532
0,2342	211		0,4250	420		0,5979	620	
0,2474	220 β		0,4351	421		0,6217	533	
0,2615	221	300 β	0,4459	332		0,6417	631	
0,2706	220		0,4658	422		0,6804	640	
0,2871	221	300	0,4839	510	431	0,7057	642	
0,3158	311		0,4937	333	511	0,7118	722	544
0,3247	321 β		0,5107	432	520	0,7244	730	
0,3570	321		0,5196	521		0,7419	650	643
0,3802	400		0,5450	441	522	0,7776	733	
0,3921	410	322	0,5672	600	442	0,7982	653	
0,4031	411		0,5763	610				

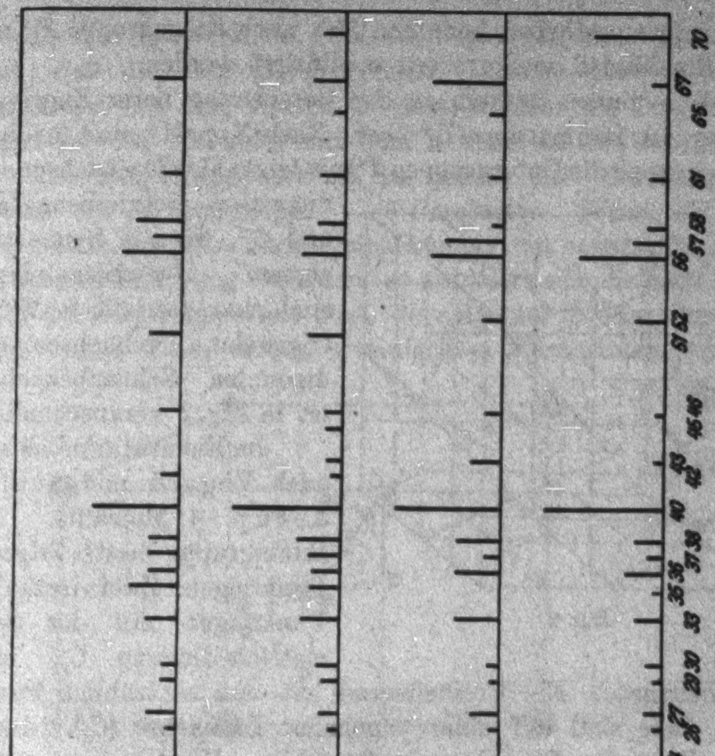


Fig. 1

der Reflexionslinien nach dem von Vegard und Schjelderup ursprünglich aufgestellten Modell führte aber zu Unstimmigkeiten mit den Beobachtungen, welche auch nicht Parameteränderungen aufheben konnten. Das nach Raumgruppe T_h^2 aufgestellte Modell mußte somit modifiziert werden.

Wir gingen deshalb zu der Berechnung unter Zugrundelegung der Raumgruppe T_h^6 über. Nach Niggli¹) sind für diese Raumgruppe die Untergruppen T^4 mit trigonalen Drehachsen und digonalen Schraubenachsen, und C_4^2, wo alle Symmetrieebenen Gleitspiegelebenen sind, charakteristisch. T^4 mit trigonalen Drehachsen und digonalen Schraubenachsen ist in Fig. 2 veranschaulicht.

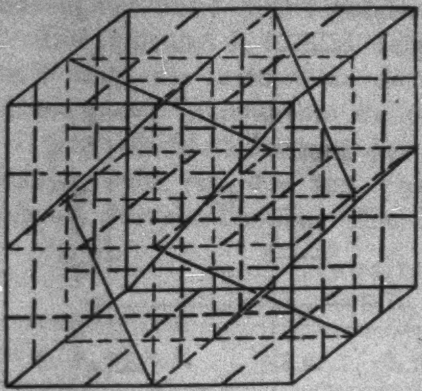


Fig. 2

Im Elementarkubus sind nach Vegard und Schjelderup 4 Moleküle. Die Raumgruppe besitzt folgende Punktlagen: Zwei vierzählige Punktlagen mit der Symmetriebedingung C_{3i} ohne Freiheitsgrad. Ein Freiheitsgrad hat eine achtzählige Punktlage, *diese* sind auf einer trigonalen Drehachse (C_3) gelegen. Die allgemeine Punktlage ist 24-zählig. Hieraus kann sofort geschlossen werden, daß die Stellung der K- und Al-Atome in Kalialaune durch ein Kochsalzgitter von K und Al gegeben ist. Die 8 S-Atome müssen auf Trigyren gelegen sein. Die 32 O-Atome vom SO_4-Radikal werden in achtzähliger Punktlage auf Trigyren und einer 24-zähligen Punktlage geteilt.

Innerhalb eines Achtels des Elementarkubus befinden sich also 1 S-Atom und 1 O-Atom auf der trigonalen Drehachse. Die drei übrigen gleichwertigen O-Atome der SO_4-Gruppe liegen in einer Ebene senkrecht der trigonalen Achse, von dieser bedingt, und sind übrigens in Übereinstimmung mit den Symmetrieforderungen der Atomgruppe angebracht. Die 6 O-Atome des Kristallwassers, welche sich innerhalb des betrachteten Achtels befinden, werden analog mit den drei gleichwertigen O-Atomen der SO_4-Gruppe angeordnet — drei und drei in gleichseitigen Dreiecken senkrecht der trigonalen Achse,

---

1) P. Niggli, Geom. Kristallographie des Diskontinuum.

welche das Zentrum des Dreiecks durchschneidet. Man denkt sich, daß die drei gleichwertigen O-Atome der SO_4-Gruppe zusammen mit dem vierten O-Atom, welches auf Trigyren gelegen ist, ein Tetraeder mit dem S-Atom im Zentrum bilden.

Die SO_4-Gruppe fordert im ganzen 5 — die Sauerstoffatome der Wassergruppe — 6 Parameter. Wenn wir aber die beiden Gruppen als Kugelpackungen mit bestimmter gegenseitiger Orientierung auffassen, so reduziert sich die Parameterzahl der SO_4-Gruppe auf zwei, diejenige der Wassergruppe auf drei. Auch unter diesen vereinfachten Voraussetzungen sind die Kombinationsmöglichkeiten recht groß, so eine eindeutige Bestimmung der Parameterwerte auf ausgedehnte und mühsame Rechnungen führt.

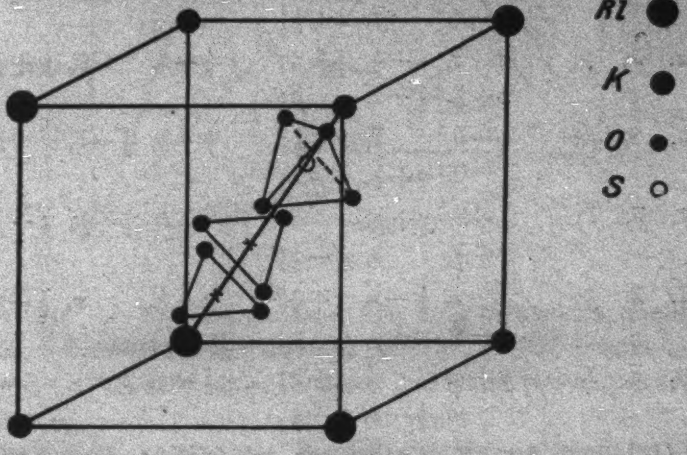


Fig. 3

Die angegebene Anordnung ist in Fig. 3 veranschaulicht.

Nach dieser Atomanordnung wurde sodann der Strukturfaktor berechnet, und eine Reihe verschiedener Anordnungen längs der trigonalen Achse wurde versucht.

Mit den Bezeichnungen von Wyckoff[1]) bekommen wir folgende Basiskoordinaten:

Einwertiges Metall, $4b$:	0,	0,	0;	$\frac{1}{2}$,	$\frac{1}{2}$,	0;
	$\frac{1}{2}$,	0,	$\frac{1}{2}$;	0,	$\frac{1}{2}$,	$\frac{1}{2}$;

---

[1]) R. W. G. Wyckoff, Analytical Expression of the Results of the Theory of Space Groups.

Dreiwertiges Metall, $4c$: $\frac{1}{2},\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{2};\quad \frac{1}{2},\ 0,\ 0;$
$0,\ \frac{1}{2},\ 0;\quad 0,\ 0,\ \frac{1}{2};$

S-Atome, $8h$: $u,\ u,\ u;\quad u+\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}-u,\ \bar{u};$
$\bar{u},\ u+\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}-u;\quad \frac{1}{2}-u,\ \bar{u},\ u+\frac{1}{2};$
$\bar{u},\ \bar{u},\ \bar{u};\quad \frac{1}{2}-u,\ u+\frac{1}{2},\ u;$
$u,\ \frac{1}{2}-u,\ u+\frac{1}{2};\quad u+\frac{1}{2},\ u,\ \frac{1}{2}-u.$

8 O-Atome von der SO_4-Gruppe, $8h$ (mit einem anderen Wert von u), 24 O-Atome von der SO_4-Gruppe, d:

$x,\ y,\ z;\quad x+\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}-y,\ \bar{z};\quad \bar{x},\ y+\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}-z;$
$\frac{1}{2}-x,\ \bar{y},\ z+\frac{1}{2};$
$z,\ x,\ y;\quad \bar{z},\ x+\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}-y;\quad \frac{1}{2}-z,\ \bar{x},\ y+\frac{1}{2};$
$z+\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}-x,\ \bar{y};$
$y,\ z,\ x;\quad \frac{1}{2}-y,\ \bar{z},\ x+\frac{1}{2};\quad y+\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}-z,\ \bar{x};$
$\bar{y},\ z+\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}-x;$
$\bar{x},\ \bar{y},\ \bar{z};\quad \frac{1}{2}-x,\ y+\frac{1}{2},\ z;\quad x,\ \frac{1}{2}-y,\ z+\frac{1}{2};$
$x+\frac{1}{2},\ y,\ \frac{1}{2}-z;$
$\bar{z},\ \bar{x},\ \bar{y};\quad z,\ \frac{1}{2}-x,\ y+\frac{1}{2};\quad z+\frac{1}{2},\ x,\ \frac{1}{2}-y;$
$\frac{1}{2}-z,\ x+\frac{1}{2},\ y;$
$\bar{y},\ \bar{z},\ \bar{x};\quad y+\frac{1}{2},\ z,\ \frac{1}{2}-x;\quad \frac{1}{2}-y,\ z+\frac{1}{2},\ x;$
$y,\ \frac{1}{2}-z,\ x+\frac{1}{2}.$

2·24 O-Atome von Kristallwasser, d (mit anderen Werten von x, y, z).

Wie wir sehen, veranlassen diese Koordinaten 11 Parameter; bei der erwähnten Kugelpackung mit bestimmter Orientierung aber kann diese Zahl auf fünf reduziert werden. Man denkt sich sodann, daß die O-Atome der SO_4-Gruppe in die Ecken kleiner Kuben, dem Elementarkubus analog orientiert, angebracht werden. Dies ist in Fig. 4 veranschaulicht. AE ist die trigonale Achse; in den Ecken A, B, C, D denkt man sich, daß die O-Atome angebracht sind. In BCD sind die drei gleichwertigen O-Atome angebracht, sie bilden ein gleichschenkliges Dreieck, dessen Durchschneidung mit der Trigyre a ist; S ist das Zentrum des Tetraeders $ABCD$, wo das Schwefelatom angebracht ist.

Als zweckmäßige Parameter werden die Koordinaten für das Zentrum a des Dreiecks BCD (u, u, u) und der Abstand von *a* bis an die drei gleichwertigen O-Atome (*r*) eingeführt. Diese Parameterwahl hat den Vorteil, daß eine Drehung von 60° um die trigonale Achse nur eine Zeichenänderung der Koordinaten der Punkte verursacht. Analog werden die Parameter für die Sauerstoffatome des Kristallwassers eingeführt: Die Koordinaten für die Zentren der zwei gleichseitigen O-Dreiecke (v, v, v) und (w, w, w) und die Anstände von den erwähnten Zentren *s*.

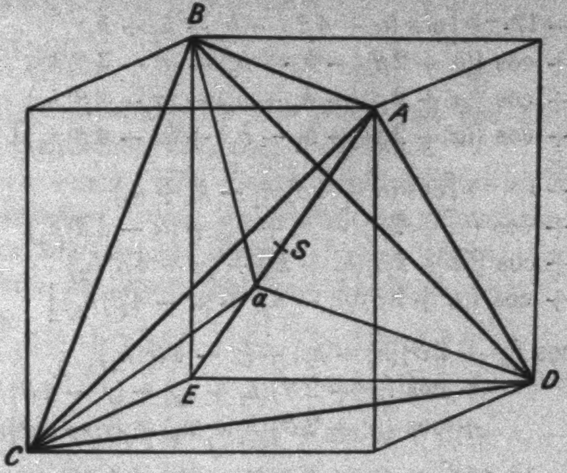


Fig. 4

Die Berechnung des Strukturfaktors nach diesen Basiskoordinaten und Parametern gibt nach längerer Rechnung folgendes:

$$\begin{aligned} S = \Big[\frac{\mathrm{K}}{20}(-1)^{h_1+h_2+h_3} + \frac{\mathrm{Al}}{20}\Big]\big[(-1)^{h_1+h_2+h_3} \\ + (-1)^{h_1} + (-1)^{h_2} + (-1)^{h_3}\big] \\ + \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{O}}\big[\cos(\alpha+\beta)(h_1+h_2+h_3) \\ + (-1)^{h_1-h_2}\cos(\alpha+\beta)(-h_1+h_2+h_3) \\ + (-1)^{h_1-h_3}\cos(\alpha+\beta)(-h_1-h_2+h_3) \\ + (-1)^{h_2-h_3}\cos(\alpha+\beta)(h_1-h_2+h_3)\big] \\ + \cos(\alpha+4\beta)(h_1+h_2+h_3) \\ + \cos\big((\alpha+2\beta)(h_2+h_3)+(\alpha-4\beta)h_1\big) \\ + \cos\big((\alpha+2\beta)(h_1+h_3)+(\alpha-4\beta)h_2\big) \\ + \cos\big((\alpha+2\beta)(h_1+h_2)+(\alpha-4\beta)h_3\big) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+ (-1)^{h_1 - h_3}\Big[\cos(\alpha + 4\beta)(-h_1 + h_2 + h_3)\\
&\quad + \cos\big((\alpha + 2\beta)(h_2 + h_3) - (\alpha - 4\beta)h_1\big)\\
&\quad + \cos\big((\alpha + 2\beta)(-h_1 + h_3) + (\alpha - 4\beta)h_2\big)\\
&\quad + \cos\big((\alpha + 2\beta)(-h_1 + h_2) + (\alpha - 4\beta)h_3\big)\Big]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+ (-1)^{h_1 - h_3}\Big[\cos(\alpha + 4\beta)(-h_1 - h_2 + h_3)\\
&\quad + \cos\big((\alpha + 2\beta)(-h_2 + h_3) - (\alpha - 4\beta)h_1\big)\\
&\quad + \cos\big((\alpha + 2\beta)(-h_1 + h_3) - (\alpha - 4\beta)h_2\big)\\
&\quad + \cos\big((\alpha + 2\beta)(-h_1 - h_2) + (\alpha - 4\beta)h_3\big)\Big]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+ (-1)^{h_2 - h_3}\Big[\cos(\alpha + 4\beta)(h_1 - h_2 + h_3)\\
&\quad + \cos\big((\alpha + 2\beta)(-h_2 + h_3) + (\alpha - 4\beta)h_1\big)\\
&\quad + \cos\big((\alpha + 2\beta)(h_1 + h_3) - (\alpha - 4\beta)h_2\big)\\
&\quad + \cos\big((\alpha + 2\beta)(h_1 - h_2) + (\alpha - 4\beta)h_3\big)\Big]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+ \cos\big((\gamma + 2\vartheta)(h_2 + h_3) + (\gamma - 4\vartheta)h_1\big)\\
&\qquad\qquad + \cos\big((\gamma + 2\vartheta)(h_1 + h_3) + (\gamma - 4\vartheta)h_2\big)\\
&\qquad\qquad + \cos\big((\gamma + 2\vartheta)(h_1 + h_2) + (\gamma - 4\vartheta)h_3\big)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+ (-1)^{h_1 - h_3}\Big[\cos\big((\gamma + 2\vartheta)(h_2 + h_3) - (\gamma - 4\vartheta)h_1\big)\\
&\quad + \cos\big((\gamma + 2\vartheta)(-h_1 + h_3) + (\gamma - 4\vartheta)h_2\big)\\
&\quad + \cos\big((\gamma + 2\vartheta)(-h_1 + h_2) + (\gamma - 4\vartheta)h_3\big)\Big]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+ (-1)^{h_1 - h_3}\Big[\cos\big((\gamma + 2\vartheta)(-h_2 + h_3) - (\gamma - 4\vartheta)h_1\big)\\
&\quad + \cos\big((\gamma + 2\vartheta)(-h_1 + h_3) - (\gamma - 4\vartheta)h_2\big)\\
&\quad + \cos\big((\gamma + 2\vartheta)(-h_1 - h_2) + (\gamma - 4\vartheta)h_3\big)\Big]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+ (-1)^{h_2 - h_3}\Big[\cos\big((\gamma + 2\vartheta)(-h_2 + h_3) + (\gamma - 4\vartheta)h_1\big)\\
&\quad + \cos\big((\gamma + 2\vartheta)(h_1 + h_3) - (\gamma - 4\vartheta)h_2\big)\\
&\quad + \cos\big((\gamma + 2\vartheta)(h_1 - h_2) + (\gamma - 4\vartheta)h_3\big)\Big]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+ \cos\big((\delta - 2\vartheta)(h_2 + h_3) + (\delta + 4\vartheta)h_1\big)\\
&\qquad\qquad + \cos\big((\delta - 2\vartheta)(h_1 + h_3) + (\delta + 4\vartheta)h_2\big)\\
&\qquad\qquad + \cos\big((\delta - 2\vartheta)(h_1 + h_2) + (\delta + 4\vartheta)h_3\big)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+ (-1)^{h_1 - h_3}\Big[\cos\big((\delta - 2\vartheta)(h_2 + h_3) - (\delta + 4\vartheta)h_1\big)\\
&\quad + \cos\big((\delta - 2\vartheta)(-h_1 + h_3) + (\delta + 4\vartheta)h_2\big)\\
&\quad + \cos\big((\delta - 2\vartheta)(-h_1 + h_2) + (\delta + 4\vartheta)h_3\big)\Big]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+ (-1)^{h_1 - h_3}\Big[\cos\big((\delta - 2\vartheta)(-h_2 + h_3) - (\delta + 4\vartheta)h_1\big)\\
&\quad + \cos\big((\delta - 2\vartheta)(-h_1 + h_3) - (\delta + 4\vartheta)h_2\big)\\
&\quad + \cos\big((\delta - 2\vartheta)(-h_1 - h_2) + (\delta + 4\vartheta)h_3\big)\Big]
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&+(-1)^{h_2-h_3}\Big[\cos\big((\delta-2\vartheta)(-h_2+h_3)+(\delta+4\vartheta)h_1\big)\\
&\quad+\cos\big((\delta-2\vartheta)(h_1+h_3)-(\delta+4\vartheta)h_2\big)\\
&\quad+\cos\big((\delta-2\vartheta)(h_1-h_2)+(\delta+4\vartheta)h_3\big)\Big]
\end{aligned}
$$

wo

$$
\alpha = 2\pi u \qquad \gamma = 2\pi v \qquad \vartheta = \frac{\pi}{6}\sqrt{6}\cdot\varepsilon
$$

$$
\beta = \frac{\pi}{6}\sqrt{6r} \qquad \delta = 2\pi w
$$

Die Reflexionsfähigkeit der Atome ist der Kürze wegen mit ihren chemischen Symbolen bezeichnet.

Wie wir sehen, gibt dieser Strukturfaktor zu mühsamen Rechnungsarbeiten Anlaß. Selbst bei den vereinfachten Fällen, wo wir nur ungemischte Indizes haben, ergibt sich für den Strukturfaktor der recht mühsame Ausdruck:

$$
\begin{aligned}
S = &\left[\frac{\mathrm{K}}{2\mathrm{O}}(-1)^{h_1+h_2+h_3}+\frac{\mathrm{Al}}{2\mathrm{O}}\right]\Big[(-1)^{h_1+h_2+h_3}\\
&\qquad\qquad+(-1)^{h_1}+(-1)^{h_2}+(-1)^{h_3}\Big]\\
&+\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{O}}\big[\cos(\alpha+\beta)(h_1+h_2+h_3)+\cos(\alpha+\beta)(-h_1+h_2+h_3)\\
&+\cos(\alpha+\beta)(-h_1-h_2+h_3)+\cos(\alpha+\beta)(h_1-h_2+h_3)\big]\\
&+\cos(\alpha+4\beta)(h_1+h_2+h_3)+\cos(\alpha+4\beta)(-h_1+h_2+h_3)\\
&+\cos(\alpha+4\beta)(-h_1-h_2+h_3)+\cos(\alpha+4\beta)(h_1-h_2+h_3)\\
&\quad+4\big[\cos(\alpha-4\beta)h_1\cdot\cos(\alpha+2\beta)h_2\cdot\cos(\alpha+2\beta)h_3\\
&\quad+\cos(\alpha-4\beta)h_2\cdot\cos(\alpha+2\beta)h_1\cdot\cos(\alpha+2\beta)h_3\\
&\quad+\cos(\alpha-4\beta)h_3\cdot\cos(\alpha+2\beta)h_1\cdot\cos(\alpha+2\beta)h_2\\
&\quad+\cos(\gamma-4\vartheta)h_1\cdot\cos(\gamma+2\vartheta)h_2\cdot\cos(\gamma+2\vartheta)h_3\\
&\quad+\cos(\gamma-4\vartheta)h_2\cdot\cos(\gamma+2\vartheta)h_1\cdot\cos(\gamma+2\vartheta)h_3\\
&\quad+\cos(\gamma-4\vartheta)h_3\cdot\cos(\gamma+2\vartheta)h_1\cdot\cos(\gamma+2\vartheta)h_2\\
&\quad+\cos(\delta+4\vartheta)h_1\cdot\cos(\delta-2\vartheta)h_2\cdot\cos(\delta-2\vartheta)h_3\\
&\quad+\cos(\delta+4\vartheta)h_2\cdot\cos(\delta-2\vartheta)h_1\cdot\cos(\delta-2\vartheta)h_3\\
&\quad+\cos(\delta+4\vartheta)h_3\cdot\cos(\delta-2\vartheta)h_1\cdot\cos(\delta-2\vartheta)h_2\big]
\end{aligned}
$$

Die Intensität ist durch den Ausdruck

$$
I = \frac{\nu(S_{\mathrm{I}}^2+S_{\mathrm{II}}^2)}{2\Sigma h^2},
$$

wo ν der Häufigkeitsfaktor ist, berechnet.

Flächen, deren Indizes ungemischt sind, d. h. Flächen des flächenzentrierten Typus, reflektieren identisch für Ebenen „mit gleichen Indizes“. In diesem Fall ist nämlich der Strukturfaktor gegenüber Permutationen sowohl als Zeichenwechsel in $h_1\,h_2\,h_3$ invariant.

Für Flächen mit gemischten Indizes ist der Strukturfaktor gegenüber Zirkularumtausch in $h_1 h_2 h_3$ invariant, dagegen wird der Strukturfaktor gewöhnlich nicht umgeändert, wenn man zwei Indizes umtauscht. Wenn vom Zeichenwechsel abgesehen wird, ordnen sich gewöhnlich die sechs möglichen Reihen von Indizes in zwei Gruppen I und II:

$$\text{I} \quad h_1 h_2 h_3 - h_3 h_1 h_2 - h_2 h_3 h_1$$
$$\text{II} \quad h_2 h_1 h_3 - h_3 h_2 h_1 - h_1 h_3 h_2$$

Jede Gruppe hat den gleichen Strukturfaktor. Man berechnet also in diesem Falle den Strukturfaktor für eine gewisse Reihenfolge der Indizes und bekommt einen Wert S_{I}. Darauf werden zwei Indizes umgetauscht und man bekommt einen Wert S_{II}.

Die Wassergruppe mußte auf die Weise angebracht werden, daß die 6 Sauerstoffatome in jedem Achtel des Elementarkubus eine möglichst dichte Kugelpackung um die trigonale Drehachse bildeten. Es wurde besonders die Stellung der Wassergruppe im Verhältnis zu Metallatomen untersucht, und wir erhielten die beste Übereinstimmung mit den Beobachtungen, wenn die Sauerstoffpackung des Wassers sich um das einwertige Metall gruppierte. Eine Teilung der Wassergruppe der Trigyre auf die Weise, daß 3 Sauerstoffatome je ihrem Metall am nächsten lagen, gab schlechten Erfolg. Es wurde auch versucht, die Sulfatgruppe mit der Grundfläche des Tetraeders gegen das Metallatom und gegen die Wassergruppe anzubringen; die letzte Anordnung wurde als die wahrscheinlichste angenommen.

Nach Berechnungen über diese verschiedenen Anordnungen blieben wir bei der folgenden stehen: Eine Kugelpackung der 6 Sauerstoffatome von Wasser nächst einwertigem Metall, und sodann die Sulfatgruppe als eine Kugelpackung mit der Grundfläche des Sulfattetraeders gegen die Wassergruppe und der Spitze gegen dreiwertiges Metall gerichtet. Das Ganze bildet eine Kugelpackung längs der trigonalen Achse, die durch ein Metallatom an jedem Ende der Achse begrenzt ist.

Die Anordnung ist durch Fig. 5, und die Kugelpackung durch Fig. 6 gezeigt. Übrigens wird der Raum von den Wasserstoffatomen der Wassergruppen ausgefüllt. Eine stereoskopische

Abbildung eines Modells der Atomanordnung im Elementarwürfel zeigen Figg. 7 u. 8.

Ganz kürzlich, und nachdem die hier mitgeteilten Ergebnisse erlangt waren[1]), veröffentlichte I. M. Cork[2]) eine Arbeit über die Struktur der Alaune, in welcher

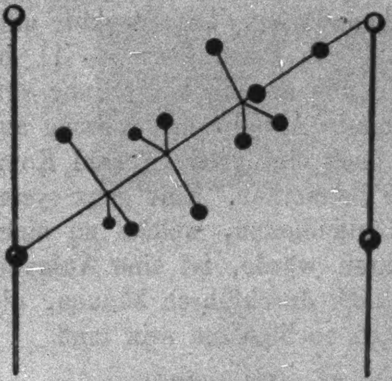


Fig. 5

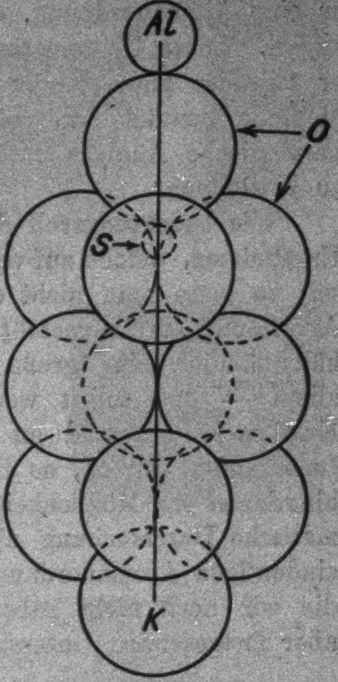


Fig. 6

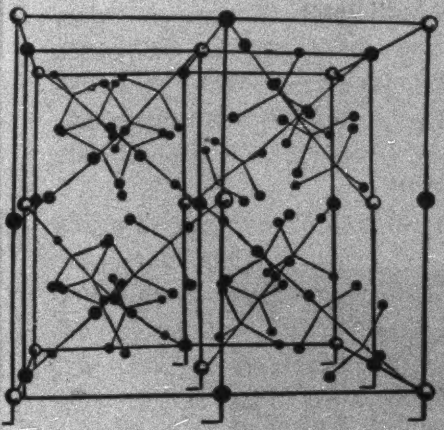


Fig. 7

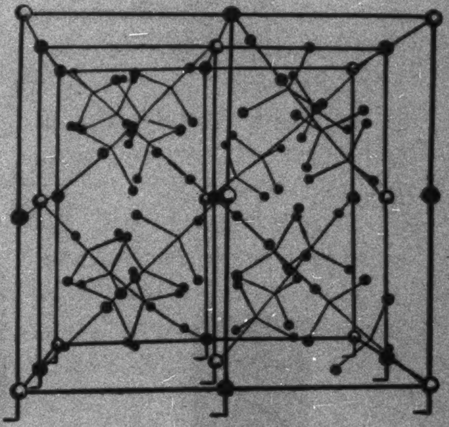


Fig. 8

---

1) Die hier mitgeteilten Ergebnisse lagen im Herbst 1926 vor, da sie aber als Examenarbeit dienen sollten, ist die Veröffentlichung verspätet worden.

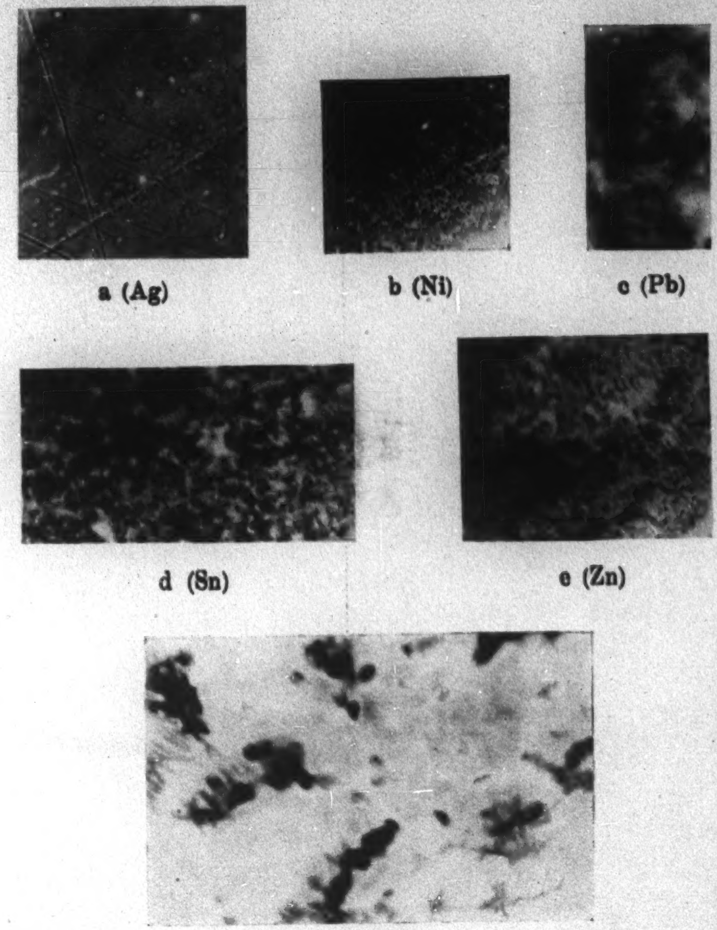
2) I. M. Cork, Phil. Mag. 4. S. 688. 1927.

er eine Atomanordnung, die mit der unsrigen übereinstimmt, angibt. Diese Übereinstimmung ist um so interessanter, weil er teilweise andere Alaune und eine verschiedene Analysenmethode benutzt hat. Er sucht die Atomanordnung durch harmonische Analyse unter Anwendung Fourierscher Reihen zu bestimmen.

Wie bedeutungsvoll diese Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen, welche auf verschiedene Weise erreicht sind, auch sei, so kann man nicht damit sagen, daß wir die gefundene Anordnung als festgestellt ansehen dürfen. Die Struktur enthält nämlich eine große Anzahl von Parametern — 11 in allem — und selbst wenn wir uns an die Vorstellung von Kugelpackungen und an bestimmte Annahmen in bezug auf Ionenradien stützen, so bleibt doch eine große Anzahl Kombinationen von Möglichkeiten zu betrachten. Eine ganz systematische Untersuchung aller Möglichkeiten, welche zu einer eindeutigen Atomanordnung führen würde, ist eine Aufgabe, die wir noch nicht haben gänzlich durchführen können, die aber fortgesetzten Untersuchungen vorbehalten sein muß.

Oslo, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 10. April 1928)



a (Ag) b (Ni) c (Pb)

d (Sn) e (Zn)

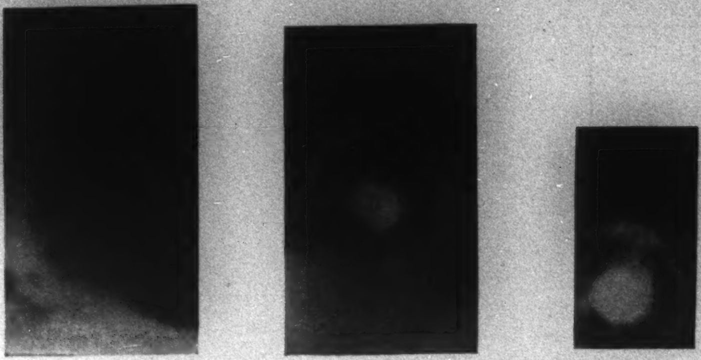
f (Cd)

Fig. 2

Fig. 5

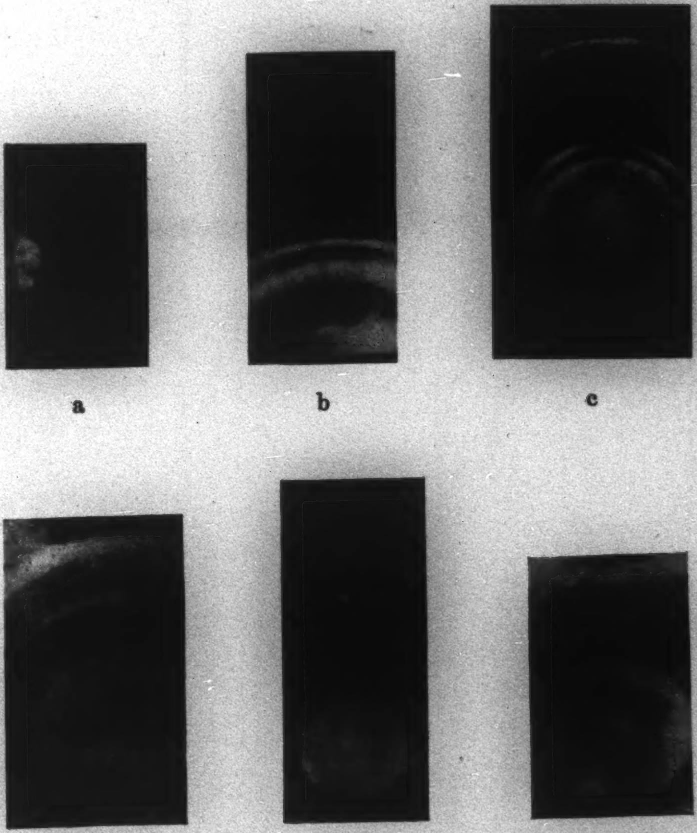
Fig. 8

E. Rupp



a **b** **c**

Fig. 9. (Al)



a **b** **c**

d **e** **f**

Fig. 10. (Ag)

E. Rupp

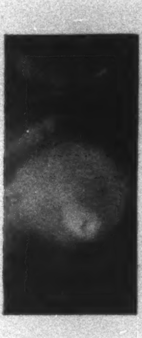


Fig. 11. (Au)

Fig. 12. (Cu)

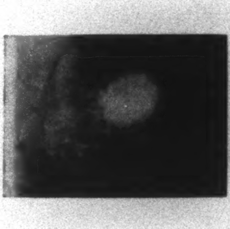


Fig. 13. (Ni)

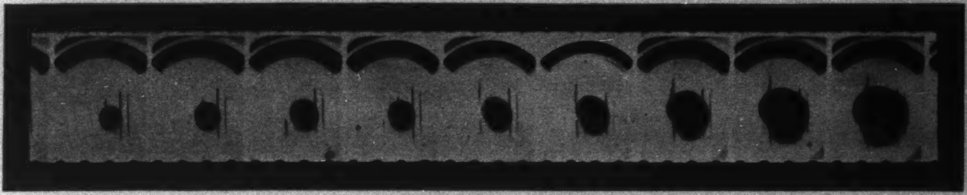
Fig. 14. (Pb)

Fig. 15. (Cr)

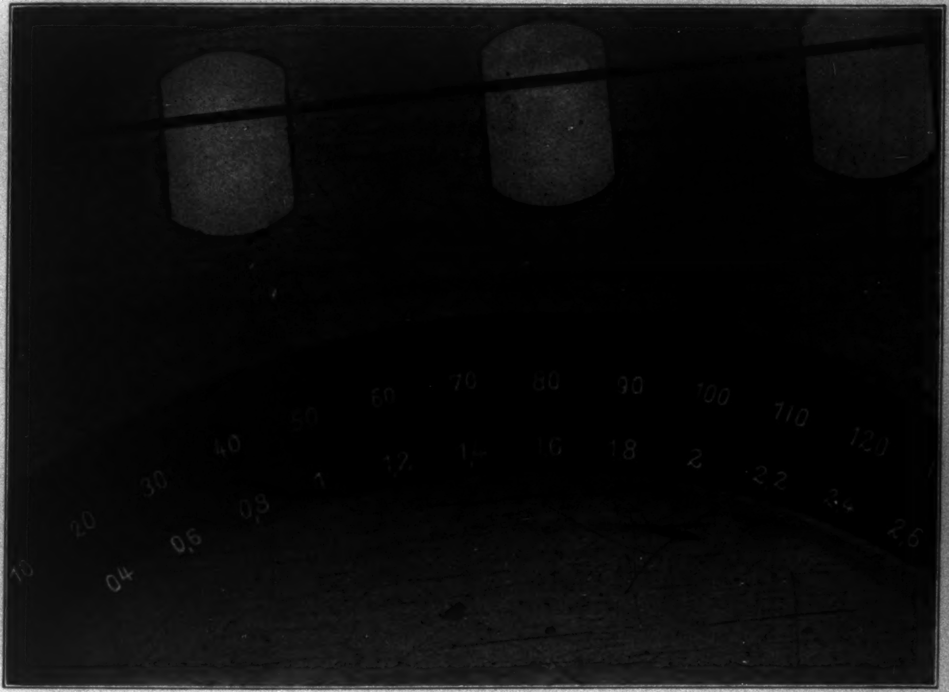
Fig. 16. (Sn)

Fig. 17. (Zn)

E. Rupp

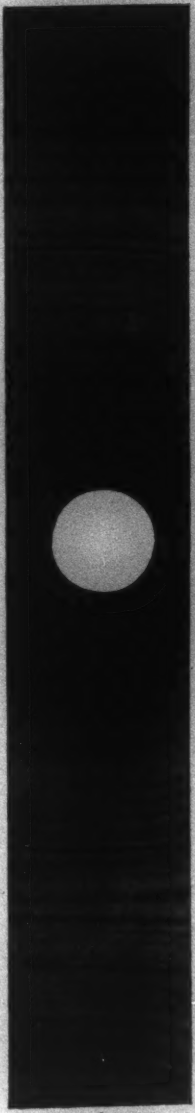


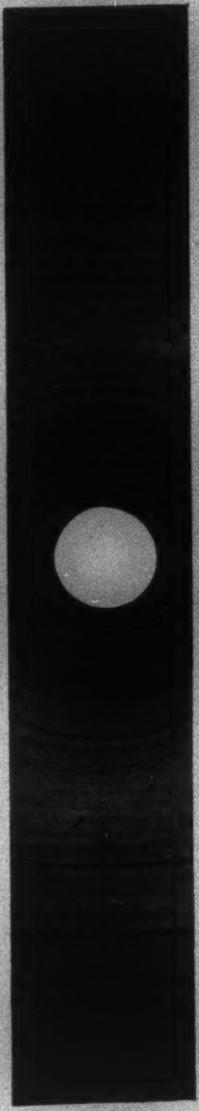
Aufnahme 1

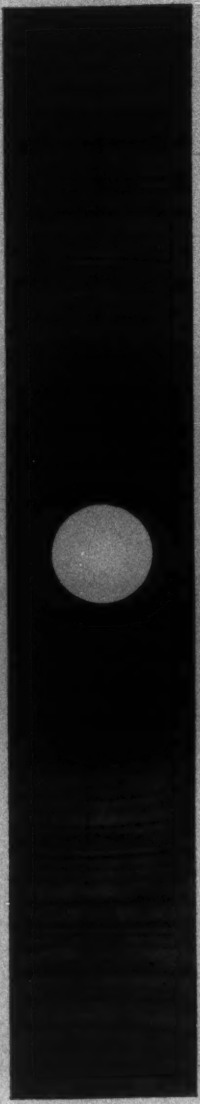

10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6
1,8
2
2,2
2,4
2,6

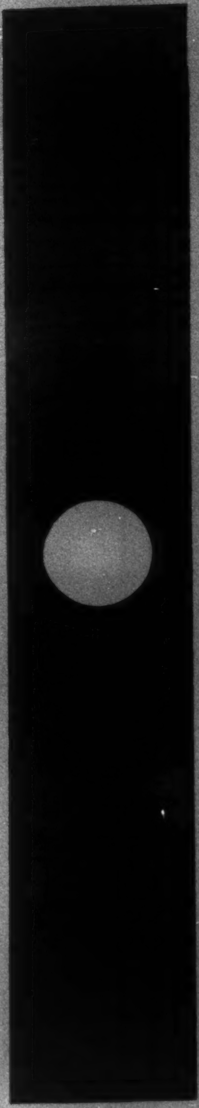
Aufnahme 2

A. v. Muralt


1.
$KAl(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$


2.
$KCr(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$


3.
$NH_4Al(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$


4.
$NH_4Fe(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$

L. Vegard u. E. Esp